

Hjemmeopgave H10: Elektricitet
2.b fysik A

Kevin Zhou

16. april 2024

Opgave 1: Fire elektriske kredsløb

- Amperemetret viser 2,0 A. Hvad viser det, når kontakten er sluttet.
- Hvad er den mindste værdi voltmetret viser, når den variable resistor varieres mellem 0 Ω og 2 Ω .
- Gennem hvilken af de viste resistorer er strømstyrken mindst?
- Hvad sker der med pæren, hvis kontakten K sluttes?

Løsning:

a. For en resistor gælder Ohms lov og for to resistorer, der sidder i serieforbindelse er erstatningsresistansen blot summen af de to resistorers resistanser. Altså ser vi når kontakten ikke er sluttet, at

$$\begin{aligned} U &= R \cdot I \\ &= (3 \Omega + 3 \Omega) \cdot 2,0 \text{ A} \\ &= 12 \text{ V} \end{aligned}$$

Når kontakten er sluttet, så ser vi, at en resistor med resistans 3 Ω sider i serieforbindelse med en parallelkobling af en resistor med resistans 3 Ω og en resistor med resistans 6 Ω . Siden der for to resistorer med resistanser R_1 og R_2 i parallelforbindelse gælder sammenhængen med erstatningsresistansen R , at $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, så må den samlede erstatningsresistans for de tre resistorer være

$$\begin{aligned} R &= 3 \Omega + \left(\frac{1}{3 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega} \right)^{-1} \\ &= 3 \Omega + 2 \Omega \\ &= 5 \Omega \end{aligned}$$

Vi kan da regne strømstyrken ud, når kontakten er sluttet.

$$\begin{aligned} I &= \frac{U}{R} \\ &= \frac{12 \text{ V}}{5 \Omega} \\ &= 2,4 \text{ A} \end{aligned}$$

Altså viser amperemetret 2,4 A når kontakten er sluttet.

b. Strømstyrken er konstant i en serieforbindelse. Siden der for resistorerne gælder, at $U = R \cdot I$, så må der gælde, at spændingsfaldet er mindst, når erstatningsresistansen er størst (da strømstyrken så er så lille som mulig). Da får vi strømstyrken til at være

$$\begin{aligned} I &= \frac{U}{R} \\ &= \frac{5 \text{ V}}{2 \Omega + 3 \Omega} \\ &= 1 \text{ A} \end{aligned}$$

Voltmetret viser spændingsfaldet over resistoren med resistans 3 Ω , der er

$$\begin{aligned} U &= R \cdot I \\ &= 3 \Omega \cdot 1 \text{ A} \\ &= 3 \text{ V} \end{aligned}$$

Altså er den mindste værdi voltmetret viser 3 V.

c. For resistorer i seriekobling er strømstyrken den samme. Altså er strømstyrken gennem resistoren med resistans 1 Ω , parallelkoblingen af de tre resistorer samt resistoren med resistans 5 Ω den samme. I en parallelkobling er spændingen den samme for resistorerne. Altså er det klart, at en af resistorerne i parallelforbindelsen må være

den med mindst strømstyrke igennem sig. Siden vi har $I = \frac{U}{R}$, så må det være den med den største resistans. Altså er strømstyrken mindst gennem resistoren med en resistans på 4Ω .

d. Hvis kontakten K sluttes, så må pæren slukke, idet den sidder i parallelforbindelse med en ledning med en resistans nær 0. Altså vil strømmen ikke løbe gennem pæren.

Opgave 2: Kogeplade

En kogeplade indeholder to modstandstråde med resistanserne 52Ω og 92Ω . En omskifter kan lægge netspændingen på 230 V over hver af de to tråde for sig, over de to tråde koblet i serie eller over de to tråde koblet parallelt.

- a. Find den effekt, hvormed kogepladen omsætter energi i hver af de fire situationer.

Løsning:

Vi antager, at de to modstandstråde kan betegnes som resistorer. Når netspændingen lægges over tråden med resistans 52Ω for sig, så er effekten

$$\begin{aligned} P &= \frac{U^2}{R} \\ &= \frac{(230 \text{ V})^2}{52 \Omega} \\ &\approx 1,0 \text{ kW} \end{aligned}$$

Når netspændingen lægges over tråden med resistans 92Ω for sig, så er effekten

$$\begin{aligned} P &= \frac{U^2}{R} \\ &= \frac{(230 \text{ V})^2}{92 \Omega} \\ &\approx 0,58 \text{ kW} \end{aligned}$$

Når netspændingen lægges over de to tråde i serie, så er effekten

$$\begin{aligned} P &= \frac{U^2}{R} \\ &= \frac{(230 \text{ V})^2}{52 \Omega + 92 \Omega} \\ &\approx 0,37 \text{ kW} \end{aligned}$$

Når netspændingen lægges over de to tråde koblet parallelt, så er effekten

$$\begin{aligned} P &= \frac{U^2}{R} \\ &= \frac{(230 \text{ V})^2}{\left(\frac{1}{52 \Omega} + \frac{1}{92 \Omega}\right)^{-1}} \\ &\approx 1,6 \text{ kW} \end{aligned}$$

Altså er effekten, hvormed kogepladen omsætter energi i hver af de fire situationer henholdsvis $1,0 \text{ kW}$, $0,58 \text{ kW}$, $0,37 \text{ kW}$ og $1,6 \text{ kW}$.

Opgave 3: Varmelegeme til bilbagrude

Et elektrisk varmelegeme til bagruden af en bil består af 10 ens metaltråde, der er forbundet parallelt. Hver tråd har længden $1,02 \text{ m}$ og tværsnitsarealet $0,038 \text{ mm}^2$. Trådene er lavet af et materiale med resistiviteten $0,421 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

- a. Bestem resistansen af hver af trådene og varmelegemets samlede resistans.

Varmelegemet sluttet til bilens batteri, som har hvilespændingen 12,0 V og den indre resistans 0,17 Ω .

b. Bestem strømstyrken i kredsløbet og polspændingen over batteriet.

Et batteris evne til at levere strøm angives ved dets ladning, ofte angivet i enheden amperetimer.

c. Hvor lang tid kan batteriet holde varmelegemet tændt, når batteriet indeholder 46 Ah?

Løsning:

a. En af trådene har da resistansen

$$\begin{aligned} R_{\text{tråd}} &= \rho \cdot \frac{l}{A} \\ &= 0,421 \, \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{1,02 \, \text{m}}{0,038 \, \text{mm}^2} \\ &\approx 11 \, \Omega \end{aligned}$$

Varmelegemet har ti tråde med denne resistans i parallellforbindelse. Altså er hele varmelegemets resistans

$$\begin{aligned} R_{\text{legeme}} &= \left(\frac{10}{R_{\text{tråd}}} \right)^{-1} \\ &\approx 1,1 \, \Omega \end{aligned}$$

Altså har hver af trådene en resistans på 11 Ω , og hele varmelegemet har en resistans på 1,1 Ω .

b. Vi bruger da Ohms 2. lov om en spændingskilde, hvor der gælder

$$U_0 = (R_i + R_y) \cdot I$$

hvor U_0 er hvilespændingen, R_i er den indre resistans og R_y er den ydre resistans. Strømstyrken i kredsløbet er da

$$\begin{aligned} I &= \frac{U_0}{R_i + R_y} \\ &= \frac{12,0 \, \text{V}}{0,17 \, \Omega + R_{\text{legeme}}} \\ &\approx 9,2 \, \text{A} \end{aligned}$$

Da vi nu både kender strømstyrken og den ydre resistans, kan vi regne polspændingen ud.

$$\begin{aligned} U_{\text{pol}} &= R_y \cdot I \\ &= R_{\text{legeme}} \cdot I \\ &\approx 10 \, \text{V} \end{aligned}$$

Altså er strømstyrken i kredsløbet 9,2 A, hvor polspændingen er 10 V.

c. Vi kender allerede strømstyrken i kredsløbet. Tiden, som batteriet kan holde varmelegemet tændt i er da

$$\begin{aligned} t &= \frac{46 \, \text{Ah}}{I} \\ &\approx 5,0 \, \text{h} \end{aligned}$$

Altså kan batteret holde varmelegemet tændt i 5,0 timer.

Opgave 4: Højspændingsledning

En højspændingsledning er 19,6 km lang og har tværsnitsarealet 712 mm². Den består af en kerne af jern omgivet af aluminium. Jernkernen har tværsnitsarealet 85 mm². Resistiviteten ved 20 °C for jern er 0,101 Ω · mm²/m, og for aluminium er den 0,0272 Ω · mm²/m.

- Beregn resistansen af jernkernen i ledningen en sommerdag, hvor temperaturen er 20 °C.
- Beregn ledningens samlede resistans samme dag.

Løsning:

- a. Resistansen af jernkernen ved 20 °C er da

$$\begin{aligned} R_{\text{jern}} &= \rho \cdot \frac{l}{A} \\ &= 0,101 \, \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{19,6 \cdot 10^3 \, \text{m}}{85 \, \text{mm}^2} \\ &\approx 23 \, \Omega \end{aligned}$$

Altså er resistansen ved 20 °C af jernkernen i ledningen 23 Ω.

- b. Vi regner først ledningens samlede resistivitet ved at tage et vægtet gennemsnit af de to givne resistiviteter.

$$\begin{aligned} \rho_{\text{samlet}} &= \frac{85}{712} \cdot 0,101 \, \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m} + \frac{712 - 85}{712} \cdot 0,0272 \, \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m} \\ &= \left(\frac{85}{712} \cdot 0,101 + \frac{627}{712} \cdot 0,0272 \right) \, \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

Vi kan nu regne den samlede resistans for ledningen

$$\begin{aligned} R_{\text{samlet}} &= \rho_{\text{samlet}} \cdot \frac{l}{A} \\ &= \rho_{\text{samlet}} \cdot \frac{19,6 \cdot 10^3 \, \text{m}}{712 \, \text{mm}^2} \\ &\approx 0,99 \, \Omega \end{aligned}$$

Altså er ledningens samlede resistans på den samme dag 0,99 Ω.