

Фамилия, Имя:

Группа:

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Сумма	Оценка
Вес	1,2	1,4	1,4	1,4	1,4	1	1,4	1,2	10,4	
Балл										

- а) Дайте определение характеристики поля. Привести примеры: поля конечной положительной характеристики и поля нулевой характеристики.
б) Что такое размерность пространства?
- Является ли группа H комплексных матриц с нулевой суммой элементов в первой строке нормальной как подгруппа в группе $\mathfrak{gl}_n(\mathbb{C})$ всех квадратных $n \times n$ матриц (относительно операции сложения)? Если да, найдите факторгруппу $\mathfrak{gl}_n(\mathbb{C})/H$.
- а) Является ли полем факторкольцо $F = \mathbb{F}_5[x]/\langle x^3 + 2x^2 + 2x + 3 \rangle$?
б) Через \bar{f} будем обозначать смежный класс $f + \langle x^3 + 2x^2 + 2x + 3 \rangle \in F$. Представить в виде \bar{f} , где $\deg f < 3$ выражение

$$\frac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{2x^2 + 2x + 1} + (4x^3 + x^2 + 4x + 2)(3x^2) - \frac{4x^3 + 2x^2}{x}.$$

- Найти размерности суммы и пересечения подпространств V_1, V_2 в \mathbb{R}^4 , где $V_1 = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$, $a_1 = (-5, 4, -5, -3)^T$, $a_2 = (24, 0, 8, -8)^T$, $a_3 = (-5, 4, -5, -3)^T$, а $V_2 = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$, $b_1 = (-8, -2, -8, -2)^T$, $b_2 = (30, 12, 14, -10)^T$, $b_3 = (28, 16, -4, -28)^T$. Найти базис пересечения подпространств.
- Привести квадратичную форму $Q(x) = 9x_1^2 + 1x_2^2 + 16x_3^2 + 38x_1x_2 - 14x_1x_3 + 26x_2x_3$ к нормальному виду, определить ее ранг и индексы инерции.
- Исследовать квадратичную форму на положительную или отрицательную определенность в зависимости от параметра: $Q(x) = (\lambda - 31)x_1^2 + (\lambda - 31)x_2^2 + 26x_1x_2 - 60x_1x_3 + 4x_2x_3$.
- Рассмотрим пространство непрерывных функций над \mathbb{R} . Являются ли линейно независимыми следующие функции: $1, \cos x, \sin(x + \pi/6)$? Ответ обосновать. Образует ли базис в их линейной оболочке следующий набор функций: $\sin x, \sin x + 1, \cos(x + \pi/4)$? Ответ обосновать. В случае положительного ответа на оба вопроса найти матрицу перехода от первого упорядоченного набора ко второму.
- Сформулируйте и докажите критерий нормальности подгруппы, использующий понятие ядра гомоморфизма.