

H11: Kernefysik

2.b Fys A

Kevin Zhou

7. maj 2024

Opgave 1: Lungeundersøgelse

Ved en lungeundersøgelse inhaleres en gas, som indeholder isotopen ^{133}Xe .

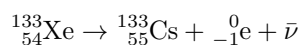
- a. Opstil reaktionsskemaet for henfaldet af ^{133}Xe .

Da ^{133}Xe har en forholdsvis kort halveringstid, skal en kilde med ^{133}Xe anvendes inden 10 dage efter produktionen. Ved produktionen af en kilde er aktiviteten af ^{133}Xe i kilden 740 MBq.

- b. Bestem massen af den resterende mængde ^{133}Xe i kilden 10 dage efter produktionen.

Løsning:

- a. Vi aflæser først på et henfladskort, at isotopen henfalder med β -henfald. Reaktionsskemaet for henfaldet af ^{133}Xe ses nedenfor.



- b. Fra Ptable slår vi halveringstiden op til at være

$$T_{\frac{1}{2}} = 4,53 \cdot 10^5 \text{ s}$$

Vi finder først antallet af kerner til start.

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{A}{k} \\ &= \frac{740 \text{ MBq} \cdot T_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)} \\ &= \frac{740 \cdot 10^6 \text{ Bq} \cdot 4,53 \cdot 10^5 \text{ s}}{\ln(2)} \\ &= 4,836202316 \cdot 10^{14} \end{aligned}$$

Vi finder nu antallet af kerner efter 10 dage. Imidlertid ser vi, at $10 \text{ d} = 10 \cdot 24 \cdot 60^2 \text{ s} = 864000 \text{ s}$.

$$\begin{aligned} N(8,64 \cdot 10^5 \text{ s}) &= N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{8,64 \cdot 10^5 \text{ s}}{T_{\frac{1}{2}}}} \\ &= N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{8,64 \cdot 10^5 \text{ s}}{4,53 \cdot 10^5 \text{ s}}} \\ &= 1,28930164 \cdot 10^{14} \end{aligned}$$

Ved opslag på Ptable ved vi, at hvert enkelt atom har massen 132,905910722 u. Altså er massen af de resterende atomer

$$\begin{aligned} m_{\text{samlet}} &= N \cdot m_{\text{atom}} \\ &= 1,28930164 \cdot 10^{14} \cdot 132,905910722 \text{ u} \\ &= 1,28930164 \cdot 10^{14} \cdot 132,905910722 \text{ u} \cdot 1,6605 \cdot 10^{-24} \text{ g/u} \\ &\approx 2,85 \cdot 10^{-9} \text{ g} \\ &= 28,5 \text{ ng} \end{aligned}$$

Altså er massen af den resterende mængde ^{133}Xe i kilden 10 dage efter produktion 28,5 ng.

Opgave 2: Måling af stålpladers tykkelse

På stålvalueværket DanSteel A/S i Frederiksværk kontrolleres de fremstillede stålpladers tykkelse ved hjælp af strålingen fra en radioaktiv kilde. Man bruger en ^{137}Cs -kilde, der ved installationen i 1992 havde aktiviteten 31,4 GBq.

- a. Hvor længe varer det, før aktiviteten er faldet til 15,0 GBq.

Kilden udsender γ -stråling. Når γ -strålingen passerer gennem stof, absorberes en del af strålingen. Tællehastigheden $I(x)$ efter passage af stoftykkelsen x er

$$I(x) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{x_{\frac{1}{2}}}}$$

hvor I_0 er tællehastigheden, når der ikke er nogen stålplade mellem kilde og detektor. Halveringstykkelser for γ -strålingen i stål er $x_{\frac{1}{2}} = 1,25$ cm.

- b. Bestem I_0 når det oplyses, at for en stålplade med tykkelsen 2,3 cm måles tællehastigheden I til $3,57 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$.

Løsning:

- a. Aktiviteten aftager eksponentielt med tiden. Der gælder da

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}} \iff t = T_{\frac{1}{2}} \cdot \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$$

hvor $T_{\frac{1}{2}}$ er halveringstiden, A_0 er aktiviteten ved $t = 0$ og $A(t)$ er aktiviteten ved tiden t . Vi regner nu tiden ud.

$$\begin{aligned} t &= T_{\frac{1}{2}} \cdot \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{A(t)}{A_0}\right) \\ &= 30,06 \text{ y} \cdot \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{15,0 \text{ GBq}}{31,4 \text{ GBq}}\right) \\ &\approx 32,0 \text{ y} \end{aligned}$$

Altså varer det 32,0 år før aktiviteten er faldet til 15,0 GBq.

- b. Fra udtrykket for tællehastigheden $I(x)$ får vi, at

$$I(x) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{x_{\frac{1}{2}}}} \iff I_0 = \frac{I(x)}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{x_{\frac{1}{2}}}}}$$

Vi kan da nemt bestemme I_0 med de givne oplysninger:

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{I(x)}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{x_{\frac{1}{2}}}}} \\ &= \frac{3,57 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2,3 \text{ cm}}{1,25 \text{ cm}}}} \\ &\approx 1,27 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$