

Aflevering 17

2.b mat A

Kevin Zhou

September 2023

Bedømmelseskriterier:

- Redegørelse og dokumentation for metode
- Figurer, grafer og andre illustrationer
- Notation og layout
- Formidling og forklaring

Opgave 1

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ er givet ved

$$f(x) = (x + 3) \cdot e^x$$

Bestem $\frac{df}{dx}$

Løsning:

$$\begin{aligned}\frac{df}{dx} &= e^x \cdot \frac{d}{dx}(x + 3) + e^x \cdot (x + 3) \\ &= e^x + (x + 3) \cdot e^x \\ &= (x + 4) \cdot e^x\end{aligned}$$

Opgave 2

Funktionen f er givet ved

$$f(x) = e^{7x} \cdot \ln(x)$$

Bestem $\frac{df}{dx}$

Løsning:

$$\begin{aligned}\frac{df}{dx} &= \ln(x) \frac{d}{dx}(e^{7x}) + e^{7x} \cdot \frac{d}{dx}(\ln(x)) \\ &= \ln(x) \cdot 7e^{7x} + \frac{e^{7x}}{x} \\ &= (7\ln(x) + \frac{1}{x}) \cdot e^{7x}\end{aligned}$$

Opgave 3

Funktionen f er givet ved

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$$

Bestem $\frac{df}{dx}$

Løsning:

$$\begin{aligned}\frac{df}{dx} &= \frac{(x^2 + 2)^{-\frac{1}{2}}}{2} \cdot 2x \\ &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}\end{aligned}$$

Opgave 4

Funktionen f er givet ved

$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

Bestem $\frac{df}{dx}$

Løsning:

$$\begin{aligned}\frac{df}{dx} &= \frac{1}{\frac{1}{x}} \cdot -\frac{1}{x^2} \\ &= -\frac{1}{x}\end{aligned}$$

Opgave 5

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ er givet ved

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 1$$

Bestem ligningen for tangenten til grafen for f i punktet $(1, f(1))$.

Løsning:

Den afledede funktion for f findes.

$$f'(x) = 4x - 3$$

Følgende må gælde for tangenten til grafen for f i punktet $(1, f(1))$.

$$\begin{aligned} y &= f'(1) \cdot (x - 1) + f(1) \\ &= x - 1 + (-2) \\ &= x - 3 \end{aligned}$$

Ligningen for tangenten til grafen for f i punktet $(1, f(1))$ er altså $y = x - 3$.

Opgave 6

Grafen for $f(x) = -2x^2 - x - 4$ har netop én tangent med hældningen 7. Bestem ligningen for denne tangent.

Løsning:

Siden den geometriske betydning af $\frac{df}{dx}$ netop er tangentens hældning, kan vi finde x -værdien til tangentens røringspunkt på følgende måde.

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} = 7 &\implies -4x - 1 = 7 \\ &\iff x = -2 \end{aligned}$$

Følgende må da gælde for tangenten.

$$\begin{aligned} y &= 7 \cdot x + f(-2) - 7 \cdot (-2) \\ &= 7x + (-10) + 14 \\ &= 7x + 4 \end{aligned}$$

Ligningen for tangenten med hældningen 7 er altså $y = 7x + 4$.