



Logarithme népérien

I. La fonction logarithme népérien

Définition :

Soit a un nombre réel strictement positif. Le **logarithme népérien** est l'unique solution de l'équation $e^x = a$,

Le logarithme népérien de a est noté $\ln(a)$ ou $\ln a$.

La fonction logarithme népérien, notée \ln , est la fonction f est définie par $f(x) = \ln x$ sur $]0; +\infty[$.

Propriétés :

Pour tout réel $a > 0$ et tout nombre réel b , nous avons $\ln a = b \Leftrightarrow a = e^b$. $\ln 1 = 0$ car $e^0 = 1$

$\ln e = 1$ car $e^1 = e$

Exemple :

Résoudre l'équation $e^{2x+3} = 4$.

$$2x+3 = \ln 4$$

$$2x = \ln 4 - 3$$

$$x = \frac{\ln 4 - 3}{2}$$

Propriétés :

Pour tout $x > 0$, $e^{\ln x} = x$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\ln(e^x) = x$.

Exemples :

$$e^{\ln 7} = 7 \quad \text{et} \quad \ln e^2 = 2.$$

II. Les courbes des fonctions exp et ln

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan, les courbes de la fonction exp définie par $f(x) = e^x$ sur \mathbb{R} et de la fonction logarithme népérien ln définie par $g(x) = \ln x$ sur $]0; +\infty[$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y=x$.

Propriété :

On considère un nombre réel x strictement positif. La fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \ln x$ est telle que :

- f est continue et dérivable sur $]0; +\infty[$;
- f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et $f'(x) = \frac{1}{x}$;
- f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

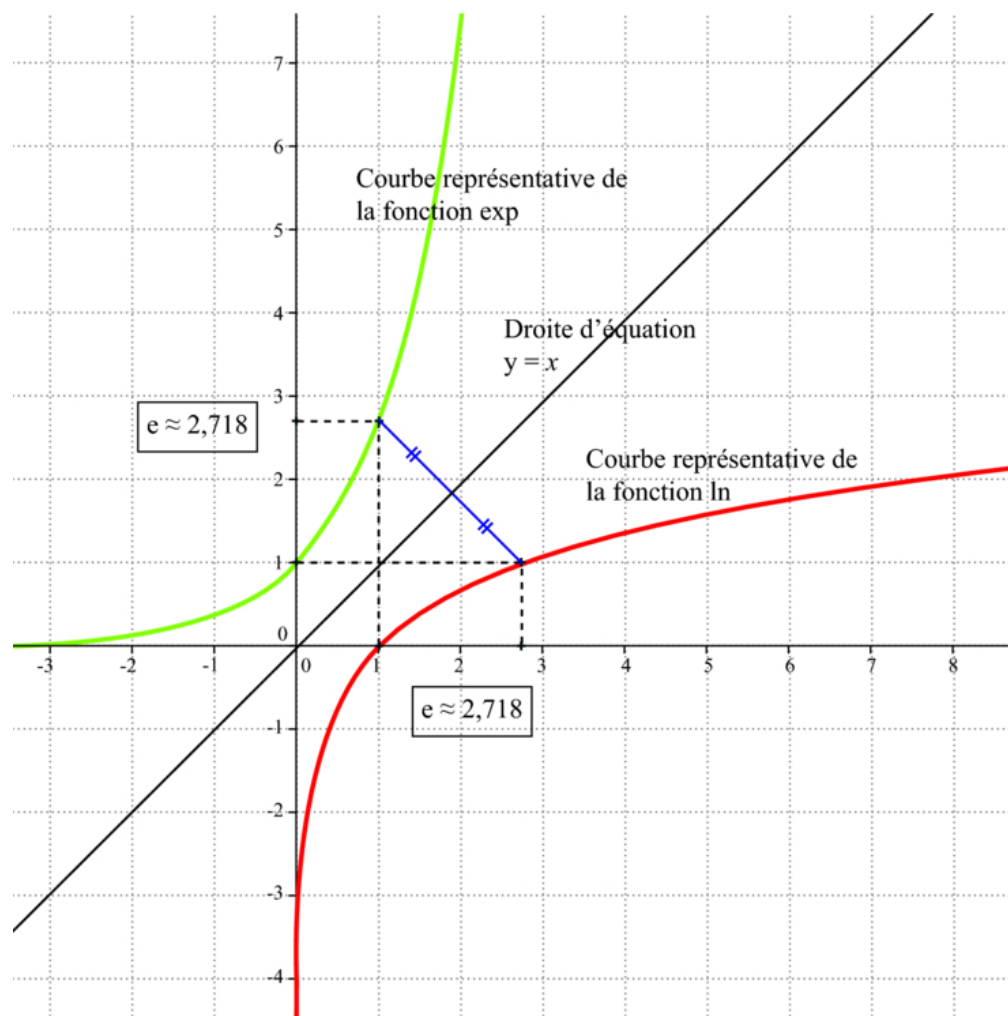
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$

- $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+h)}{h} = 0$



Propriétés : conséquences.

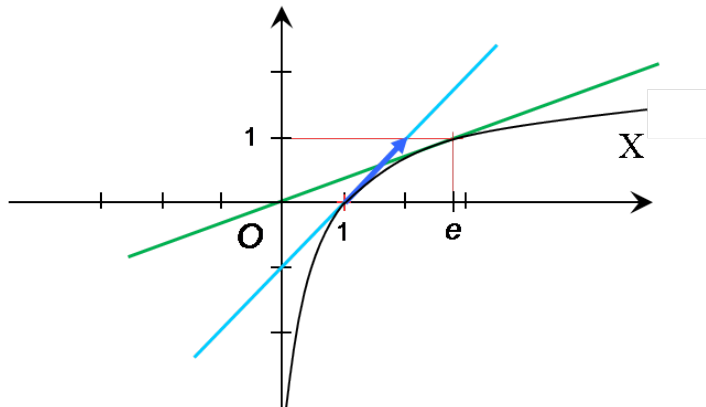
On considère a et b deux réels strictement positifs. $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$;

$$a < b \Leftrightarrow \ln a < \ln b$$

$$\ln a > 0 \Leftrightarrow a > 1$$

$$\ln a < 0 \Leftrightarrow 0 < a < 1$$

x	0	1	e	$+\infty$
$\ln'(x)$		1	$\frac{1}{e}$	
$\ln x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$



III. Carte mentale sur le logarithme népérien

