

$$G_1 = (U_1, E_1), G_2 = (U_2, E_2)$$

$\exists f: V_1 \rightarrow V_2$ — функция.

$$\forall v, v' \in V_1 \quad (v, v') \in E_1 \Leftrightarrow (f(v), f(v')) \in E_2$$

Отношение (частичного) порядка.

- транзитивно,

- антисимметрично.

- или рефлексивно или антирефлексивно
(или 0 или все)

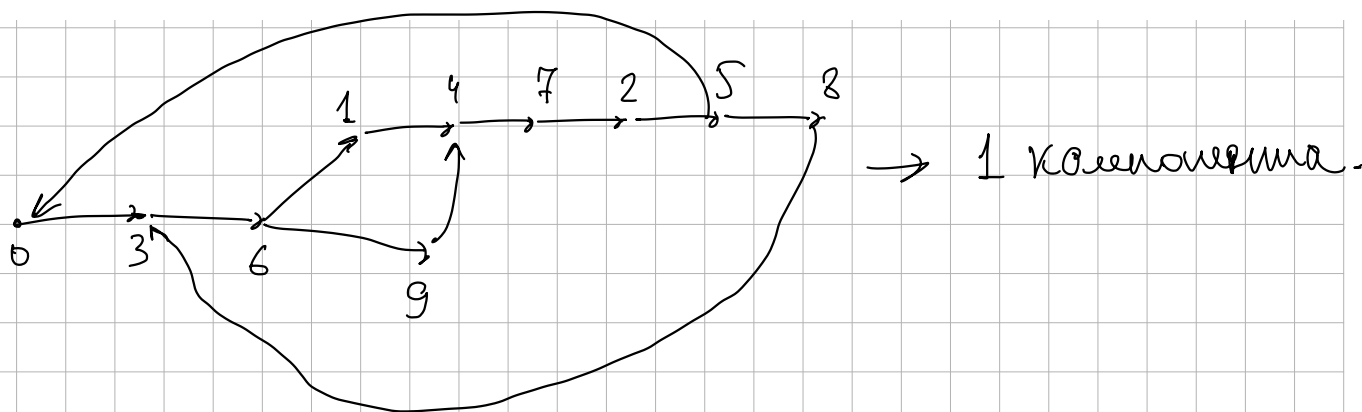
Отношение строг. следования

Пусть $(\leq) \subseteq A \times A$

$(<) \subseteq A \times A$

$$a < b \Leftrightarrow \{ (a < b) \wedge \overline{\exists c: (a < c) \wedge (c < b)} \}$$

1. Вершины ориентированного графа — целые числа от 0 до 9. Ребро идет из вершины x в вершину y если $y - x = 3$ или $x - y = 5$. Найдите количество компонент сильной связности в этом графе.

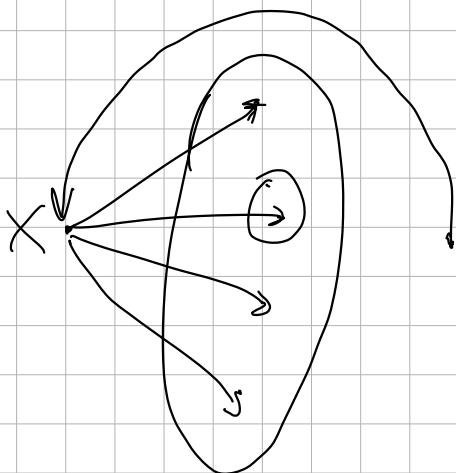


2. а) 50 команд сыграли турнир по волейболу в один круг (каждая команда сыграла с каждой ровно один раз, ничьих не бывает). Говорят, что команда A сильнее B , если A выиграла у B или есть команда C , такая, что A выиграла у C , а C выиграла у B . Доказать, что команда, одержавшая наибольшее число побед, сильнее любой другой.

$$A \text{ сильнее } B \iff \begin{cases} A \text{ выиграла у } B \\ \exists C : A \text{ выиграла у } C; C \text{ выиграла у } B \end{cases}$$

X выиграла наибольшее кол-во раз $\rightarrow X$ — сильнейшая команда.

побед. \rightarrow проигравший.



Y (не могла выиграть у всех, у которых $\neq X$)

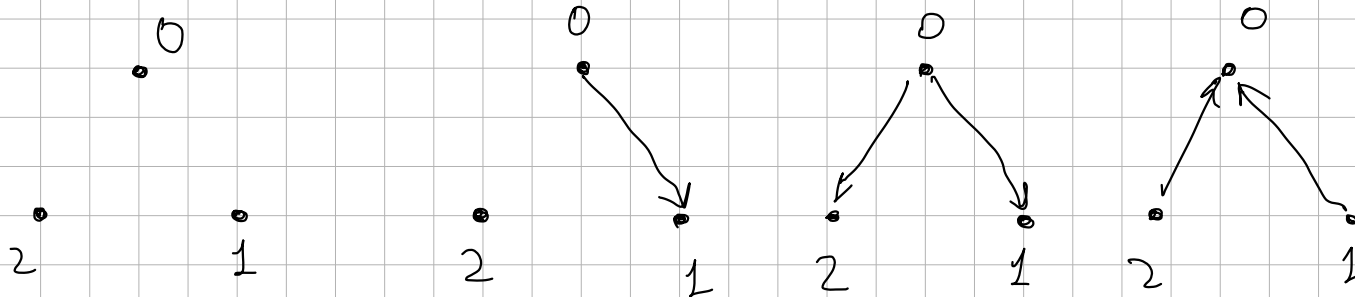
↓
есть среди побежденных X та, которая победила Y .

↓
 X сильнее Y .

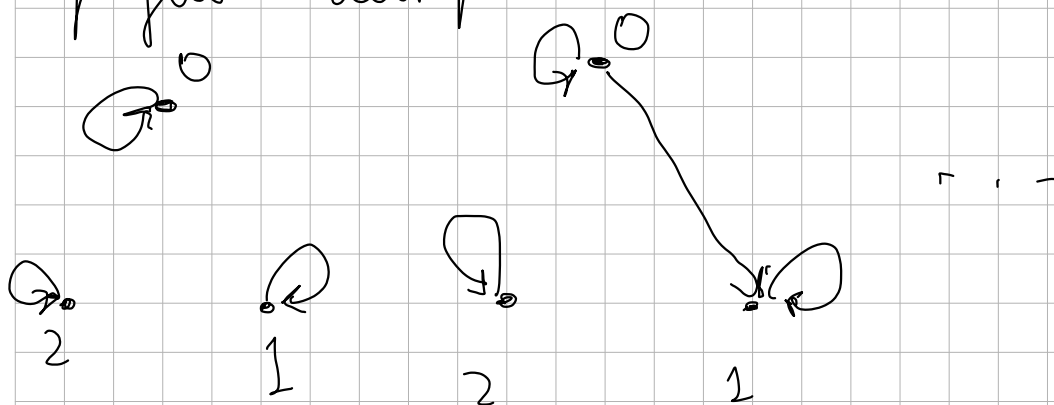
3. Сколько существует различных нестрогих частичных порядков на множестве $V = \{0, 1, 2\}$? Мы считаем порядки P и Q различными, если они не изоморфны друг другу. Постройте графы (V, \prec_P) для каждого порядка.

строгие - без петель
нестрогие - все с петлями.

разные строгие порядки:



разные нестрогие:



4. Вершинами графа, который называется *булев куб размерности n* и обозначается B_n , являются двоичные слова длины n , а соседями (вершинами, соединёнными ребром) являются пары слов, отличающихся в одной позиции.

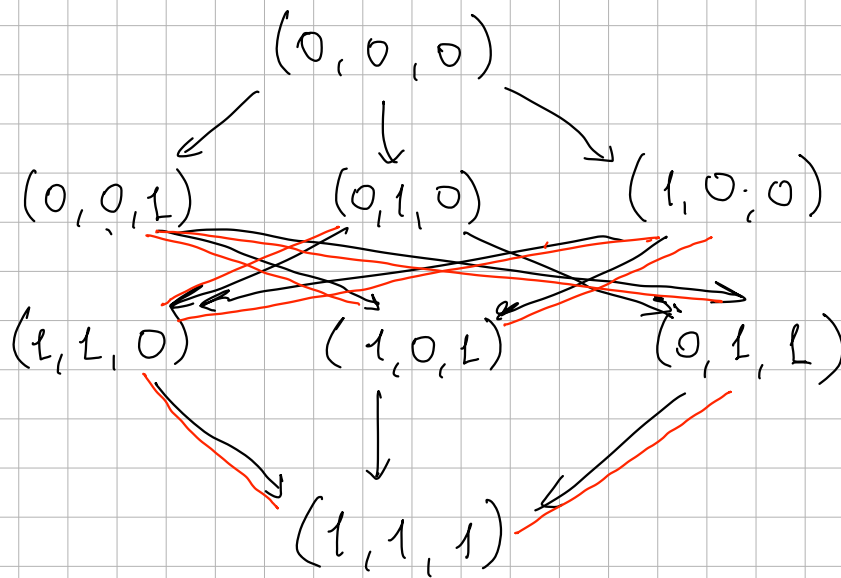
а) Сколько вершин в булевом кубе B_n ?

б) Сколько рёбер в булевом кубе B_n ?

в) Сколько в булевом кубе B_n путей длины 2?

г) Верно ли, что в графе B_3 есть путь длины 8? длины 7?

граф куб B_3



$$B_n = (V_n, E_n)$$

a.) кол-во вершин:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

$$b.) |E_B| = \frac{2^n \cdot n}{2} = 2^{n-1} \cdot n$$

b.) сколько циклов длины 2^n ?

$$\frac{2^n \cdot n(n-1)}{2} = 2^{n-1} \cdot n(n-1)$$