H6 **3.b fysik A**

Kevin Zhou

4. januar 2025

Opgave 1: Fodbold

En fodbold har farten 31,1 m/s. Fodboldens formfaktor er 0,26, og dens tværsnitsareal er 0,038 m².

a. Beregn størrelsen af luftmodstanden på fodbolden.

Bilaget Fodbold er en video, som viser en fod, der sparker til en fodbold. Videoen er optaget med 10000 billeder pr. sekund. Fodbolden har massen 0,435 kg, og dens diameter er 0,22 m.

b. Benyt videoen til at vurdere storrelsen af den gennemsnitlige samlede kraft på fodbolden under sparket.

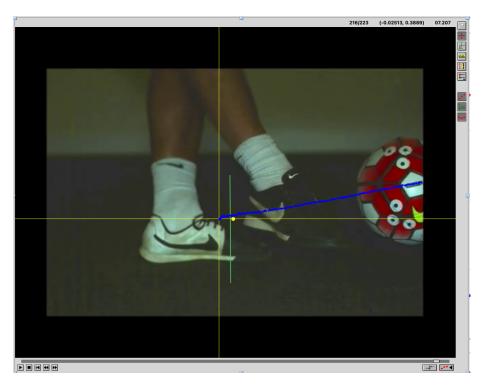
Løsning:

a. Da fodbolden bevæger sig relativt hurtigt, må der være tale om turbulent strømning. Ved 20 °C og et tryk på 1 atm er luftens densitet $1,205 \text{ kg/m}^3$. Vi kan da beregne størrelsen af luftmodstanden med v^2 -loven.

$$\begin{aligned} |\vec{\mathbf{F}}_{\text{luft}}| &= \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0.26 \cdot 1.205 \text{ kg/m}^3 \cdot 0.038 \text{ m}^2 \cdot (31.1 \text{ m/s})^2 \\ &\approx 5.8 \text{ N} \end{aligned}$$

Altså er størrelsen af luftmodstanden på bolden 5,8 N.

b. En videoanalyse laves i Logger Pro, hvilket ses i fig. 1. Boldens diameter bruges som målestok.



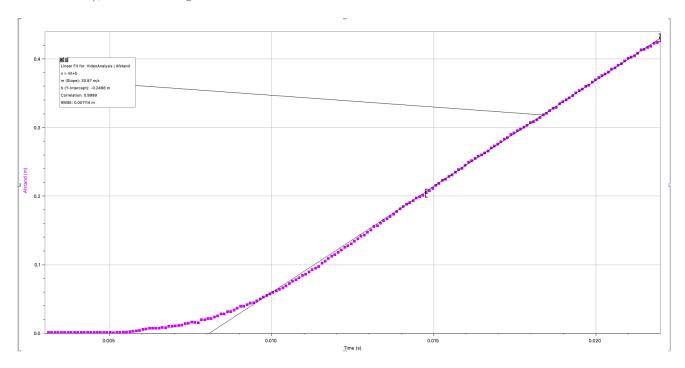
Figur 1: Videoanalyse af bevægelsen

En ny beregnet kolonne laves med afstand fra startpunktet, hvor

Afstand =
$$\sqrt{x^2 + y^2}$$

Hældningen på (t, Afstand)-grafen må være boldens fart. Når vi ser bort fra luftmodstand, må boldens fart være konstant efter den har forladt foden (hvilket passer tilnærmelsesvist, da vi undersøger et meget kort tidsinterval).

Denne betegner vi for v_{efter} og bestemmes via lineær regression på den sidste del af bevægelsen (hvor bolden har forladt foden), hvilket ses i fig. 2.



Figur 2: Lineær regression på (t, Afstand)-grafen i Logger Pro

Fra regressionen har vi

$$v_{\rm efter} = 30.87 \; {\rm m/s}$$

På videoen ses det, at sparket varer 0.014 s. Da bolden starter fra hvile, gælder der ifølge impulssætningen for størrelsen af den gennemsnitlige samlede kraft på bolden (bemærk at vi herunder blot beregner størrelsen af den gennemsnitlige samlede kraft, da F ikke nødvendigvis er konstant og kan være varierende), at

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$= \frac{m \cdot v_{\text{efter}} - 0 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}{\Delta t}$$

$$= \frac{0,435 \text{ kg} \cdot 30,87 \text{ m/s}}{0,014 \text{ s}}$$

$$\approx 9,6 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$= 0,96 \text{ kN}$$

Størrelsen af den gennemsnitlige samlede kraft på fodbolden under sparket er altså 0,96 kN.

Opgave 2: Stempelkande

Når stemplet i en stempelkande presses ned, er stemplet påvirket af flere kræfter herunder en kraft, der skyldes opdriften på kaffegrumset. Kaffegrumset har rumfanget 235 cm³.

a. Hvor stor er opdriften på kaffegrumset?

Stemplet bliver presset ned. Grafen viser sammenhørende værdier for stemplets position s og størrelsen af håndens kraft F på stemplet.

b. Vurder håndens arbejde på stemplet, når det trykkes ned.

Løsning:

a. Vi antager, at kaffen har samme densitet som vand. Fra Archimedes' lov om opdrift har vi

$$\begin{split} F_{\rm op} &= \rho \cdot V \cdot g \\ &= 1000 \ {\rm kg/m^3} \cdot 235 \cdot 10^{-6} \ {\rm m^3} \cdot 9{,}82 \ {\rm m/s^2} \\ &\approx 2.31 \ {\rm N} \end{split}$$

Altså er størrelsen på opdriften på kaffegrumset 2,31 N.

b. Da stemplets bevægelse og håndens kraft (der er varierende) er ensrettede, gælder der, at

$$A = \int_{s_{\text{start}}}^{s_{\text{slut}}} F \, ds$$

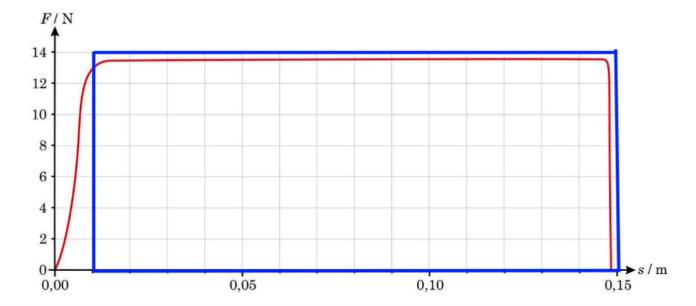
Dette svarer til arealet under (s,F)-grafen. Arealet af ét tern på figuren er

$$0.010 \text{ m} \cdot 2.0 \text{ N} = 0.020 \text{ J}$$

Vi tæller 98 tern under (s,F)-grafen (se område markeret med blå boks i fig. 3), og håndens arbejde på stemplet må da være

$$98 \cdot 0.020 \text{ J} = 1.96 \text{ J}$$

Håndens arbejde på stemplet, når det trykkes ned er altså 1,96 J.



Figur 3: Der tælles cirka 98 tern under (s,F)-grafen

Opgave 3: Havvindmølle

Vingespidserne på en mølle i havvindmølleparken Hywind udfører en jævn cirkelbevægelse medradius 77 m og omløbstid 6,06 s.

a. Beregn vingespidsernes fart.

Vindmøllerne i Hywind flyder på havet. I roligt vejr flyder en vindmølle stabilt på havet. På grund af bølger stikker vindmøllen på et tidspunkt 1,2 m længere ned under vandoverfladen end i roligt vejr. Møllens opadgående acceleration har på dette tidspunkt størrelsen 0,15 m/s². Den del af møllen, som er under havoverfladen, har tværsnitsarealet 154 m².

- b. Vurder vindmøllens masse
- c. Vurdér, hvor dybt vindmøllen stikker ned under havoverfladen i roligt vejr.

Løsning:

a. Da vingespidserne netop tilbagelægger omkredsen af cirklen på omløbstiden, så må deres fart være

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$
$$= \frac{2 \cdot \pi \cdot 77 \text{ m}}{6,06 \text{ s}}$$
$$\approx 80 \text{ m/s}$$

Vingespidsernes fart er altså 80 m/s.

b. Pga. uafhængighedsprincippe kan vi tillade os blot at kigge på de kræfter, der påvirker vindmøllen i vertikal retning. Her er det kun opdriften $F_{\rm op}$ og tyngdekraften F_t . Størrelsen af den resulterende kraft i opadgående retning, må da være

$$F_{\rm res} = F_{\rm op} - F_t = m \cdot a$$

I roligt vejr må der så gælde, at $F_{\rm op}=F_t$ (for accelerationen er 0). Når møllen er mere under vandet, må den positive acceleration opad da skyldes den ekstra opdrift, fordi F_t er konstant. Det ekstra volumen af vindmølle under vandet betegnes $V_{\rm stigning}$. Altså har vi

$$\begin{split} F_{\text{res}} &= m_{\text{mølle}} \cdot a = \rho_{\text{vand}} \cdot V_{\text{stigning}} \cdot g \iff m_{\text{mølle}} = \frac{\rho_{\text{vand}} \cdot V_{\text{stigning}} \cdot g}{a} \\ &\iff m_{\text{mølle}} = \frac{\rho_{\text{vand}} \cdot h_{\text{stigning}} \cdot A \cdot g}{a} \end{split}$$

hvor A er tværsnitsarealet. Vi beregner nu vindmøllens masse.

$$\begin{split} m_{\rm m \# lle} &= \frac{\rho_{\rm vand} \cdot h_{\rm stigning} \cdot A \cdot g}{a} \\ &= \frac{1000~{\rm kg/m^3} \cdot 1.2~{\rm m} \cdot 154~{\rm m^2} \cdot 9.82~{\rm m/s^2}}{0.15~{\rm m/s^2}} \\ &\approx 12 \cdot 10^6~{\rm kg} \end{split}$$

Altså er vindmøllens masse $12 \cdot 10^6$ kg.

c. Som sagt gælder der i roligt vejr, at $F_{\text{op}} = F_t$. Dybden, som vindmøllen stikker ned betegner vi x, og vi har da

$$\begin{split} F_{\mathrm{op}} &= F_t \iff \rho_{\mathrm{vand}} \cdot V_{\mathrm{under}} \cdot g = m_{\mathrm{mølle}} \cdot g \\ &\iff V_{\mathrm{under}} = \frac{m_{\mathrm{mølle}}}{\rho_{\mathrm{vand}}} \\ &\iff x \cdot A = \frac{m_{\mathrm{mølle}}}{\rho_{\mathrm{vand}}} \\ &\iff x = \frac{m_{\mathrm{mølle}}}{\rho_{\mathrm{vand}} \cdot A} \end{split}$$

Vi beregner nu dybden x.

$$x = \frac{m_{\text{mølle}}}{\rho_{\text{vand}} \cdot A}$$
$$= \frac{12098240 \text{ kg}}{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 154 \text{ m}^2}$$
$$\approx 79 \text{ m}$$

Vindmøllen stikker altså 79 m under havoverfladen i roligt vejr.

Opgave 4: Flexsensorer

En flexsensor har resistansen 23 k Ω , når den ikke er bøjet. Flexsensoren kan omsætte elektrisk energi med en effekt på 1,0 W.

a. Beregn strømstyrken gennem en flexsensor, der ikke er bøjet, når den omsætter elektrisk energi med effekten 1,0 W.

Flexsensoren monteres på en finger for at måle, hvor meget fingeren bøjes. Flexsensoren er koblet til et elektrisk kredsløb, som vist på diagrammet. Flexsensoren ændrer resistans, når den bøjes. Herved ændres spændingsfaldet $U_{\rm ud}$. Grafen visen sammenhængen mellem vinklen v, som flexsensoren er bøjet, og flexsensorens resistans $R_{\rm flex}$. Ved en bøjning af flexsensoren måles spændingsfaldet $U_{\rm ud}$ til 2,1 V.

b. Bestem vinklen, flexsensoren er bøjet, når $U_{\rm ud}$ er 2,1 V.

Løsning:

 ${f a}$. Effekten, hvormed flexsensoren omsætter elektrisk energi er produktet af spædningsfaldet U over den og strømstyrken I gennem den:

$$\begin{split} P = U \cdot I &\iff P = R \cdot I^2 \\ &\iff I = \sqrt{\frac{P}{R}} \end{split}$$

da I er positiv. Vi kan nu beregne I.

$$\begin{split} I &= \sqrt{\frac{P}{R}} \\ &= \sqrt{\frac{1,0 \text{ W}}{23 \cdot 10^3 \text{ }\Omega}} \\ &\approx 6.6 \cdot 10^{-3} \text{ A} \end{split}$$

Strømstyrken gennem en ikke-bøjet flexsensor når den omsætter elektrisk energi med effekten 1,0 W er altså $6.6 \cdot 10^{-3}$ A.

b. På diagrammet ses det, at flexsensoren og resistoren er serieforbundne. Derudover ses det, at $U_{\rm ud}$ er spændingsfaldet over resistoren. Der gælder altså

$$U = U_{\text{flex}} + U_{\text{ud}} \iff U_{\text{flex}} = U - U_{\text{ud}}$$

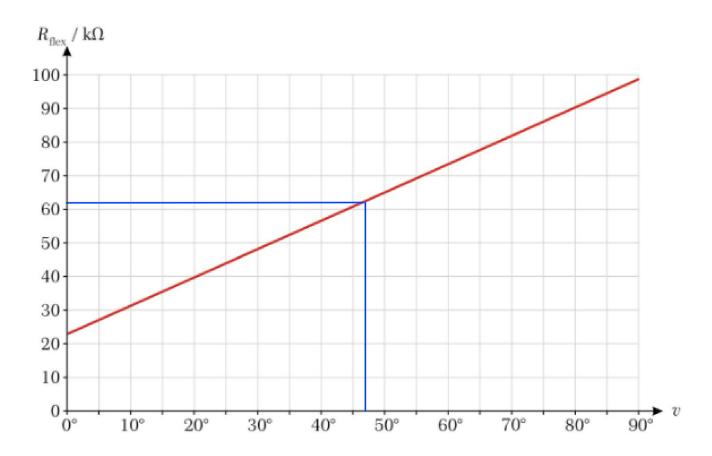
Vi finder nu et udtryk for strømstyrken gennem resistoren med Ohms lov.

$$U_{\rm ud} = R_{\rm resistor} \cdot I \iff I = \frac{U_{\rm ud}}{R_{\rm resistor}}$$

Da flexsensoren og resistoren er serieforbundne, så må strømstyrken være konstant og vi kan nu udregne flexsensorens resistans.

$$\begin{split} R_{\text{flex}} &= \frac{U_{\text{flex}}}{I} \\ &= \frac{U - U_{\text{ud}}}{\frac{U_{\text{ud}}}{R_{\text{resistor}}}} \\ &= \frac{R_{\text{resistor}} \cdot (U - U_{\text{ud}})}{U_{\text{ud}}} \\ &= \frac{145 \text{ k}\Omega \cdot (3.0 \text{ V} - 2.1 \text{ V})}{2.1 \text{ V}} \\ &= 62.1429 \text{ k}\Omega \end{split}$$

Vi aflæser på grafen (se fig. 4), at vinklen så er 47°. Når $U_{\rm ud}=2,1~{\rm V}$ er flexsensoren altså bøjet 47°.



Figur 4: Aflæsning på (v,R)-grafen for flexsensoren