Théorème de Thalès

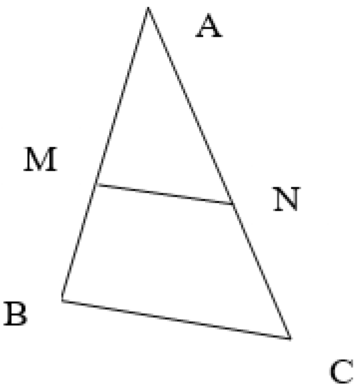
O. Introduction :

Thalès de Milet était un philosophe et savant grec né à Milet vers - 625 et décédé vers - 547 dans cette même ville.

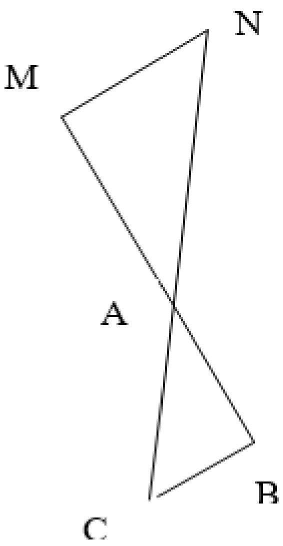
On lui attribue de nombreuses découvertes comme le calcul de la hauteur de la pyramide de Khéops située à Gizeh, le fait que les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux ou encore, la prédiction d'une éclipse.

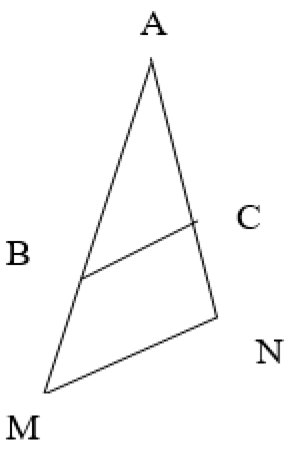
I.Partie directe du théorème de Thalès :

1.Les trois configurations :



(MN) // (BC)



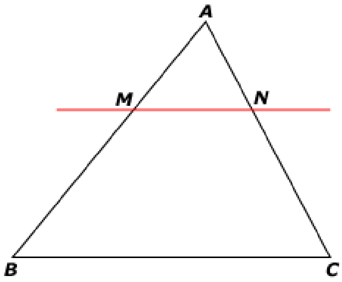


(MN) // (BC)

(MN) // (BC)

2. Propriété directe du théorème de Thalès :

Propriété :



Soient ABC et AMN deux triangles.

Si $\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (AC) \\ (MN) // (BC) \end{cases}$, alors nous avons les égalités des rapports

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Remarques :

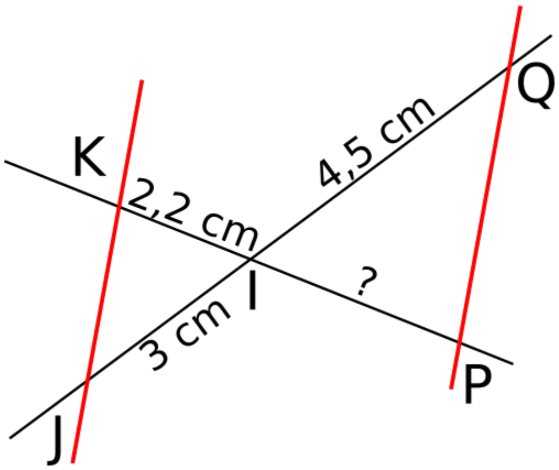
Le point A est appelé le **point pivot**.

Les longueurs des triangles ABC et AMN sont proportionnelles.

Exemple :

Les droites (KJ) et (PQ) sont parallèles.

Calculer la longueur du segment [IP].



On sait que $\begin{cases} I \in (KP) \\ I \in (JQ) \\ (KJ) // (QP) \end{cases}$, je peux utiliser la partie directe du théorème de Thalès.

Nous avons les égalités suivantes : $\frac{IK}{IP}=\frac{IJ}{IQ}=\frac{KJ}{QP}$.

$\frac{2,2}{IP}=\frac{3}{4,5}=\frac{KJ}{QP}$

J'utilise là règle du **produit en croix** :

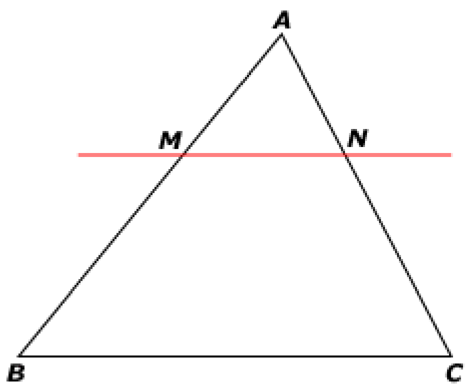
$IP=\frac{2,2\times 4,5}{3}=3,3\ cm$.

Remarque :

la partie directe du théorème de Thalès nous permet de calculer la longueur d'un segment.

II. Partie réciproque du théorème de Thalès :

Propriété :



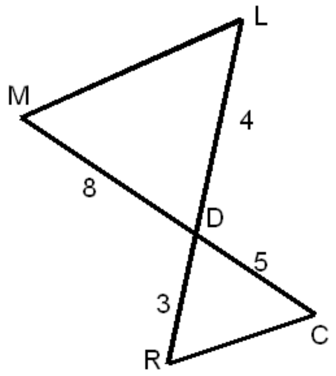
Soient ABC et AMN deux triangles.

Si les points A,M,B et A,N,C sont alignés dans le même ordre

et si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ alors (MN)//(BC).

Exemple :

Les droites (ML) et (RC) sont-elles parallèles ?



Les points M,D,C et L,D,R sont alignés dans le même ordre.

Calculons séparément :

$\frac{DM}{DC}=\frac{8}{5}=1,6$ et $\frac{DL}{DR}=\frac{4}{3}$

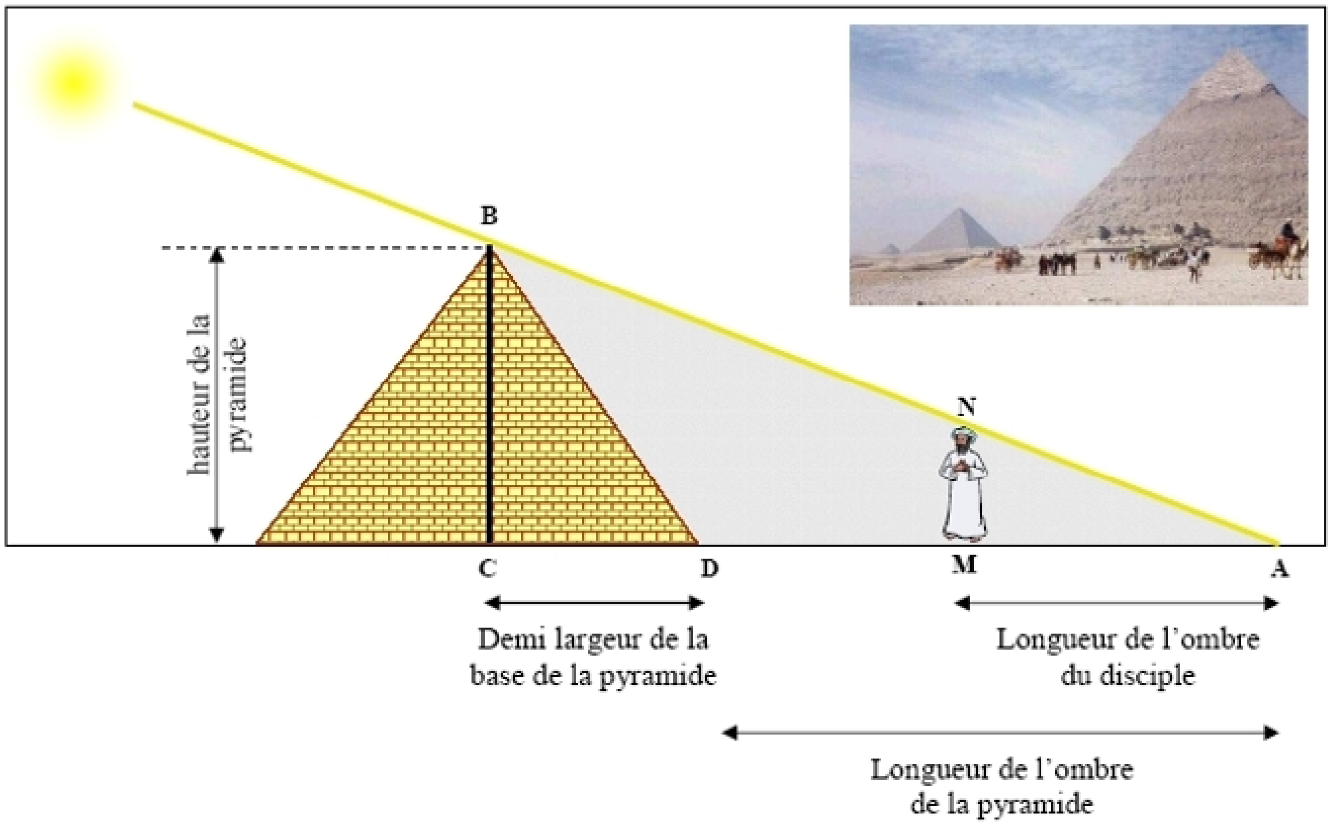
$8\times 3=24$
$5\times 4=20$

J'en déduis que $\frac{DM}{DC}\neq\frac{DL}{DR}$, par conséquent la réciproque du théorème de Thalès n'est pas vérifiée

donc les droites (RC) et (ML) ne sont pas parallèles.

<u>III. Calcul de la hauteur de la pyramide de Khéops :</u>

Une légende raconte que Thalès se serait servi du théorème précédent pour mesurer la hauteur d'une pyramide. Voici comment il aurait procédé :



A un moment ensoleillé de la journée, Thalès place un de ses disciples de telle sorte que son ombre coïncide avec celle de la pyramide comme sur le schéma. Il prend alors les mesures suivantes :

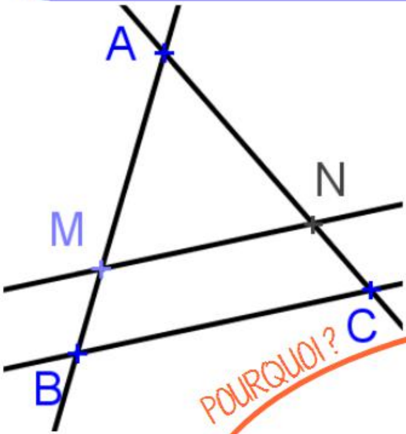
$CD = 115\ m$; $DM = 163{,}4\ m$; $AM = 3{,}5\ m$; $MN = 1{,}8\ m$ (taille du disciple)

IV. Carte mentale sur le théorème de Thalès.

Théorème de Thalès

QUI ?

Thalès était un **mathématicien grec** du VIème siècle avant JC



POURQUOI ?

Calculer **une longueur** :
Avec **deux droites parallèles** et **trois longueurs**

(BM) et (CN) **sécantes** en A
Si (BC) // (MN),
alors on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

POURQUOI ?

Montrer que **deux droites sont parallèles** :
Avec **quatre longueurs**

Si les points A, B et M sont **alignés dans le même ordre** que les points A, C et N,
Et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
alors on a : (BC) // (MN)