



Statistiques avec médiane et moyenne

Avant d'aborder cette leçon, il faut avoir acquis le contenu du [cours sur les statistiques](#) de l'année précédente.

I. L'étude Statistique :

Une enquête a été réalisée auprès des 450 élèves d'un collège.

Voici les questions posées :

- *Comment viens-tu au collège ? A pied, en bus, en voiture ou à vélo ?*
- *Combien as-tu de frères et sœurs ?*
- *Quelle est la durée de ton trajet maison-collège ?*

On a recueilli les données correspondant aux réponses des élèves : on obtient des **séries statistiques**

Les 450 élèves interrogés forment la **population** étudiée.

Définition :

On considère une enquête statistiques.

L'ensemble auprès duquel l'enquête est menée est appelée la **population**.

Chaque élément de cette population a un **effectif** notés n_1, n_2, \dots, n_p .

L'**effectif total** est la somme de tous ces effectifs ($N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$).

Le thème de l'enquête est appelé le **caractère**.

Le caractère peut être de deux sortes :

- quantitatif : si il est mesurable;

- qualitatif s'il n'est pas mesurable.

Exemple :

Demandons aux 27 élèves d'une classe de quatrième le nombre d'écrans qu'ils possèdent à la maison puis, la marque du véhicule de leurs parents.

La population : 27 élèves d'une classe de quatrième.

Caractère quantitatif : nombre d'écrans (il est mesurable 0,1,2,etc...).

Caractère qualitatif : marque de véhicule (il est non mesurable Peugeot, Renault, Bmw, etc...).

Effectif total : $N=27$

II. La moyenne et la médiane d'une série statistiques :

On va étudier les différents **caractères** de cette population.

1.La fréquence d'une série statistiques :

Définition :

La fréquence, notée f , d'une valeur est le quotient (ou rapport) de l'effectif de cette valeur sur l'effectif total de la population.

La fréquence est en général donné en %, on la note $f\%$.

$f = \frac{n}{N}$ avec n : l'effectif et N : l'effectif total.

$f \% = \frac{n}{N} \times 100.$

Exemple :

Considérons l'enquête menée sur le nombre de frères et soeurs.

C'est un caractère **quantitatif**.

0, 1, 2,..., 6 sont les **valeurs** de ce caractère.

| A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---------------------------|----|-----|----|-----|----|----|---|-------|
| Nombre de frères et sœurs | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | TOTAL |
| Effectifs | 72 | 108 | 95 | 110 | 39 | 19 | 7 | 450 |

La fréquence des élèves ayant 3 frères ou sœurs.

L'effectif est de 110 et l'effectif total est $N = 450$.

$$f \% = \frac{n}{N} \times 100 = \frac{110}{450} \times 100 \approx 24,4 \%$$

Globalement, nous obtenons :

| A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---------------------------|----|-----|-----------|-----------|----------|----------|----------|-------|
| Nombre de frères et sœurs | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | TOTAL |
| Effectifs | 72 | 108 | 95 | 110 | 39 | 19 | 7 | 450 |
| Fréquence (en %) | 16 | 24 | 21,111111 | 24,444444 | 8,666666 | 4,222222 | 1,555555 | 100 |

2. La Moyenne pondérée et l'étendue d'une série statistiques :

Définition :

Soit une série statistique telle que le caractère soit **quantitatif**.

Soient $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$: les valeurs du caractère, $n_1, n_2, n_3, \dots, n_p$: les valeurs des effectifs

et N l'effectif total.

La **moyenne de cette série statistiques**, notée \bar{x} , est donnée par la formule :

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + \dots + n_p x_p}{N}$$

Méthode :

Pour calculer la moyenne pondérée d'une série de valeurs, il faut :

- calculer les produits de chaque valeur par leur coefficient (ou effectif),
- calculer la somme des produits.
- puis diviser le résultat par l'effectif total.

Exemple :

Reprenons l'exemple des frères et soeurs.

Calculons la moyenne de cette série statistiques.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---------------------------|---|----|-----|----|-----|----|----|---|-------|
| Nombre de frères et sœurs | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | TOTAL |
| Effectifs | | 72 | 108 | 95 | 110 | 39 | 19 | 7 | 450 |

$$\bar{x} = \frac{0 \times 72 + 1 \times 108 + 2 \times 95 + \dots + 6 \times 7}{450}$$

$$\bar{x} = \frac{0 \times 72 + 1 \times 108 + 2 \times 95 + \dots + 6 \times 7}{450} \approx 2,05$$

Signification concrète de la moyenne :

Une moyenne de 2,05 signifie que si chacun avait le même nombre de frères et soeurs alors chacun aurait à peu près deux frères et soeurs.

Définition :

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur prise par le caractère de la série.

Exemple :

On a une suite de notes: 5; 12; 19; 12; 8; 10; 11; 14; 3; 8; 7; 12; 10; 9; 8; 16; 14; 8; 5; 11.

L'étendue des notes est de $19-3=16$.

3. La médiane d'une série statistiques :

Définition:

On appelle **médiane d'une série statistique** ordonnée une valeur du caractère qui partage la série en **deux groupes de même effectif** tels que :

- un groupe contient les valeurs inférieures ou égales à la médiane ;

- l'autre groupe contient les valeurs supérieures ou égales à la médiane.

Exemple 1 : cas d'un nombre impair de valeurs.

Voici les notes d'un groupe de 9 élèves lors d'un devoir de mathématiques.

5-6-11-13-6-14-12-8-13

Il faut d'abord ranger les nombres dans l'ordre croissant : 5-6-6-8-11-12-13-13-14

La médiane de cette série statistique est 11.

Exemple 2: cas d'un nombre pair de valeurs.

Voici les notes d'un groupe de 6 élèves lors d'un devoir de sciences physiques.

6-13-18-16-14-5

Il faut d'abord ranger les nombres dans l'ordre croissant : 5-6-13-14-16-18

La médiane de cette série statistique est la moyenne de la 3ème et 4ème valeur

donc $\frac{13+14}{2}=13,5$

Signification concrète de la médiane :

Si la médiane du contrôle de sciences physiques est de 13,5 cela signifie qu'il y a autant d'élèves qui ont eu une note inférieure à 13,5 que d'élèves qui ont eu une note supérieure à 13,5.

III. Carte mentale sur les statistiques :

C'est lorsque l'on étudie
une série de données (valeurs)
Pour en tirer des informations

Exemple
Relevé des buts marqués
3 ; 3 ; 8 ; 12 ; 18

population

| Âge en années | | | | |
|---------------|--|--|--|--|
| Effectif | | | | |

tableau

effectif

caractère

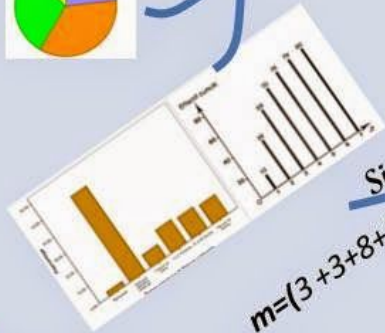
fréquence: décimal ou %

classe: [3;8[, ...

Vocabulaire

STATISTIQUES

Graphiques



Moyenne

Simple

$$m = (3 + 3 + 8 + 12 + 18) / 5$$

12 coefficient 3
15 coefficient 2
 $m = (12 \times 3 + 15 \times 2) / 5$

12 coefficient 3
15 coefficient 2
 $m = (12 \times 3 + 15 \times 2) / 5$

Médiane

3 ; 3 ; 8 ; 12 ; 18

Etendue

18 - 3

Quartiles

1^{er} quartile

3^{ème} quartile

3 ; 8 ; 12 ; 18 ; 21 ; 25 ; 32 ; 40

1/4

3/4