

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 94

Студент
Кучерук Родион Олегович
Р3132

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

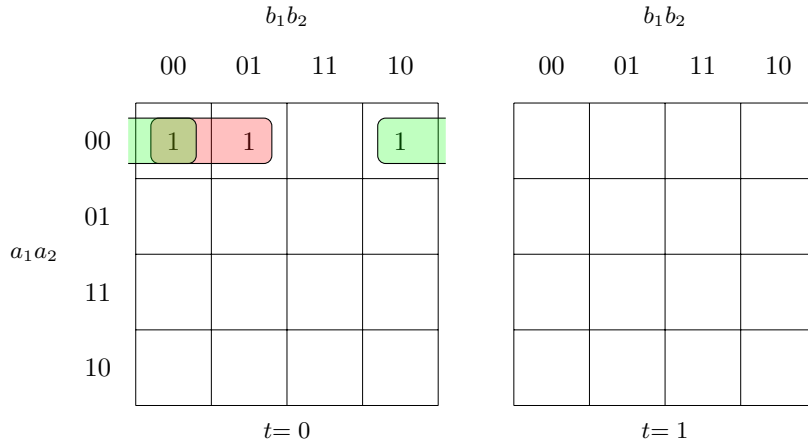
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = A - 3$ (C и A по 4 бита) при $t = 0$ и $C = A + B$ (A и B по 2 бита) при $t = 1$. При переносе/заеме устанавливается бит e .

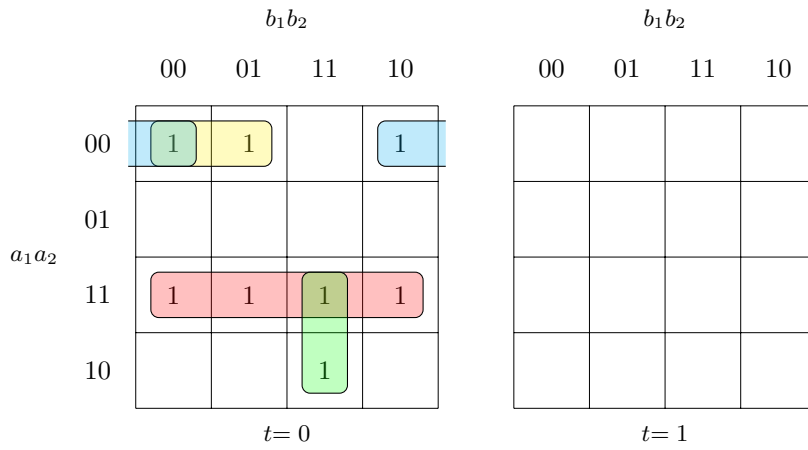
Таблица истинности

№	t	a_1	a_2	b_1	b_2	e	c_1	c_2	c_3	c_4
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
2	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
6	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
7	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
9	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
10	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
11	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
12	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
13	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
14	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
15	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
18	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
19	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
20	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
21	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
22	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
23	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
24	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
25	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1
26	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
27	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1
28	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1
29	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
30	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
31	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0

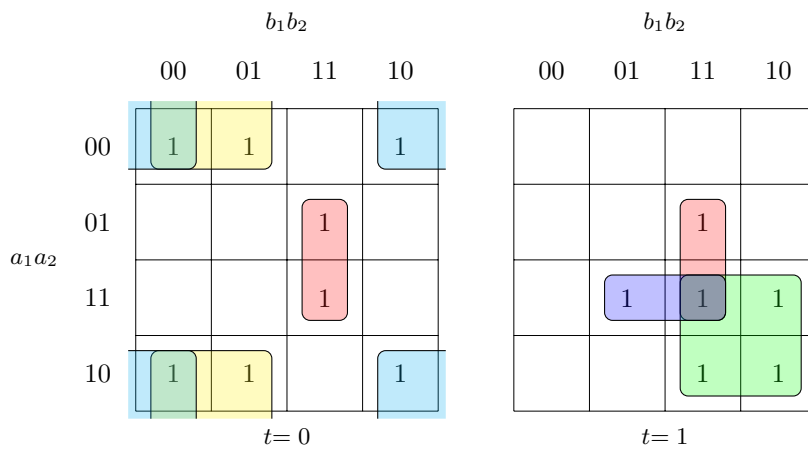
Минимизация булевых функций на картах Карно



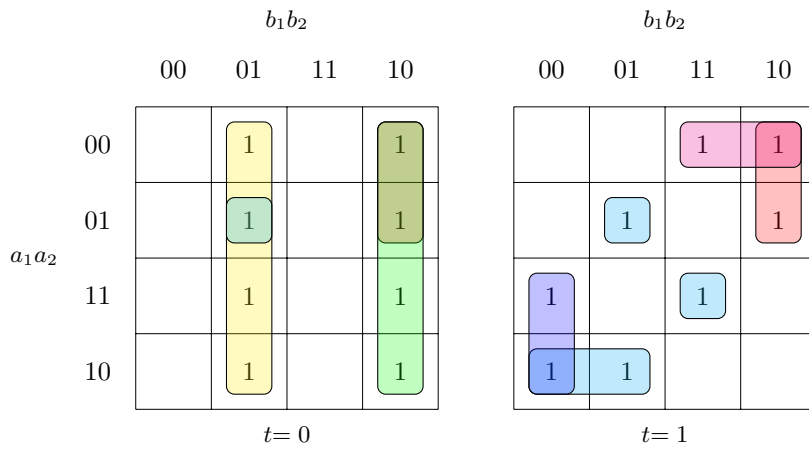
$$e = \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \bar{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_2} \bar{t} \quad (S_Q = 10)$$



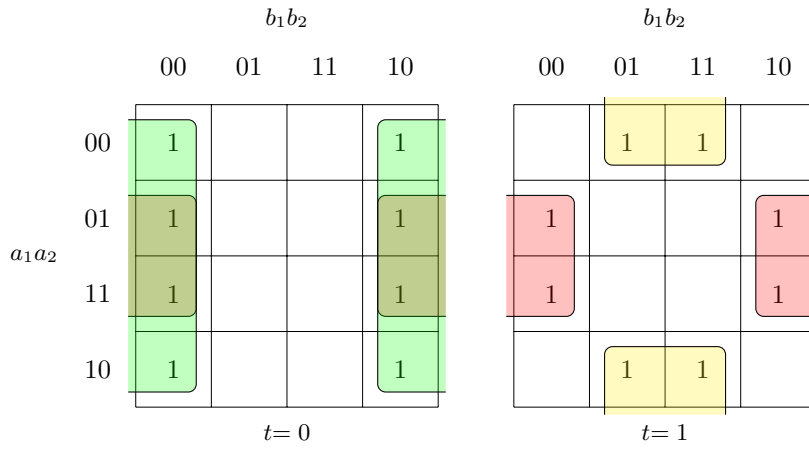
$$c_1 = a_1 a_2 \bar{t} \vee a_1 b_1 b_2 \bar{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \bar{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_2} \bar{t} \quad (S_Q = 19)$$



$$c_2 = a_2 b_1 b_2 \vee a_1 b_1 t \vee \overline{a_2} \overline{b_1} \bar{t} \vee \overline{a_2} \overline{b_2} \bar{t} \vee a_1 a_2 b_2 t \quad (S_Q = 21)$$



$$c_3 = \overline{a_1} b_1 \overline{b_2} \vee b_1 \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{b_1} b_2 \overline{t} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_1} t \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \vee \overline{a_1} a_2 \overline{b_1} b_2 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 t \quad (S_Q = 38)$$



$$c_4 = a_2 \overline{b_2} \vee \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{a_2} b_2 t \quad (S_Q = 10)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases}
 e = \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_2} \overline{t} & (S_Q^e = 10) \\
 c_1 = a_1 a_2 \overline{t} \vee a_1 b_1 b_2 \overline{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_2} \overline{t} & (S_Q^{c_1} = 19) \\
 c_2 = a_2 b_1 b_2 \vee a_1 b_1 t \vee \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \vee \overline{a_2} \overline{b_2} \overline{t} \vee a_1 a_2 b_2 t & (S_Q^{c_2} = 21) \\
 c_3 = \overline{a_1} b_1 \overline{b_2} \vee b_1 \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{b_1} b_2 \overline{t} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_1} t \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \vee \overline{a_1} a_2 \overline{b_1} b_2 \vee \\
 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 38) \\
 c_4 = a_2 \overline{b_2} \vee \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 10)
 \end{cases}$$

($S_Q = 98$)

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned}
 e &= \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_2} \overline{t} \\
 \begin{cases}
 e & (S_Q^e = 10) \\
 c_1 = e \vee a_1 a_2 \overline{t} \vee a_1 b_1 b_2 \overline{t} & (S_Q^{c_1} = 10) \\
 c_2 = a_1 b_1 t \vee a_2 b_1 b_2 \vee \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \vee \overline{a_2} \overline{b_2} \overline{t} \vee a_1 a_2 b_2 t & (S_Q^{c_2} = 21) \\
 c_3 = b_1 \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{a_1} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{b_1} b_2 \overline{t} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_1} t \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} t \vee \overline{a_1} a_2 \overline{b_1} b_2 \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \vee \\
 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 38) \\
 c_4 = a_2 \overline{b_2} \vee \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 10)
 \end{cases}
 \end{aligned}$$

($S_Q = 89$)

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases}
 e = \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{t} (\overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^e = 6) \\
 c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (a_2 \vee b_1 b_2) & (S_Q^{c_1} = 9) \\
 c_2 = \overline{a_2} \overline{t} (\overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \vee a_1 t (b_1 \vee a_2 b_2) \vee a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_2} = 18) \\
 c_3 = b_1 \overline{b_2} (\overline{a_1} \vee \overline{t}) \vee \overline{b_1} b_2 (\overline{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee a_1 \overline{b_1} t (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \vee a_1 a_2 b_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 32) \\
 c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9)
 \end{cases}$$

($S_Q = 74$)

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned}
 \varphi_0 &= b_1 b_2, \quad \overline{\varphi_0} = \overline{b_1} \vee \overline{b_2} \\
 \begin{cases}
 \varphi_0 = b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\
 e = \overline{\varphi_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{t} & (S_Q^e = 4) \\
 c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (\varphi_0 \vee a_2) & (S_Q^{c_1} = 7) \\
 c_2 = \varphi_0 a_2 \vee a_1 t (b_1 \vee a_2 b_2) \vee \overline{\varphi_0} \overline{a_2} \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 15) \\
 c_3 = b_1 \overline{b_2} (\overline{a_1} \vee \overline{t}) \vee \overline{b_1} b_2 (\overline{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee \varphi_0 a_1 a_2 t \vee a_1 \overline{b_1} t (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t & (S_Q^{c_3} = 31) \\
 c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9)
 \end{cases}
 \end{aligned}$$

($S_Q = 69$)

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}), \quad \overline{\varphi_1} = b_1 \vee a_2 b_2 \\
 \begin{cases}
 \varphi_1 = \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\
 \varphi_0 = b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\
 e = \overline{\varphi_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{t} & (S_Q^e = 4) \\
 c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (\varphi_0 \vee a_2) & (S_Q^{c_1} = 7) \\
 c_2 = \varphi_0 a_2 \vee \overline{\varphi_1} a_1 t \vee \overline{\varphi_0} \overline{a_2} \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 11) \\
 c_3 = \varphi_1 a_1 t \vee b_1 \overline{b_2} (\overline{a_1} \vee \overline{t}) \vee \overline{b_1} b_2 (\overline{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee \varphi_0 a_1 a_2 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t & (S_Q^{c_3} = 28) \\
 c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9)
 \end{cases}
 \end{aligned}$$

($S_Q = 67$)

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = a_1 t, \quad \overline{\varphi_2} = \overline{a_1} \vee \bar{t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = a_1 t \\ \varphi_1 = \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \\ \varphi_0 = b_1 b_2 \\ e = \overline{\varphi_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \bar{t} \\ c_1 = e \vee a_1 \bar{t} (\varphi_0 \vee a_2) \\ c_2 = \varphi_0 a_2 \vee \overline{\varphi_1} \varphi_2 \vee \overline{\varphi_0} \overline{a_2} \bar{t} \\ c_3 = \varphi_1 \varphi_2 \vee \varphi_0 \varphi_2 a_2 \vee \overline{\varphi_2} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{b_1} b_2 (\bar{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \bar{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ (S_Q^e = 4) \\ (S_Q^{c_1} = 7) \\ (S_Q^{c_2} = 10) \\ (S_Q^{c_3} = 24) \\ (S_Q^{c_4} = 9) \end{array}$$

$$(S_Q = 65)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \overline{\varphi_0} \overline{a_2} \bar{t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = a_1 t \\ \varphi_1 = \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \\ \varphi_0 = b_1 b_2 \\ c_3 = \varphi_1 \varphi_2 \vee \varphi_0 \varphi_2 a_2 \vee \overline{\varphi_2} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{b_1} b_2 (\bar{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \bar{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t \\ \varphi_3 = \overline{\varphi_0} \overline{a_2} \bar{t} \\ e = \varphi_3 \overline{a_1} \\ c_1 = e \vee a_1 \bar{t} (\varphi_0 \vee a_2) \\ c_2 = \varphi_3 \vee \varphi_0 a_2 \vee \overline{\varphi_1} \varphi_2 \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ (S_Q^{c_3} = 24) \\ (S_Q^{c_4} = 9) \\ (S_Q^{\varphi_3} = 3) \\ (S_Q^e = 2) \\ (S_Q^{c_1} = 7) \\ (S_Q^{c_2} = 7) \end{array}$$

$$(S_Q = 63)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = a_1 t \\ \varphi_1 = \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \\ \varphi_0 = b_1 b_2 \\ c_3 = \varphi_2 (\varphi_1 \vee \varphi_0 a_2) \vee \overline{\varphi_2} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{b_1} b_2 (\bar{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \bar{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t \\ \varphi_3 = \overline{\varphi_0} \overline{a_2} \bar{t} \\ e = \varphi_3 \overline{a_1} \\ c_1 = e \vee a_1 \bar{t} (\varphi_0 \vee a_2) \\ c_2 = \varphi_3 \vee \varphi_0 a_2 \vee \overline{\varphi_1} \varphi_2 \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ (S_Q^{c_3} = 24) \\ (S_Q^{c_4} = 9) \\ (S_Q^{\varphi_3} = 3) \\ (S_Q^e = 2) \\ (S_Q^{c_1} = 7) \\ (S_Q^{c_2} = 7) \end{array}$$

$$(S_Q = 63)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_4 &= \varphi_0 a_2 \\ \left\{ \begin{array}{ll} \varphi_2 = a_1 t & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_1 = \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ \varphi_0 = b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9) \\ \varphi_3 = \overline{\varphi_0} \overline{a_2} \overline{t} & (S_Q^{\varphi_3} = 3) \\ e = \varphi_3 \overline{a_1} & (S_Q^e = 2) \\ c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (\varphi_0 \vee a_2) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ \varphi_4 = \varphi_0 a_2 & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ c_3 = \varphi_2 (\varphi_1 \vee \varphi_4) \vee \overline{\varphi_2} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{b_1} b_2 (\overline{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t & (S_Q^{c_3} = 22) \\ c_2 = \varphi_3 \vee \varphi_4 \vee \overline{\varphi_1} \varphi_2 & (S_Q^{c_2} = 5) \end{array} \right. \\ (S_Q = 61) \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_5 &= \varphi_0 \vee a_2, \quad \overline{\varphi_5} = \overline{\varphi_0} \overline{a_2} \\ \left\{ \begin{array}{ll} \varphi_2 = a_1 t & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_1 = \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ \varphi_0 = b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9) \\ \varphi_4 = \varphi_0 a_2 & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ c_3 = \varphi_2 (\varphi_1 \vee \varphi_4) \vee \overline{\varphi_2} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{b_1} b_2 (\overline{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t & (S_Q^{c_3} = 22) \\ \varphi_5 = \varphi_0 \vee a_2 & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ \varphi_3 = \overline{\varphi_5} \overline{t} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ e = \varphi_3 \overline{a_1} & (S_Q^e = 2) \\ c_1 = e \vee \varphi_5 a_1 \overline{t} & (S_Q^{c_1} = 5) \\ c_2 = \varphi_3 \vee \varphi_4 \vee \overline{\varphi_1} \varphi_2 & (S_Q^{c_2} = 5) \end{array} \right. \\ (S_Q = 60) \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_6 &= \overline{a_2} t, \quad \overline{\varphi_6} = a_2 \vee \overline{t} \\ \left\{ \begin{array}{ll} \varphi_6 = \overline{a_2} t & (S_Q^{\varphi_6} = 2) \\ \varphi_2 = a_1 t & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_1 = \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ \varphi_0 = b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_4 = \varphi_6 b_2 \vee \overline{\varphi_6} \overline{b_2} & (S_Q^{c_4} = 6) \\ \varphi_4 = \varphi_0 a_2 & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ c_3 = \varphi_2 (\varphi_1 \vee \varphi_4) \vee \varphi_6 \overline{a_1} b_1 \vee \overline{\varphi_2} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{b_1} b_2 (\overline{t} \vee \overline{a_1} a_2) & (S_Q^{c_3} = 21) \\ \varphi_5 = \varphi_0 \vee a_2 & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ \varphi_3 = \overline{\varphi_5} \overline{t} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ e = \varphi_3 \overline{a_1} & (S_Q^e = 2) \\ c_1 = e \vee \varphi_5 a_1 \overline{t} & (S_Q^{c_1} = 5) \\ c_2 = \varphi_3 \vee \varphi_4 \vee \overline{\varphi_1} \varphi_2 & (S_Q^{c_2} = 5) \end{array} \right. \\ (S_Q = 59) \end{aligned}$$

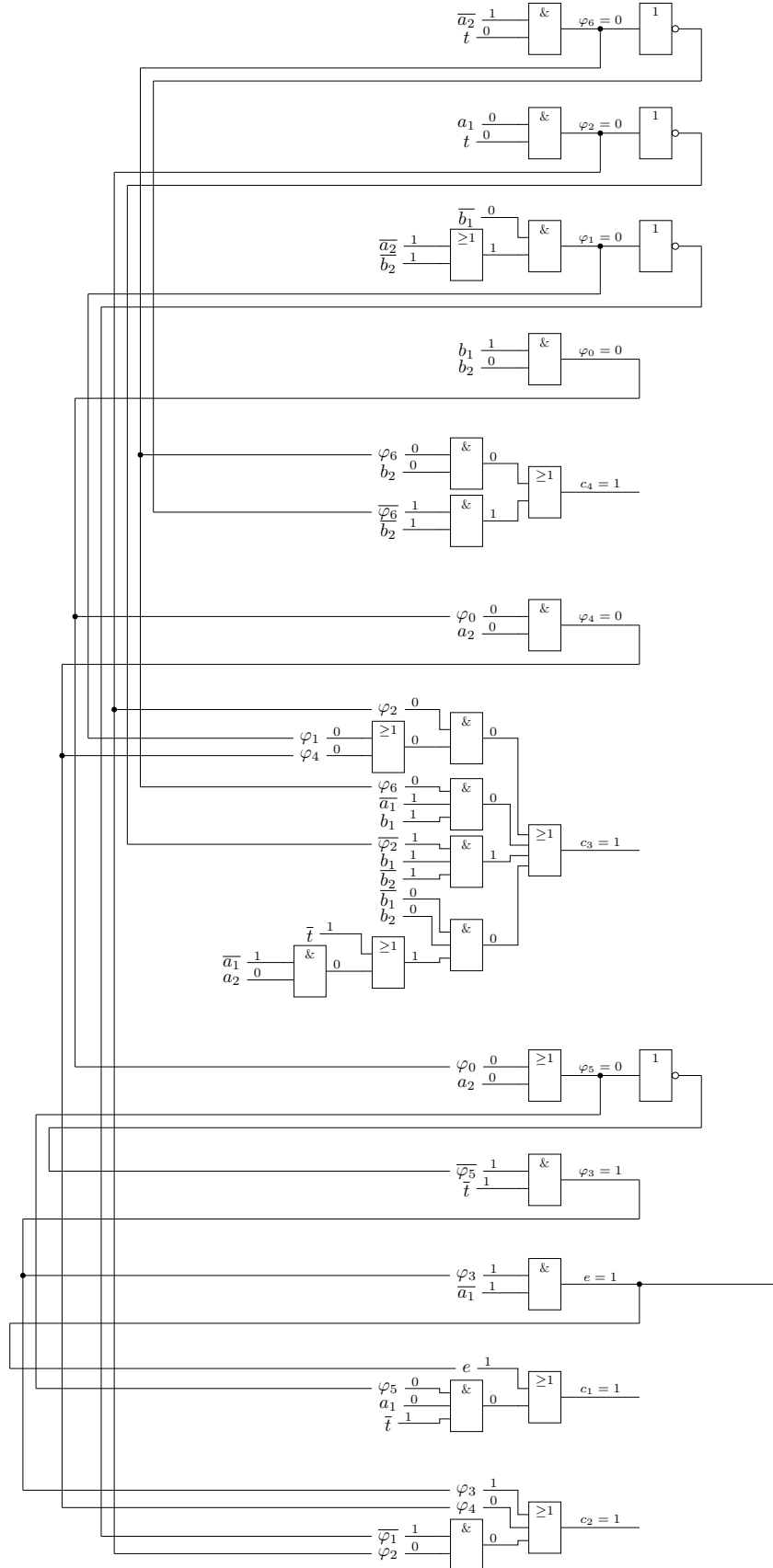
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 0, a_2 = 0, b_1 = 1, b_2 = 0, t = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$e = 1, c_1 = 1, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 59$. Задержка схемы: $T = 6\tau$.