Aflevering 24
2.b mat A

Kevin Zhou

Februar 2024

Bedømmelseskriterier:

- Redegørelse og dokumentation for metode
- Figurer, grafer og andre illustrationer
- Notation og layout
- Formidling og forklaring

Opgave 1

I planen er der givet to vektorer, $\vec{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} t-2 \\ 5 \end{pmatrix}$ og $\vec{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\quad t \in \mathbb{R}$.

Bestem tallet t, så vektorerne $\vec{\mathbf{a}}$ og $\vec{\mathbf{b}}$ er ortogonale.

Løsning:
Når vektorerne er ortogonale, så må dotproduktet være lig med 0.

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{a}} \perp \vec{\mathbf{b}} &\iff \vec{\mathbf{a}} \cdot \vec{\mathbf{b}} = 0 \\ &\iff 3 \cdot (t-2) + 5 \cdot (-3) = 0 \\ &\iff 3t = 21 \\ &\iff t = 7 \end{aligned}$$

Opgave 2

Bestem $t \in \mathbb{R}$ sådan at vektorerne $\vec{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2t-3 \end{pmatrix}$ og $\vec{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7t-5 \end{pmatrix}$ er parallelle.

Løsning:
Når vektorerne er parallelle, så må determinanten være lig med 0.

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{a}} \parallel \vec{\mathbf{b}} &\iff \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2t-3 & 7t-5 \end{vmatrix} = 0 \\ &\iff 14t - 10 - 8t + 12 = 0 \\ &\iff 6t = -2 \\ &\iff t = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Opgave 3

I et koordinatsystem er to vektorer $\vec{\mathbf{a}}$ og $\vec{\mathbf{b}}$ givet ved

$$\vec{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Bestem arealet af det parallelogram, som $\vec{\mathbf{a}}$ og $\vec{\mathbf{b}}$ udspænder

Løsning:
Arealet af parallelogrammet er den absolutte værdi af determinanten for de to vektorer.

$$\begin{aligned} A &= \left| \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \right| \\ &= |15 - 2 \cdot (-2)| \\ &= 19 \end{aligned}$$

Altså er arealet af parallelogrammet 19.

Opgave 4

En indhegning har form som vist på figuren i pdf-filen i lectio. Nogle af målene er angivet på figuren.

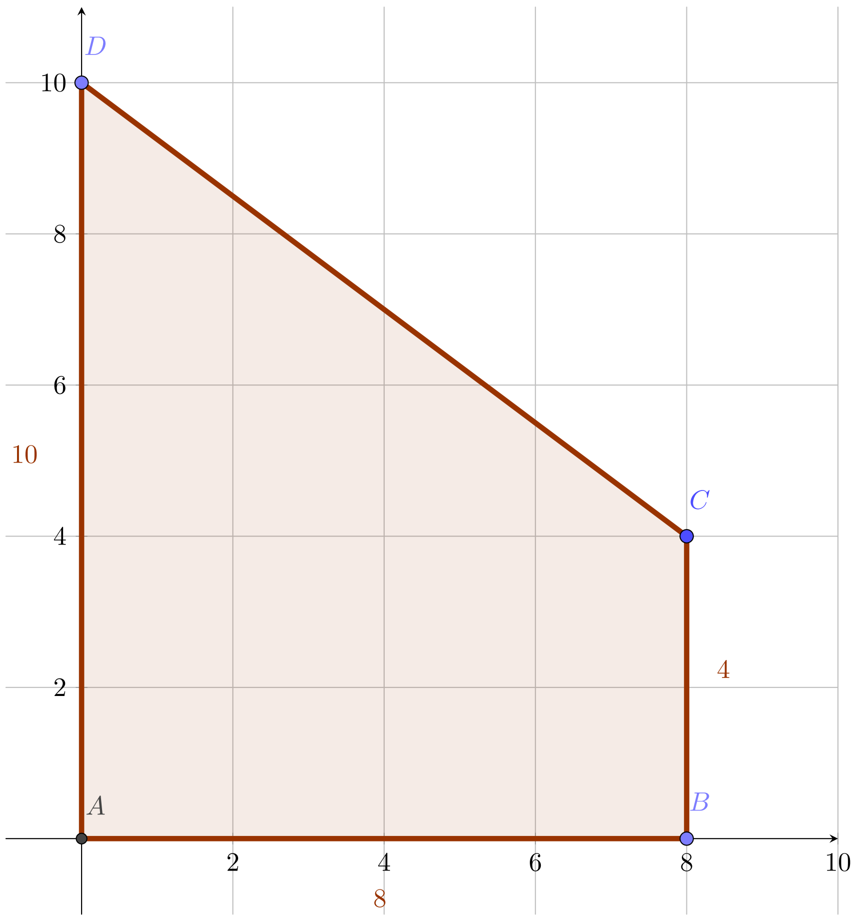
a. Indlæg en model af indhegningen i et koordinatsystem, hvor koordinatsættet for punktet A er (0,0).

b. Bestem koordinatsættene for vektorerne $\overrightarrow{\mathbf{CB}}$ og $\overrightarrow{\mathbf{CD}}$ i min model.

c. Beregn indhegningens omkreds.

Løsning:

a. En model af indhegningen i et koordinatsystem kan ses i fig. 1.



Figur 1: Model tegnet med GeoGebra og TikZ

b. Koordinatsættene for $\overrightarrow{\mathbf{CB}}$ og $\overrightarrow{\mathbf{CD}}$ er da

$$\overrightarrow{\mathbf{CB}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{\mathbf{CD}} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

c. Indhegningens omkreds er da summen af længden af de tre angivne sider og længden af $\overrightarrow{\mathbf{CD}}$.

$$\begin{aligned} O &= 10 + 8 + 4 + \left|\overrightarrow{\mathbf{CD}}\right| \\ &= 22 + \sqrt{(-8)^2 + 6^2} \\ &= 32 \end{aligned}$$

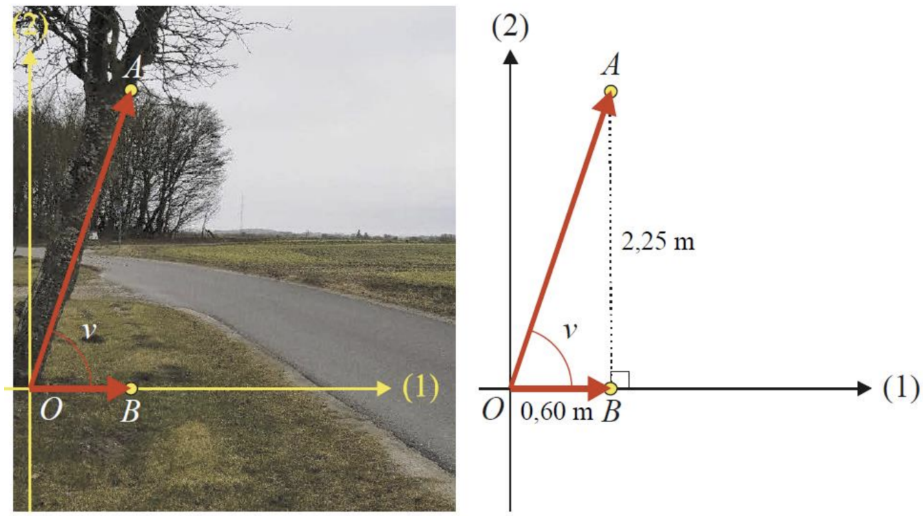
Altså er indhegningens omkreds 32.

Opgave 5

Fotoet (fig. 2) viser et træ, som vinden har fået til at hælde. Der er indlagt et koordinatsystem på fotoet. Den vandrette afstand fra O til punktet B på jorden er 0,60 m. Den lodrette aftand fra B til punktet A er 2,25 m.

a. Bestem koordinatsættene til vektorerne $\overrightarrow{\mathbf{OA}}$ og $\overrightarrow{\mathbf{OB}}$.

b. Bestem vinkel v.



Figur 2: Fotoet

Løsning:

a. Koordinatsættene til $\overrightarrow{\mathbf{OA}}$ og $\overrightarrow{\mathbf{OB}}$ er da

$$\overrightarrow{\mathbf{OA}} = \begin{pmatrix} 0{,}6 \\ 2{,}25 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{OB}} = \begin{pmatrix} 0{,}6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b. Vi bestemmer v med de to vektorer fra **a.**.

$$\begin{aligned} v &= \cos^{-1}\left(\frac{\overrightarrow{\mathbf{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{OB}}}{\left|\overrightarrow{\mathbf{OA}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{OB}}\right|}\right) \\ &= \cos^{-1}\left(\frac{0{,}6^2}{\sqrt{0{,}6^2 \cdot (0{,}6^2 + 2{,}25^2)}}\right) \\ &\approx 75^\circ \end{aligned}$$

Altså er vinklen v cirka 75°.