

# **内部線形結合方(ILC) の発展(角度スケール依存性の考慮)とWILC(WMAP)との比較**

# 内部線形結合 (ILC) : 前景に関する情報が乏しい時にシンプルで強力

論文の目的 : WMAPチームのILC法に対して、角度スケールを考慮したILC法的前景とノイズ除去の結果を検討  
ILC : 観測に対して重みを作用させ、前景を打ち消しCMBを変化しないように選んだ重みは線形結合マップの合計最小分散を持つ

このILCの重要な仮定 : CMBが黒体スペクトルに従う(CMBパワースペクトルや、前景、ノイズの性質の仮定なし)

ILCによるWMAPの解析 :

真のCMB温度関数  $x(\hat{r})$  の測定

前景放射除去のため以下の5つの周波数chで観測

(22.8, 33.0, 40.7, 60.8, 93.5 GHz)  $\rightarrow$  (K, Ka, Q, V, W)

$i$ を各chに対応した添字とし、観測マップを $y_i$ とする。(i=1~5)

$y_i = A_i x + n_i,$



$y = Ax + n,$

マップのピクセル数の次元を持つ

$A_i$  : ビームのスムージングの効果  
 $n_i$  : 前景と検出器ノイズ

$$A \equiv \begin{pmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_5 \end{pmatrix}, \quad y \equiv \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_5 \end{pmatrix}, \quad n \equiv \begin{pmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_5 \end{pmatrix},$$

真の空( $x$ )の推定値を $\tilde{x}$ とし、観測値に重み $w$ を作用すると

$\tilde{x} = Wy$

制約条件 :  $WA = I.$

測定誤差  $\langle \tilde{x} \rangle - x$  が、 $x$  と独立であるといここからきている。

$\tilde{x} = W(Ax + n)$



$\tilde{x} - WAx = n$

The temperature (in CMB thermodynamic units) of each pixel,

$$T_n(p) = \sum_{i=1}^5 \zeta_{n,i} T^i(p), \tag{5}$$

制約条件 :  $\mathbf{W}\mathbf{A} = \mathbf{I}$ . 測定誤差  $\langle \tilde{\mathbf{x}} \rangle - \mathbf{x}$  が  $\mathbf{x}$  と独立であるといここからきている。

$$\tilde{\mathbf{x}} = W(\mathbf{A}\mathbf{x} + n) \Rightarrow \tilde{\mathbf{x}} - W\mathbf{A}\mathbf{x} = n$$

**WMAPチーム解** : 内部線型結合(ILC)MAPを作成する  $\tilde{\mathbf{x}}$  のrmsを最小化



K, Ka, Q, V, Wを共通の分解能 $1^\circ$  に平坦化  $\Rightarrow \mathbf{A}_i = \mathbf{I} \quad \tilde{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{r}}) = \sum w_i \mathbf{y}_i(\hat{\mathbf{r}})$

前景放射の空間的変動を考慮  $\Rightarrow$  12個の領域に空を分割  $\Rightarrow$  各領域に12対応の重み

問題点 : 重みは銀河系どに加え、角度スケールにも依存する

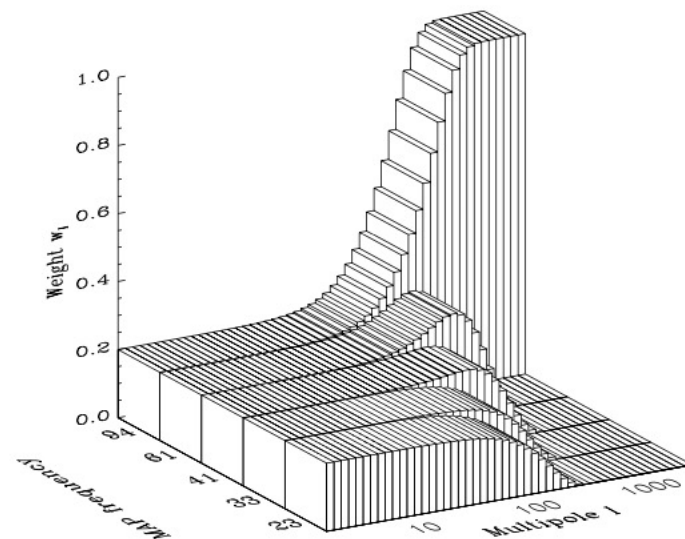
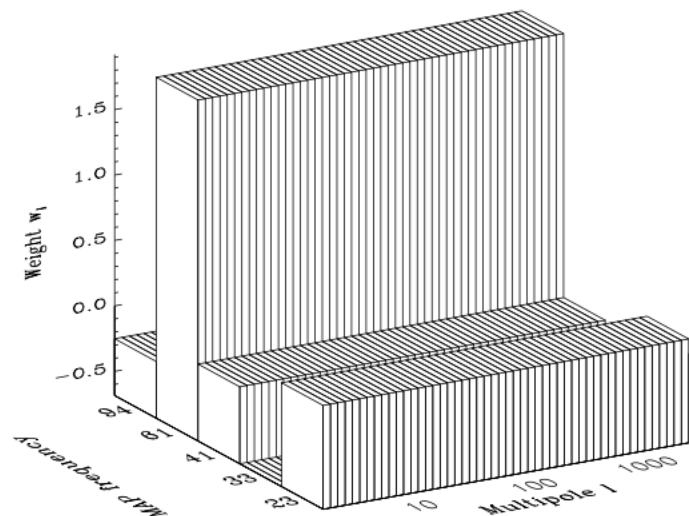
## 論文

解決策 : 角度スケール依存を考慮したILCマップを作成

利点 : 大スケール 前景支配的      小スケール 検出器ノイズ支配的      を考慮



より綺麗なマップの作成



（（左）周波数依存性のみ考慮、（右）周波数と、角度スケールでの重みを考慮した場合）

角度スケール考慮ILC

角度スケール分離  球面調和展開

$$a_{\ell m}^i \equiv \int Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{r}})^* \mathbf{x}_i(\hat{\mathbf{r}}) d\Omega$$

角周波数chの真のマップ

クリーンマップ

$$x_i(\hat{\mathbf{r}}) = \sum a_{\ell m}^i Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{r}})$$

$$a_{\ell m} \equiv \sum_{i=1}^5 w_{\ell}^i \frac{a_{\ell m}^i}{B_{\ell}^i}$$

$B_{\ell}^i$  : ビーム関数

調和空間での制約条件

$(\sum_i \mathbf{w}_\ell^i = 1) \Rightarrow \mathbf{e} \cdot \mathbf{w}_\ell = 1, \quad \mathbf{e} = (1, 1, 1, 1, 1)$

クリーンマップにおける  $a_{\ell m}$  の冪乗  $\langle |a_{\ell m}|^2 \rangle$  を最小することにより、重みは

$$\mathbf{w}_\ell = \frac{\mathbf{C}_\ell^{-1} \mathbf{e}}{\mathbf{e}^t \mathbf{C}_\ell^{-1} \mathbf{e}}, \quad \text{但し } \mathbf{C}_\ell^{ij} \equiv \langle a_{\ell m}^i {}^* a_{\ell m}^j \rangle.$$

$\mathbf{C}_\ell$  ; 5×5 のクロスパワースペクトル

ILC法(角度スケール考慮)とパワースペクトルの関係性

$\mathbf{C}_\ell$  の計算

窓関数効果の補正を行う

マスクされたマップのスカイパッチを球面調和展開を行う

$\mathbf{C}_\ell$  の分解

$$\mathbf{C}_\ell = \mathbf{C}_\ell^{\text{junk}} + \mathbf{C}_\ell^{\text{cmb}} = \mathbf{C}_\ell^{\text{junk}} + C_\ell^{\text{cmb}} \mathbf{e} \mathbf{e}^t$$

junk : ノイズと前景のパワースペクトル  
仮定 : CMBスペクトルの全ての周波数chに等しく寄与する

$$\langle |a_{\ell m}|^2 \rangle = \mathbf{w}^t \mathbf{C}_\ell \mathbf{w} = \mathbf{w}^t \mathbf{C}_\ell^{\text{junk}} \mathbf{w} + C_\ell^{\text{cmb}} (\mathbf{e} \cdot \mathbf{w})^2 = \mathbf{w}^t \mathbf{C}_\ell^{\text{junk}} \mathbf{w} + C_\ell^{\text{cmb}}$$

CMBのパワースペクトルは、最適重みからの影響を受けない。

## 領域の細分化

ILC法はMAPの分散を最小にすることによって前景を除去する

前景とノイズはCMBとは異なり、空の空間によって分散が大きく異なる。



空を前景の綺麗さで領域を分割し、それぞれの領域で異なる適切な重みを計算し、別々にクリーニングを行う必要。

## 領域分割の利点

利点 1     :   積極的な重みづけが可能

利点2     :   前景の周波数依存性が領域によって異なる場合にも有効

# マップ作成方法

銀河面から、前景が高緯度に漏れないように



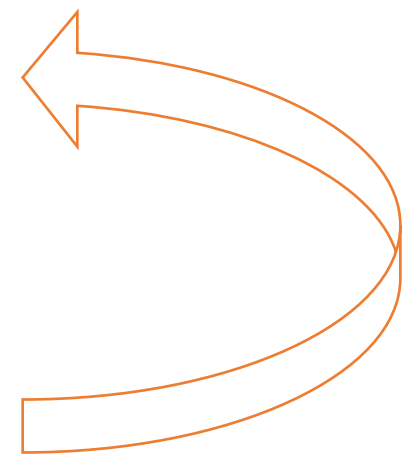
汚い領域から、綺麗な領域の順にクリーニングしていく



空の領域を9つに分割する( $i=1\sim 9$ )、以下に示す手順を9回繰り返す。

## 具体的な手順

- I. WMAPの角周波数ch 5 つのマップを一時的に定義( $i=2$ 以降は一つ前の入れ替えたマップを使用
- II.  $i$ 番目の領域のみのパワースペクトル行列  $\mathbf{C}_\ell$  と、最適な重み  $\mathbf{w}_\ell$  を求める
- III. I番目に用意したマップをIIの重みを用いてクリーニングし、全天マップを計算
- IV. Iで用意したマップの $i$ 番目の領域の部分とIIのクリーンマップに対応する領域で置き換える



この操作の繰り返しにより前景が徐々に取り除かれていく

結果として、9回の繰り返しを5つの周波数マップに行うことによって、5つの周波数クリーニングマップが得られる

## 手法の評価:最も綺麗な領域(Vバンド)でのパワースペクトル

左:総パワースペクトル 右:クリーニング後のCMBパワースペクトル 緑:CMBパワースペクトルのベストフィット

- 大きなスケールでパワーが足りていない  $\Rightarrow$  低い四重極または単極および2極の除去の補正を受けていない
- 小さなスケールで大きく成る  $\Rightarrow$  機器ノイズが支配的

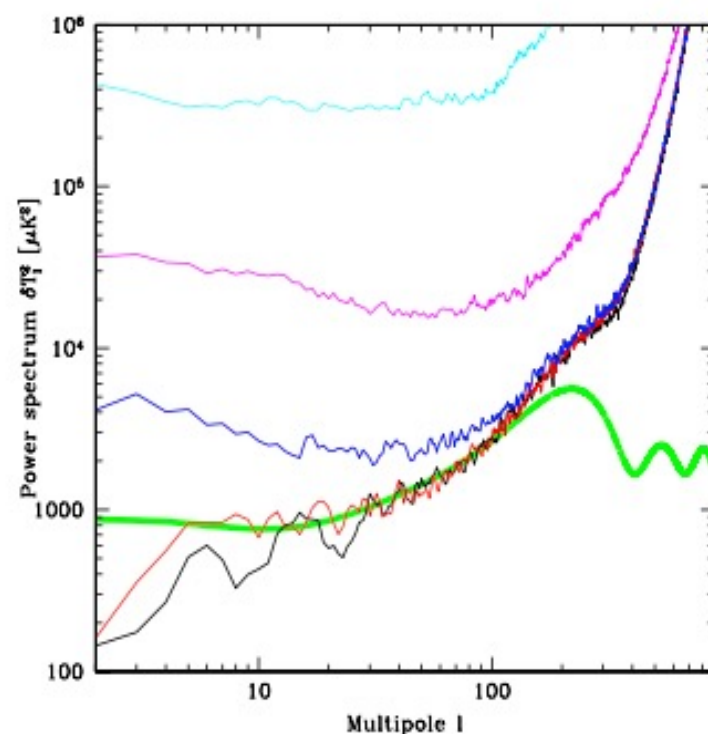


FIG. 9: Total power spectra for CMB, foregrounds and noise combined are shown for the 61 GHz V-band, the one with the overall lowest foreground levels. This is the (4,4) element of the power spectrum matrix  $C_\ell$ . From bottom to top, they correspond to the five cleanest sky regions shown in Figure 8. For comparison, the thick curve shows the best-fit CMB model from [17, 18].

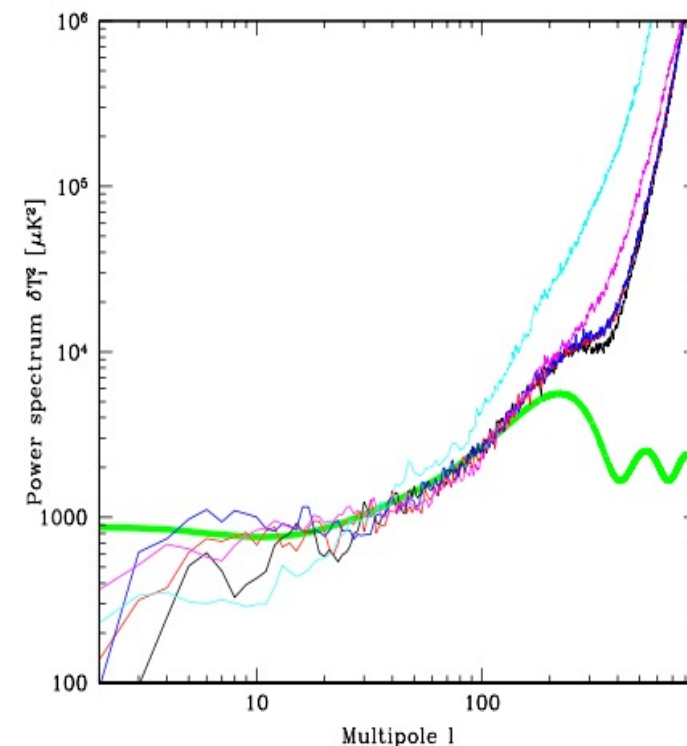


FIG. 10: Same as previous figure, but for our foreground-cleaned CMB map (bottom panel of Figure 1). The power spectra of the cleanest sky regions are seen to be virtually identical with those for V-band on large scales, showing how subdominant smooth foregrounds are at 61 GHz.



# 図：WMAPのパワースペクトルと論文のパワースペクトル上の曲線（WMAPチーム）真ん中（この論文）

WLICのマップは $1^\circ$  分解能

この論文ではWバンド分解能

ノイズが重要ではない大スケールで両方一致

ノイズが重要な小さなスケールで

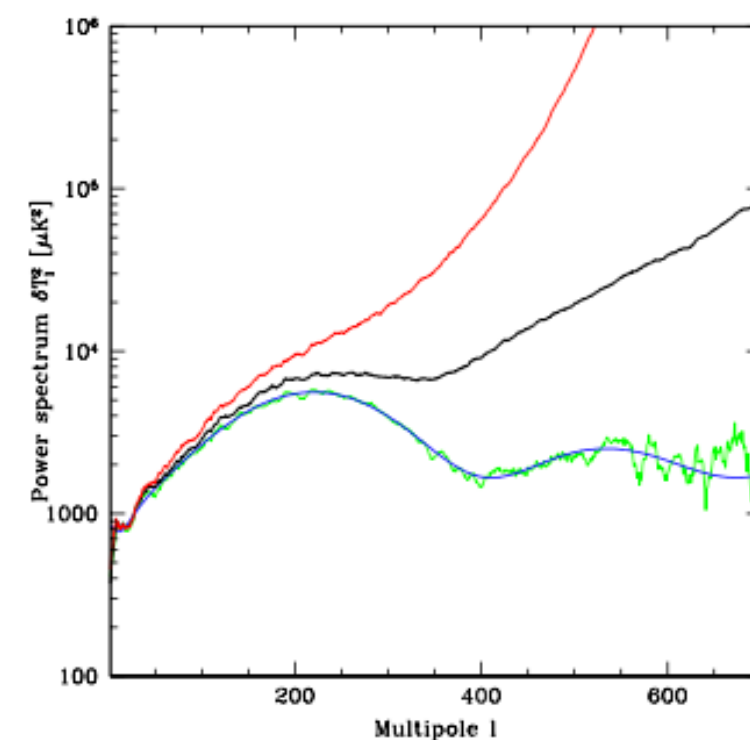


FIG. 12: Comparison of the total (CMB+foregrounds+noise) power spectra of the WMAP team internal linear combination map [3] (top curve) and our cleaned map (middle curve), both for our cleanest sky region. Both of these cleaned maps are seen to reproduce on large scales the CMB power spectrum measured by the WMAP team [6] (lower wiggly curve), which has no net noise contribution because it is based on cross-correlations between channels. The lower smooth curve is the WMAP team's best fit model [17, 18]. As explained in the text, the noise contribution is seen to become important earlier in the WMAP team's cleaned map than in ours because it is limited by the lowest resolution frequency bands. All power spectra have been smoothed with a boxcar filter of width  $\Delta\ell = 10$  to reduce scatter.

# 銀河面の低極子への影響定量化（前景の寄与が低極子に対して重要でないと仮定）

方法：論文のマップ、ILCマップ、両方で全天パワーすおエクトルを計算

無修正マップを用いて、9つのうち最も汚い部分を0にしたり、二番目に汚いところを0にするなど



銀河面に対して結果がどれだけ敏感かを示す

さらにバンドパスフィルターをかけ



四重極、六重極、八重極のマップを作成

**最も汚い部分を0**：最低極子に影響、**最も綺麗な3つの領域以外を0**：八、六重子に大きな変化なし

全天解析の四、六、八重極の空間変動



論文マップとILCで良い制度で一致



**前景の寄与が低極子に対して重要でないと仮定**

表 1：四重極と八重極の結果

四重極：論文とILCでほぼ一致



四重極は前景の影響を受けない

全天の四重極がカットスカイのものより大きい理由：

- CMBの四重極の値が最も強い極値ペアが銀河平面内に存在する



- 銀河面カット：四重極の大部分のパワーが取り除かれる

Table 1 – Measurements of the CMB quadrupole and octopole.

Measurement	$\delta T_2^2$ [ $\mu\text{K}^2$ ]	p-value	$\delta T_3^2$ [ $\mu\text{K}^2$ ]
Spergel <i>et al.</i> model	869.7		855.6
Hinshaw <i>et al.</i> cut sky	123.4	1.8%	611.8
ILC map all sky	195.1	4.8%	1053.4
Cleaned map all sky	201.6	5.1%	866.1
Cosmic quadrupole	194.2	4.7%	
Dynamic quadrupole	3.6		