

Домаш. гр-ам 25.10.24

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = P(x) e^{\mu x}$$

$$O P K E Y = O P O Y + Y P M Y$$

и мы обе рекур. экв. гр-ам

$$Y P M Y \quad y = Q_m(x) e^{\mu x}$$

и обе. коррект. экв. гр-ам (разделит. уравн. и)

$$Y P M Y \quad y = Q_m(x) e^{\mu x}$$

(m+1) корень

One method: рекур. экв. уравн. m+1 гр-ам.

Сначала и корень. определением в оном

В итоге получаем m+1 гр-ам и m+1 неизв. ~~уравн.~~

Пр. $y'' - 2y = -9x e^{-x}$ $\mu = -1$ - корень экв. гр-ам $k=1$

$$\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$$

$$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -1$$

$$m=1$$

$$\Rightarrow Y P M Y \quad y = x(Ax + B) e^{-x}$$

$$y = (Ax^2 + Bx) e^{-x}$$

$$O P O Y: y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$$

$$y' = -e^{-x}(Ax^2 + Bx) + e^{-x}(2Ax + B) =$$

$$= e^{-x}(2Ax + B - Ax^2 - Bx) = e^{-x}(-Ax^2 + (2A - B)x + B)$$

$$y'' = e^{-x}(-2Ax + (2A - B)) + e^{-x}(-2Ax + 2A - B) = e^{-x}(Ax^2 + (B - 4A)x + 2A - 2B)$$

$$Ax^2 + (B - 4A)x + 2A - 2B$$

$$Ax^2 + (B - 4A)x - B = -6Ax + 2A - 3B = -9x$$

$$-2Ax^2 - 2Bx$$

$$x: -6A = -9 \Rightarrow A = 3/2 \Rightarrow y = (\frac{3}{2}x^2 + x) e^{-x}$$

$$2A = 3B$$

$$B = 1$$

Ответ: $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x} + (\frac{3}{2}x^2 + x) e^{-x}$

Если уравнение имеет $P_m(x) e^{\mu_1 x} + P_m(x) e^{\mu_2 x}$

можно найти частные рекур. экв. уравн. с частными членами в однородном и неоднородном

Пр. $y^{(4)} + y''' - 2y'' = 3e^x + 16e^{2x}$

$$\lambda^4 + \lambda^3 - 2\lambda^2 = 0$$

$$\lambda^2(\lambda^2 + \lambda - 2) = 0$$

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 0 \text{ кр. 2}$$

$$O P O Y: y = C_1 + C_2 x + C_3 e^x + C_4 e^{-2x}$$

Гр. ч. $= 3e^x \quad \mu = 1 \quad k = 1 \quad m = 0$

$$Y P M Y \quad y = Ax e^x$$

$$y' = A(e^x + x e^x) = A e^x(x + 1)$$

$$y'' = A e^x(x + 2); y''' = A e^x(x + 3); y^{(4)} = A e^x(x + 4)$$

$$y^{(4)} = A e^x(x + 4)$$

$$A e^x(x + 4 - x + 3 - 2x - 4) = 3e^x$$

$$A \cdot 3 = 3$$

$$A = 1$$

$$\Rightarrow y = x e^x$$

