Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd

Aplikované vědy a informatika
Kybernetika a řídící technika

Vypracované otázky ke státní závěrečné zkoušce

(Ing.)

30. května 2017 **Martin Bulín, MSc.**

Kapitola 1

Umělá inteligence [UISZ]

1.1 Učící se systémy a klasifikátory [USK]

vyučující:	Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.
ročník/semestr studia:	3.ročník/LS
datum zkoušky:	X. 4. 2014
hodnocení:	1
cíl předmětu (STAG):	

Cílem předmětu je seznámit studenty se základními metodami klasifikace předmětů a jevů, které jsou reprezentovány svými obrazy (vektory příznaků). Výuka bude zaměřena na klasifikátory, které jsou trénovány s podporou učitele (supervised) anebo bez učitele (unsupervised).

1.1.1 Kritérium minimální chyby.

Často nejsme schopni posoudit jednoznačně, do které třídy vektor příznaků X patří. Cílem je potom nastavit klasifikátor tak, aby ztráty způsobené chybným rozhodnutím byly minimální.

Definition 1 *Ztráta, která vznikne, jestliže obraz náležející do třídy ω_s zařadí klasifikátor do třídy ω_r: $l(\omega_r|\omega_s)$*

- předp., že obrazový prostor X obsahuje obrazy z R tříd: $\omega_1, ..., \omega_R$
- apriorní ppsti výskytu obrazů náležejících ke třídě $\omega_r \Rightarrow p(\omega_r), \qquad r = 1, ..., R$
- podmíněná hustota ppsti obrazu x ze třídy ω_r je $p(x|\omega_r), \qquad r = 1, ..., R$
- nechť je dána matice ztrátových funkcí:

$$l = \begin{bmatrix} l(\omega_1|\omega_1) & \dots & l(\omega_1|\omega_R) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ l(\omega_R|\omega_1) & \dots & l(\omega_R|\omega_R) \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

Předpokládejme, že na vstup klasifikátoru přicházejí x pouze z ω_s a klasifikátor je bude zařazovat do ω_r podle diskriminační funkce $\omega_r = d(x, q)$.

Definition 2 *Podmíněná střední ztráta (střední ztráta podmíněná výběrem obrazů výlučně ze třídy ω_s:*

$$J(q|\omega_s) = \int_X l[d(x,q)|\omega_s] \cdot p(x|\omega_s)\,dx \tag{1.2}$$

Protože jednotlivé třídy ω_s se vyskytují s ppstí $p(\omega_s)$, bude celková střední ztráta:

$$J(q) = \sum_{s=1}^{R} J(q|\omega_s) \cdot p(\omega_s) = \int_X \sum_{s=1}^{R} l[d(x,q)|\omega_s] \cdot p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s)\,dx \tag{1.3}$$

Hledáme q^*, které minimalizuje $J(q)$:

$$\begin{aligned} J(q^*) &= \min_q J(q) = \int_X \min_q \sum_{s=1}^{R} l[d(x,q)|\omega_s] \cdot p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s)\,dx = \\ &= \int_X \min_r \sum_{r=1}^{R} l(\omega_r|\omega_s) \cdot p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s)\,dx = \int_X \min_r L_x(\omega_r)\,dx \end{aligned} \tag{1.4}$$

Místo minima $J(q)$ hledáme minimum $L_x(\omega_r) = \sum_{r=1}^{R} l(\omega_r|\omega_s) \cdot p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s), \qquad r = 1, ..., R.$

Při klasifikaci podle funkce $L_x(\omega_r)$ by se postupovalo tak, že pro daný x by se vyčíslily všechny $L_x(\omega_r), r = 1, ..., R$ a obraz x by se přiřadil do té třídy ω_s, pro kterou by byla ztráta minimální. Je zřejmé, že různou volbou ztrátové funkce $l(\omega_r|\omega_s)$ dostáváme různý tvar rozhodovacího pravidla. Předpokládejme, že ztrátová funkce je zvolena tak, že při správném rozhodnutí přiřadí ztrátu 0 a při jakémkoliv špatném rozhodnutí ztrátu 1 (penalta 0/1).

$$l(\omega_r|\omega_s) = 1 - \delta_{rs}, \qquad \delta_{rs} = \begin{cases} 1 & r = s \\ 0 & r \neq s \end{cases} \tag{1.5}$$

Po dosazení:

$$\begin{aligned} L_x(\omega_r) &= \sum_{s=1}^{R} (1-\delta_{rs}) p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s) = \sum_{s=1}^{R} p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s) - \sum_{s=1}^{R} \delta_{rs}\, p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s) \\ &= \sum_{s=1}^{R} \left[p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s)\right] - p(x|\omega_r) \cdot p(\omega_r) \end{aligned} \tag{1.6}$$

Platí známý Bayesův vztah:

$$\boxed{p(\omega_s|x) = \frac{p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s)}{p(x)}} \quad , \tag{1.7}$$

kde $p(\omega_s|x)$ je aposteriorní pravděpodobnost, která vyjadřuje ppst třídy ω_s za předpokladu, že je na vstupu klasifikátoru obraz x.

$p(x|\omega_s)$ ... ppst x za předpokladu, že patří do ω_s

$p(\omega_s)$ ... apriorní ppst třídy ω_s

$p(x)$ ... ppst obrazu x (celková hustota funkce do obrazového prostoru)

$$\sum_{s=1}^{R} p(\omega_s|x) \stackrel{!}{=} 1 = \sum_{s=1}^{R} \frac{p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s)}{p(x)} => p(x) = \sum_{s=1}^{R} p(x|\omega_s) \cdot p(\omega_s) \tag{1.8}$$

Dosadíme: $L_x(\omega_r) = p(x) - p(x|\omega_r) \cdot p(\omega_r)$. Hodnota $p(x)$ je pro všechny třídy konstantní a jedná se v podstatě o aditivní konstantu, takže lze definovat novou funkci $L'_x(\omega_r) = p(x|\omega_r) \cdot p(\omega_r)$. Klasifikace zde probíhá tak, že se hledá takové zařazení ω_s, pro které je $L'_x(\omega_r)$ maximální:

$$\omega_r^* = \underset{r}{\operatorname{argmax}}\, p(x|\omega_r) \cdot p(\omega_r), \qquad r = 1, ..., R \tag{1.9}$$

1.1.2 Pravděpodobnostní diskriminační funkce. Souvislost s klasifikátory podle lineární diskriminační funkce, podle nejmenší vzdálenosti, podle nejbližšího souseda a podle k-nejbližšího souseda.

Kritérium minimální chyby se často označuje jako Bayesovo kritérium. Klasifikaci lze zajistit s využitím diskriminačních funkcí:

$$g'_r(x) = p(x|\omega_r) \cdot p(\omega_r), \qquad r = 1, ..., R \tag{1.10}$$

Klasifikátor pracující podle Bayesova kritéria se nazývá Bayesův klasifikátor. Pro jeho konstrukci je třeba znát hodnoty apriorní pravděpodobnosti a hustoty pravděpodobnosti pro každou třídu. Rozhodnutí, do které třídy neznámý obraz x patří, se provede podle hodnoty $g'_r(x)$ výběrem maxima.

Velmi často se místo diskriminační funkce $g'_r(x)$ používá její přirozený logaritmus:

$$g_r(x) = ln\, g'_r(x) = ln\, p(x|\omega_r) + ln\, p(\omega_r), \qquad r = 1, ..., R \tag{1.11}$$

Např. pro $R = 3$ a jednosložkový vektor x:

Předpokládejme, že obrazy v jednotlivých třídách vyhovují normálnímu rozložení (velmi častý případ). Pro obrazy v r-té třídě nechť platí:

$$\boxed{p(x|\omega_r) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \cdot \sqrt{det\, C_r}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot (x-\mu_r)^T \cdot C_r^{-1} \cdot (x-\mu_r)}} \tag{1.12}$$

$\mu_r = E\{x\}_{x\in\omega_r}$ ... vektor středních hodnot obrazů r-té třídy

$C_r = E\{(x-\mu_r)\cdot(x-\mu_r)^T\}_{x\in\omega_r}$ ... kovarianční matice r-té třídy

Dosadíme do diskriminační funkce:

$$g_r(x) = ln\,p(x|\omega_r) + ln\,p(\omega_r) = -\frac{n}{2}\,ln\,2\pi - \frac{1}{2}\,ln(det\,C_r) - \frac{1}{2}\cdot(x-\mu_r)^T\cdot C_r^{-1}\cdot(x-\mu_r) + ln\,p(\omega_r) \tag{1.13}$$

Podle tvarů kovariančních matic C_r, hodnot μ_r a $p(\omega_r)$ dostáváme typické tvary diskriminačních funkcí.

1. **Obecné kovarianční matice** $C_r, r = 1,...,R$

   Hyperplochy konstantních hodnot diskriminačních funkcí $g_r(x)$ jsou n-dimenzionální hyperelipsoidy (různě natočené a různě velké). Rozdělující hyperplocha mezi třídou ω_r a ω_s, tj. plocha, která je geometrickým místem shodných hodnot diskriminačních funkcí $g_r(x)$ a $g_s(x)$.

   $$\begin{aligned}\varphi_{rs}(x) &= g_r(x) - g_s(x) \overset{!}{=} 0\\ &= -\frac{1}{2}\,ln\left[\frac{det\,C_s}{det\,C_r}\right] + ln\left[\frac{p(\omega_r)}{p(\omega_s)}\right] - \frac{1}{2}\cdot(x-\mu_r)^T\cdot C_r^{-1}\cdot(x-\mu_r) + \frac{1}{2}\cdot(x-\mu_s)^T\cdot C_s^{-1}\cdot(x-\mu_s)\end{aligned} \tag{1.14}$$

   Rozdělující hyperplochy mohou být podle tvaru C_r a C_s např. n-dimenzionální hyperroviny, hyperelipsoidy, hyperparaboloidy apod.

2. **Všechny třídy mají stejnou kovarianční matici** $C_r = C, \forall r = 1,...,R$

   Shluky vzorků všech tříd vytvářejí stejně orientované a velké n-dimenzionální elipsoidy.

   $$g_r(x) = -\frac{1}{2}x^T C_r^{-1} x + \mu_r^T C_r^{-1} x - \frac{1}{2}\mu_r^T C_r^{-1}\mu_r + ln\,p(\omega_r) - \frac{n}{2}\,ln\,2\pi - \frac{1}{2}\,ln(det\,C) \tag{1.15}$$

   Plochy konstantních velikostí diskriminačních funkcí jsou n-rozměrné elipsoidy, které mají stejný tvar a jsou stejně orientovány. Rozdělující plochu $\varphi_{rs}(x)$ mezi třídami ω_r a ω_s lze vyjádřit:

   $$\begin{aligned}\varphi_{rs}(x) &= (\mu_r-\mu_s)^T C^{-1} x - \frac{1}{2}\mu_r^T C^{-1}\mu_r + \frac{1}{2}\mu_s^T C^{-1}\mu_s + ln\,p(\omega_r) - ln\,p(\omega_s) =\\ &= \varphi_{rsn}x_n + \cdots + \varphi_{rs1}x_1 + \varphi_{rs0} = \varphi_{rs}^T x + \varphi_{rs0}\end{aligned} \tag{1.16}$$

   Rozdělující plocha mezi třídami ω_r a ω_s je n-dimenzionální *rovina*. Jedná se tedy o n-dimenzionální *lineární diskriminační funkci.*

3. **Všechny třídy mají stejnou diagonální kov. matici** $C_r = C = \delta^2 I, r = 1,...,R$

   Předpokladem je, že obrazy každé třídy mají statisticky nezávislé příznaky a každý příznak má stejnou varianci δ^2. Geometricky to odpovídá situaci, kdy vzorky každé třídy vytváří shluky tvaru n-dimenzionálních koulí centrovaných kolem příslušné střední hodnoty. Potom $det\,C = \delta^{2n}$ a $C^{-1} = \frac{1}{\delta^2}I$. Předpokládejme, že všechny třídy jsou stejně pravděpodobné, tj. $p(\omega_r) = p(\omega), \forall r = 1, ..., R$. Potom:

$$g_r(x) = -\frac{1}{2\delta^2}||x-\mu_r||^2 + ln\,p(\omega) - \frac{n}{2}\,ln\,2\pi - \frac{1}{2}\,ln(\delta^{2n}) = -k_1 \cdot ||x-\mu_r||^2 + k_2 \quad (1.17)$$

Konstanty $k_1 > 0$ a k_2 jsou shodné pro všechny třídy a výraz $||x-\mu_r||^2$ představuje kvadrát Euklidovské vzdálenosti mezi vektorem x a střední hodnotou ω_r. Klasifikátor zařadí neznámý obraz x do té třídy ω_r, pro kterou je $g_r(x)$ maximální. Z výrazu pro $g_r(x)$ vyplývá, že $g_r(x)$ bude tím větší, čím bude $||x-\mu_r||^2$ menší ($k_1 > 0$). Jedná se tedy v podstatě o *klasifikátor podle minimální vzdálenosti.*

Klasifikace podle minimální vzdálenosti

Diskriminační funkce: $g_r^*(x) = ||x-\mu_r||^2$. Klasifikátor zařadí neznámý obraz x do té třídy, pro kterou bude $g_r^*(x)$ minimální ($\omega_r^* = \min_r d^2(x, \mu_r)$). Není to určitě nejlepší klasifikátor, ale je tu velká lákavost ho používat, protože stačí jediný obraz na třídu. Rozdělující nadrovina má tvar:

$$\begin{aligned}\varphi_{rs}(x) &= -k1 \cdot ||x-\mu_r||^2 + k_2 - \left[-k_1 \cdot ||x-\mu_s||^2 + k_2\right] = \\ &= k_1 \cdot \left[x^T x - 2\mu_s x + \mu_s^T \mu_s - x^T x - 2\mu_r x + \mu_r^T \mu_r\right] \stackrel{!}{=} 0 \\ &=> (\mu_r - \mu_s)^T x - \frac{1}{2}(\mu_r^T \mu_r - \mu_s^T \mu_s) = 0\end{aligned} \quad (1.18)$$

Rozdělující nadplochy mezi třídami jsou *lineární*, jsou to n-dimenzionální roviny kolmé na úsečku $\mu_r - \mu_s$, kterou půlí [1]. Tento klasifikátor je velmi jednoduchý na implementaci - pro jeho nastavení stačí získat střední hodnoty každé třídy a pro neznámý obraz x ve fázi klasifikace vypočítat vzdálenost ke všem středním hodnotám (též nazýván *klasifikátor se vzorovými etalony.* Pro svou jednoduchost je často nasazován i v případech, kdy není zabezpečena jeho optimální funkce podle kritéria minimální chyby (např. je málo početná trénovací množina nebo není znám typ rozložení nebo není známa disperzní matice ap.). To vede k negativním vlivům klasifikátoru:

- vzhledem k tomu, že využívá pouze střední hodnoty, nerespektuje tvar shluků jednotlivých tříd (pokud je odlišný od $C_r = C = \delta^2 I$; tvar shluku koresponduje s tvarem disperzní matice).
- nerespektuje případné odlišné apriorní pravděpodobnosti jednotlivých tříd

Dobrých výsledků dosáhneme, když budou třídy dobře distribuované (střední hodnoty dostatečně vzdálené, shluky dostatečně kompaktní a jednotlivé třídy stejně pravděpodobné).

Klasifikace podle nejbližšího souseda (Nearest Neighbour Classifier)

Uvedené nevýhody klasifikátoru podle minimální vzdálenosti lze zmírnit často tím, že využijeme více vzorových etalonů pro každou třídu. Zvolíme-li pro každou třídu ω_r S_r vzorových etalonů:

[1] Klasifikátor podle minimální vzdálenosti je ekvivalentní co do struktury lineárnímu klasifikátoru s R diskriminačními funkcemi, který může vytvořit až $\frac{R(R-1)}{2}$ rozdělujících nadrovin. Má však obecně jiné parametry, tj. klasifikuje obecně jiným způsobem než lineární klasifikátor.

$\mu_{r1}, \mu_{r2}, \ldots, \mu_{rS_r}$, pak klasifikace probíhá podle pravidla vyjádřeného vztahem:

$$\omega_r^* = \operatorname*{argmin}_{s,r} ||x - \mu rs|| = \operatorname*{argmin}_{s,r} d(x, \mu rs) \tag{1.19}$$

Obraz x se tedy zařadí do té třídy ω_r, jejíž některý etalon má mezi všemi ostatními etalony nejmenší vzdálenost od x. Tento způsob klasifikace má tu výhodu, že při dostatečně rozsáhlé trénovací množině se tvar rozdělujících funkcí pro jednotlivé třídy "blíží"Bayesovskému klasifikátoru. Na druhou stranu to však znamená značné zvýšení výpočetních nároků (klasifikátor si musí neustále pamatovat celou množinu vzorových etalonů - celou trénovací množinu) a při klasifikaci musíme počítat vzdálenost neznámého obrazu x ke všem vzorům.

Klasifikace podle k-nejbližších sousedů (k-Nearest Neighbour Classifier)

Lepších výsledků lze často dosáhnout využitím tzv. rozhodovacího pravidla, kdy nejprve vyčíslíme všechny vzdálenosti $||x-\mu_{rs}||\forall r = 1, ..., R \forall s = 1, ..., S_r$ a pak je pro každou třídu ω_r uspořádáme tak, aby pro nový soubor $||x - \mu_{r[s]}||$ platilo:

$$||x - \mu_{r[1]}|| \leq ||x - \mu_{r[2]}|| \leq \cdots \leq ||x - \mu_{r[S_r]}||$$

Klasifikátor pak zařadí obraz x do třídy ω_r^* podle minima průměrné vzdálenosti k-nejbližších sousedů:

$$\omega_r^* = \operatorname*{argmin}_{r} \frac{1}{k} \sum_{k=1}^{k} ||x - \mu_{r[i]}||, \qquad r = 1, ..., R \tag{1.20}$$

Nevýhody:

- musím si pamatovat všechny obrazy
- při každé klasifikaci náročné výpočty

1.1.3 Klasifikátor s lineární diskriminační funkcí. Klasifikace do dvou a do více tříd.

Pokud obrazy v jednotlivých třídách podléhají normálnímu rozložení a všechny třídy vykazují stejnou kovarianční matici C, je optimální nastavení klasifikátoru podle kritéria minimální chyby (Bayesova kritéria) zabezpečeno *lineárními diskriminačními funkcemi.* Vzhledem k jejich výhodným analytickým vlastnostem se jich ovšem využívá i v případech, kdy výše uvedené podmínky splněny nejsou a nebo, a to je častější případ, kdy ověření platnosti těchto podmínek je nepřiměřeně náročné (např. nelze statisticky prokázat typ rozložení vzhledem k malému počtu obrazů ap.). Zvolíme-li v takovém případě rozhodovací pravidlo založené na lineárních diskriminačních funkcích, musíme mít vždy na paměti, že jsme nezvolili optimální řešení s hlediska Bayesova kriteria minimální chyby. Přesto je třeba říci, že v případech, kdy obrazy jednotlivých tříd jsou dobře distribuované, tj. vytvářejí kompaktní shluky, které jsou od sebe dostatečně vzdálené (lineárně separabilní třídy) toto zjednodušení dostatečně vyhovuje.

Uvažme lineární diskriminační funkci $g(x) = q_0 + q_1 x_1 + \ldots q_n x_n = q_0 + \sum_{i=1}^{n} q_i x_i$, kde q_i jsou váhy funkce a q_0 je práh funkce.

Dále mějme $||q|| = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + \cdots + q_n^2}$. Pro $n = 2$:

Klasifikace do dvou tříd (dichotomie)

Při klasifikaci do dvou tříd ω_1 a ω_2 stačí k rozhodnutí jediná diskriminační funkce:

$$g(x) = q_0 + \sum_{i=1}^{n} q_i x_i \tag{1.21}$$

Pro $g(x) > 0$ je $x \in \omega_1$, pro $g(x) < 0$ je $x \in \omega_2$.

Klasifikace do více tříd

(a) Předpokládejme, že obrazy každé třídy jsou *lineárně separovatelné* od obrazů všech ostatních tříd. Pak diskriminační funkce mezi třídami ω_r a $\bar{\omega_r}$ je:

$$g_r(x) = q_{r,0} + \sum_{i=1}^{n} q_{r,i} x_i \tag{1.22}$$

a platí, že pro $x \in \omega_r$ je $g_r(x) > 0$ a pro $x \in \bar{\omega_r}$ je $g_r(x) < 0$. Klasifikátor pak rozhodne o zařazení x do té třídy $\omega_r(r = 1, ..., R)$ pro níž je diskriminační funkce $g_r(x) > 0$. Problém je však v tom, že se může stát, že pro neznámé x bude hodnota více než jedné diskriminační funkce větší než 0. V takovém případě klasifikátor není schopen rozhodnout [2].

Př. $(n = 2,\ R = 3)$:

(b) Předpokládejme, že obrazy každé třídy jsou *po dvojicích lineárně separovatelné* od všech ostatních tříd. V tomto případě existuje celkově $\frac{R(R-1)}{2}$ diskriminačních funkcí $\varphi_{rs}(x); r, s =$

[2]Tento způsob klasifikace má jistá omezení, např. v prostoru dimenze $n = 2$ lze takto rozdělit maximálně $R = 3$ dobře distribuované třídy.

$1, ..., R \wedge r \neq s$, které vytvářejí rozdělující roviny mezi obrazy všech dvojic tříd. Pro obraz $x \in \omega_r$ pak platí $\varphi_{rs}(x) > 0\, \forall s \neq r$, viz[3].

Př. ($n = 2$, $R = 4$):

(c) Předpokládejme[4], že existují diskriminační funkce $g_r(x), r = 1, ..., R$ z případu ad a). Vytvoříme rozdělující hyperplochy mezi třídami r a s.

$$\varphi_{rs}(x) = g_r(x) - g_s(x) \stackrel{!}{=} 0 \tag{1.23}$$

Pro $\varphi_{rs}(x) > 0$ je $g_r(x) > g_s(x)$. Z toho vyplývá, že klasifikátor zařadí x do ω_r, jestliže $g_r(x) > g_s(x)\, \forall s = 1, ..., R;\ s \neq r$. Viz poznámky[5].

Hodnocení: Je zřejmé, že případ ad a) není vhodný k aplikování vzhledem k vytváření rozsáhlých oblastí, ve kterých nejsme schopni provést jednoznačné přiřazení. Rozhodnutí mezi případem ad b) a ad c) závisí do značné míry na intuici (zvláště v prostorech vyšší dimenze). Obecně lze říci, že případ ad b) vyžaduje určení $\frac{R(R-1)}{2}$ diskriminačních funkcí $\varphi_{rs}(x)$, kdežto případ ad c) požaduje nalezení pouze R diskriminačních funkcí $g_r(x)$. Jestliže se však počet tříd R blíží dimenzi n obrazového prostoru nebo se očekává, že obrazy jednotlivých tříd jsou špatně distribuované, bude možná postup podle ad b) lepším řešením.

1.1.4 Metody nastavování klasifikátorů (trénování klasifikátorů).

(a) Známe-li celou trénovací množinu apriori, můžeme se pokusit o *analytické řešení:*

- *pravděpodobnostní diskriminační funkce*: je třeba určit a prokázat typ rozložení a hodnoty parametrů rozložení včetně apriorní pravděpodobnosti tříd

[3] Samozřejmě platí $\varphi_{rs}(x) = -\varphi_{sr}(x)$. V mnoha případech se nevyužívá všech $\frac{R(R-1)}{2}$ diskriminačních funkcí. V tomto případě se opět objevují oblasti, pro které nejsme schopni rozhodnout a zařazení x.

[4] Vylepšení ad a).

[5] Rozdělující funkce $\varphi_{rs}(x)$ rozdělují obrazový prostor bezezbytku (nejsou hluché oblasti, kde není možno provést přiřazení).

- *klasifikátor dle minima vzdálenosti*: je třeba určit střední hodnotu obrazů v každé třídě
- *klasifikátor podle nejbližšího či k-nejbližšího souseda*

Pro prostory vyšší dimenze nepoužitelné, navíc je třeba si pamatovat celou trénovací množinu. Dále není umožněno dotrénování klasifikátoru, pokud se objeví nové informace o trénovací množině. Častou chybou je nerespektování apriorních pravděpodobností tříd.

(b) Trénovací množinu neznáme apriori: *metody učení* Učící se klasifikátor má dvě fáze:

- *fáze učení*: postupně předkládány dvojice $[x_k, \Omega_k]$ z trénovací množiny, nastavujeme parametry q tak, aby pro $k \to \infty$ bude $q \to q^*$ (optimální nastavení, minimální střední hodnota ztrát).
- *fáze klasifikace*: využívá se zkušenosti nashromážděné v parametrech q k predikci neznámých obrazů. Klasifikátor se chová jako jednoúčelový automat.

Střední ztráta:

$$J(q) = \int_{X\times O} Q(x,\Omega,q)\,dF(x,\Omega) = \sum_{r=1}^{R} p(\omega_r) \int_X Q(x,\Omega,q) p(x|\omega_r)\,dx \tag{1.24}$$

Úkolem je najít takové q^*, které minimalizuje $J(q)$.

$$\operatorname*{grad}_q J(q^*) = \int_{X\times O} \operatorname*{grad}_q Q(x,\Omega,q^*)\,dF(x,\Omega) \stackrel{!}{=} 0 \tag{1.25}$$

Běžně ovšem neznáme distribuční (ani hustotní) funkce, proto se obracíme na rekurentní algoritmy, které obcházejí přímé řešení rovnice. Existují dva přístupy:

- metody učení založené na odhadování hustot ppsti
- metody učení založené na přímé minimalizaci ztrát

Metody učení založené na odhadování hustot ppsti

Snaha stanovit distribuční funkci $dF(x,\Omega)$ z trénovací množiny, poté se využije kritérium minimální chyby a dostáváme soustavu diskriminačních funkcí $g_r(x) = p(x|\omega_r) \cdot p(\omega_r)$. Hledáme odhady $\hat{p}(x|\omega_r)$ a $\hat{p}(\omega_r)$. Žádané vlastnosti:

- *nestrannost*: má zaručovat, že se odhad bude v průměru pohybovat kolem neznámé odhadované veličiny
- *konzistence*: s rostoucím počtem obrazů trénovací množiny se odhad blíží stále více k odhadované veličině
- *eficience*: eficientní odhad je odhad s nejmenší disperzí

Je-li trénovací množina vybrána nezávisle, lze odhad $\hat{p}(\omega_r)$ apriorní ppsti určit podle:

$$\hat{p}(\omega_r) = \frac{K_r}{K}, \qquad r = 1, ..., R \tag{1.26}$$

kde K_r je počet obrazů trénovací množiny, které patří do třídy ω_r a K je celkový počet obrazů v trénovací množině. Podle velikosti apriorní informace o hledané hustotě rozdělujeme metody získávání odhadů hustotní funkce na *parametrické* a *neparametrické*.

1. *Parametrické metody*: známe informaci o tvaru hustotní funkce $p(x|\omega_r)$, ale neznáme parametry q, který rozložení blíže popisuje (např. u Gausse: μ_r a δ_r).

   - *Metoda momentů*

     Teoretické momenty náhodných veličin se porovnávají s výběrovými momenty do takového stupně l, kolik je neznámých parametrů.

     výběrový průměr: $\bar{x} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} x_k$

     výběrový rozptyl: $S = \frac{1}{K-1}\sum_{k=1}^{K}(x_k - \bar{x})(x_k - \bar{x})^T$

     l-tý výběrový moment: $M_l = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} x_k^l$

   - *Metoda nejlepších nestranných lineárních odhadů*

     Odhad parametrů q se uvažuje jako lineární funkce obrazů $x_1, ..., x_K$: $\hat{q} = c_1 x_1 + ... + c_K x_K$. Koeficienty $c_k, k = 1, ..., K$ se určují z podmínek nestrannosti a minimální disperze odhadu $\hat{q}$. Platí $E\,\hat{q} = q$ a odhad $\hat{q}$ parametru q je eficientní, jestliže minimalizuje stopu disperzní matice $tr\,D\,\hat{q}$.

   - *Metoda maximální věrohodnosti*

     Metoda je založena na maximalizaci tzv. Fisherovy funkce věrohodnosti:

     $$L(x_1, ..., x_K|q) = \prod_{k=1}^{K} p(x_k|q) \tag{1.27}$$

     Hledáme takový parametr q, pro který je funkce maximální. Místo tohoto maxima lze hledat maximum logaritmu této věrohodnostní funkce $\operatorname{grad}_q ln\,L(x_1, ..., x_K|q) \stackrel{!}{=} 0$. Např. pro normální rozdělení je nejlepším odhadem střední hodnoty aritmetický průměr $\hat{\mu} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$ a nejlepším odhadem kovarianční matice je:

     $$C = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)(x_i - \mu)^T \tag{1.28}$$

2. *Neparametrické metody*: máme nulovou apriorní informaci, musíme odhadovat celý tvar hustotní funkce.

   - *Metoda histogramu*

Obrazový prostor rozdělíme na L disjunktních podmnožin $A_l, l = 1, ..., L$ (obvykle to jsou n-rozměrné intervaly). Symbolem c_l označíme počet obrazů x_k, které padnou do A_l, dělený číslem K. Za odhad $\hat{p}(x|\omega_r)$ pak bereme po částech konstantní funkci, která na intervalu A_l nabývá c_l. Nevýhodou je nutnost znalosti apriorního rozdělení obrazového prostoru na intervaly před fází učení. Odhad hustotní funkce:

$$\hat{p}(x|\omega_r) = \sum_{l=1}^{L} c_l \cdot \varphi_l(x), \qquad \varphi_l = \begin{cases} 1 & x \in A_l \\ 0 & jinak \end{cases} \tag{1.29}$$

Metody učení založené na přímé minimalizaci ztrát

Cílem je navrhnout parametry klasifikátoru, které budou minimalizovat ztrátu, rekurentním vypočítáváním odhadů $\hat{q}(0) \to \hat{q}(1) \to \cdots \to \hat{q}^*$.

$$\operatorname*{grad}_q J(q^*) = \int_{X \times O} \operatorname*{grad}_q Q(x, \Omega, q^*)\, dF(x, \Omega) = 0 \tag{1.30}$$

Nabízí se využití gradientních metod. V praktických úlohách neznáme distribuční funkci a nelze tak vyčíslit grad $J(q)$. Navíc, při pevném q hodnota funkce $Q(x, \Omega, q^*)$ náhodně kolísá v závislosti na x a Ω - to je u gradientních metod nepoužitelné. Řešení rovnice hledáme pomocí metody *stochastických aproximací*. Základní algoritmus přímé minimalizace ztrát:

$$q(k+1) = q(k) - C_{k+1} \operatorname*{grad}_q Q[x(k+1), \Omega(k+1), q(k)] \qquad k = 1, ..., K \tag{1.31}$$

C_k je čtvercová matice (obvykle $C_k = c_k \cdot I$), $[x(k), \Omega(k)]$ je k-tá dvojice trénovací množiny a q je vektor parametrů. Vhodnou volbou $Q(x, \Omega, q)$ a C_k lze získat téměř všechny algoritmy přímé minimalizace ztrát.

Položíme $x_0 = 1$: $x^T = [x_0, x_1, ..., x_n]$ a váhový vektor rozšíříme o práh q_0: $q^T = [q_0, q_1, ..., q_n]$. Diskriminační funkce má tvar $g(x) = q^T \cdot x$ a rozhodovací pravidlo $\omega = \operatorname{sign} g(x)$. Po zavedení pásma necitlivosti δ volíme:

$$\operatorname*{grad}_q Q(x, \Omega, q) = \begin{cases} 0 & q^T x\Omega \geq \delta \\ -x\Omega & q^T x\Omega < \delta \end{cases} \tag{1.32}$$

Dosadíme-li do vztahu pro rekurentní výpočet q, dostaneme algoritmus učení:

$$\begin{aligned} q(k+1) &= q(k) - C_{k+1} \operatorname*{grad}_q Q[x(k+1), \Omega(k+1), q(k)] = \\ &= \begin{cases} q(k) & q^T(k)x(k+1)\Omega(k+1) \geq 0 \\ q(k) + C_{k+1}x(k+1)\Omega(k+1) & q^T(k)x(k+1)\Omega(k+1) < 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{1.33}$$

(a) *Rosenblattův algoritmus*

$C_k = C_{k+1} = 1$, $\delta = 0$:

$$q(k+1) = \begin{cases} q(k) & q^T(k)x(k+1)\Omega(k+1) \geq 0 \\ q(k) + x(k+1)\Omega(k+1) & q^T(k)x(k+1)\Omega(k+1) < 0 \end{cases} \tag{1.34}$$

Nedostatkem je, že nikdy nezjistíme absolutně přesný klasifikátor.

(b) *Metoda konstantních přírůstků*

$C_k = \frac{\beta}{||x(k)||^2}$, $\beta > 0$

$$q(k+1) = \begin{cases} q(k) & q^T(k)x(k+1)\Omega(k+1) \geq \delta \\ q(k) + \frac{\beta}{||x(k+1)||^2}x(k+1)\Omega(k+1) & q^T(k)x(k+1)\Omega(k+1) < \delta \end{cases} \tag{1.35}$$

(c) *Upravená metoda konstantních přírůstků*

Připočítáváme vektor $\frac{\beta}{||x(k+1)||^2}x(k+1)\Omega(k+1)$ tolikrát, až pro určitý obraz $x(k+1)$ dosáhneme správné klasifikace, tj. bude platit $q^T(k+1)x(k+1)\Omega(k+1) \geq \delta$. Může se stát, že nikdy nedojdeme k řešení.

(d) *Relaxační metoda učení*

$$q(k+1) = \begin{cases} q(k) & q^T(k)x(k+1)\Omega(k+1) \geq \delta \\ q(k) + 2C_{k+1}x(k+1)\Omega(k+1)[\delta - q^T(k)x(k+1)\Omega(k+1)] & q^T(k)x(k+1)\Omega(k+1) < \delta \end{cases} \tag{1.36}$$

kde $c_k = \frac{\sigma}{2||x(k)||^2}$ a $\sigma \in (0, 2)$.

1.1.5 Metody shlukové analýzy (učení bez učitele).

Někdy se stane, že je k dispozici jen trénovací množina bez údajů o správné klasifikaci, někdy chybí i informace o počtu tříd. Úkolem je nalézt shluky obrazů, tj. takové skupiny jejichž prvky jsou si vzájemně podobné (geometricky blízké). Lze aplikovat pouze na data, kde ty shluky opravdu jsou.

Požadavky pro míry podobnosti: $d(x_i, x_i) = 0$; $d(x_i, x_j) \geq 0$, $i \neq j$; $d(x_i, x_j) = d(x_j, x_i)$.

Míry podobnosti mezi dvěma obrazy x a x':

- $d(x, x') = ||x - x'||$
- Euklidova vzdálenost: $d(x, x') = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x'_i)^2}$

Míry podobnosti mezi dvěma shluky T_i a T_j:

- minimální míra: $D_{min}(T_i, T_j) = \min_{x \in T_i; x' \in T_j} d(x, x')$
- maximální míra: $D_{max}(T_i, T_j) = \max_{x \in T_i; x' \in T_j} d(x, x')$
- průměrná míra: $D_{mean}(T_i, T_j) = \frac{1}{s_i \cdot s_j} \sum_{x \in T_i} \sum_{x' \in T_j} d(x, x')$

- centroidní míra: $D_c(T_i, T_j) = ||\frac{1}{s_i}\sum_{x \in T_i} x - \frac{1}{s_j}\sum_{x' \in T_j} x'|| = d(\bar{x}, \bar{x}')$

Nehierarchické shlukovací metody

Snaha provést optimální rozklad dané množiny T do předem známého počtu R shluků. Hledáme takové rozdělení, pro které nabývá kritérium J extrém.

$$J = \sum_{i=1}^{R} J_i = \sum_{i=1}^{R} \sum_{x \in T_i} d^2(x, \mu_i) \tag{1.37}$$

1. **McQueenova metoda k-means (1967)** Algoritmus se snaží minimalizovat celkový ukazatel jakosti J rozdělením obrazů do shluků.

   Dáno:

   $T = \{x_i\}_{i=1}^{N}$ ... obrazy trénovací množiny

   R ... počet tříd

   $T_i(k)$ ... množina obrazů i-tého shluku v k-tém kroku algoritmu

   $\mu_i(k)$ ... střední (průměrná) hodnota i-tého shluku v k-tém kroku

   $J_i(k)$ ... hodnota kritéria i-tého shluku v k-tém kroku

   $s_i(k)$ ... počet obrazů ve shluku T_i v k-tém kroku

   Postup:

   (i) Zvol R počátečních středů shluků $\mu_1(1), ..., \mu_R(1)$.

   (ii) V k-tém iteračním kroku se rozdělují obrazy trénovací množiny do R shluků $T_1(k), ..., T_R(k)$ podle vztahu $x \in T_j(k)$ jestliže $d(x, \mu_j(k)) < d(x, \mu_i(k)) \, \forall i, j = 1, ...R;\ i \neq j$. Vztah je postupně aplikován pro všechny obrazy z množiny T.

   (iii) Z výsledků předchozího kroku vypočti pro každý shluk nový střed, tj. $\mu_j(k+1)$, $j = 1, ..., R$ klasickým zprůměrováním (zaručí, že $J_j(k+1$ bude minimální):

   $$\mu_j(k+1) = \frac{1}{s_j(k)} \sum_{x \in T_j(k)} x, \qquad j = 1, ..., R \tag{1.38}$$

   (iv) Jestliže $\mu_j(k+1) = \mu_j(k)\, j = 1, .., R$, algoritmus dokonvergoval a procedura je ukončena. Jinak jdi na krok (ii). Alternativně lze proces ukončit v případě, že pokles hodnoty kriteriální funkce je již nevýznamný.

   Funkce metody je ovlivněna zejména specifickým počtem shluků a volbou počátečních středů shluků. Metoda sice pro vhodná data poskytuje přijatelné výsledky, ale dosažení globálního minima ukazatele jakosti procesu shlukování není zaručeno (konvergence nejčastěji končí v nějakém lokálním minimu).

2. **Iterativní optimalizace** V k-tém iteračním kroku změníme zařazení jednoho obrazu.

Postup:

(i) Proveď počáteční rozklad N obrazů do R shluků a vypočti hodnotu kriteriální funkce J a urči $\mu_i(1)$, $i = 1, ..., R$.

(ii) Vyber obraz $\hat{x}$, kde např. $\hat{x} \in T_i$ (nejlépe nějaký systematický výběr).

(iii) Jestliže $s_i(k) = 1$, jdi na bod (vi)

(iv) Vypočti:

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{s_i(k)}{s_i(k)-1} d^2(\hat{x}, \mu_i(k)) \\ A_j &= \frac{s_j(k)}{s_j(k)+1} d^2(\hat{x}, \mu_j(k)), \qquad \forall j \neq i \end{aligned} \tag{1.39}$$

Urči $j^* = \operatorname*{argmin}_j A_j$. Jestliže $A_i > A_{j^*}$, přesuň $\hat{x}$ do T_{j^*}. Jinak ponech $\hat{x}$ v T_i.

(v) Aktualizuj J, μ_i a μ_{j^*}.

(vi) Jestliže se J po pokusu přesunout postupně všech N obrazů trénovací množiny nezměnila, proces ukonči. Jinak přejdi do bodu (ii).

Pokud bychom chtěli dosáhnout opravdu globálního minima J, mohli bychom vyzkoušet teoreticky všechny možnosti rozkladu, ale existuje obecně $\frac{R^N}{R!}$ možností (pro $R = 3$ a $N = 100$ je to $\approx 10^{47}$ možností).

Hierarchické shlukovací metody

Většinou aplikujeme, pokud není známa informace o počtu tříd.

(A) *Aglomerativní přístup* Vycházíme z jednotlivých obrazů, které postupně shlukujeme, až dojde ke spojení všech obrazů do jedné množiny.

1. **Metoda shlukové hladiny** Celé množině obrazů $T = \{x_1, ..., x_N\}$ postupně přiřazujeme posloupnost rozkladů B_0 až B_{N-1} a každému vzniklému shluku A přiřazujeme tzv. shlukovací hladinu $h(A) \geq 0$.

   Postup:

   (i) Rozklad B_0 tvoří jednotlivé obrazy, tj. $A_{0j} = \{x_j\}$ a $h(A_{0j}) = 0$, $j = 1, ..., N$.

   (ii) V i-tém kroku pro $1 \leq i \leq N-1$ vybereme jedinou dvojici shluků (obrazů) $A_{i-1,u}$ a $A_{i-1,v}$, pro kterou nastala nejmenší vzdálenost (ve smyslu zvolené metriky).

   - provedeme sjednocení shluků $A_{i-1,u} \cup A_{i-1,v} < A_{i,l}$, $l = 1, ..., N-1$;
   - utvoříme rozklad $B_i = \{A_{i,1}, ..., A_{i,N-1}\}$, kde všechny shluky s výjimkou sjednoceného $A_{i,l}$ přechází do B_i beze změny;
   - položíme $A_{i,l} = \min_{u,v} D(A_{i-1,u}, A_{i-1,v})$

   (iii) Bod (ii) opakujeme, až v posledním kroku procedury vznikne jediný shluk.

(B) *Divisní přístup* Celkový shluk obrazů určený ke klasifikaci postupně rozdělujeme a získáme hierarchický systém podmnožin.

1. **Jednoprůchodový heuristický algoritmus hledání shluků** Je zadána trénovací množina $T = \{x_1, ..., x_N\}$. Definujeme ve vztahu se zvolenou mírou podobnosti neznámý práh $t > 0$.

   (i) Z obrazů trénovací množiny vybereme jeden, např. $x_{(1)} \in T$ a ztotožníme ho se středem prvního shluku $\mu_1 = x_{(1)}$.

   (ii) Z trénovací množiny vybereme obraz $x_{(2)} \in T$ a vypočteme vzdálenost $d_{21} = d(x_{(2)}, \mu_1)$. Jestliže $d_{21} > t$, pak zavedeme nový shluk se středem $\mu_2 := x_{(2)}$. Jinak přidělíme obraz $x_{(2)}$ do shluku se středem μ_1.

   (iii) Předpokládáme, že shluk se středem μ_2 byl zaveden, poté vybereme obraz $x_{(3)} \in T$ a vyčíslíme $d_{31} = d(x_{(3)}, \mu_1)$ a $d_{32} = d(x_{(3)}, \mu_2)$. Jestliže $d_{31} > t$ a $d_{32} > t$, zavedeme nový shluk se středem $\mu_3 := x_{(3)}$. Jinak přidělíme obraz $x_{(3)}$ do shluku, k jehož středu má nejmenší vzdálenost.

   (iv) Postupujeme analogicky, až rozdělíme všechny obrazy trénovací množiny.

   Výsledky závisí na prvním vybraném středu shluku; pořadí, v němž jsou obrazy uvažovány; hodnotě t; geometrických vlastnostech dat. Algoritmus je velmi jednoduchý a rychlý a stanovuje první náhled na trénovací množinu obrazů. Podle velikosti prahu t se mění i výsledný počet shluků. Metoda vyžaduje pouze jediný průchod trénovací množinou, ale v praxi je potřeba rozsáhlé experimentování s hodnotou prahu a startovacím obrazem.

2. **Metoda řetězové mapy** Základním krokem při vytváření řetězové mapy je přeuspořádání dat. Z trénovací množiny vybereme libovolný "startovací"obraz $x_{(1)}$, najdeme jeho nejbližšího souseda $x_{(1)[1]}$ a položíme $x_{(2)} = x_{(1)[1]}$ (druhá položka seznamu). Další položkou bude nejbližší soused k $x_{(2)}$, atd. Nejbližšího souseda vždy vybíráme z množiny dosud neuspořádaných obrazů. Proces pokračuje, dokud nezískáme posloupnost ze všech obrazů trénovací množiny.

   $$\tilde{T} = \{x_{(1)}, ..., x_{(N)}\} \tag{1.40}$$

   S i-tým členem této posloupnosti potom spojíme vzdálenost $d_i = d(x_{(i),x_{i+1}}, i = 1, ..., N-1$. Řetězovou mapu získáme jako závislost $d_i = f(i)$. Znázorníme-li tuto závislost graficky, pak pokud jsou obrazy trénovací množiny dobře distribuovány, tj. vytvářejí v prostoru kompaktní shluky, které jsou od sebe dostatečně vzdálené, lze typicky na diagramu nalézt souvislé oblasti relativně malých hodnot d_i, které jsou od sebe odděleny (relativně) vyšší hodnotou d_j. Tyto zvýšené hodnoty d_j odpovídají hranicím shluků.

3. **Metoda MAXIMIN (maximum-minimum)**

4. **Metody binárního dělení**

   - **Rovnoměrné binární dělení**
   - **Nerovnoměrné binární dělení**

1.1.6 Výběr informativních příznaků.

1.2 Neuronové sítě [NEU]

vyučující:	Doc. Dr. Ing. Vlasta Radová
ročník/semestr studia:	5.ročník/ZS
datum zkoušky:	5. 1. 2017
hodnocení:	1
cíl předmětu (STAG):	

Cílem předmětu je seznámit studenty se základními typy umělých neuronových sítí a s možnostmi jejich využití.

1.2.1 Základní umělé modely neuronu, vlastnosti, souvislost s biologickým neuronem.

1.2.2 Základní typy neuronových sítí. Způsoby činnosti a učení neuronových sítí.

1.2.3 Algoritmus backpropagation.

1.2.4 Sítě se zpětnou vazbou. Hopfieldova neuronová síť.

1.2.5 Samoorganizující se sítě.

1.2.6 Oblasti použití neuronových sítí.

1.3 Zpracování digitalizovaného obrazu [ZDO]

vyučující:	Doc. Ing. Miloš Železný Ph.D.
	Ing. Petr Neduchal
ročník/semestr studia:	4.ročník/LS
datum zkoušky:	13. 7. 2015
hodnocení:	1
cíl předmětu (STAG):	

Porozumět principům zpracování digitalizovaného obrazu a počítačového vidění. Analyzovat vlastnosti obrazové informace a interpretovat tyto informace, navrhnout a vytvořit algoritmus pro zpracování obrazové informace s cílem rozpoznání objektů, jevů či vlastností scény v obraze obsažené.

1.3.1 Bodové jasové transformace.

1.3.2 Geometrické transformace.

1.3.3 Filtrace šumu.

1.3.4 Gradientní operátory.

1.3.5 Metody segmentace.

1.3.6 Matematická morfologie.

Kapitola 2

Teorie řízení [TŘSZ]

2.1 Lineární systémy 1-2 [LS1], [LS2]

vyučující:	Doc. Ing. Jiří Melichar, CSc.
	Ing. Martin Čech, Ph.D.
	Ing. Jiří Mertl, Ph.D.
ročník/semestr studia:	2.ročník/ZS-LS
datum zkoušky:	X. 1. 2013/X. X. 2013
hodnocení:	1/2
cíl předmětu (STAG):	

LS1: Student by měl získat přehled o typech, struktuře a chování reálných dynamických systémů, obeznámit se s metodikou tvorby matematických modelů reálných dynamických systémů a s metodami analýzy jejich vlastností a chování v časové i frekvenční oblasti. Student by měl také porozumět základním principům řízení dynamických systémů a metodám pro získávání potřebných dat z reálných procesů.
Cílem předmětu LS2 je, aby student:

- získal přehled o klasických regulačních úlohách, o struktuře regulačních obvodů a o základních typech dynamických i nedynamických regulátorů;
- dokázal analyzovat reálnou regulační úlohu v její celistvosti, uměl formulovat požadavky na kvalitu regulace v časové i frekvenční oblasti při současném respektování všech omezení;
- byl schopen použít vhodné metody pro návrh spojitých i číslicových regulátorů a získávat potřebná data z reálného procesu;
- byl schopen analýzy nelineárních dynamických systémů a základní orientace v problémech jejich řízení.

2.1.1 Matematické modely spojitých a diskrétních lineárních dynamických systémů.

2.1.2 Linearizace nelineárních dynamických systémů, rovnovážné stavy. Harmonická linearizace.

2.1.3 Vlastnosti lineárních dynamických systémů. Řiditelnost, pozorovatelnost, kriteria. Vnitřní a vnější stabilita, kriteria.

2.1.4 Časové a frekvenční odezvy elementárních členů regulačních obvodů.

2.1.5 Základní typy spojitých a diskrétních regulátorů (P,PI,PID, stavové regulátory a stavové regulátory s integračním charakterem), popis, vlastnosti.

2.1.6 Struktura regulačních obvodů s jedním a dvěma stupni volnosti, přenosy v regulačním obvodu, princip vnitřního modelu.

2.1.7 Problém umístitelnosti pólů a nul nedynamickými a dynamickými regulátory. Požadavky na umístění pólů, konečný počet kroků regulace.

2.1.8 Požadavky na funkci a kvalitu regulace (přesnost regulace, dynamický činitel regulace, kmitavost, robustnost ve stabilitě a j.), omezení na dosažitelnou kvalitu regulace.

2.1.9 Metoda geometrického místa kořenů, pravidla pro konstrukci a využití při syntéze regulátorů, příklady.

2.1.10 Přístup k syntéze regulátorů v klasické teorii regulace, klasické metody, heuristické metody.

2.1.11 Deterministická rekonstrukce stavu, stavový regulátor s rekonstruktorem stavu.

2.1.12 Ljapunovova teorie stability. Ljapunovova rovnice.

2.2 Teorie odhadu [TOD]

vyučující:	Prof. Ing. Miroslav Šimandl, CSc.
	Ing. Jindřich Duník, Ph.D.
ročník/semestr studia:	3.ročník/ZS
datum zkoušky:	28. 4. 2014
hodnocení:	1
cíl předmětu (STAG):	

Cílem předmětu je obeznámit studenty s možnostmi odhadu parametrů, náhodných veličin a náhodných procesů v podmínkách neurčitosti z apriorních informací a měřených dat.

2.2.1 Problémy odhadu, základní etapy vývoje teorie odhadu, náhodné veličiny, náhodné procesy a jejich popis, stochastický systém.

2.2.2 Optimální odhad ve smyslu střední kvadratické chyby. Odhad ve smyslu maximální věrohodnosti.

2.2.3 Jednorázové a rekurzivní odhady.

2.2.4 Odhad stavu lineárního diskrétního systému – filtrace (Kalmanův filtr).

2.2.5 Úlohy odhadu stavu lineárního diskrétního stochastického systému – predikce a vyhlazování.

2.2.6 Odhad stavu lineárního systému se spojitým či diskrétním měřením (Kalman-Bucyho filtr).

2.3 Optimální systémy [OPS]

vyučující:	Ing. Miroslav Flídr, Ph.D.
	Ing. Ivo Punčochář, Ph.D.
ročník/semestr studia:	4.ročník/LS
datum zkoušky:	15. 7. 2015
hodnocení:	3
cíl předmětu (STAG):	

Cílem předmětu je seznámení studentů s různými typy optimalizačních úloh. Studenti se naučí řešit jednak základní statické optimalizační úlohy tak především úlohy optimalizace dynamických systémů. Důraz je kladen především na pochopení řešení následujících problémů:

- časově optimální řízení;
- Pontrjaginův princip minima;
- dynamické programování a Bellmanova optimalizační rekurze;
- lineárně - kvadratická úloha optimálního řízení.

2.3.1 Optimální programové řízení diskrétních dynamických systémů. Formulace úlohy. Hamiltonova funkce. Nutné podmínky pro optimální řízení.

2.3.2 Optimální programové řízení spojitých dynamických systémů. Formulace úlohy. Hamiltonova funkce. Nutné podmínky pro optimální řízení. Podmínky transverzality. Pontrjaginův princip minima.

2.3.3 Deterministický diskrétní systém automatického řízení. Princip optimality. Bellmanova funkce. Bellmanova optimalizační rekurze.

2.3.4 Syntéza optimálního deterministického systému automatického řízení pro diskrétní lineární řízený systém a kvadratické kritérium. Formulace a řešení. Asymptotické řešení a jeho stabilita.

2.3.5 Deterministický spojitý systém automatického řízení. Kontinualizace Bellmanovy optimalizační rekurze.

2.3.6 Optimální stochastický systém automatického řízení. Strategie řízení. Bellmanova funkce a Bellmanova optimalizační rekurze.

2.3.7 Syntéza optimálního systému automatického řízení pro lineární gaussovský řízený systém a kvadratické kritérium. Formulace a řešení. Separační teorém.

2.4 Adaptivní systémy [AS]

vyučující:	Ing. Jindřich Duník, Ph.D.
	Ing. Ladislav Král, Ph.D.
ročník/semestr studia:	5.ročník/ZS
datum zkoušky:	12. 12. 2016
hodnocení:	1
cíl předmětu (STAG):	

Cílem předmětu je obeznámit studenty s adaptivními systémy automatického řízení a adaptivními systémy zpracování signálů.

2.4.1 Základní přístupy k syntéze adaptivních řídicích systémů, schematické vyjádření, srovnání s předpoklady a návrhem standardních regulátorů.

2.4.2 Adaptivní řízení s referenčním modelem, MIT pravidlo, využití Ljapunovovy teorie stability.

2.4.3 Samonastavující se regulátory, charakteristika a základní přístupy k návrhu bloku řízení, přiřazení pólů, diofantické rovnice, minimální variance.

2.4.4 Samonastavující se regulátory, charakteristika a základní přístupy k návrhu bloku poznávání, parametrické metody odhadu.

2.4.5 Adaptivní systémy na zpracování signálu, adaptivní prediktor, adaptivní filtr, analogie se samonastavujícími se regulátory.

2.4.6 Adaptivní řízení a strukturální vlastnost stochastického optimálního řízení, duální řízení, neutralita, separabilita, ekvivalence určitosti.

Kapitola 3

Aplikovaná kybernetika [AKSZ]

3.1 Umělá inteligence [UI]

vyučující:	Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.
	Ing. Aleš Pražák, Ph.D.
ročník/semestr studia:	2.ročník/ZS
datum zkoušky:	X. X. 2012
hodnocení:	1

cíl předmětu (STAG):
Cílem předmětu je seznámit studenty se základními problémovými oblastmi umělé inteligence (UI) a naučit je aplikovat vybrané metody řešení úloh, reprezentace znalostí v UI a hraní her.

3.1.1 Metody řešení úloh v UI

3.1.2 Logické formalizmy pro reprezentaci znalostí. Predikátový počet 1. řádu. Rezoluční metoda.

3.1.3 Produkční systém. Báze znalostí a báze dat. Dopředné a zpětné šíření.

3.1.4 Síťové formalizmy pro reprezentaci znalostí. Sémantické sítě. Rámce. Scénáře.

3.1.5 Metody hraní her v UI. Procedura minimax, alfa-beta prořezávání.

3.2 Modelování a simulace 1 [MS1]

vyučující:	Ing. Václav Hajšman, Ph.D.
	Ing. Jindřich Liška, Ph.D.
	Ing. Miloš Fetter
ročník/semestr studia:	2.ročník/ZS
datum zkoušky:	X. X. 2012
hodnocení:	1

cíl předmětu (STAG):
Cílem předmětu je seznámit studenty se základními principy modelování dynamických systémů.

3.2.1 Systém, model, modelování, simulace, systémová analýza.

3.2.2 Modelování systému diskrétních událostí, diskrétní simulace.

3.2.3 Simulační experiment, studie, analýza rizika, náhoda v simulačních úlohách.

3.2.4 Modelování v netechnických oborech (kompartmenty, buněčné automaty, ...).

3.2.5 Konstrukce modelů na základě měření, zpracování signálu v časové, frekvenční a časo-frekvenční oblasti, modely periodických procesů.

3.2.6 Modely vibrací a kmitání, experimentální modální analýza.

3.2.7 Generování náhodných čísel, metoda Monte Carlo a odhad přesnosti simulačních výsledků.

3.3 Programové prostředky řízení [PP]

vyučující:	Ing. Pavel Balda, Ph.D.
ročník/semestr studia:	3.ročník/LS
datum zkoušky:	X. X. 2014
hodnocení:	1
cíl předmětu (STAG):	

Cílem předmětu je naučit studenty aplikovat některé vybrané techniky programování řídicích a informačních systémů především prostředky jazyka C#. V rámci předmětu je podána klasifikace operačních systémů a jejich základní vlastnosti. Dále je vysvětlena hierarchie programového vybavení typických řídicích systémů od čidel a akčních členů až po podnikové systémy.

3.3.1 Architektura podnikových řídicích systémů; používané programovací jazyky.

3.3.2 Architektura .NET Frameworku; řízený modul, metadata, běh řízeného kódu.

3.3.3 Jazyk C Sharp: hodnotové a referenční typy; jednoduché typy, implicitní konverze; výrazy a operátory; příkazy; výjimky.

3.3.4 Jazyk C Sharp: Členy a přístup k nim; jmenné prostory; třídy, metody, vlastnosti, konstruktory, destruktory; struktury; pole; delegáty; atributy.

3.3.5 Softwarové komponenty: DLL, RPC, COM; interface; OPC.

3.3.6 Operační systémy: procesy a thready, synchronizace, deadlock, inverze priorit; správa paměti; vstupně-výstupní systém, programované vstupy/výstupy, přerušení, DMA, ovladače zařízení; souborové systémy.

3.3.7 Operační systémy reálného času: statické a dynamické plánovací algoritmy.

3.3.8 Struktury vzdálených a virtuálních laboratoří.

3.4 Převodníky fyzikálních veličin [PFV]

vyučující:	Ing. Liber Jelínek Ph.D.
ročník/semestr studia:	4.ročník/LS
datum zkoušky:	16. 6. 2016
hodnocení:	2

cíl předmětu (STAG):
Cílem předmětu je seznámit studenty se základními principy, vlastnostmi a modely senzorů a akčních členů pro potřeby automatizace, monitorování a diagnostiky.

3.4.1 Struktura a parametry senzorů pro automatizaci, statické a dynamické modely a chyby, metody snižování chyb senzorů.

3.4.2 A/D a D/A převodníky, obvody pro úpravu signálů, frekvenční filtry.

3.4.3 Senzory teploty a tepla, obvody pro měření odporu, kapacity, indukčnosti a frekvence.

3.4.4 Senzory polohy a vzdálenosti (odporové, indukční, kapacitní, ultrazvukové, optické).

3.4.5 Senzory síly, hmotnosti, deformace, tlaku, rychlosti, zrychlení a vibrací (tenzometrické, piezoelektrické, kapacitní a elektrodynamické).

3.4.6 Senzory průtoku, množství, hustoty, viskozity, koncentrace a chemického složení.

3.4.7 Elektrické akční členy a jejich budiče (stejnosměrné, střídavé, krokové motory, PWM zesilovače, frekvenční měniče).

3.4.8 Hydraulické a pneumatické akční členy (pracovní a řídicí mechanizmy a zdroje tlakového média).