

# Suites numériques

---

Lionel D. KITIHOUN

27 mai 2022

J'ai dans un coin de ma tête un petit projet de vulgarisation des mathématiques. Le but est de faire comprendre que les mathématiques ne sont pas une obscure science réservée à une élite, mais un langage utilisé pour décrire le monde. La mauvaise réputation des mathématiques est en partie due à la manière dont elles sont enseignées.

J'ai compris au fil des mes recherches, que si l'on explique en termes simples les notions mathématiques avec des exemples d'application à l'appui, on peut faire comprendre aux gens l'importance des mathématiques.

J'avais déjà publié il y a plus d'un an un premier document sur les suites, mais avec le recul, je me suis aperçu que le document pouvait être amélioré. Voici donc une nouvelle version que j'espère plus accessible et détaillée.

Dans leur forme la plus simple, les suites numériques peuvent être considérées des listes de nombres.

**Définition intuitive**

Une suite numérique est une liste de nombres.

## Exemples de suites

Par exemple, la séquence de nombres

4    2,4    7    13    12,5    45

peut être considérée comme une suite numérique.

On peut créer des suites à volonté, avec les nombres que l'on souhaite.

## Exemples de suites II

En voici une autre.

30,9 31,1 31,0 30,7 30,5 30,6 30,7 30,6 30,9 30,8

## Exemples de suites III

Et encore une.

116 416 728 1061 1561 2081 3141 3642 4163

## Éléments constitutifs d'une suite

Les nombres qui forment une suite peuvent être choisis au hasard et n'avoir aucune signification particulière. Ainsi pour créer la suite

4    2,4    7    13    12,5    45

j'ai choisi les nombres au hasard.

Mais plus généralement, les nombres qui constituent une suite représentent des faits, des informations importantes ou proviennent de l'observation de phénomènes naturels.



## Éléments constitutifs d'une suite II

Ainsi, les nombres de la suite

116 416 728 1061 1561 2081 3141 3642 4163

sont issus de la grille tarifaire appliquée par le service MTN Mobile Money du Bénin pour les opérations de retrait<sup>1</sup>.

- 
1. Ces tarifs ont d'ailleurs été revus à la baisse suite au mécontentement des populations

## Éléments constitutifs d'une suite III

Les nombres

30,9 31,1 31,0 30,7 30,5 30,6 30,7 30,6 30,9 30,8

représentent quant à eux les températures maximales enregistrées par année de 2000 à 2009 dans la ville de Cotonou<sup>2</sup>.

---

2. Source : [benin.opendataforafrica.org/kbekwme](http://benin.opendataforafrica.org/kbekwme)

## Éléments constitutifs d'une suite IV

Ainsi, une suite numérique peut être créée de façon arbitraire en fonction de la fantaisie du créateur ou résulter de l'observation d'un phénomène :

- chiffre d'affaires d'une entreprise sur plusieurs années ;
- les moyennes de classe d'un élève durant ses études secondaires ;
- l'évolution du poids d'un bébé ;
- etc.

Généralement, on s'intéresse aux suites qui sont issues de l'étude d'un phénomène. Souvent parce que le phénomène présente un certain intérêt et que l'on veut pouvoir faire des prévisions sur ses futures manifestations.

## Convention de représentation des suites

Les mathématiciens aiment bien la simplicité. Ils représentent souvent les choses avec des symboles, pour ne pas trop écrire et gagner du temps.

Tout comme on donne un prénom à un enfant, on désigne généralement une suite par une lettre<sup>3</sup> de l'alphabet. Les lettres utilisées couramment à cet effet sont U, V ou encore F.

---

3. Parfois, la lettre utilisée est la première lettre du nom de famille du créateur de la suite, s'il s'agit d'une suite très utile.

## Convention de représentation des suites II

Au sein d'une suite, les éléments sont désignés par un indice, qui n'est rien d'autre que leur position au sein de la suite.

Le premier élément prend l'indice 1, le deuxième élément l'indice 2, le troisième élément l'indice 3, ainsi de suite.

Il est également courant que les éléments d'une suite soient numérotés à partir de 0 (nous y reviendrons). Dans ce cas, le premier élément prend l'indice 0, le deuxième élément l'indice 1, le troisième élément l'indice 2, etc.

## Convention de représentation des suites III

Donc, si nous avons choisi de nommer une suite  $u$  et de donner l'indice 1 au premier élément :

- le premier élément de la suite sera  $u_1$
- le deuxième élément sera  $u_2$
- le troisième élément sera  $u_3$
- ...
- le  $n$ -ième élément sera  $u_n$

## Convention de représentation des suites III

Ainsi, pour notre suite

30,9 31,1 31,0 30,7 30,5 30,6 30,7 30,6 30,9 30,8

qui représente les températures maximales par année, nous aurons :

- $u_1 = 30,9$
- $u_2 = 31,1$
- $u_3 = 31,0$
- ...
- $u_{10} = 30,9$



Les éléments d'une suite sont appelés **termes** de la suite.

Donc, à partir de cet instant, nous utiliserons l'expression **terme** pour désigner les éléments d'une suite.

## Calcul des termes d'une suite à l'aide d'une formule

Nous avons dit que l'on peut créer une suite soit en choisissant les termes de façon aléatoire, soit en étudiant un phénomène et en notant les valeurs observées.

Il existe une troisième façon de définir une suite, située à mi-chemin entre les deux précédentes. Elle consiste à établir une formule pour calculer les termes de la suite.

## Calcul des termes d'une suite à l'aide d'une formule

Nous disons que cette méthode est à mi-chemin entre les deux autres parce que nous pouvons définir une formule de calcul tout à fait au hasard juste pour nous amuser (ce qui rejoint la situation où nous choisissons de façon aléatoire les termes de notre suite).

Mais nous pouvons aussi définir une formule qui permette de faire des estimations exactes ou approchées des valeurs prises par un phénomène que nous étudions.

## Illustration : étude du solde d'un compte à intérêts simples

Supposons que vous ouvrez un compte à intérêts simples dans une banque.

Pour ce type de compte, les intérêts sont calculés uniquement sur le montant du capital, sans prendre en compte les intérêts antérieurs. Ainsi à la fin de chaque année, le solde de votre compte augmente d'un montant fixe que l'on peut calculer en appliquant le taux d'intérêt au capital.

### Montant des intérêts

$$\text{Intérêts} = \text{Capital} * \text{Taux} / 100$$

## Formule pour le calcul du solde du compte I

Supposons que le capital de départ est de 1 000 000 et que le taux appliqué est de 5%.

On peut donc calculer le solde du compte d'année en année. Puisque le montant des intérêts ne change pas et dépend uniquement du capital de départ, on peut calculer :

### Montant des intérêts

$$\text{Intérêts} = 1\,000\,000 * 5 / 100 = 5000$$

# Formule pour le calcul du solde du compte II

Ainsi :

- À la fin de la première année, nous aurons

$$\text{Solde} = 1\,000\,000 + 5\,000$$

$$\text{Solde} = 1\,005\,000$$

- À la fin de la 2<sup>ième</sup> année,

$$\text{Solde} = 1\,000\,000 + 5\,000 + 5\,000$$

$$\text{Solde} = 1\,000\,000 + 5\,000 * 2$$

$$\text{Solde} = 1\,010\,000$$

- À la fin de la 3<sup>ième</sup> année,

$$\text{Solde} = 1\,000\,000 + 5\,000 + 5\,000 + 5\,000$$

$$\text{Solde} = 1\,000\,000 + 5\,000 * 3$$

$$\text{Solde} = 1\,015\,000$$

## Formule pour le calcul du solde du compte III

Si on observe comment se calcule le solde du compte à la fin d'une année, on peut constater que ce solde est obtenu en ajoutant au capital initial le montant des intérêts multiplié par le nombre d'années.

On peut donc calculer le solde à la fin d'une année pour un compte à intérêts simples. Si on nomme

- $C$  le capital de départ,
- $I$  le montant des intérêts,
- $N$  le nombre d'années,

$$\text{Solde} = C + N * I$$



## Définition de notre suite

On peut donc prédire avec exactitude le solde du compte chaque année grâce à une formule.

On a donc les deux éléments permettant de définir une suite :

- Un phénomène auquel nous nous intéressons beaucoup (l'évolution du solde de notre compte),
- une formule qui permet de prédire le comportement du phénomène (les valeurs futures du solde).

Et voilà. On peut créer une suite numérique dont les termes représentent le solde de notre compte pour une année donnée.

La formule de notre suite, que nous appellerons  $S^4$  (pour solde) est la suivante :

$$S_n = C + n * I$$

En fonction de notre capital (C) de départ et de l'intérêt (I), cette formule nous permet de calculer le solde après un certain nombre d'années (n).

- 
4. Rappelez-vous, les mathématiciens aiment la concision. Utiliser une lettre ou un symbole pour représenter une idée ou faire référence à quelque chose. C'est un principe utilisé dans la vie de tous les jours. Par exemple, si vous voyez un sac avec un symbole VL, vous savez immédiatement que c'est une œuvre de Louis Vuitton.

Notre formule,

$$S_n = C + n * I$$

traduit l'idée suivante : le solde du compte après un nombre donné d'année(s) est obtenu en ajoutant au capital de départ, le montant des intérêts multiplié par le nombre d'années.

Nous sommes là en présence d'un principe important des mathématiques : résumer en une formule (utilisant 7 symboles) un principe qui s'explique avec bien plus de mots (dans le cas présent, 28 mots).

## Second exemple

Si un parent, chaque jour met 100f de côté après la naissance de son enfant, après dix-sept ans il aura économisé 620 500f qui pourront l'aider à payer la scolarité de son enfant dans une faculté si ce dernier venait d'avoir le BAC.

## Formule du second exemple

La formule pour calculer le montant des économies réalisées par le parent est simple.

On suppose qu'une année comprend 365 jours. Chaque jour, le parent ajoute 100f à son épargne.

Par année, il épargne  $365 * 100 = 36\,500\text{f}$ .

Au bout de 17 ans années, il aura épargné  $17 * 36\,500 = 620\,500\text{f}$ .

# Conclusion

Nous voici à la fin de la présentation.

J'espère qu'elle a été digeste et vous sera utile.

Merci à mes relecteurs pour leurs corrections et suggestions.