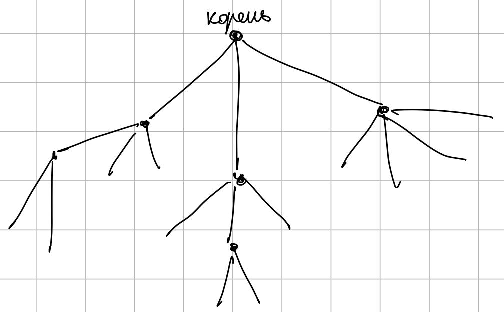
Дерево – связный граф без циклов.




n вершин ; n – 1 ребер.

Можно сделать корнем любую вершину.

$C = (V, E)$ – дерево

$|V| > 1 \qquad \forall v \in V \quad p(v) \neq 2$

$$n - 1 = |E| = \frac{p(v_1) + p(v_2) + \dots + p(v_n)}{2} = \frac{1}{2}\Big(\sum_{\substack{v\in V\\ p(v)=1}} p(v) + \sum_{\substack{v\in V\\ p(v)>1}} p(v)\Big) \geq$$

степень остальных $\geq 3$.

$$\geq \frac{1}{2}\big(m + 3(n - m)\big)$$

концы веток

$$n - 1 \geq \frac{1}{2}\big(m + 3(n-m)\big)$$

$$2n - 2 \geq m + 3n - 3m$$

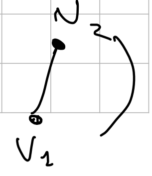
$$2m \geq n + 2$$

$m \geq \frac{n}{2} + 1$ – больше половины вершин – концы „веток".

№6.

1.) Если в графе есть замкнутый маршрут четной длины, то есть и цикл четной длины.

Маршрут длины 2: $v_1 \to v_2 \to v_1$. (граф



контрпример, неверно.

2.) $\exists$ замк. маршрут нечётной длины

$\Downarrow$ ?

$\exists$ цикл нечет. длины.

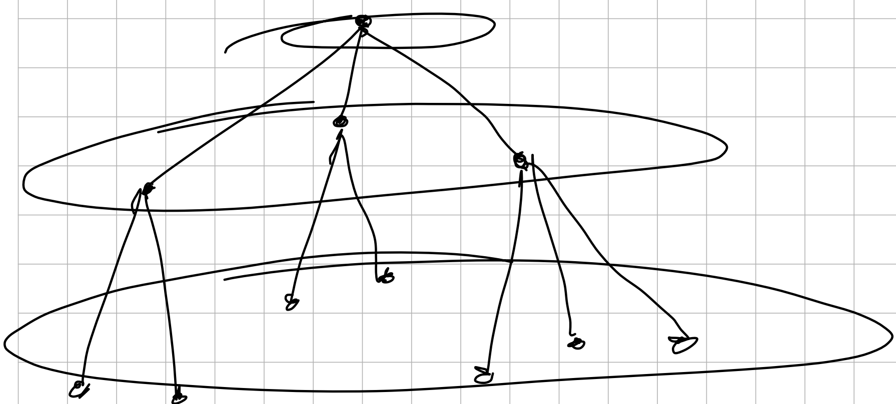
$V_1 \dots V_1$

Если таких циклов нет, то из 1 в 1 можно попасть только сходив „туда - обратно", то, очевидно, четному маршруту.

$\exists$ замк. нечет маршрут $\longrightarrow$ $\exists$ нечёт. цикл.

№7.

„Хорошая" раскраска дерева.



№8.

Диаметр графа - расстояние между двумя самыми удаленными точками. (diam G)

Центр: $c(G)$ – точка, сумма путей из которой во все точки минимально.

Радиус графа: $\operatorname{rad} G = \max\limits_{v \in V} \rho(c(G), v)$

$$\operatorname{rad} G \le \dim G \le 2 \operatorname{rad} G.$$

---

прообраз $g^{-1}(3) = \{2^k \cdot 3^n;\ n \in \mathbb{N};\ k = \mathbb{N}_0\}$

---

$f$ из $A$ в $B$

$X, Y \subseteq A \qquad U, V \subseteq B.$

$f(X \cup Y) = f(X) \cup f(Y)$

$$f(X \cup Y) = \{f(x) \mid x \in X \cup Y\} = \{f(x) \mid (x \in X) \vee (x \in Y)\} =$$
$$= \{f(x) \mid x \in X\} \cup \{f(x) \mid x \in Y\} = f(X) \cup f(Y).$$