# Aflevering 15

**2.b mat A**

Kevin Zhou

September 2023

**Bedømmelseskriterier:**

- Redegørelse og dokumentation for metode
- Figurer, grafer og andre illustrationer
- Notation og layout
- Formidling og forklaring

## Opgave 1

I en model kan udviklingen i antallet af tilskadekomne el-cyklister beskrives med funktionen

$$f(x) = 16 \cdot 1{,}458^x,$$

hvor $x$ er antal år efter 2013, og $f(x)$ er antallet af tilskadekomne el-cyklister.

a. Hvad fortæller tallet 1,458 om antallet af tilskadekomne el-cyklister?

Nedenstående er en tabel med indekstal for salget af el-cykler.

| Årstal | 2013 | 2018 |
|---|---|---|
| Indekstal | 100 | 323 |

b. Gør rede for, at den samlede procentvise vækst i løbet af de 5 år fra 2013-2018 er større for antallet af tilskadekomne el-cyklister end for salget af el-cykler.

***Løsning:***
**a.** Tallet 1,458 fortæller, at antallet af tilskadekomne el-cyklister ifølge modellen hvert år vokser med 45,8%.

**b.** Den procentvise vækst for salget af el-cykler er følgende.

$$vækst_{salg} = \frac{323}{100} = 323\%$$

Den procentvise vækst for antallet af tilskadekomne el-cyklister over en femårig periode ifølge modellen er følgende.

$$vækst_{tilskadekomne} = 1{,}458^5 \approx 658{,}9\%$$

Der ses da nedenstående resultat.

$$vækst_{tilskadekomne} > vækst_{salg}$$

## Opgave 2

Definer $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ og $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ved

$$f(x) = x + 1$$
$$g(x) = x^2 - 1$$

a. Løs ligningen $g(f(x)) = 0$.

***Løsning:***
**a.** Ligningen kan nemt løses med simpel algebra.

$$\begin{aligned} g(f(x)) = 0 &\iff (x+1)^2 - 1 = 0 \\ &\iff x^2 + 2x = 0 \\ &\iff x(x+2) = 0 \\ &\iff x = 0 \lor x = -2 \end{aligned}$$

Altså er $x = 0$ eller $x = -2$.

**Opgave 3**

Den sammensatte funktion $h(x) = f(g(x))$ er givet ved

$$h(x) = \ln(2x+4), \quad x > -2$$

a. Giv et eksempel på forskrifter for funktionerne $f$ og $g$, som $h$ kan være sammensat af.

***Løsning:***
**a.** Lad $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ og $g : \{x \in \mathbb{R} : x > -2\} \to \mathbb{R}$ være defineret ved

$$f(x) = x$$

$$g(x) = \ln(2x+4)$$

Så vil det gælde, at

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= \ln(2x+4), \quad x > -2 \\ &= h(x) \end{aligned}$$

hvilket var, hvad vi ville vise.

**Opgave 4**

Et andengradspolynomium $f$ er givet ved

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 5$$

Grafen for $f$ er en parabel.

a. Bestem koordinatsættet til toppunktet af parablen.

Andengradspolynomierne $g$ og $h$ er givet ved

$$\begin{aligned} g(x) &= 2 \cdot (x-1)^2 + 3 \\ h(x) &= 2 \cdot (x-3)^2 + 1 \end{aligned}$$

b. Forklar, hvilket af andengradspolynomierne, der har samme graf som $f$.

***Løsning:***
**a.** Ved toppunktet er hældningen af tangenten 0:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x) = 4x - 4 = 0 \iff x = 1$$

y-værdien for toppunktet kan nu findes:

$$y = f(1) = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 5 = 3$$

Altså er koordinatsættet til toppunktet af parablen $(1, 3)$

**b.** Vi vil vise, at $g$ har samme graf som $f$ ved at vise, at $g(x) = f(x)$, siden to ens funktioner har den samme graf.

$$g(x) = 2 \cdot (x-1)^2 + 3 = 2x^2 + 2 \cdot 1^2 - 2 \cdot 2x + 3 = 2x^2 - 4x + 5 = f(x)$$

hvilket var, hvad vi ville vise. Altså har $g$ samme graf som $f$.

## Opgave 5

En funktion $f$ er givet ved

$$f(x) = log(36 - 9x)$$

a. Bestem definitionsmængden for $f$.

b. Tegn grafen for $f$.

***Løsning:***

**a.** Siden funktionen $g(x) = log(a)$ kun er defineret for $a > 0$, så er $f$ kun defineret for følgende.

$$36 - 9x > 0 \iff 9x < 36 \iff x < 4$$

Definitionsmængden af $f$ er altså $Dm(f) = \{x \in \mathbb{R} : x < 4\}$

**b.** Nedenfor i fig. 1 ses grafen for $f$.

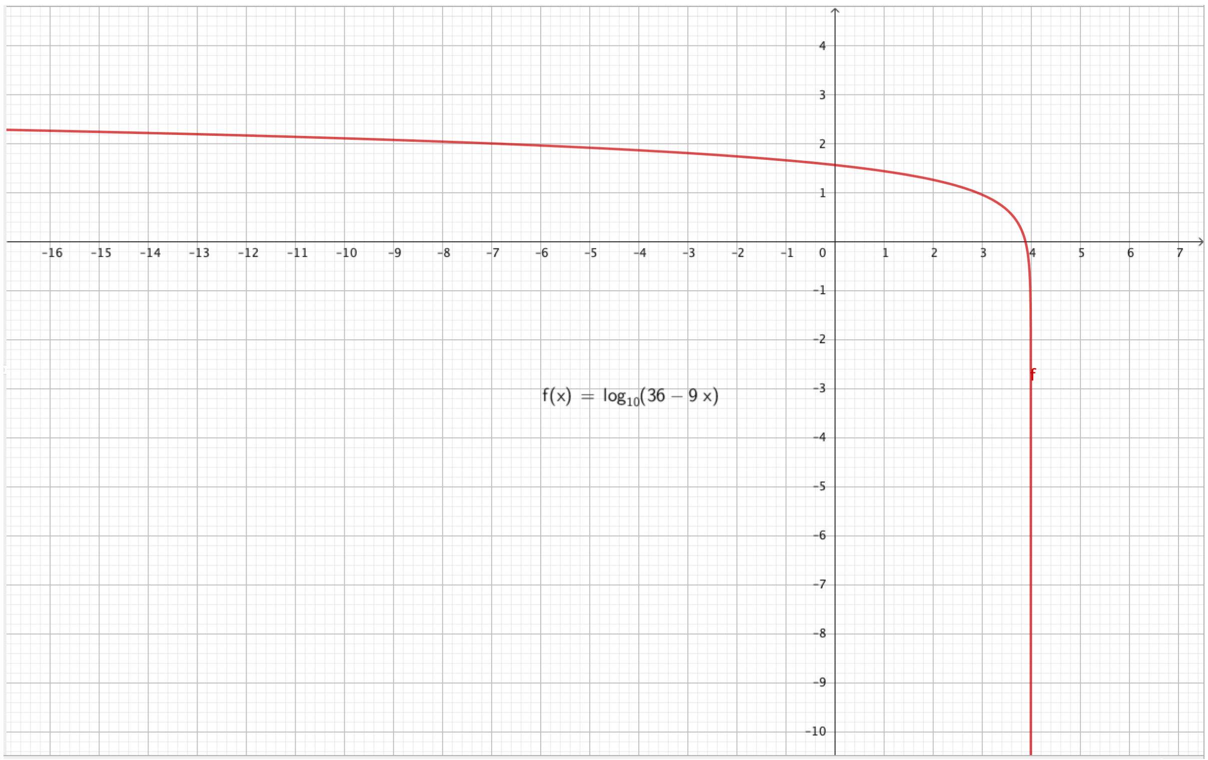


Figure 1: Graf for $f$ tegnet i Geogebra