Elektriske køretøjer

3.b fysik A

Kevin Zhou

4. maj 2025

Note:

Databog fysik kemi (2007) er benyttet ved beregningerne.

Opgave 1: Elfærge

Batteriet på elfærgen Aurora har det maksimale energiindhold 4160 kWh. Mens færgen er i havn, oplades batteriet i 7,5 minutter med effekten 10,5 MW. Spændingsfaldet under opladningen er det samme som batteriets nominelle spændingsfald.

a. Beregn ændringen i batteriets ladningstilstand under opladningen.

Færgens batteri er opbygget af en række parallelkoblede strenge, hvor hver streng består af 192 seriekoblede elementer. Hvert element har hvilespændingen 3,9 V. Under sejlads aflades batteriet med strømstyrken 112 A, og nyttevirkningen af batteriet er 98 %.

b. Bestem den indre resistans i færgens batteri.

Løsning:

a. Siden effekten P er konstant under opladningen, så må ændringen i ladningstilstand være

$$\begin{aligned}\Delta SoC &= \frac{P\cdot\Delta t}{E_{\max}}\\ &= \frac{10{,}5\cdot 10^6\ \mathrm{W}\cdot 7{,}5\ \mathrm{min}}{4160\cdot 10^3\ \mathrm{W}\cdot 60\ \mathrm{min}}\\ &\approx 0{,}32\\ &= 32\%.\end{aligned}$$

Ændringen i batteriets ladningstilstand under opladningen må da være 32 %.

b. Siden strengene af seriekoblede elementer er parallelkoblede, så må der gælde, at den samlede hvilespænding må være

$$\begin{aligned}U_0 &= U_0(\text{streng }1) = U_0(\text{streng }2) = \cdots = U_0(\text{streng }n)\\ &= 192\cdot 3{,}9\ \mathrm{V},\end{aligned}$$

fordi hver streng består af 192 seriekoblede elementer, der hver har hvilespænding på 3,9 V.

Imidlertid har vi, at

$$\eta = 1 - \frac{R_i\cdot I}{U_0} \iff R_i = \frac{(1-\eta)\cdot U_0}{I}.$$

Vi indsætter da de kendte værdier og får

$$\begin{aligned}R_i &= \frac{(1-\eta)\cdot U_0}{I}\\ &= \frac{(1-0{,}98)\cdot 192\cdot 3{,}9\ \mathrm{V}}{112\ \mathrm{A}}\\ &\approx 0{,}13\ \Omega.\end{aligned}$$

Den indre resistans i færgens batteri er altså 0,13 Ω.

Opgave 2: Opladning af batteri

Et batteri har den indre modstand 0,090 Ω og hvilespændingen 4,2 V.

a. Beregn den maksimale effekt, hvormed batteriet kan afgive energi under afladning.

Under opladning af et helt afladet batteri måles strømstyrken I igennem batteriet som funktion af tiden t. Efter 2,5 h er batteriet fuldt opladet.

b. Bestem den tid, det tager at oplade batteriet til ladningstilstanden 90 %.

Løsning:

a. Den maksimale effekt må være

$$\begin{aligned} P_{\max} &= \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i} \\ &= \frac{(4{,}2\ \mathrm{V})^2}{4 \cdot 0{,}090\ \Omega} \\ &= 49\ \mathrm{W}. \end{aligned}$$

Den maksimale effekt, hvormed batteriet kan afgive energi under afladning er altså 49 W.

b. Der gælder, at

$$\Delta Q = \int_{t_1}^{t_2} I\, dt.$$

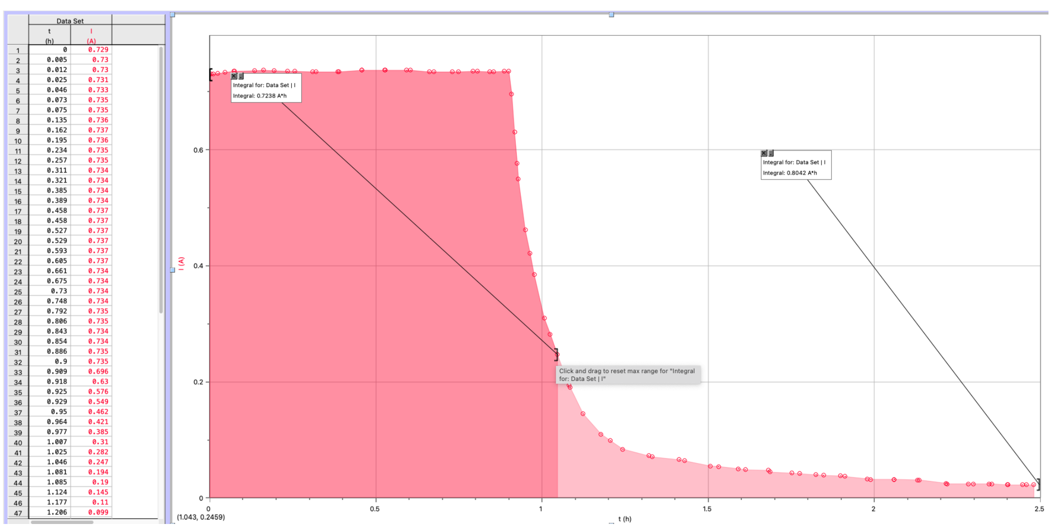
Vi indsætter derfor de givne data i Logger Pro og finder arealet under (t, I)-grafen fra $t = 0$ h til $t = 2{,}5$ h, som må svare til batteriets maksimale ladningskapacitet $Q_{\max}$ (se fig. 1). Vi får fra den numeriske integration, at

$$Q_{\max} = 0{,}8042\ \mathrm{A} \cdot \mathrm{h}.$$

Vi kan nu udregne, hvilken ladningsmængde Q_t batteriet har, når $SoC_t = 90\%$:

$$\begin{aligned} Q_t &= SoC_t \cdot Q_{\max} \\ &= 0{,}9 \cdot 0{,}8042\ \mathrm{A} \cdot \mathrm{h} \\ &\approx 0{,}7238\ \mathrm{A} \cdot \mathrm{h}. \end{aligned}$$

Fra fig. 1 ser vi, at dette netop er tilfældet, når $t = 1{,}04$ h. Altså tager det 1,04 h at oplade batteriet til ladningstilstanden 90 %.



Figur 1: Numerisk integration på (t,I)-grafen

Opgave 3: Elektrisk rallybil

Under kørslen i en elektrisk rallybil afsættes energi i elektromotorens vindinger med effekten 2,08 kW. Vindingsresistansen i motoren er 12 mΩ.

a. Beregn strømstyrken igennem elektromotorens vindinger.

Elektromotoren forsynes med spændingsfaldet 100 V, og strømstyrken igennem motoren er 416 A. Motorkonstanten er 0,46 Vs.

b. Bestem motorens omdrejningstal, og bestem motorens mekaniske effekt.

Løsning:

a. Lad R_0 betegne vindingsresistansen i motoren. Et udtryk for strømstyrken gennem vindingerne må være

$$P = R_0 \cdot I^2 \iff I = \sqrt{\frac{P}{R_0}}.$$

Vi indsætter de kendte værdier, og udregner I.

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{P}{R_0}} \\ &= \sqrt{\frac{2{,}08 \cdot 10^3 \text{ W}}{12 \cdot 10^{-3}\ \Omega}} \\ &\approx 4{,}2 \cdot 10^2 \text{ A}. \end{aligned}$$

Strømstyrken igennem elektromotorens vindinger er altså $4{,}2 \cdot 10^2$ A.

b. Vi starter med at finde et udtryk for det inducerede spændingsfald U_m.

$$U = R_0 \cdot I + U_m \iff U_m = U - R_0 \cdot I,$$

hvor U er forsyningsspændingen. Vi kan nu finde et udtryk for motorens frekvens:

$$\begin{aligned} U_m = K \cdot \omega &\iff \omega = \frac{U_m}{K} \\ &\iff f = \frac{U - R_0 \cdot I}{K \cdot 2\pi}. \end{aligned}$$

Vi indsætter da de kendte værdier og udregner frekvensen til at være

$$\begin{aligned} f &= \frac{U - R_0 \cdot I}{K \cdot 2\pi} \\ &= \frac{100 \text{ V} - 12 \cdot 10^{-3}\ \Omega \cdot 416 \text{ A}}{0{,}46 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot 2\pi} \\ &\approx 33 \text{ Hz} \\ &\approx 2{,}0 \cdot 10^3 \text{ min}^{-1}. \end{aligned}$$

Det vil altså sige, at motoren har et omdrejningstal på $2{,}0 \cdot 10^3$ rpm.

Imidlertid har vi, at motorens mekaniske effekt må være

$$\begin{aligned} P_{\text{mek}} &= M \cdot \omega \\ &= K \cdot I \cdot \frac{U - R_0 \cdot I}{K} \\ &= I \cdot (U - R_0 \cdot I) \\ &= 416 \text{ A} \cdot \big(100 \text{ V} - 12 \cdot 10^{-3}\ \Omega \cdot 416 \text{ A}\big) \\ &\approx 4{,}0 \cdot 10^4 \text{ W} \\ &= 40 \text{ kW}. \end{aligned}$$

Motorens mekaniske effekt er altså 40 kW.

Opgave 4: Motor til elcykel

Når motoren står stille, og spændingsfaldet over motoren er 1,05 V, er strømstyrken igennem motoren 0,66 A.

a. Beregn motorens vindingsresistans.

Ved et eksperiment måles sammenhørende værdier for motorens moment M og strømstyrken I igennem motoren. Bilaget Elcykel indeholder data fra eksperimentet. Motorens nyttevirkning er størst ved 1002 omdrejninger pr. minut, hvor strømstyrken igennem motoren er 6,99 A, og spændingsfaldet over motoren er 42,2 V.

b. Brug bilaget til at bestemme motorkonstanten for elmotoren. Beregn motorens største nyttevirkning.

Løsning:

a. Siden motoren står stille, så må det inducerede spændingsfald være 0, og vindingsresistansen bliver derfor

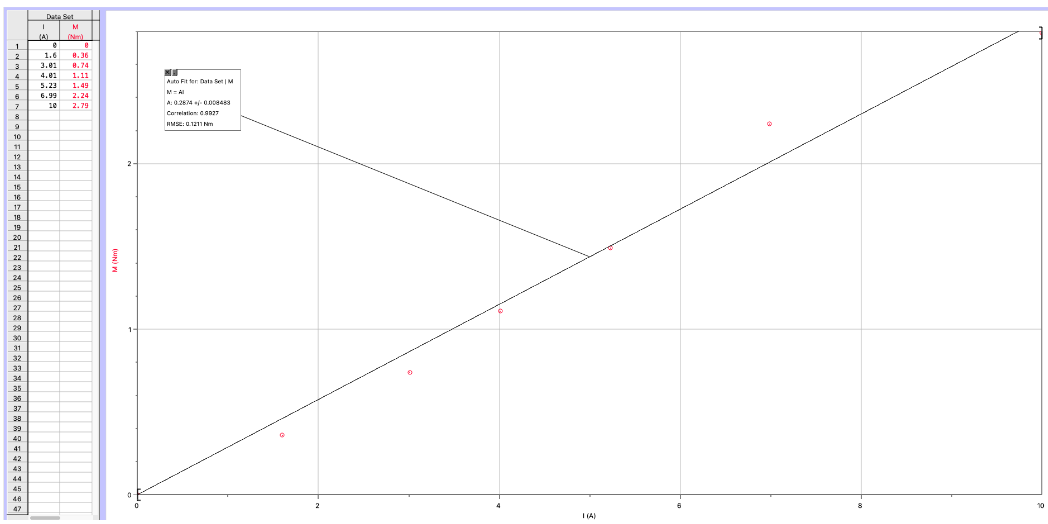
$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{U}{I} \\ &= \frac{1{,}05\ \mathrm{V}}{0{,}66\ \mathrm{A}} \\ &\approx 1{,}6\ \Omega. \end{aligned}$$

Motorens vindingsresistans er altså 1,6 Ω.

b. Der gælder for en motors kraftmoment, at

$$M = K \cdot I, \tag{1}$$

hvor K er motorkonstanten. Altså må punkterne på (I, M)-grafen ligge på en ret linje gennem (0,0) med en hældning på K. Vi laver derfor en ligefrem proportional regression på (I, M)-grafen, hvilket ses i fig. 2.



Figur 2: Regression på (I, M)-grafen

Det ses som forventet, at punkterne tilnærmelsesvist ligger på en ret linje gennem (0,0). Fra regressionen har vi, at

$$M = 0{,}287\ \mathrm{V \cdot s} \cdot I.$$

Sammenligner vi med ligning (1), er det klart, at motorkonstanten for elmotoren må være 2,387 V $\cdot$ s.

Vi beregner nu motorens største nyttevirkning, som må være

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{M \cdot R_0}{K \cdot U} \\ &= 1 - \frac{I \cdot R_0}{U} \\ &= 1 - \frac{6{,}99\ \mathrm{A} \cdot 1{,}5909\ \Omega}{42{,}2\ \mathrm{V}} \\ &\approx 0{,}736. \end{aligned}$$

Motorens største nyttevirkning er altså 0,736.

Opgave 5: Elfærgen Ellen

Elfærgens batteri indeholder den tilgængelige energi 4,3 MWh, når det er fuldt opladet. Når færgen sejler med farten 25,7 km/h, omsætter motorerne elektrisk energi med effekten 1000 kW.

a. Vurdér, hvor langt elfærgen maksimalt kan sejle med farten 25,7 km/h.

Ved færgens ankomst til en havn er batteriets ladningstilstand 23 %. I havnen oplades batteriet i 30 minutter med strømstyrken 4,8 kA. Batteriets nominelle spændingsfald er 750 V.

b. Beregn batteriets ladningstilstand efter opladningen.

Løsning:

a. Siden der gælder, at $t = \frac{E}{P}$, så må den maksimale afstand, som færgen kan sejle, være

$$\begin{aligned} s &= v \cdot t \\ &= v \cdot \frac{E}{P} \\ &= 25{,}7\ \text{km/h} \cdot \frac{4{,}3 \cdot 10^6\ \text{Wh}}{1000 \cdot 10^3\ \text{W}} \\ &\approx 1{,}1 \cdot 10^2\ \text{km}. \end{aligned}$$

Elfærgen kan altså maksimalt sejle $1{,}1 \cdot 10^2$ km med farten 25,7 km/h.

b. Fra sammenhængen mellem energiindholdet af et batteri og det nominelle spændingsfald har vi, at

$$E_{\text{max}} = U_{\text{nom}} \cdot Q_{\text{max}} \iff Q_{\text{max}} = \frac{E_{\text{max}}}{U_{\text{nom}}}.$$

Efter opladningen må ladningstilstanden da være

$$\begin{aligned} SoC_{\text{efter}} &= SoC_{\text{før}} + \frac{I \cdot \Delta t}{Q_{\text{max}}} \\ &= SoC_{\text{før}} + \frac{I \cdot \Delta t \cdot U_{\text{nom}}}{E_{\text{max}}} \\ &= 0{,}23 + \frac{4{,}8 \cdot 10^3\ \text{A} \cdot 30 \cdot 60\ \text{s} \cdot 750\ \text{V}}{4{,}3 \cdot 10^6\ \text{W} \cdot 3600\ \text{s}} \\ &\approx 0{,}65 \\ &= 65\%. \end{aligned}$$

Batteriets ladningstilstand efter opladningen er altså 65%.