Eksamen august 2024

3.b fysik A

Kevin Zhou

1. maj 2025

Opgave 1: Minikøleskab

Et minikøleskab står tændt i 365 dage. Køleskabet omsætter elektrisk energi med effekten 47 W.

a. Beregn den elektriske energi, som minikøleskabet omsætter på 365 dage.

Ved en test af et minikøleskab måles temperaturen af en fyldt sodavandsdåse som funktion af tiden efter anbringelse i køleskabet. På et tidspunkt falder temperaturen med 0,46 °C pr. minut. Den fyldte sodavandsdåse består af 345 g sodavand og 14,3 g aluminium. Den specifikke varmekapacitet for sodavand er 3,90 kJ/(kg·°C).

b. Bestem den effekt, hvormed der afgives energi fra den fyldte sodavandsdåse, når temperaturen falder med 0,46 °C pr. minut.

Løsning:

a. Energien, som minikøleskabet omsætter på 365 dage må være

$$\begin{aligned} E &= P \cdot t \\ &= 47\ \mathrm{W} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60^2\ \mathrm{s} \\ &\approx 1{,}5 \cdot 10^9\ \mathrm{J} \\ &= 1{,}5\ \mathrm{GJ}. \end{aligned}$$

Den elektriske energi, som minikøleskabet opmsætter på 365 dage er altså 1,5 GJ.

b. Vi starter med at finde et udtryk for effekten. Bemærk, at vi lader T betegne temperaturen, hvor t betegner tid.

$$\begin{aligned} P &= \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} \\ &= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(E_{\text{alu}} + E_{\text{soda}}\right) \\ &= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(T \cdot \left(c_{\text{alu}} \cdot m_{\text{alu}} + c_{\text{soda}} \cdot m_{\text{soda}}\right)\right) \\ &= -\left(c_{\text{alu}} \cdot m_{\text{alu}} + c_{\text{soda}} \cdot m_{\text{soda}}\right) \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}, \end{aligned}$$

hvor det sidste lighedstegn gælder, da det kun er T, som afhænger af tiden (for både de specifikke varmekapaciter og masserne er konstante). Det er i opgaven givet, at $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -0{,}46\ ^\circ\mathrm{C/min}$. Vi kan nu udregne effekten P.

$$\begin{aligned} P &= \left(c_{\text{alu}} \cdot m_{\text{alu}} + c_{\text{soda}} \cdot m_{\text{soda}}\right) \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \\ &= -\left(897\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \cdot 0{,}0143\ \mathrm{kg} + 3{,}90 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot {}^\circ\mathrm{C}} \cdot 0{,}345\ \mathrm{kg}\right) \cdot \left(-\frac{0{,}46}{60}\ \frac{^\circ\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\right) \\ &\approx 10\ \mathrm{W}. \end{aligned}$$

Effekten, hvormed der afgives energi fra den fyldte sodavandsdåse, når temperaturen falder med 0,46 °C pr. minut er altså 10 W.

Opgave 2: Batteribeskyttelse

Spændingsfaldet over en NTC-resistor i en telefon er 4,5 V. Strømstyrken igennem NTC-resistoren må højst være 0,21 mA.

a. Beregn den afsatte effekt i NTC-resistoren, når strømstyrken gennem den er 0,21 mA.

Et batteri bør ikke oplades ved en temperatur højere end 45 °C. En NTC-resistor bruges til at måle batteriets temperatur. NTC-resistoren sidder i det viste kredsløb, hvor amperemeteret måler strømstyrken igennem kredsløbet.
Grafen viser NTC-resistorens resistans RNTC som funktion af temperaturen T. Under en opladning af batteriet er strømstyrken i kredsløbet 0,152 mA.

b. Bestem NTC-resistorens temperatur.

Løsning:
a. Den afsatte effekt i NTC-resistoren må være

$$\begin{aligned} P &= U \cdot I \\ &= 4{,}5\ \mathrm{V} \cdot 0{,}21 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A} \\ &\approx 9{,}5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{W} \\ &= 0{,}95\ \mathrm{mW}. \end{aligned}$$

Når strømstyrken gennem NTC-resistoren er 0,21 mA, så er den afsatte effekt i den altså 0,95 mW.

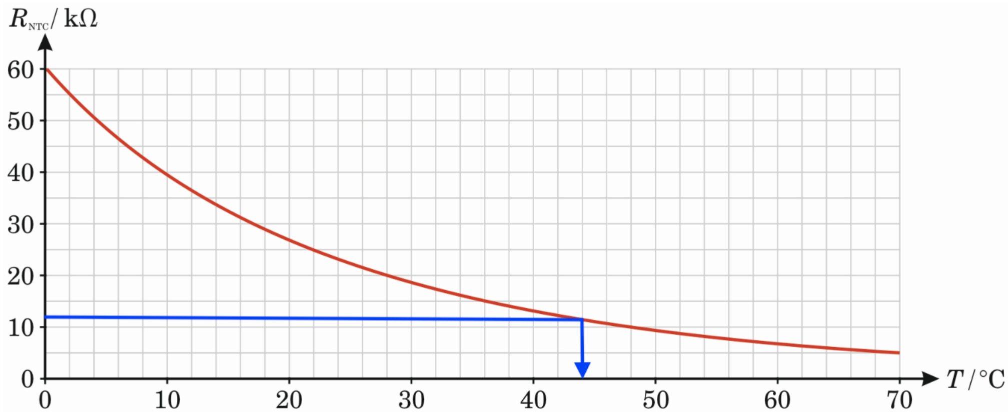
b. Vi betegner resistansen af resistoren med resistans på 22 kΩ for R_1, og betegner resistansen af resistoren med resistans på 25 kΩ med R_2. Vi ser så, at NTC-resistoren sidder i parallelforbindelse med resistoren med resistansen R_1. Denne parallelforbindelse sidder i serie med resistoren med resistans R_2. Der gælder da, at

$$\begin{aligned} R = \frac{U}{I} \iff \frac{R_1 \cdot R_{\mathrm{NTC}}}{R_1 + R_{\mathrm{NTC}}} + R_2 &= \frac{U}{I} \\ \iff R_{\mathrm{NTC}} &= \frac{R_1 \cdot \left(\frac{U}{I} - R_2\right)}{R_1 - \left(\frac{U}{I} - R_2\right)} \\ \iff R_{\mathrm{NTC}} &= \frac{R_1 \cdot \left(\frac{U}{I} - R_2\right)}{R_1 - \frac{U}{I} + R_2}. \end{aligned}$$

Vi indsætter de kendte værdier og udregner R_{NTC}.

$$\begin{aligned} R_{\mathrm{NTC}} &= \frac{R_1 \cdot \left(\frac{U}{I} - R_2\right)}{R_1 - \frac{U}{I} + R_2} \\ &= \frac{22 \cdot 10^3\ \Omega \cdot \left(\frac{5{,}0\ \mathrm{V}}{0{,}152 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A}} - 25 \cdot 10^3\ \Omega\right)}{22 \cdot 10^3\ \Omega - \frac{5{,}0\ \mathrm{V}}{0{,}152 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A}} + 25 \cdot 10^3\ \Omega} \\ &\approx 12 \cdot 10^3\ \Omega \\ &= 12\ \mathrm{k}\Omega. \end{aligned}$$

Vi aflæser så på den givne (T, R_{NTC})-graf (se fig. 1), at NTC-resistorens temperatur må være 44 °C.



Figur 1: Aflæsning på (T, R_{NTC})-grafen

Opgave 3: Lidar-sensor

En mobiltelefon udsender laserlys med frekvensen $3{,}19 \cdot 10^{14}$ Hz i 500 ps.

a. Bestem antal svingninger i det udsendte laserlys.

Det udsendte laserlys reflekteres af en genstand og registreres af en sensor i mobiltelefonen. Telefonen beregner så afstanden til genstanden ved brug af lysets fart i luft og tiden fra lysets udsendelse til det registreres i telefonen.
Med henblik på at bestemme lysets fart i vand sender en mobiltelefon laserlys lodret ned i et bægerglas. Afstanden mellem telefonen og glassets bund er 40,0 cm. Der er 3,9 cm vand i bægerglasset. Telefonen måler afstanden 41,9 cm til glassets bund på trods af, at afstanden til glassets bund er 40,0 cm.

b. Bestem ved hjælp af målingerne en værdi for lysets fart i vand.

Løsning:

a. Siden frekvensen er antal svingninger per tid, så er det klart, at antallet af svingninger må være

$$\begin{aligned} n &= f \cdot t \\ &= 3{,}19 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \cdot 500 \cdot 10^{-12}\ \text{s} \\ &\approx 1{,}60 \cdot 10^{5}. \end{aligned}$$

Antallet af svinginger i det udsendte laserlys er altså $1{,}60 \cdot 10^{5}$.

b. Lad t_{total} betegne den samlede tid fra lysets udsendelse til dets registrering, og lad $s_{\text{målt}}$ betegne afstanden, som telefonen måler til glassets bund. Bemærk, at telefonen allerede har taget hensyn til, at lyset både skal bevæge sig frem og så tilbage. Så har vi

$$t_{\text{total}} = \frac{s_{\text{målt}}}{c}.$$

Tiden t_{vand}, som det tager lyset at bevæge gennem vandet, må være

$$\begin{aligned} t_{\text{vand}} &= t_{\text{total}} - t_{\text{luft}} \\ &= \frac{s_{\text{målt}} - s_{\text{luft}}}{c}. \end{aligned}$$

Det er da klart, at lysets fart i vand må være

$$\begin{aligned} v_{\text{vand}} &= \frac{s_{\text{vand}}}{t_{\text{vand}}} \\ &= \frac{s_{\text{vand}} \cdot c}{s_{\text{målt}} - s_{\text{luft}}} \\ &= \frac{3{,}9 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{(41{,}9 - (40{,}0 - 3{,}9)) \cdot 10^{-2}\ \text{m}} \\ &\approx 2{,}0 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}. \end{aligned}$$

Ifølge målingerne er en værdi for lysets fart i vand altså $2{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s.

Opgave 4: Bremselængde

En bil med massen 1275 kg kører med farten 25 m/s.

a. Beregn bilens kinetiske energi.

Man undersøger, hvordan bilens bremselængde afhænger af farten på tør vej. Resultaterne af undersøgelsen ses i bilaget Bremselængde, som indeholder sammenhørende værdier for bilens fart v og bremselængde s.

b. Bestem ved hjælp af bilaget størrelsen af bilens acceleration, når den bremser.

Løsning:

a. Bilens kinetiske energi må være

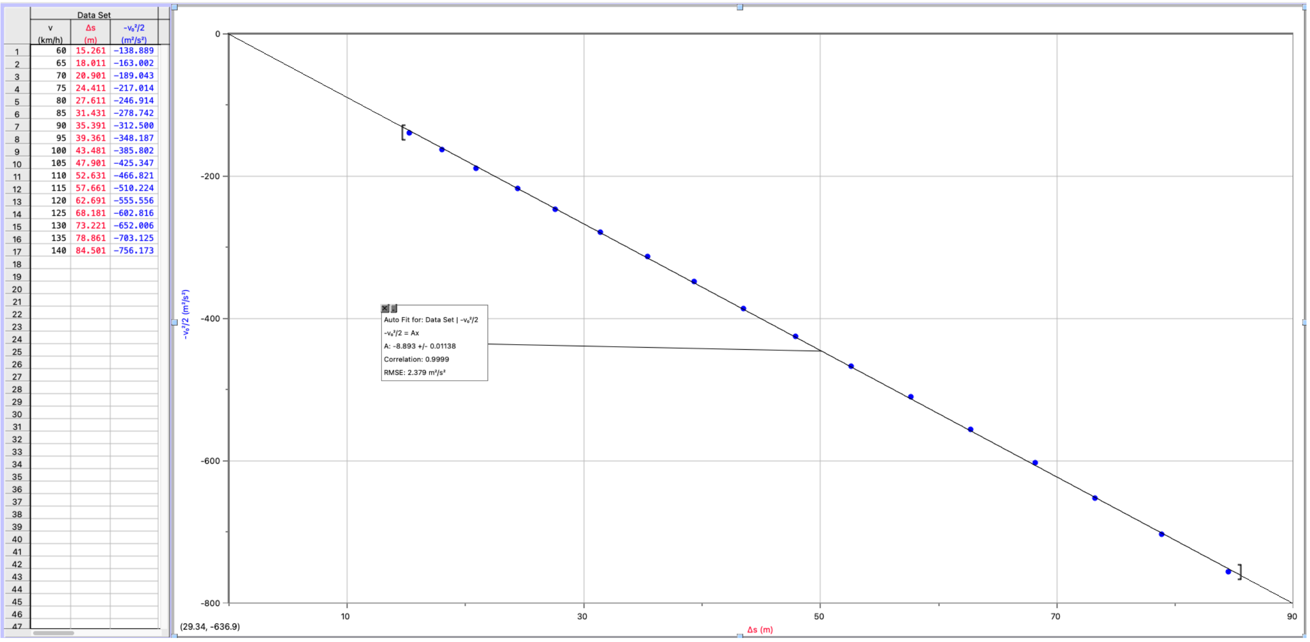
$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{m \cdot v^2}{2} \\ &= \frac{1275\ \text{kg} \cdot (25\ \text{m/s})^2}{2} \\ &\approx 4{,}0 \cdot 10^{5}\ \text{J} \\ &= 4{,}0 \cdot 10^{2}\ \text{kJ}. \end{aligned}$$

Bilens kinetiske energi er altså $4{,}0 \cdot 10^{2}$ kJ.

b. Vi antager, at der ved bremsningerne er tale om jævnt accelererede bevægelser. Lad Δs betegne bremselængden og lad v_0 betegne bilens fart lige inden bremsningen. Så gælder der fra bremseformlen, at

$$-v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta s \iff -\frac{v_0^2}{2} = a \cdot \Delta s, \tag{1}$$

hvilket vil sige, at punkterne på $\left(\Delta s, -\frac{v_0^2}{2}\right)$-grafen må være en ret linje gennem (0,0). Vi indsætter da de givne data i Logger Pro og laver en ny beregnet kolonne med $-\frac{v_0^2}{2}$, hvorefter en ligefrem proportional regression laves på $\left(\Delta s, -\frac{v_0^2}{2}\right)$-grafen, hvilket ses i fig. 2.



Figur 2: Ligefrem proportional regression på $\left(\Delta s, -\frac{v_0^2}{2}\right)$-grafen

Det ses, at punkterne ligger næsten perfekt på en ret linje gennem (0,0). Fra den ligefrem proportionale regression, har vi, at

$$-\frac{v_0^2}{2} = -8{,}89\ \mathrm{m/s^2} \cdot \Delta s.$$

Sammenligner vi dette udtryk med ligning (1), er det klart, at størrelsen af bilens acceleration når den bremser må være $-8{,}89\ \mathrm{m/s^2}$.

Opgave 5: Hoptimist

Denne opgave har vi allerede løst i timen.

Løsning:
Løsningen udelades her, da vi allerede har løst opgaven på skolen.

Opgave 6: Michibiki-satellitterne

Når Michibiki-satellitter kommunikerer med Jorden anvendes radiobølger med frekvensen 1575,42 MHz.

a. Bestem bølgelængden af elektromagnetisk stråling med frekvensen 1575,42 MHz.

Note:
Bemærk venligst, at vi ikke skulle løse delopgaverne (b) og (c).

Løsning:
a. Siden elektromagnetisk stråling udbreder sig i vakuum med lysets fart c, så må bølgelængden være

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{c}{f}\\ &= \frac{2{,}99792 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}}{1575{,}42 \cdot 10^6\ \mathrm{Hz}}\\ &\approx 0{,}190293\ \mathrm{m}\\ &= 19{,}0293\ \mathrm{cm}.\end{aligned}$$

Bølgelængden af elektromagnetisk stråling med frekvensen 1575,42 MHz er altså 19,0293 cm.

Opgave 7: Isotopen $^{229}\mathrm{Th}$

Atomkernen $^{229}\mathrm{Th}$ har en exciteret tilstand $^{229}\mathrm{Th}^*$. Kernen henfalder fra $^{229}\mathrm{Th}^*$ til grundtilstanden ved et gammahenfald. Ved henfaldet udsendes fotoner med bølgelængden 149,7 nm.

a. Bestem energiforskellen imellem $^{229}\mathrm{Th}^*$ og grundtilstanden.

I et eksperiment dannes $^{229}\mathrm{Th}^*$ ved radioaktivt henfald af $^{229}\mathrm{Ac}$. Grafen viser aktiviteten A af $^{229}\mathrm{Th}^*$ som funktion af tiden t efter eksperimentets er begyndt. Ved eksperimentets start havde $^{229}\mathrm{Ac}$ aktiviteten 7,5 · 105 Bq.

b. Benyt grafen til at bestemme antallet af gammahenfald af $^{229}\mathrm{Th}^*$ under eksperimentet. Beregn, hvor stor en procentdel af $^{229}\mathrm{Ac}$-kernerne, der henfalder til den exciterede tilstand $^{229}\mathrm{Th}^*$.

Løsning:

a. Energiforskellen imellem $^{229}\mathrm{Th}^*$ og grundtilstanden må netop være energien på den udsendte foton, som må være

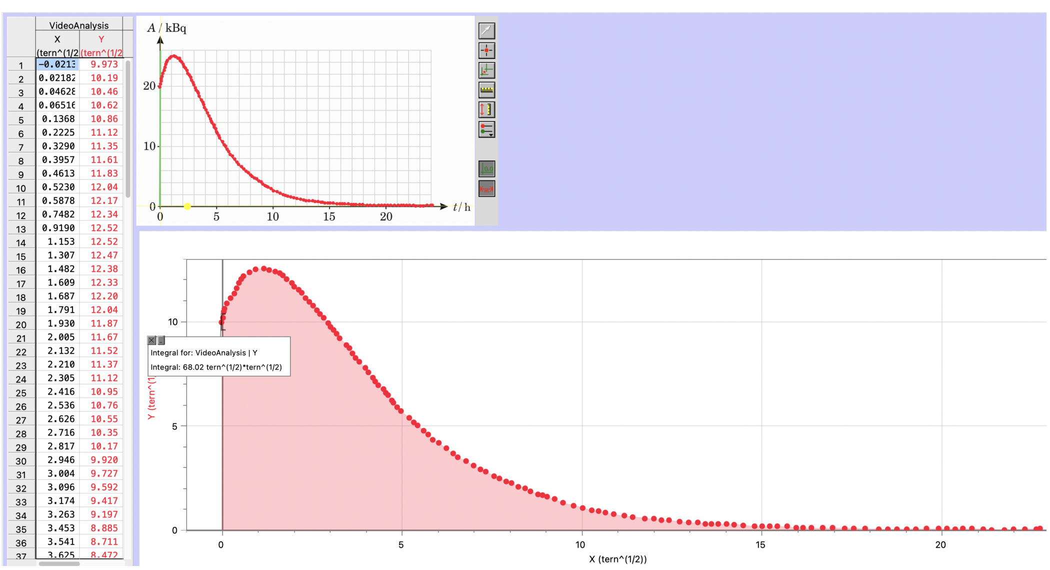
$$\begin{aligned} E_\gamma &= \frac{h \cdot c}{\lambda} \\ &= \frac{6{,}6261 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{149{,}7 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} \\ &\approx 1{,}327 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J} \\ &\approx 8{,}282\ \mathrm{eV}. \end{aligned}$$

Energiforskellen imellem $^{229}\mathrm{Th}^*$ og grundtilstanden er altså $1{,}327 \cdot 10^{-18}$ J, hvilket svarer til 8,282 eV.

b. Lad n være antallet af $^{229}\mathrm{Th}^*$-kerner, der henfalder. Så gælder der, at

$$n = \int_{t_{\mathrm{start}}}^{t_{\mathrm{slut}}} A\, dt.$$

Dette svarer netop til arealet under $(A{,}t)$-grafen for $^{229}\mathrm{Th}^*$. Vi tæller da antallet af tern under $(A{,}t)$-grafen for $^{229}\mathrm{Th}^*$, hvilket gøres med Logger Pro (se fig. 3).



Figur 3: Tælning af tern under $(A{,}t)$-grafen for $^{229}\mathrm{Th}^*$

Med Logger Pro tælles 68,02 tern under grafen. Imidlertid svarer hvert tern til

$$1\ \mathrm{h} \cdot 2\ \mathrm{kBq} = 3600\ \mathrm{s} \cdot 2 \cdot 10^{3}\ \mathrm{s}^{-1} = 7{,}2 \cdot 10^{6}.$$

Antallet af gammahenfald af $^{229}\mathrm{Th}^*$ under eksperimentet må da være

$$\begin{aligned} n &= \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{slut}}} A\,dt \\ &= 68{,}02 \cdot 7{,}2 \cdot 10^6 \\ &\approx 4{,}90 \cdot 10^8. \end{aligned}$$

Vi vil nu beregne, hvor stor en procentdel af $^{229}\mathrm{Ac}$-kernerne, der henfalder til den exciterede tilstand $^{229}\mathrm{Th}^*$. Siden γ-henfald er relativt hurtige, kan vi uden fejl antage, at antallet $^{229}\mathrm{Ac}$-kernerne, der henfalder til $^{229}\mathrm{Th}^*$ netop er antallet af gammahenfald af $^{229}\mathrm{Th}^*$ (som vi hidtil har betegnet n).

Et udtryk for antallet af $^{229}\mathrm{Ac}$-kerner til start må da være

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{A_0}{k} \\ &= \frac{A_0 \cdot T_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)}, \end{aligned}$$

hvor k er henfaldskonstanten.

Ved opslag har vi, at $^{229}\mathrm{Ac}$ har halveringstiden

$$T_{\frac{1}{2}} = 63 \text{ min} = 3780 \text{ s.}^1$$

Da vi også kender aktiviteten til start A_0 af $^{229}\mathrm{Ac}$, kan vi nu udregne procentdelen af $^{229}\mathrm{Ac}$-kernerne, der henfalder til den exciterede tilstand $^{229}\mathrm{Th}^*$, som må være

$$\begin{aligned} \frac{n}{N_0} &= \frac{n \cdot \ln(2)}{A_0 \cdot T_{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{4{,}89744 \cdot 10^8 \cdot \ln(2)}{7{,}5 \cdot 10^5 \text{ Bq} \cdot 3780 \text{ s}} \\ &\approx 0{,}12 \\ &= 12\% \end{aligned}$$

Antallet af gammahenfald af $^{229}\mathrm{Th}^*$ under eksperimentet er altså $4{,}90 \cdot 10^8$, og procentdelen af $^{229}\mathrm{Ac}$-kernerne, der henfalder til den exciterede tilstand $^{229}\mathrm{Th}^*$, er altså 12 %.

[1] Databog, s. 209