Aufgabe 1

$|\varphi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$

1) Um dieser Zustand ~~Reg~~ auf der Blochkugel liegen kann im allgemeinen muss das gelten

$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$: $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

Also $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$ $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ – stimmt

2) $|\beta|^2$ ist auch die Wahrscheinlichkeit dass im Fall von Messung das Qubit ein Südpol Zustand bekommt. Also $\frac{3}{4}$

3) Bei der Verwendung von Not operation tauschen wir eigentlich Nord und Südpol miteinander.

Also $|\varphi'\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle + \frac{1}{2}|1\rangle$

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \frac{\sqrt{3}}{2}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$|\varphi'\rangle = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \frac{\sqrt{3}}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0\cdot1 + 1\cdot2\\1\cdot1 + 0\cdot0\end{pmatrix} + \frac{\sqrt{3}}{2}\begin{pmatrix}0\cdot0 + 1\cdot1\\1\cdot0 + 0\cdot1\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} + \frac{\sqrt{3}}{2}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}|1\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle$$

4) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$