

Vorlesungsskripte

Prof. Dr.-Ing. Wolf-Rainer Novender

4. September 2005

4 Elektrische Maschinen II

Inhalt

4.1 Magnetischer Kreis

- 4.1.1 Anwendungen des Durchflutungssatzes
- 4.1.2 Feldverlauf an Grenzflächen
- 4.1.3 Berechnung linearer magnetischer Kreise
- 4.1.4 Nichtlinearer magnetischer Kreis
- 4.1.5 Einfluss der Sättigung
- 4.1.6 Weitere Einflussgrößen
- 4.1.7 Einfluss des Luftspaltes
- 4.1.8 Elektrisches Ersatzschaltbild
- 4.1.9 Permanentmagnete
- 4.1.10 Eisenverluste
- 4.1.11 Numerische Feldberechnung
- 4.1.12 Konstruktive Ausführungen
- 4.1.13 Streufelder
- 4.1.14 Wirbelströme

4.2 Gleichstrommaschine

- 4.2.1 Ankerwicklungen
- 4.2.2 Magnetische Felder
- 4.2.3 Kommutierung
- 4.2.4 Kennlinienfeld einer GM
- 4.2.5 Dynamisches Verhalten

4.3 Transformator

- 4.3.1 Wicklungssinn
- 4.3.2 T-Ersatzschaltbild
- 4.3.3 Gegeninduktivitäten
- 4.3.4 Vergleich Gegeninduktivitäten und T-Ersatzschaltbild
- 4.3.5 Differentialgleichungssystem
- 4.3.6 Zeigerdiagramm
- 4.3.7 Drehstromtransformatoren
- 4.3.8 Aufbau und Bauformen
- 4.3.9 Entwurfsgleichungen
- 4.3.10 Magnetisierungsstrom und magnetischer Fluß
- 4.3.11 Spartransformator
- 4.3.12 Einschaltstrom (Rush)
- 4.3.13 Strom- und Spannungswandler

4.4 Drehfelder

- 4.4.1 Läuferdrehfeld
- 4.4.2 Ständerdrehfeld
- 4.4.3 Raumzeiger
- 4.4.4 Drehstromwicklung: Wicklungsfaktoren
- 4.4.5 Drehstromwicklungen: Ausführungen
- 4.4.6 Beispiel: Aufbau einer Ständerwicklung für eine Synchronmaschine

4.5 Asynchronmaschine

- 4.5.1 Herleitung des Ersatzschaltbildes
- 4.5.2 Kreisdiagramm
- 4.5.3 Numerische Berechnung
- 4.5.4 Weitere Einflußgrößen
- 4.5.5 Abschätzung - Klossche Gleichung
- 4.5.6 Generatorbetrieb
- 4.5.7 Schleifringläufer mit Anlaßwiderständen
- 4.5.8 Schlupfwiderstände
- 4.5.9 Änderung der Klemmenspannung
- 4.5.10 Läuferückspeisung
- 4.5.11 Polumschaltung
- 4.5.12 Frequenzsteuerung
- 4.5.13 Gleichstrombremsen
- 4.5.14 Linearmotor
- 4.5.15 Asynchrongenerator
- 4.5.16 Einphasige Asynchronmaschinen
- 4.5.17 Normen, Vorschriften
- 4.6 Synchronmaschine**
 - 4.6.1 Ankerrückwirkung
 - 4.6.2 Kurzschluß
 - 4.6.3 Schenkelpolmaschine
 - 4.6.4 Normen und Vorschriften

4.1 Magnetischer Kreis

4.1.1 Anwendungen des Durchflutungssatzes

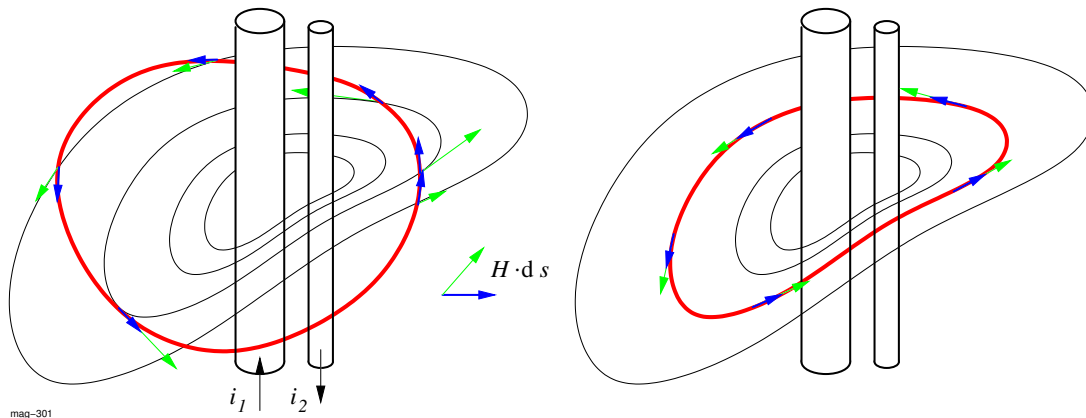


Abb. 4.1.1: Anwendung des Durchflutungssatzes mit unterschiedlichen Integrationswegen

Abb. 4.1.1 zeigt das Prinzip des Durchflutungsgesetzes (siehe Kapitel 3.2.1.2, Seite 3.2.0). Der geschlossene Integrationsweg kann beliebig verlaufen. Bei der Summenbildung ist das Skalarprodukt des Feldvektors \vec{H} mit dem Richtungsvektor $d\vec{s}$ zu bilden. Stehen beide Vektoren senkrecht aufeinander, liefern sie keinen Beitrag zum Integral. Verläuft der Integrationsweg entlang einer Linie $H = \text{const.}$, vereinfacht sich die Summenbildung zu $H \cdot l$, wobei l die Länge der Feldlinie bedeutet.

Achtung: Bei der Interpretation von Feldlinien ist die Definition zu beachten (siehe Kapitel 3.2.1.1, Seite 3.2.0). Danach ist der magnetische Fluss zwischen zwei benachbarten Feldlinien gleich, d. h. zwischen zwei Feldlinien ist das Produkt $\vec{A} \cdot \vec{B} = \Phi$ konstant.¹ Der Vektor \vec{A} ist der Flächenvektor der Fläche, durch die der Fluss hindurchtritt, bei Feldlinienbilder ist dies die orthogonale Verbindung zwischen zwei benachbarten Feldlinien. Aus diesen Eigenschaften folgt: der Feldvektor \vec{B} (bzw. \vec{H} bei konstantem μ_r) ist nur auf parallel verlaufenden Feldlinien konstant.

Die folgenden Beispiele demonstrieren die Anwendung anhand einfacher Geometrien.

Geradliniger Linienleiter

Nach Abb. 4.1.2 gilt für $r \geq r_0$:

$$\oint \vec{H} d\vec{s} = \sum I = I$$

$$H 2\pi r = I$$

$$H(r) = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r}$$

¹In der Feldtheorie ergeben sich die B -Linien aus der Verbindung von Punkten mit gleichem *Vektorpotential* (siehe Kapitel 10.3.6.2, Seite 10.3.8).

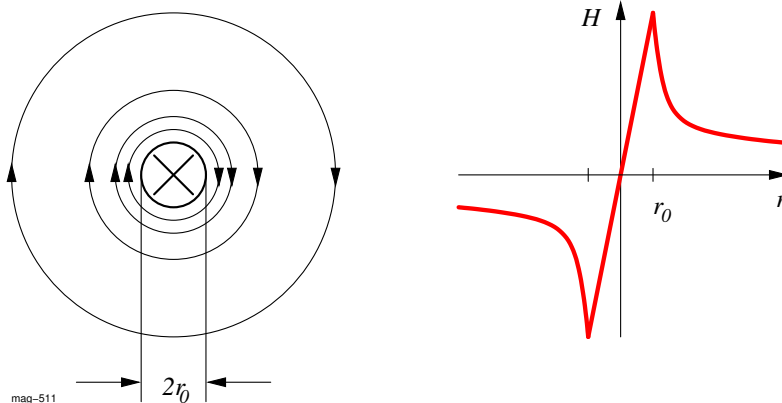


Abb. 4.1.2: Magnetische Feldstärke innerhalb und außerhalb eines Linienleiters

Für $r \leq r_0$ gilt:

$$H 2\pi r = \int_A \vec{J} d\vec{A} = \frac{I}{\pi r_0^2} \pi r^2 = I \left(\frac{r}{r_0} \right)^2$$

$$H(r) = \frac{I r^2}{2\pi r r_0^2} = \frac{I}{2\pi r_0^2} \cdot r$$

Das magnetische Feld existiert also auch innerhalb stromführender Leiter.

Zylinderspule (Solenoid)

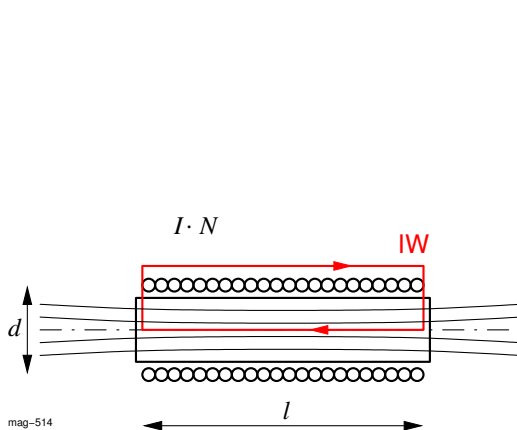


Abb. 4.1.3: Zylinderspule (Solenoid)

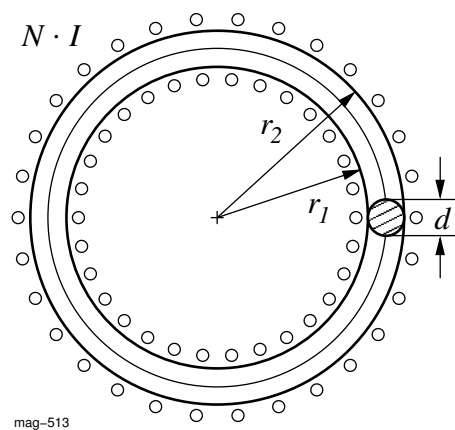


Abb. 4.1.4: Ringspule (Toroid)

Ist die Spule eng bewickelt und $l \gg d$ (homogenes Feld), umschließt eine Feldlinie N Windungen mit jeweils der Stromstärke I . Längs der mittleren Feldlinie muss wegen der Feldhomogenität (parallele Feldlinien mit konstantem Abstand) H konstant sein. Außerhalb der Spule weiten sich die Feldlinien

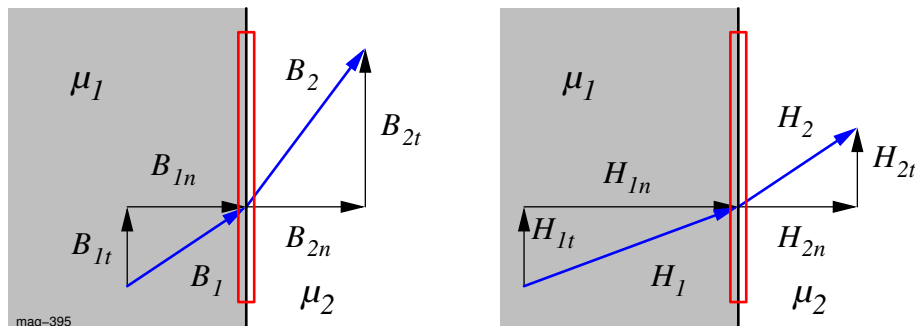


Abb. 4.1.5: Feldverlauf an den Grenzflächen zwischen Werkstoffen mit unterschiedlichen Permeabilitäten

auf, der Abstand zwischen zwei Feldlinien wird so groß, dass bei dem gewählten Integrationsweg (IW) das Feld außerhalb der Spule ≈ 0 . Nach Abb. 4.1.3 gilt dann

$$H = \frac{N \cdot I}{l} \quad (4.1.1)$$

Ringspule (Toroid)

Ist die Ringspule gleichmäßig dicht bewickelt und ist der Ringdurchmesser $r_1 + r_2$ sehr viel größer als der Kerndurchmesser $d = r_2 - r_1$, ergibt sich nach Abb. 4.1.4

$$H(r) = \frac{NI}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \quad \text{für } r_1 < r < r_2 \quad (4.1.2)$$

4.1.2 Feldverlauf an Grenzflächen

Induktion

Die Quellenfreiheit des magnetischen Feldes wird durch die Gleichung

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (4.1.3)$$

beschrieben. Wendet man diese Gesetzmäßigkeit auf einen kleinen Quader an einer Grenzfläche an (Abb. 4.1.5 links), erkennt man, dass die Normalkomponenten der magnetischen Induktionen auf beiden Seiten der Grenzfläche gleich werden müssen, wenn die Dicke des Quaders an der Grenzfläche gegen Null geht. Es gilt:

$$B_{1n} = B_{2n} \quad \frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (4.1.4)$$

Magnetische Feldstärke

Wendet man den Durchflutungssatz

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (4.1.5)$$

auf einen kleinen Umlauf an der Grenzfläche an (Abb. 4.1.5 rechts), verschwinden die Normalkomponenten des magnetischen Feldes je schmäler der Umlauf an der Grenzfläche wird und die tangentialen Komponenten der magnetischen Feldstärken auf beiden Seiten der Grenzfläche werden gleich. Daraus folgt:

$$H_{1t} = H_{2t} \quad \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (4.1.6)$$

Dieses Verhalten der magnetischen Größen an Grenzflächen zwischen zwei Werkstoffen **1** und **2** bezeichnet man auch als „magnetisches Brechungsgesetz“. Damit läßt sich z. B. erklären, weshalb Feldlinien von einem hochpermeablen Werkstoff nahezu senkrecht nach einem Werkstoff mit geringerer Permeabilität (Luft) verlaufen.

4.1.3 Berechnung linearer magnetischer Kreise

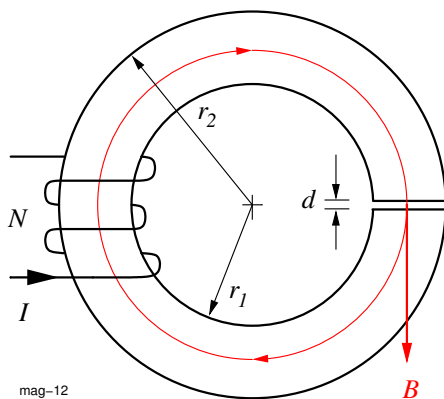


Abb. 4.1.6: C-Magnet

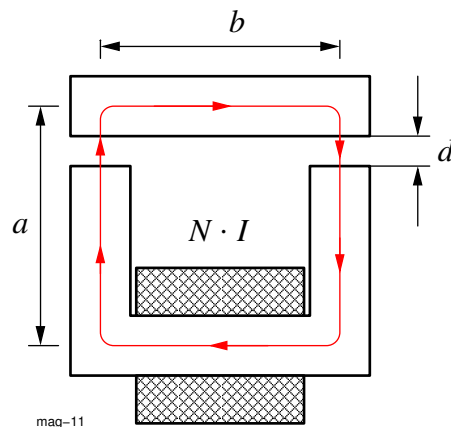


Abb. 4.1.7: UI-Kern

Die Abbildungen 4.1.6 und 4.1.7 zeigen einfache magnetische Kreise mit Eisenfüllungen. Setzt man eine konstante Permeabilität μ_r voraus, lassen sich solche Kreise linear berechnen. Unter den Annahmen, daß keine Streuung vorhanden ist und das Luftspaltfeld homogen ist, muß der Fluß $\Phi = B \cdot A$ überall im Kreis gleich sein. Bei gleichem Querschnitt A bedeutet dies, daß auch die Induktion längs einer mittleren Feldlinie konstant sein muß.

Nach dem magnetischen Brechungsgesetz (siehe Kapitel 4.1.2, Seite 4.1.2) ist beim Übergang der Induktion von einem Material (z. B. Luft) in ein anderes Material (z. B. Eisen) die Normalkomponente der Induktion stetig. Tritt das Feld also senkrecht durch die Grenzfläche, muß auf beiden Seiten die Induktion gleich groß sein.

Bei beiden Beispielen gilt also $B_{Eisen} = B_{Luft} = B$.

Das gilt nicht für die magnetische Feldstärke H . Der Durchflutungssatz liefert

$$N \cdot I = H_{Eisen} \cdot l_{Eisen} + H_{Luft} \cdot l_{Luft}$$

wobei für l_{Eisen} und l_{Luft} die entsprechenden Feldlinienlängen einzusetzen sind. Wegen der Linearität zwischen B_{Eisen} und H_{Eisen} kann man direkt einen Zusammenhang zwischen I und B herstellen:

$$N \cdot I = \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r} l_{Eisen} + \frac{B}{\mu_0} l_{Luft}$$

Man erkennt sofort, daß zwischen B und I auch ein linearer Zusammenhang besteht. Dies trifft in der Praxis nur auf schwach erregte Eisenkreise ($B < 1 \text{ T}$) und eisenlose Anordnungen zu.

Für überschlägige Berechnungen wird vielfach $\mu_r \rightarrow \infty$ gesetzt. Wie man sieht, wird der Durchflutungsbedarf $N \cdot I$ in erster Linie durch den Luftspaltweg l_{Luft} bestimmt.

4.1.4 Nichtlinearer magnetischer Kreis

Etwas aufwendiger wird die Berechnung, wenn die Permeabilität nicht konstant ist. Im allgemeinen gilt $\mu_r = f(H)$. In diesem Fall benötigt man die Magnetisierungskennlinie $B = f(H)$.

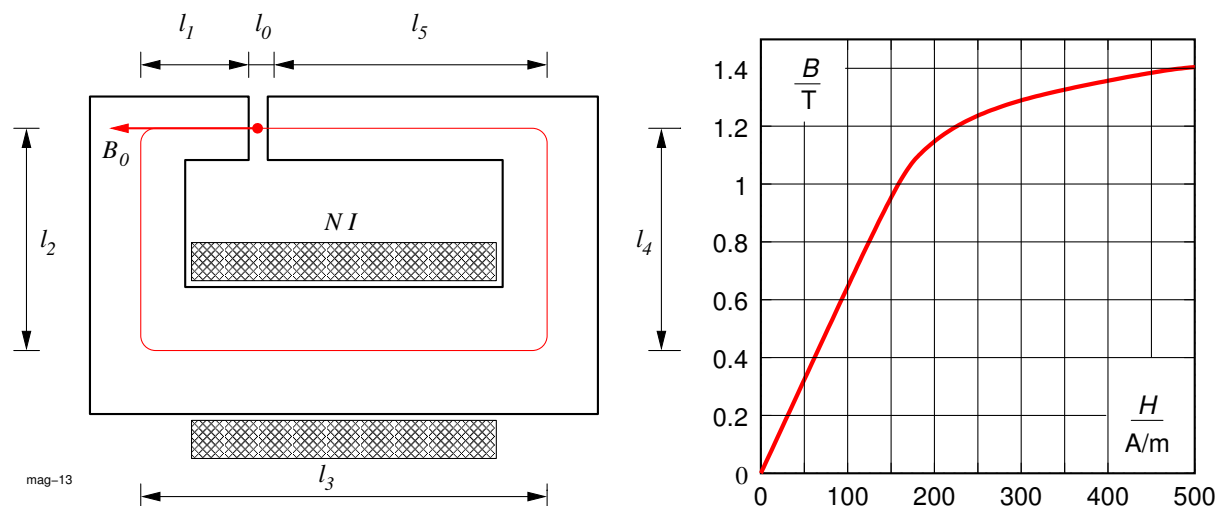


Abb. 4.1.8: Nichtlinearer Magnetkreis mit Magnetisierungskennlinie

Der Berechnungsgang für einen nichtlinearen Magnetkreis mit unterschiedlichem Querschnitt soll anhand der Anordnung nach Abb. 4.1.8 erläutert werden. Der Eisenkern besteht aus einem Schenkel und mehreren Jochen mit unterschiedlichen Querschnitten. Gesucht ist die erforderliche Durchflutung $N \cdot I$, damit im Luftspalt eine Induktion von $B_0 = 1.4 \text{ T}$ auftritt. Der Feldverlauf im Luftspalt wird als homogen vorausgesetzt. Außerdem soll die Streuung vernachlässigt werden.

Da keine Streuung auftreten soll, muß der Fluß in allen Teilen des Kreises konstant sein. Wegen der unterschiedlichen Querschnitte ist jedoch die Induktion nicht überall konstant, sondern berechnet sich aus $\Phi = B_0 \cdot A_0 = B_n \cdot A_n = \text{const.}$ Man teilt den Kreis zweckmäßigerweise in einzelne Abschnitte entsprechend dem Schema in Tabelle 4.1.1.

n	$\frac{A_n}{A_0}$	$\frac{B_n}{\text{T}}$	$\frac{H}{\text{A/m}}$	$\frac{l_n}{\text{m}}$	$\frac{H_n \cdot l_n}{\text{A}}$
0	1	1.4		0.01	
1	1			0.4	
2	1.25			0.5	
3	1.5			1.0	
4	1.25			0.5	
5	1			0.59	
Summe:					

Tabelle 4.1.1: Berechnungsschema für den nichtlinearen Magnetkreis in Abb. 4.1.8

Hat man die Induktionen B_n in den einzelnen Abschnitten ausgerechnet, erhält man die dazugehörigen Feldstärken H_n direkt aus der Magnetisierungskennlinie. Zum Schluß summiert man alle *magnetischen Spannungsabfälle* $H \cdot l$ auf und erhält die Gesamtdurchflutung, die nötig ist, um die gewünschte Luftspaltinduktion B_0 zu erzeugen.

Hinweis: Die Berechnung gestaltet sich relativ einfach, da es sich bei dieser Aufgabenstellung um die Reihenschaltung von magnetischen Spannungsabfällen handelt, die durch einen *gemeinsamen*, vorgegebenen Fluss erzeugt werden. Dies entspricht den häufigsten Problemstellungen bei der Auslegung elektrischer Maschinen.

Als schwieriger erweist sich die Aufgabe, die Induktion und den Fluss zu bestimmen, wenn die Durchflutung gegeben ist und der Kreis lineare und nichtlineare Abschnitte enthält. Diesem Thema ist das Kapitel 4.1.7, Seite 4.1.10 gewidmet.

Der nächste Schritt wäre, die genaue Windungszahl N zu ermitteln. Die bisherige Rechnung liefert nur das Produkt $I \cdot N$ (oft als Ampere-Windungszahl AW bezeichnet). Die Kunst besteht darin, die Windungszahl so zu bestimmen, daß die Anordnung möglichst ohne Vorwiderstand mit der gegebenen Betriebsspannung die erforderliche Durchflutung erzeugt. Mit zunehmender Windungszahl muß der Strom und kann der Drahtquerschnitt kleiner gewählt werden. Damit nimmt der Kupferwiderstand zu, der Betriebsstrom ab. Der prinzipielle Berechnungsgang zur Auslegung einer Wicklung bzw. Spule ist im Kapitel 5.3 beschrieben.

4.1.5 Einfluss der Sättigung

Jede stromführende Anordnung, die ein Magnetfeld erzeugt, besitzt eine Induktivität und wird auch durch eine solche in Ersatzschaltbildern dargestellt (siehe auch Kapitel 3.2.2.2, Seite 3.2.7).

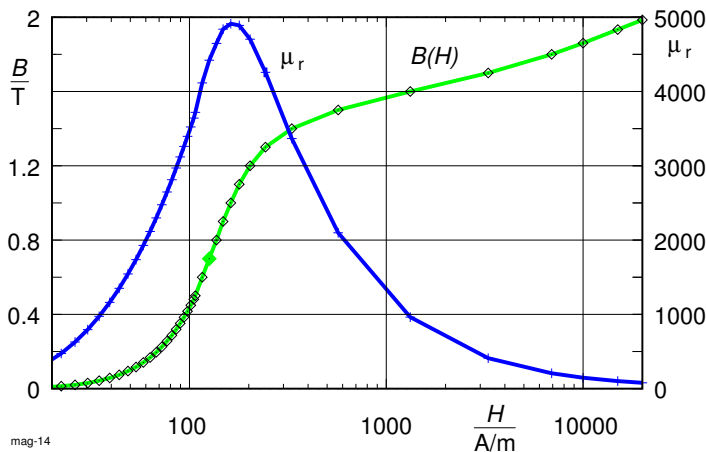


Abb. 4.1.9: Induktion und Permeabilität von Weicheisen

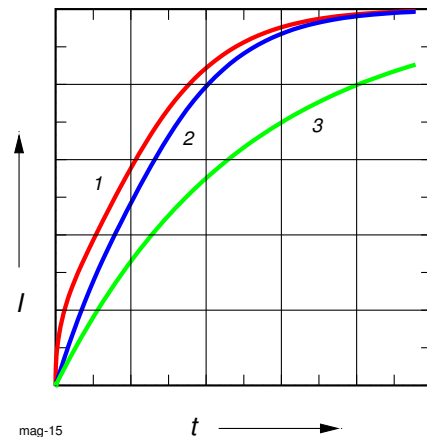


Abb. 4.1.10: Einschaltstrom

Abb. 4.1.9 zeigt den typischen Verlauf der Induktion $B(H)$ und relativen Permeabilität $\mu_r(H)$ von Weicheisen im halblogarithmischen Maßstab aufgetragen. Die Permeabilität μ_r gibt im Prinzip die Steigung der Magnetisierungskennlinie (MKL) wieder (*differentielle Permeabilität*). Gleichzeitig ist sie auch ein direktes Maß für die Induktivität, denn $H \sim I$, $B \sim \Phi$ und $\mu_r \sim B/H \sim \Phi/I \sim L$.

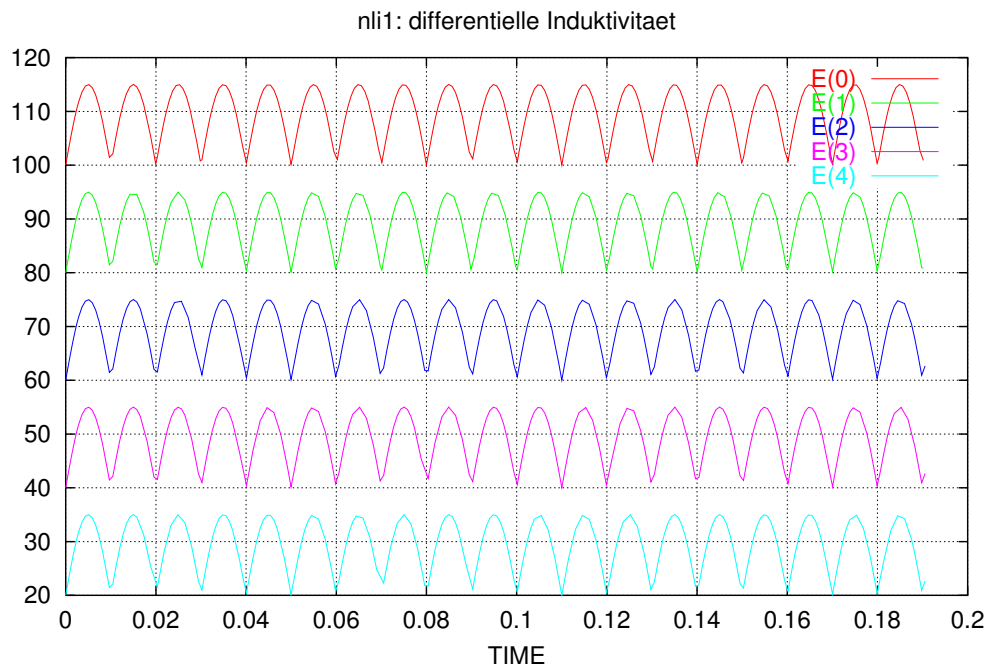
Merke: Mit zunehmender Sättigung verringert sich die Induktivität.

An einem Beispiel soll die Auswirkung der Sättigung demonstriert werden. Dazu wird eine konstante Gleichspannung an eine Induktivität gelegt und der Einschaltstrom numerisch berechnet. Die Ergebnisse zeigt die Abb. 4.1.10. Es wurden zwei unterschiedliche Magnetisierungskennlinien und eine konstante Magnetisierung zugrunde gelegt. Nimmt man konstante Permeabilität an, bleibt der Induktivitätswert konstant und der Einschaltstrom verläuft exponentiell (Kurve 3). Verläuft die MKL wie z. B. in Abb. 4.1.8 dargestellt zunächst linear und dann mit Sättigung, ergibt sich ein Stromverlauf entsprechend Kurve 2. Für sehr geringe Feldstärken nimmt die Permeabilität wieder ab, wie man in Abb. 4.1.9 für $H < 200$ A/m deutlich erkennen kann. Man bezeichnet diesen Bereich als *Anfangspermeabilität*. Den Einschaltstrom dazu zeigt Kurve 1. In der Praxis heißt dies, daß sich magnetische Anordnung bei kleinen Erregungen wie gesättigte Magnete verhalten.

Zur Beurteilung der Zeitkonstante verwendet man oft den Einschaltstromverlauf an der Induktivität, indem man eine Tangente an die Kurve im Einschaltpunkt legt. Diese Methode würde vor allem bei Kurve 1 zu unzuverlässigen Aussagen führen.

Einen weiteren, nicht zu unterschätzenden Einfluß auf den Einschaltstrom haben die im Eisenkern aufgrund der Induktionsänderung verursachten Wirbelströme. Ihre Wirkungen lassen sich normalerweise nur mittels numerischer Feldberechnung erfassen.

Bei fast allen elektrischen Maschinen spielen Sättigungseffekte eine Rolle (siehe Leerlaufkennlinie Synchronmaschine oder Gleichstromgenerator). Vielfach sind sie auch Ursache für Oberschwingungen (siehe Magnetisierungsstrom beim Transformator). Eine analytische Behandlung kann sehr aufwendig wer-



Sun Nov 14 16:13:03 1999

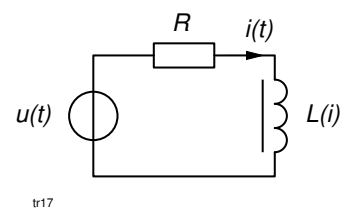
Abb. 4.1.11: Spannungsverläufe $u(t)$ an der Induktivität

den. Man verzichtet oftmals bei theoretischen Betrachtungen auf ihren Einfluß oder arbeitet mit Kompromißlösungen (siehe Kapitel 3.7.2.3 Synchronmaschine: gesättigte und ungesättigte Synchronreaktanzen, Seite 3.7.2).

Die Tatsache, dass mit der Sättigung die Induktivität abnimmt, spielt bei der Auslegung von Glättungsdrosseln, aber auch z. B. beim Eintaktbetrieb von Ausgangsübertragern in der NF-Technik eine wichtige Rolle. Dazu soll folgende Anordnung untersucht werden (siehe auch Kapitel 10.6.9, Seite 10.6.5):

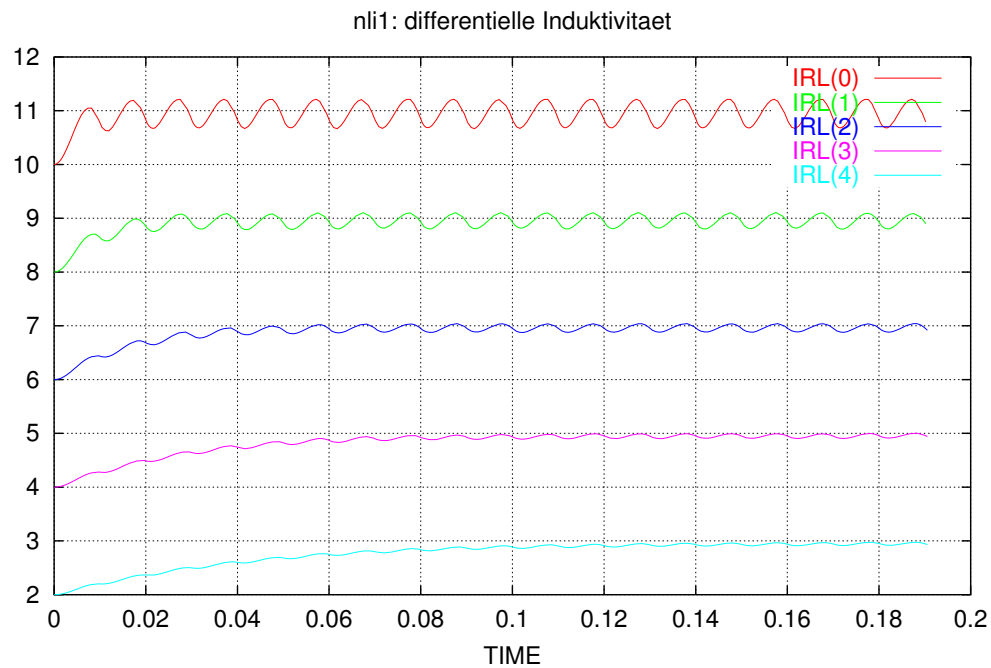
Die nebenstehende Schaltung besteht aus einer Spannungsquelle, die eine pulsierende Gleichspannung $u(t)$ liefert und einer verlustbehafteten Gleichstromdrossel mit einem Gleichstromwiderstand von $R = 10 \Omega$. Die ungesättigte Drossel ($i = 0$) hat eine Induktivität L_0 von 0.5 H, bei $i = 10 \text{ A}$ verringert sie sich auf $0.1 L_0$.

Es soll der Stromverlauf $i(t)$ für $U_d = 20, 40, 60, 80, 100 \text{ V}$ und konstanter Brummspannung $U_b = 15 \text{ V}$ (Scheitelwert, 100 Hz) sowie die Aussteuerungen der MKL $\Phi = f(i)$ berechnet und gezeichnet werden.

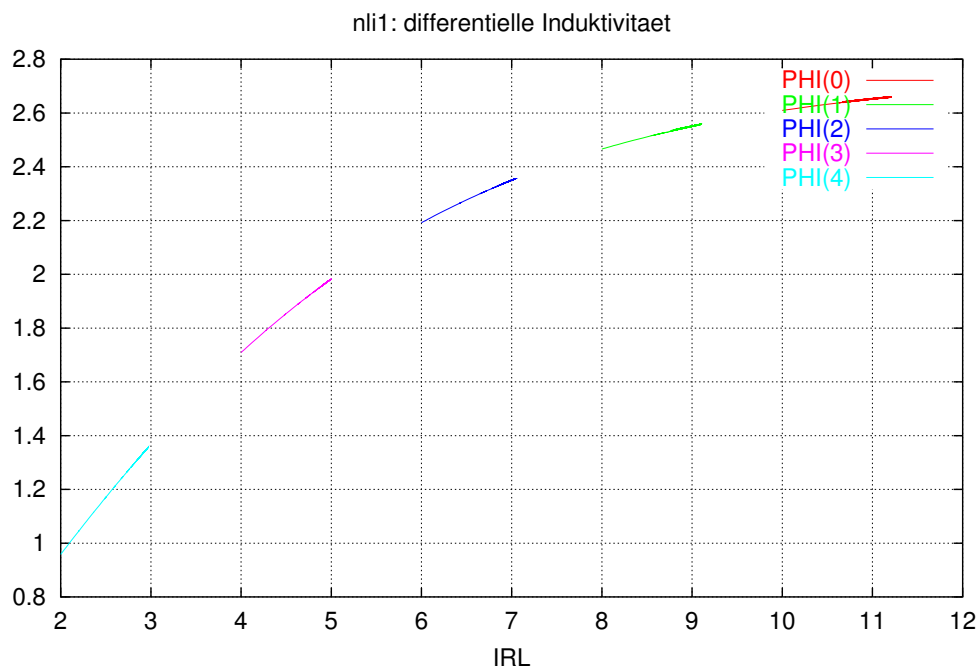


Die Abbildungen 4.1.11, 4.1.12 und 4.1.13 zeigen den Einfluss der Sättigung der Drossel auf die Glättung des Gleichstroms. Mit zunehmender Aussteuerung nimmt die Welligkeit des Stromes zu, die Glättungswirkung der Drossel ab. Das lässt sich verhindern, in dem man die Drossel mit einem Luftspalt versieht. Dadurch wird der *Arbeitspunkt* in den linearen (steileren) Teil der MKL verlagert (siehe nächstes Kapitel 4.1.7), die Glättung ist optimal.

Ähnliche Sachverhalte liegen bei NF-Ausgangsübertragern vor, bei denen dem NF-Signal eine Gleichspannung bzw. ein Gleichstrom überlagert ist. Um die Verzerrung gering zu halten, ist es wichtig, den



Sun Nov 14 16:14:55 1999

Abb. 4.1.12: Stromverläufe $i(t)$ bei verschiedenen Aussteuerungen

Sun Nov 14 16:17:41 1999

Abb. 4.1.13: Aussteuerung der Magnetisierungskennlinie

Arbeitspunkt des Übertragers im linearen Teil der MKL zu halten.

4.1.6 Weitere Einflussgrößen

4.1.6.1 Streuung

Je nach Ausnutzung und Beschaffenheit des magnetischen Kreises geht ein Teil des Flusses „verloren“. Den von der magnetischen Erregung erzeugten Gesamtfluss Φ teilt man demzufolge in zwei Anteile auf:

- als Nutz- oder *Hauptfluss* Φ_h bezeichnet man den Teil, der an der Energiewandlung teilnimmt. Dazu gehört z. B. der Teil des Ständerflusses, der den Luftspalt überquert und zur Drehmomentenbildung des Läufers beiträgt. Im Ersatzschaltbild werden diesem Fluss mindestens zwei gekoppelten *Hauptinduktivitäten* zugeordnet, die man unter bestimmten Umständen zu einer Induktivität zusammenfassen kann.
- Den verbleibenden Teil bezeichnet man als *Streufluss* Φ_σ und stellt ihn im Ersatzschaltbild durch eine nicht gekoppelte sog. *Streuinduktivität* dar.

Die Streuung wird durch den Streufaktor σ ausgedrückt:

$$\sigma = \frac{\Phi_\sigma}{\Phi_h + \Phi_\sigma} \quad (4.1.7)$$

Sie wird um so größer je mehr ferromagnetisches Material in die Sättigung geht (die Permeabilität nimmt ab), vor allem in inhomogenen Bereichen (Ecken, Bohrungen, Luftspalte).

4.1.6.2 Luftspalt

An Luftspalten dehnt sich der Fluss auf eine größere Querschnittsfläche aus. Dadurch sinkt die mittlere Induktion im Luftspalt. Durch einen Korrekturfaktor

$$k_L = \frac{A_L}{A_K} > 1 \quad (4.1.8)$$

der das Verhältnis der angenommenen Luftspaltfläche A_L zu der geometrischen Fläche des Eisenkerns A_K beschreibt, kann man den Einfluss der Luftspaltausweitung berücksichtigen. Für Überschlagsrechnungen nimmt man für die Luftspaltfläche die Kernfläche plus einem Rand mit der Breite der Luftspaltlänge an.

Die Luftspaltinduktion ist jedoch nicht konstant. Bei parallelen Luftspalten ist die Induktion in der Mitte am größten und fällt zum Rand hin ab. Die Inhomogenität nimmt zu, wenn der Luftspalt vergrößert wird (siehe auch Kapitel 4.1.11, Seite 4.1.13).

Unvermeidbare Luftspalte treten z. B. bei geblechten Anordnungen auf. Hier geschieht der Flussübergang an den Stoßfugen, aber auch über benachbarte Bleche. Noch komplizierter ist der Sachverhalt bei

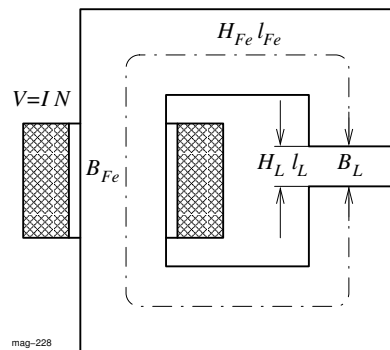


Abb. 4.1.14: Magnetkreis mit Luftspalt

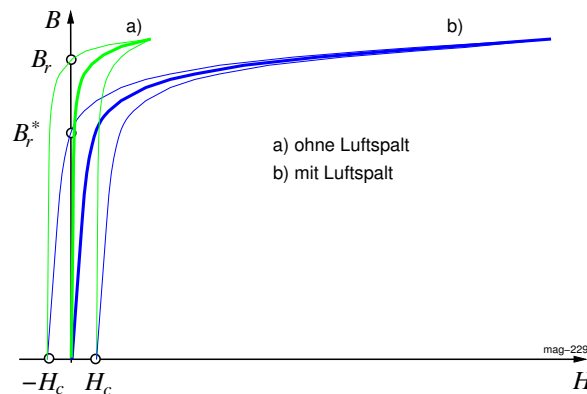


Abb. 4.1.15: Hystereseschleife mit Scherung

Pulververbundwerkstoffen, bei denen man sich den Kern aus feinverteilten Luftspalten zusammengesetzt vorstellen muss. Berücksichtigt werden diese Einflüsse durch Einfügen fiktiver Luftspalte bzw. eine korrigierte (*gescherte*) Permeabilität.

4.1.6.3 Eisenfüllfaktor

Kernbleche sind zur Vermeidung von Wirbelströmen einseitig elektrisch isoliert. Beim Stapeln bilden sich zusätzliche Luftschichten zwischen den Blechen. Dadurch wird die wirksame Eisenquerschnittsfläche verringert. Der Eisenfüllfaktor (*Stapelfaktor*) ist als das Verhältnis des wirksamen magnetischen Kernquerschnitts A_{Fe} zum geometrischen Kernquerschnitt A_K definiert:

$$k_{Fe} = \frac{A_{Fe}}{A_K} < 1 \quad (4.1.9)$$

Je nach Blechdicke, -sorte und Pressung liegt der Eisenfüllfaktor im Bereich von $0.8 < k_{Fe} < 0.97$.

4.1.7 Einfluss des Luftspaltes

Nimmt man die Magnetisierungskennlinie eines geschlossenen Eisenkreises auf und berücksichtigt auch die Verluste, erhält man die Hystereseschleife a) in Abb. 4.1.14 mit der Remanenz B_r und der Koerzitivfeldstärke H_c .

Fügt man in diesen Kreis einen Luftspalt ein und nimmt die gleiche Kennlinie auf, ergibt sich eine neue, geneigte (*gescherte*) Hystereseschleife b). Im Prinzip geht die Kennlinie a) durch Scherung in die Kennlinie b) über. Der Scherungswinkel ist proportional zum Verhältnis Luftspatlänge zu Eisenweglänge, also l_L/l_{Fe} .

Scherungsabhängig sind die Remanenz B_r^* und die Permeabilitäten, *scherungsunabhängig* die Koerzitivfeldstärke H_c , Sättigungsinduktionen und Verluste (= Flächeninhalte der Hystereseschleifen).

Für die wirksame Permeabilität μ_r^* eines gescherten Kreises ergibt sich

$$\mu_r^* = \frac{1}{\frac{1}{\mu_r} + \frac{l_L}{l_{Fe}}} \quad (4.1.10)$$

d. h. statt des Luftspaltes rechnet man mit der gescherten Permeabilität μ_r^* .

Ist bei einem Magnetkreis mit Luftspalt die Durchflutung $\Theta = V = I \cdot N$ vorgegeben und sollen die Flüsse B_L und B_{Fe} berechnet werden, ergibt sich das Problem, dass in der Durchflutungsgleichung

$$V = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_L \cdot l_L = \frac{B_{Fe}}{\mu_0 \mu_r} \cdot l_{Fe} + \frac{B_L}{\mu_0} \cdot l_L = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + \frac{B_L}{\mu_0} \cdot l_L \quad (4.1.11)$$

H_L und H_{Fe} unbekannt sind und voneinander abhängen. Bringt man diese Gleichung in die Form $B = B_L = f(H_{Fe})$, ergibt sich

$$B = \frac{\Theta \cdot \mu_0}{l_L} - \frac{l_{Fe} \cdot \mu_0}{l_L} H_{Fe} \quad (4.1.12)$$

Diese Gleichung nimmt für die Achsenabschnitte $H_{Fe} = 0$ den Wert

$$B(0) = \frac{\Theta \cdot \mu_0}{l_L}$$

und für $B = 0$ den Wert

$$H_{Fe} = \frac{\Theta}{l_{Fe}}$$

an und stellt die *Luftspaltgerade* $B_L = f(H_{Fe})$ dar. Sie beschreibt den Verlauf der Induktion im Magnetkreis in Abhängigkeit von H_{Fe} (siehe Abb. 4.1.16). Zeichnet man in das gleiche Diagramm die Magnetisierungskennlinie für das Eisenmaterial $B_{Fe} = f(H_{Fe})$, schneiden sich die beiden Kennlinien in dem Punkt H_{Fe} , bei dem $B_L = B_{Fe}$ ist. Eingesetzt in Gleichung (4.1.11) erhält man den Wert für H_L , den man auch aus dem Diagramm in Abb. 4.1.16 ablesen kann.

Die Effekte der Streuung, Luftspaltausweitung und des Eisenfüllfaktors lassen sich durch eine geänderte Luftspaltgeraden berücksichtigen. Mit Hilfe der Gleichungen (4.1.7), (4.1.8) und (4.1.9) kann man den geänderten Fluss Φ_L^* und die Induktion B_L^* bestimmen. Für die Luftspaltgerade ergibt sich daraus nur ein neuer Achsenabschnitt $B^*(0)$. Durch Gleichsetzen von $B_L^* = B_{Fe}$ erhält man einen neuen Schnittpunkt mit der Magnetisierungskennlinie.

Bei der analytischen Berechnung ist man oft auf empirische Korrekturfaktoren angewiesen (Luftspaltausweitung, Streuung). Wesentlich genauere Ergebnisse liefern Programme zur Magnetfeldberechnung (siehe Kapitel 4.1.11). Die Korrekturen entfallen, da solche Programme den exakten Feldverlauf unter Berücksichtigung nichtlinearer Magnetisierungskennlinien und der Geometrie der Anordnung berechnen. Im allg. gibt man die Erregung vor und lässt sich die Magnetfelder ausrechnen.

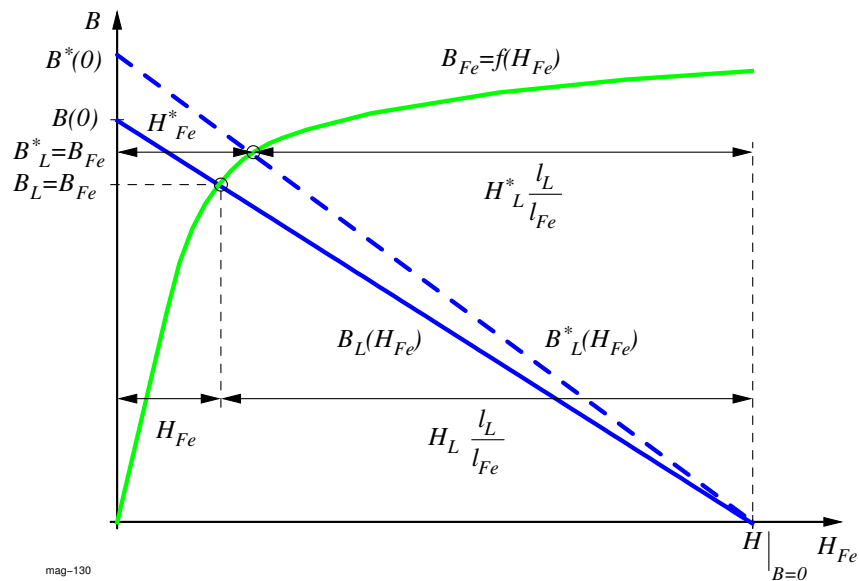


Abb. 4.1.16: Luftspaltgerade und Magnetisierungskennlinie

4.1.8 Elektrisches Ersatzschaltbild

In der Elektrotechnik gibt es das gleiche Problem bei Gleichstromkreisen mit nichtlinearen Widerständen. Wegen der Analogien zwischen elektrischen Stromkreisen und Magnetkreisen benutzt man häufig das elektrische Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises und lässt sich die Magnetfeldgrößen z. B. mit Hilfe eines Netzwerkanalyseprogrammes berechnen.

Abb. 4.1.17 zeigt das Ersatzschaltbild und die Ergebnisse für den einfachen Magnetkreis mit Luftspalt und Magnetisierungskennlinie von Abb. 4.1.14.

Die Spannungsquelle entspricht der Erregung $V = \Theta = I \cdot N$. Für die magnetischen Widerstände findet

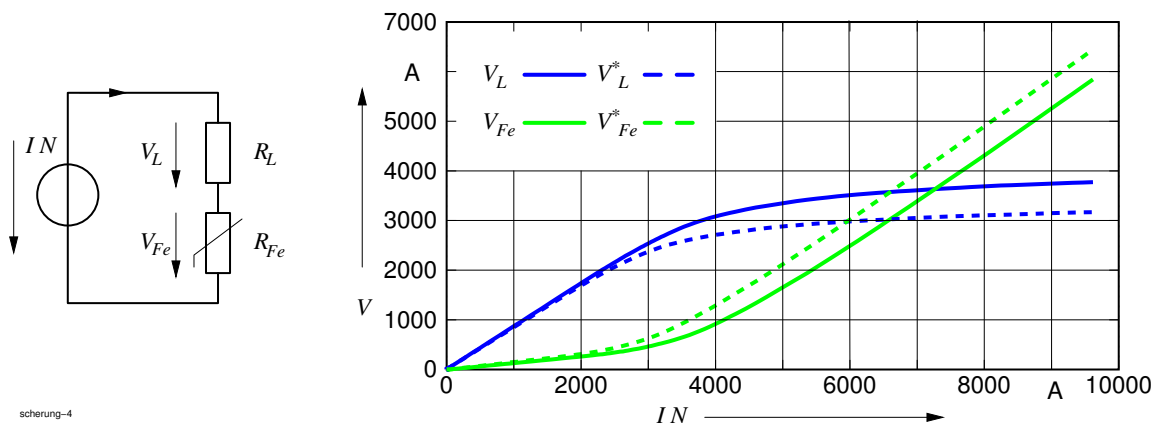


Abb. 4.1.17: Ersatzschaltbild und Durchflutungsbedarf für den Magnetkreis von Abb. 4.1.14

man

$$R_L = \frac{l_L}{\mu_0 \cdot A_L} \quad R_{Fe} = \frac{l_{Fe}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_{Fe}}$$

Die Nichtlinearität von R_{Fe} steckt in $\mu_r(H_{Fe})$. Zur Erinnerung: dem Spannungsabfall an R_{Fe} entspricht $V_{Fe} = H_{Fe} \cdot l_{Fe}$, dem Strom durch R_{Fe} entspricht der Fluss $\Phi = B_{Fe} \cdot A_{Fe}$.

Elegant und in den meisten Fällen numerisch besser ist es, den nichtlinearen Eisenwiderstand durch eine Stromquelle J_{Fe} zu ersetzen, deren Strom ($\equiv \Phi$) von der anliegenden Spannung ($\equiv V_{Fe}$) entsprechend der Magnetisierungskennlinie abhängt:

$$J_{Fe} = A_{Fe} \cdot B_{Fe}(H_{Fe}) \quad \text{mit} \quad H_{Fe} = \frac{V_{Fe}}{l_{Fe}}$$

Die Ergebnisse in Abb. 4.1.17 zeigen, wie sich die magnetischen Spannungsabfälle V_L und V_{Fe} in Abhängigkeit von der Erregung $I \cdot N$ aufteilen unter der Annahme, dass keine Streuung vorhanden ist ($B_L = B_{Fe}$). Bei ungleichen Querschnitten oder Streuflüssen sind die Induktionen im Eisen und in Luft unterschiedlich, die strichlierten Ergebnisse wurden für $B_{Fe} = 1.2 B_L$ errechnet.

4.1.9 Permanentmagnete

4.1.10 Eisenverluste

4.1.11 Numerische Feldberechnung

Im Jahre 1862 veröffentlichte Maxwell vier Gleichungen, die die gesamten elektromagnetischen Erscheinungen mathematisch in einheitlicher Form beschreiben. Sie verknüpfen die vier Feldgrößen \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} und \vec{B} miteinander. Zur Lösung dieser *Maxwellschen Gleichungen* sind drei weitere Materialgleichungen erforderlich (siehe auch Anhang 5.1). Alle Formeln der Elektrotechnik basieren auf diesen Gleichungen. Der Einsatz programmierbarer Rechner erlaubt es heute, diese Gleichungen numerisch zu lösen.

Es gibt verschiedene Lösungsansätze, mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen elektromagnetische Felder numerisch zu berechnen. Das weitverbreiteteste Verfahren besteht darin, das Feldproblem zu *diskretisieren*, d. h. das zu untersuchende Feldgebiet in kleine Elementarbereiche zu unterteilen, innerhalb derer die physikalischen Größen als konstant angenommen werden. Zwei Diskretisierungsmethoden sollen hier genannt werden: die *Finiten Elemente (FE)*, bei denen man den Rechenbereich mit einem Dreiecksgitternetz versieht und die *Finiten Differenzen (FD)*, die ein orthogonales Gitternetz verwenden.

Beide Verfahren erlauben es, zwei- und dreidimensionale Strukturen mit (fast) beliebiger Materialverteilung zu untersuchen.

Die numerische Feldberechnung soll am Beispiel des magnetischen Kreises nach Abb. 4.1.8 demonstriert werden. Um den Rechenaufwand in Grenzen zu halten, sollte man möglichst Symmetrien ausnutzen. Im vorliegenden Fall wurde dazu der Luftspalt in die geometrische Mitte des Eisenkerns verlegt². Die Magnetisierungskennlinie wurde berücksichtigt. Abb. 4.1.18 zeigt die berechnete Feldverteilung. Das

²Durch diese Maßnahme verändert sich der Durchflutungsbedarf nicht.

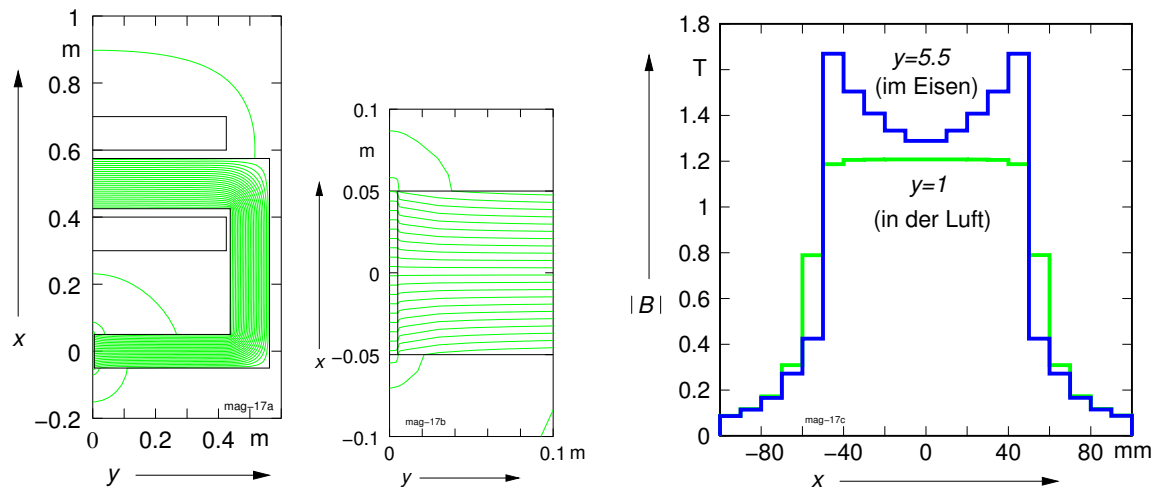


Abb. 4.1.18: Gesamter Feldverlauf und Luftspaltfeld

rechte Diagramm zeigt den Induktionsverlauf $|B|$ im Luftspalt ($y = 1$) und im Eisen direkt am Luftspalt ($y = 5.5$).

Hinweis zur Darstellung in Abb. 4.1.18 rechts: die Induktionsverläufe im Eisen und in der Luft sind in Wirklichkeit kontinuierlich. Die Feldberechnung liefert aber nur diskrete Werte. Dem wird durch die Darstellung als „Treppenkurve“ Rechnung getragen. Eine Interpolation wäre zeichnerisch möglich, würde aber das Ergebnis verfälschen, da die Art der Interpolation problemabhängig ist.

Das Druckprotokoll der Feldberechnung in Abb. 4.1.19 zeigt die absoluten Induktionswerte $|B|$ am Luftspalt. Die Materialkontour des Eisens verläuft auf den Gitterlinien $y = 0.005$ und $x = \pm 0.05$. Man beachte, daß $|B| = \sqrt{B_n^2 + B_t^2}$ sowohl die normalen als auch tangentialen Anteile der Induktion enthält.

Die Ergebnisse zeigen, daß nicht alle Feldlinien den Luftspalt überqueren (Streifelder) und daß das Feld im Luftspalt und in den Ecken des Eisenkerns nicht homogen ist.

Bei homogenen Feldern muß die Induktion überall die gleiche Richtung und Größe besitzen. Dies ist nur bei „glatten“ Konturen möglich, z. B. in Luftspaltmitte großer Polschuhe (Polfläche \gg Luftspalt) oder in langen Eisenkernen (Joche, Schenkel, Anker) mit konstantem Querschnittsprofil. In diesem Fall ist eine analytische Berechnung relativ einfach, da \vec{B} und \vec{A} immer in einem konstanten Winkel zueinander stehen, im allg. senkrecht.

An Stellen, an denen sich die Konturen ändern, entstehen inhomogene Felder, der Winkel zwischen \vec{B} und \vec{A} ist ortsabhängig. Eine genaue Berechnung ist analytisch kaum möglich.

Das „Aufweiten“ des Luftspaltfeldes verringert die Induktion im Luftspalt, da sich der gleiche Fluß auf eine größere Fläche verteilt. Dieser Effekt tritt bei allen rotierenden Maschinen im Luftspalt und an den Nutöffnungen auf und wird durch den sog. *Carterschen Faktor* korrigiert. Für die Überhöhungen an den Eisenecken sind die Querkomponenten von $|B|$ verantwortlich, die das Feld seitlich aus dem Eisen drücken. Den gleichen Sachverhalt trifft man im Nut-/Zahnbereich elektrischer Maschinen an (z. B. Zahntentlastung).

X	Y =	.00000	.00100	.00200	.00300	.00400	.00500	.00600	.00700
	!		3.07617E-01	3.05456E-01	3.01020E-01	2.94078E-01	2.84271E-01	2.71107E-01	2.60018E-01
.06000	!		7.88772E-01	7.97014E-01	8.13759E-01	8.39526E-01	8.75106E-01	4.24794E-01	3.92055E-01
.05000	!		1.18647E+00	1.19028E+00	1.19796E+00	1.20963E+00	1.22549E+00	1.66843E+00	1.63681E+00
.04000	!		1.20492E+00	1.20509E+00	1.20540E+00	1.20577E+00	1.20609E+00	1.50329E+00	1.49236E+00
.03000	!		1.20644E+00	1.20645E+00	1.20647E+00	1.20650E+00	1.20652E+00	1.40716E+00	1.40143E+00
.02000	!		1.20692E+00	1.20692E+00	1.20693E+00	1.20694E+00	1.20695E+00	1.33250E+00	1.33739E+00
.01000	!		1.20711E+00	1.20711E+00	1.20712E+00	1.20712E+00	1.20713E+00	1.28774E+00	1.30010E+00
.00000	!		1.20711E+00	1.20711E+00	1.20711E+00	1.20712E+00	1.20713E+00	1.28840E+00	1.30062E+00
-.01000	!		1.20691E+00	1.20691E+00	1.20692E+00	1.20693E+00	1.20694E+00	1.33443E+00	1.33901E+00
-.02000	!		1.20642E+00	1.20643E+00	1.20645E+00	1.20648E+00	1.20650E+00	1.40862E+00	1.40273E+00
-.03000	!		1.20489E+00	1.20506E+00	1.20536E+00	1.20573E+00	1.20606E+00	1.50456E+00	1.49357E+00
-.04000	!		1.18628E+00	1.19012E+00	1.19786E+00	1.20963E+00	1.22562E+00	1.67014E+00	1.63845E+00
-.05000	!		7.85314E-01	7.93776E-01	8.10951E-01	8.37339E-01	8.73706E-01	4.26902E-01	3.94762E-01
-.06000	!								

Abb. 4.1.19: Induktionswerte $|B|/T$ am Luftspalt

Mit Hilfe der numerische Feldberechnung lassen sich auch die Kräfte auf ferromagnetische Materialien bestimmen (siehe Kapitel 3.2.3.2, Seite 3.2.9). Eine Abhandlung über die Methoden zur Kraftberechnung findet man im Anhang 5.2.

Die Feldberechnung liefert jedoch nicht nur elektromagnetische Größen sondern auch Sekundärgrößen wie Gewicht, Oberfläche, Preise, etc. der eingesetzten Materialien. Damit besteht die Möglichkeit, elektromagnetische Geräte nach Zielvorgaben automatisch zu optimieren.

4.1.12 Konstruktive Ausführungen

4.1.12.1 Erregerfeld

Gleichstrom- und Synchronmaschinen erzeugen das Erregerfeld mit ausgeprägten Polen. Während man Gleichstrommaschinen immer als Außenpolmaschinen baut, kommen bei den Synchronmaschinen für kleine Leistungen Außen-, für alle größeren Leistungen nur Innenpolmaschinen zur Anwendung. Die beiden grundsätzlichen Anordnungen am Beispiel einer vierpoligen Maschine zeigt Abb. 4.1.20. Der magnetische Kreis besteht in allen Fällen aus dem Joch (unbewickelter Eisenkern) und den Polen mit Polkern und Polschuh. Der Polkern trägt im allgemeinen die gleichstromgespeiste Erregerwicklung und kann massiv ausgeführt werden. Die Polschuhe blecht man normalerweise, da in ihnen durch die Nutung des Ankers der Fluß *pulsiert* und Wirbelströme verursacht (Zusatzverluste).

Die Befestigung am Gehäuse bzw. an der Läuferwelle geschieht am einfachsten durch Schrauben (siehe Abb. 4.1.21). Bei großen Schenkelpolen reichen diese Befestigungen wegen der großen Fliehkräfte nicht mehr aus. Dort verwendet man dann Konstruktionen nach Abb. 4.1.22 mit Schwalbenschwanz- oder Hammerkopfklaunen.

Zur Vermeidung von Wirbelströmen bei zeitlich sich ändernden Erregerfeldern, z. B. bei Wechselstrommaschinen (Universalmotoren), muß der gesamte Erregermagnetkreis aus Blechen gefertigt werden.

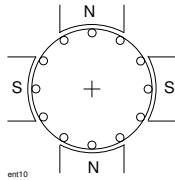


Abb. 4.1.20:

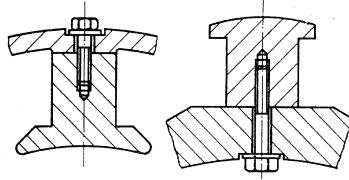


Abb. 4.1.21:

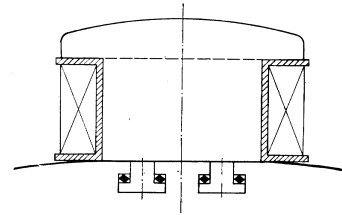


Abb. 4.1.22:

Abb. 4.1.23 zeigt das vollständiges Ständerblech für eine zweipolige Gleichstrommaschine in eckiger Ausführung mit Wendepolen.

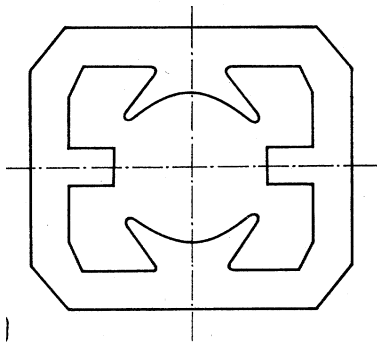


Abb. 4.1.23:

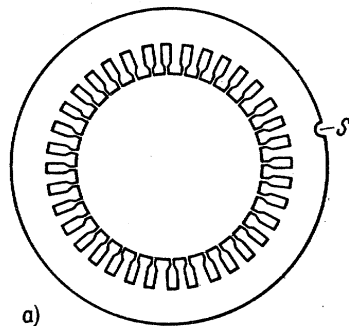


Abb. 4.1.24:

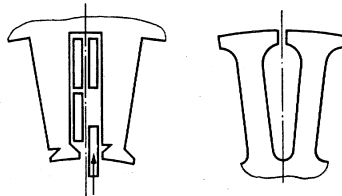


Abb. 4.1.25:

Zur Verringerung des Luftspaltes bringt man die Leiterschleife innerhalb des Läufers oder des Ständers unter – sie wird zu einer *Wicklung*. Dabei erfolgt die Unterbringung der Wicklungen in *Nuten*. Abb. 4.1.24 zeigt ein solches Ständerblech.

Diese Wicklungen liegen immer in einem zeitlich sich ändernden Feld, so daß das sie umgebene Eisen immer geblecht sein muß (Haupt- oder Ankerwicklung).

Die Nutenform kann unterschiedlich sein. Einerseits muß die Öffnung so groß sein, daß die Wicklung eingelegt werden kann. Andererseits verursachen zu große Nutöffnungen Luftspaltschwankungen, die sich als Induktionsänderungen äußern und zu zusätzlichen Verlusten führen (Pulsationsverluste). Außerdem wirken sie wie eine Vergrößerung des Luftspaltes mit den entsprechenden Folgen. Welche? Abb. 4.1.25 zeigt links eine halbgeschlossene Ständernut mit parallelen Nutflanken und unsymmetrischem Nutschlitz, der gerade so groß ist, daß ein Rechteckleiter eingelegt werden kann. Bei der rechten Nutform werden die einzelnen Leiter der Wicklung „eingeträufelt“. Zum Schutz der Rotorwicklungen gegen Fliehkräfte werden die Nuten bei größeren Maschinen mit Nutenverschlußkeilen verschlossen. Bei Asynchronmaschinen mit Käfigläufer sind die Nuten ganz geschlossen.

4.1.12.2 Wicklungen

Die Wicklungen für die Erregerpole werden separat auf einen Wickelkörper aufgebracht und auf den isolierten Polkern geschoben (siehe Abb. 4.1.22). Bei Ständerblechen mit gestanzten Polen (siehe Abb. 4.1.23) muß die Wicklung mit speziellen Wickelmaschinen hergestellt werden.

Die Wicklungen, die die Leiterschleife darstellen, verlaufen bei einer zweipoligen Maschine im Prinzip diametral und bilden eine Durchmesserwicklung. Mit zunehmender Polpaarzahl wird aus der Durchmesserwicklung geometrisch gesehen eine gesehnte Wicklung.

Im Folgenden werden einige typische Wicklungsanordnungen beschrieben.

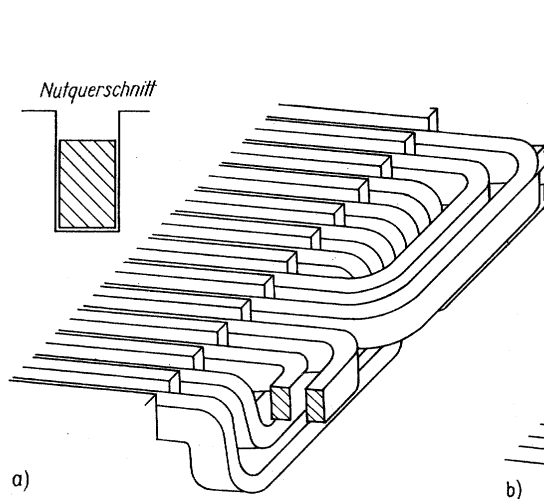


Abb. 4.1.26: Zweiebenen-Einschichtwicklung

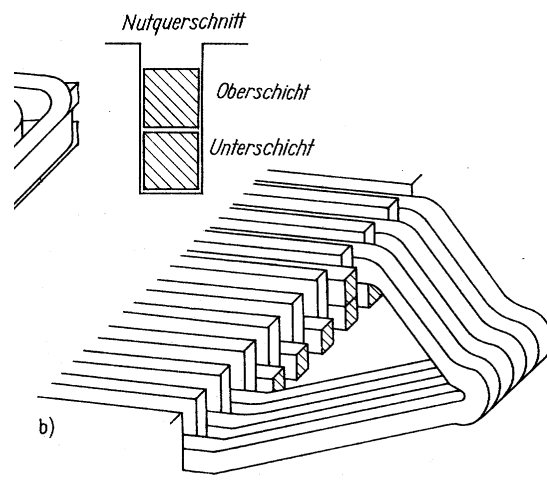


Abb. 4.1.27: Zweischichtwicklung

Bei der *Einschichtwicklung* liegt eine Spulenseite der Wicklung in einer Nut (Abb. 4.1.26), bei der *Zweischichtwicklung* dagegen liegen zwei Spulenseiten verschiedener Wicklungen übereinander (Abb. 4.1.27). Eine Spulenseite einer Wicklung liegt in der Oberschicht, die andere Spulenseite in der Unterschicht.

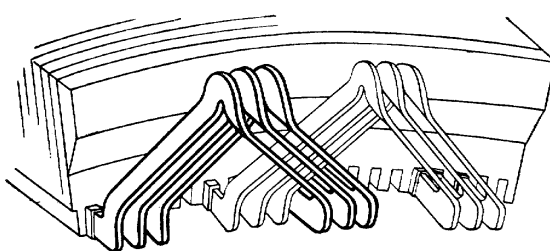


Abb. 4.1.28: Gesehnte Einschichtwicklung

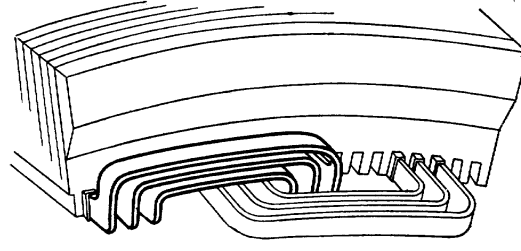


Abb. 4.1.29: Einschichtwicklung

Man unterscheidet Spulen mit gleicher Weite (Abb. 4.1.27 und 4.1.28), die sich kostengünstiger herstellen lassen, oder ungleicher Weite (Abb. 4.1.26 und 4.1.29). Letztere besitzen eine gemeinsame Spulenachse. Je nach Wicklungsausführung hat der *Wickelkopf* (der Raum außerhalb des Blechpaketes) unterschiedliches Aussehen. Für größere Ströme bestehen die Wicklungen aus massiven Stäben, Hohlleitern (zur Kühlung) oder Kunststoffstäben („Roebelstäbe“) zur Vermeidung von Wirbelstromverlusten.

4.1.13 Streufelder

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen *Haupt-/Nutzflüssen*, die zur Drehmomentbildung bzw. Spannungsinduktion beitragen, und *Streuflüssen*, die nutzlos sind und – falls sie nicht konstant sind – Verluste erzeugen.

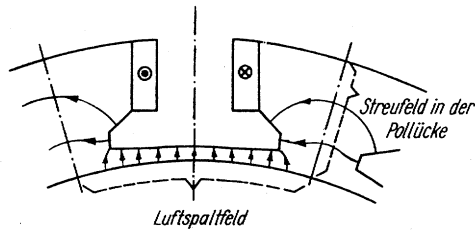


Abb. 4.1.30: Streufeld bei einem ausgeprägten Erregerpol

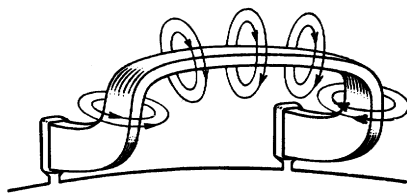


Abb. 4.1.31: Wickelkopfsteuerung

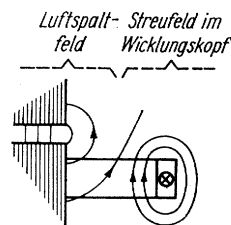


Abb. 4.1.32: Luftspalt- und Streufeld

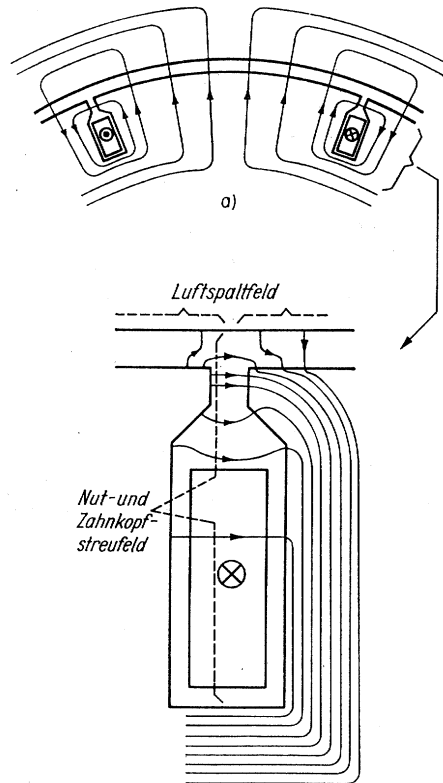


Abb. 4.1.33: Streufeld im Nut- und Zahnkopfraum

Bei Maschinen mit ausgeprägten Erregerpolen (Abb. 4.1.30), teilt sich das Erregerfeld in das *Luftspaltfeld* (Nutzfluß) und das *Streufeld in der Polücke* auf. Liegt die Wicklung in Nuten, entstehen Streufelder im Nut- und Zahnkopfbereich (Abb. 4.1.33). Weiterhin erzeugen die Leiter im Wickelkopf die *Wickelkopf-* oder *Stirnsteuerung* (Abb. 4.1.31 und 4.1.32).

Jeder durch einen Strom verursachte Magnetfluß läßt sich in einem Ersatzschaltbild (ESB) durch eine Induktivität darstellen.

Während bei gleichbleibendem Fluß (Gleichstromerregung) diese Induktivitäten nur bei dynamischen Vorgängen (z. B. Lastwechsel) in Erscheinung treten, müssen bei allen Wechselstrommaschinen grundsätzlich die Haupt- und Streuflüsse durch *Haupt- und Streuinduktivitäten* berücksichtigt werden.

Der *Hauptfluß* stellt den gemeinsamen Fluß zwischen magnetischen Anordnungen dar. Entsprechend muß im ESB die *Hauptinduktivität* mit einer anderen Hauptinduktivität gekoppelt sein. Unter bestimmten

Voraussetzungen kann man diese Hauptinduktivitäten zu einer Induktivität zusammenfassen (siehe EM I: Transformator, Asynchronmaschine).

Streuinduktivitäten sind mit keiner anderen Induktivität gekoppelt.

Bildnachweis:

[18]: Abbildungen 4.1.21, 4.1.23, 4.1.24, 4.1.25, 4.1.26, 4.1.27, 4.1.30, 4.1.33, 4.1.32

[17]: Abbildungen 4.1.28, 4.1.29, 4.1.31

4.1.14 Wirbelströme

4.2 Gleichstrommaschine

4.2.1 Ankerwicklungen

Eine Gleichstrommaschine entwickelt ein Moment, wenn alle am Ankerumfang verteilten Leiterströme unter einem Pol in eine Richtung und unter dem entgegengesetzten Pol in entgegengesetzter Richtung fließen (siehe Kapitel 3.3.1, Seite 3.3.0). Für den Gleichstromgenerator entstehen bei einer Drehbewegung in allen Leiterstäben unter einem Pol in eine Richtung weisende Leiterspannungen, unter dem entgegengesetzten Pol zeigen die Leiterspannungen in die entgegengesetzte Richtung (Kapitel 3.2.2.1, Seite 3.2.5).

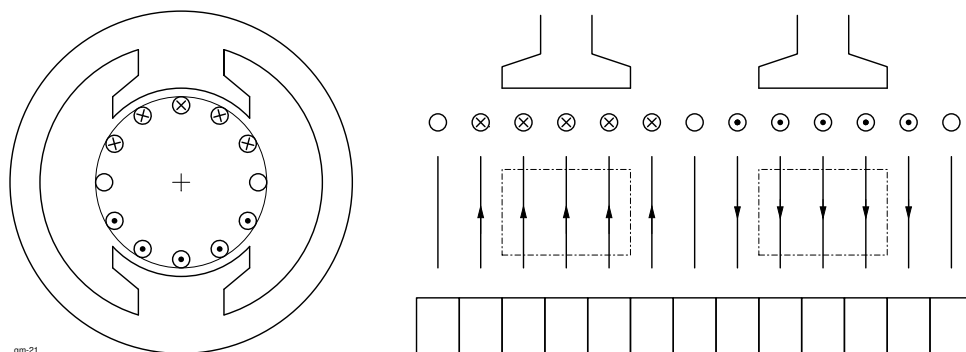


Abb. 4.2.1: 2polige Gleichstrommaschine mit abgewickelter Trommelwicklung

Der Stromwender (Kollektor, Kommutator) stellt die elektrische Verbindung zwischen den feststehenden Bürsten und den rotierenden Leiterstäben her. Als Ankerwicklung bezeichnet man die Verbindung der Leiterstäbe untereinander und mit dem Stromwender so, daß die oben genannten Bedingungen erfüllt werden. Aus Gründen der Übersicht zeichnet man Wicklung, Stromwender und Erregerpole als „Abwicklung“ (Abb. 4.2.1).

Das Gebiet der Gleichstrom-Ankerwicklungen ist sehr umfangreich. Im Folgenden werden nur die Wicklungsausführungen besprochen, die zum grundlegenden Verständnis notwendig sind.

Die heute nicht mehr verwendete *Ringwicklung* von Pacinotti (1868) bestand aus einer Ringspule mit Eisenkern, die wie ein Speichenrad sich zwischen den Erregerpolen drehen konnte. Da der Innenraum der Ringspule fast feldfrei war, trugen die Leiter auf der Innenseite nicht zur Energiewandlung bei. Die schlechte Ausnutzung (es wurde nur eine Stromrichtung ausgenutzt) und die aufwendige Herstellung der Ringwicklung („Durchfädeln“) schränkten die Verbreitung des Ringankers ein.

Die von Hefner-Alteneck im Jahre 1872 entwickelte und heute noch verwendete *Trommelwicklung* vermeidet diese Nachteile. Hin- und Rückleiter befinden sich jeweils unter entgegengesetzten Erregerpolen (Abb. 4.2.1). Die Wicklung wird doppelt so gut wie die Ringwicklung ausgenutzt. Bei mittleren bis großen Maschinen verwendet man als Wicklung Stäbe, die vorgefertigt in den Anker eingelegt werden. Kleinere Maschinen erhalten eine Drahtwicklung, die man maschinell „einlegt“.

Die Trommelwicklung muß in sich geschlossen sein. Hin- und Rückleiter bilden eine *Spule*. Der Abstand zwischen Hin- und Rückleiter (*Spulenweite* y_1) muß $\leq \tau_p$ sein. Man unterscheidet zwei Arten:

- Schleifenwicklung und

- Wellenwicklung.

Für die formelmäßige Beschreibung der Wicklungen führt man folgende Größen ein:

p Polpaarzahl

Q Nutenzahl

K Lamellenzahl des Stromwenders

N_s Windungszahl/Spule

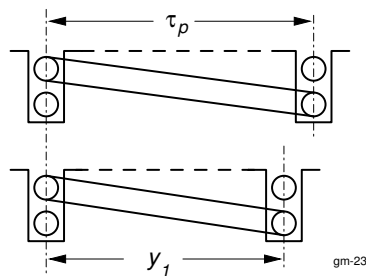


Abb. 4.2.2: Spulenweite

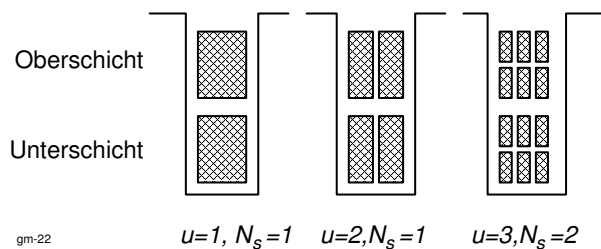


Abb. 4.2.3: Ankerhutquerschnitt

Praktische alle Gleichstrommaschinen erhalten eine *Zweischichtwicklung* indem man den Hinleiter einer Spule und Rückleiter einer anderen Spule in dieselbe Nut legt (Abb. 4.2.2). Dadurch ergibt sich, daß die Anzahl der Spulen gleich der Lamellenzahl ist. In den Darstellungen der Ankerwicklungen verwendet man die Lamellenzahl zur Numerierung der Spulen und gibt alle Abstände in *Lamellenschritten* an.

I. allg. wählt man die Nutenzahl Q kleiner als die Lamellenzahl K . Das Verhältnis

$$u = \frac{K}{Q} \quad (4.2.1)$$

gibt an, wieviel Spulenseiten einer Schicht in einer Nut liegen (Abb. 4.2.3). Da in einer Nut sowohl Hin- als auch Rückleiter untergebracht sind und die Spule aus N_s Windungen besteht, liegen insgesamt $2 \cdot u \cdot N_s$ Leiter in einer Nut. Die Gesamtzahl der am Ankerumfang wirkenden Leiterstäbe ergibt sich aus

$$z_A = 2 \cdot K \cdot N_s \quad (4.2.2)$$

Die Polteilung τ_p einer $2p$ -poligen Maschine beträgt $K/2p$ Lamellen (Abb. 4.2.1 und 4.2.2). Ist die Spulenweite $y_1 = K/2p$, erhält man eine *Durchmesserwicklung*, ist $y_1 < K/2p$ liegt eine *gesehnte Wicklung* vor.

$$y_1 = \frac{K}{2p} \implies \text{Durchmesserwicklung}, \quad y_1 < \frac{K}{2p} \implies \text{Sehnenwicklung} \quad (4.2.3)$$

Wird das Ende einer Spule unmittelbar mit dem Anfang der benachbarten verbunden, spricht man von einer **Schleifenwicklung** (Abb. 4.2.4). Die gestrichelten Linien deuten die Verbindungen zwischen den

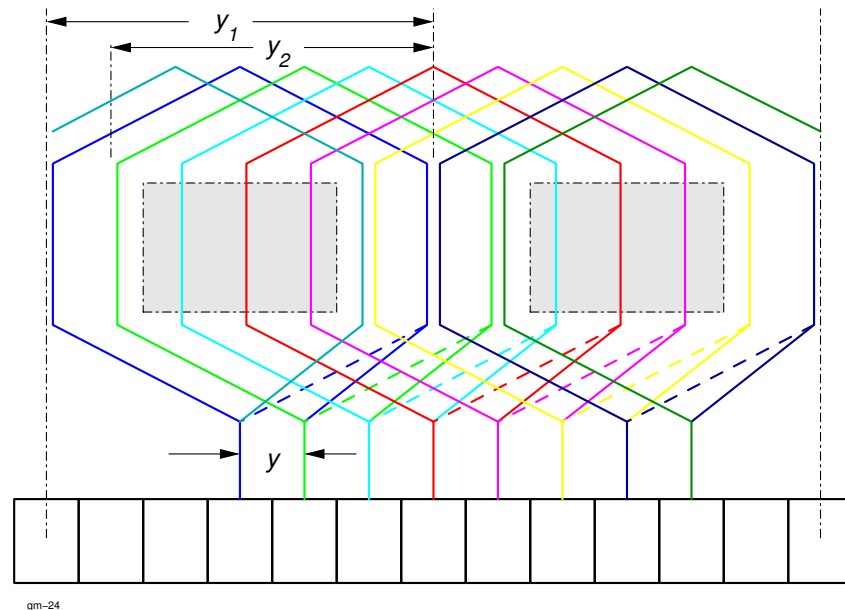


Abb. 4.2.4: Schleifenwicklung (gestrichelte Verbindungen gelten für $N_s > 1$)

Leiterstäben an, wenn eine Spule aus mehr als einer Windung besteht ($N_s > 1$). Der Übersicht wegen wurden nicht alle Spulen und Verbindungen eingezeichnet. Deutlich erkennt man, daß in jeder Nut zwei Schichten entstehen (in der Abbildung durch dicht nebeneinander gezeichnete Leiter dargestellt).

Frage: Wo müssen in Abb. 4.2.4 die Bürsten stehen, damit sich die Stromverteilung entsprechend Abb. 4.2.1 einstellt? (Siehe dazu auch Kapitel 3.3.1.3, Seite 3.3.2)

Den Abstand y_2 bezeichnet man als *Schaltschritt*, zusammen mit der Spulenweite y_1 bilden sie den *Kollektor- oder Stromwenderschritt* y . Es gilt die Beziehung:

$$y = y_1 - y_2 = 1 \quad \text{Schleifenwicklung} \quad (4.2.4)$$

Die Gesamtwindungszahl N zwischen zwei benachbarten Kohlebürsten (das entspricht einer Polteilung) beträgt:

$$N = \frac{K \cdot N_s}{2p} = \frac{z_A}{4p} \quad \text{Schleifenwicklung} \quad (4.2.5)$$

Zwischen zwei benachbarten Lamellen liegen N_s Windungen. Schleifenwicklungen haben so viele Bürstenpaare wie Polpaare. An jeder Bürste teilt sich der Ankerstrom in zwei Zweige auf. Da alle gleichnamigen Bürsten parallel geschaltet sind, besteht zwischen dem Leiterstrom I_s und dem Ankerstrom I_A die Beziehung:

$$I_s = \frac{I_A}{2p} \quad \text{Schleifenwicklung} \quad (4.2.6)$$

Die Schleifenwicklung verwendet man vorwiegend für Maschinen kleiner Spannung und hoher Strombelastbarkeit. Die Wicklung kann nur ausgeführt werden, wenn das Verhältnis Q/p ganzzahlig ist.

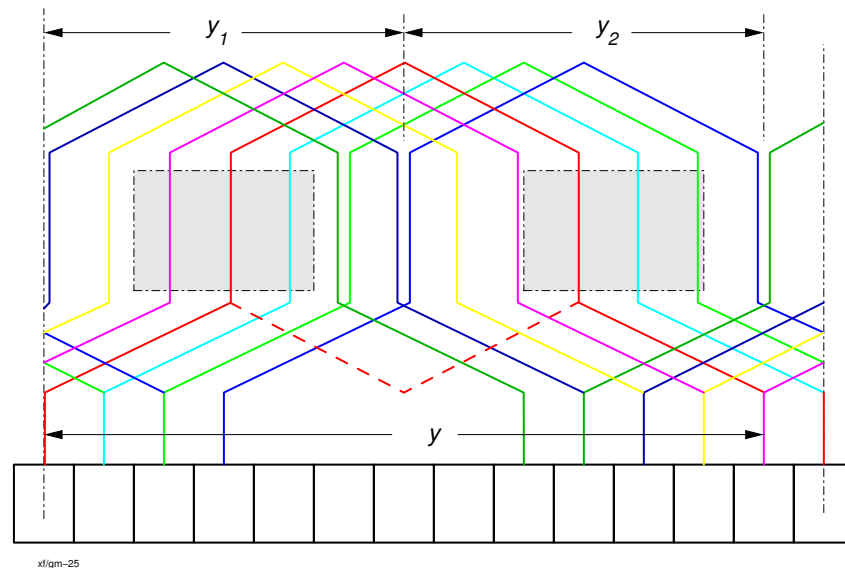


Abb. 4.2.5: Wellenwicklung (gestrichelte Verbindungen gelten für $N_s > 1$)

Bei der **Wellenwicklung** werden die Spulen aller Polpaare in Reihe geschaltet, bevor man – um eine Lamelle verkürzt – auf die Ausgangsposition trifft (Abb. 4.2.5). Für den Stromwenderschritt gilt deshalb

$$y = \frac{K - 1}{p} = y_1 + y_2 \quad \text{Wellenwicklung} \quad (4.2.7)$$

Die Gesamtwindungszahl ist unabhängig von der Polpaarzahl:

$$N = \frac{K \cdot N_s}{2} = \frac{z_A}{4} \quad \text{Wellenwicklung} \quad (4.2.8)$$

Zwischen zwei benachbarten Lamellen liegen $N_s \cdot p$ Windungen. Durch die Reihenschaltung der Spulen aller Polpaare hat die Wellenwicklung nur zwei parallele Ankerzweige, unabhängig von der Polpaarzahl. Damit genügen auch zwei Bürsten. Der Spulenstrom ergibt sich zu

$$I_s = \frac{I_A}{2} \quad \text{Wellenwicklung} \quad (4.2.9)$$

Wellenwicklung verwendet man vorzugsweise für Maschinen mit hohen Spannungen und geringen Strömen.

Beide Wicklungsausführungen lassen sich durch die Anzahl a der parallelen Ankerzweige beschreiben:

$$N = \frac{K \cdot N_s}{2a} = \frac{z_A}{4a} \quad \text{Windungszahl zwischen benachbarten Bürsten} \quad (4.2.10)$$

$$\boxed{I_s = \frac{I_A}{2a}} \quad \text{Leiterstrom} \quad (4.2.11)$$

$$\boxed{N_L = N_s \frac{p}{a}} \quad \text{Windungszahl zwischen benachbarten Lamellen} \quad (4.2.12)$$

Für eine Schleifenwicklung gilt $a = p$, für eine Wellenwicklung $a = 1$.

4.2.2 Magnetische Felder

Für das Drehmoment bzw. für die induzierte Spannung ist in erster Linie das radiale Luftspaltfeld verantwortlich. Es setzt sich aus dem Erregerfeld und dem Ankerfeld zusammen. Durch die Überlagerung beider Felder kommt es zur *Ankerrückwirkung*.

4.2.2.1 Erregerfeld

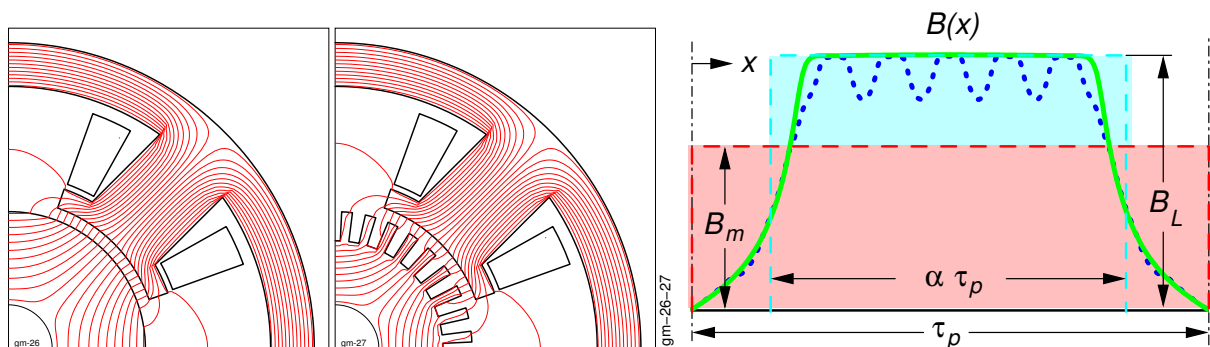


Abb. 4.2.6: Feldverlauf und Luftspaltinduktion bei glattem und genutetem Anker

Abbildung. 4.2.6 zeigt den berechneten Feldverlauf einer 4poligen Gleichstrommaschine im Bereich einer Polteilung bei glattem und genutetem Anker ohne Ankerstrom (*Erregerlängsfeld*). Den Luftspaltfluß erhält man aus dem Integral $\int B(x) \cdot l \cdot dx$ mit der wirksamen, achsialen Ankerlänge l . Ersetzt man die Fläche unter der *Erregerfeldkurve* durch ein flächengleiches Rechteck, ergibt sich für den Gesamtfluß

$$\boxed{\Phi = B_m \cdot \tau_p \cdot l = B_L \cdot \alpha \cdot \tau_p \cdot l} \quad (4.2.13)$$

Das Verhältnis von mittleren zur maximalen Induktion $\alpha = B_m/B_L$ wird *ideeller Polbedeckungsfaktor* genannt (typische Werte 0.65 – 0.70). Die maximalen Luftspaltinduktionen B_L reichen von 0.5 bis 1 T.

Bedingt durch die Nutung des Ankers schwankt die Luftspaltinduktion (Abb. 4.2.6 mitte und rechts, strichlierter Verlauf). Bei gleichem Erregerstrom ($= H$) fällt die mittlere Luftspaltinduktion B_m geringer aus als bei glatter Ankeroberfläche (nicht eingezeichnet). Die Abweichung ist abhängig von der

Luftspaltweite δ , der Nutöffnung und Nutteilung und wird durch den sog. *Carterschen Faktor* k_c korrigiert. Man geht dabei von einer glatten Ankeroberfläche aus, rechnet aber mit dem erweiterten, ideellen Luftspalt $\delta_i = \delta \cdot k_c$ ($1.03 < k_c < 1.3$).

Die Induktionsschwankungen sind von der Nutenzahl Q und der Drehzahl n bzw. Ω abhängig und pulsieren mit der Frequenz $f = \Omega \cdot Q$ vorwiegend an der Oberfläche der Polschuhe. Zur Verminderung der Wirbelstromverluste bleicht man deshalb die Polschuhe.

Das Erregerlängsfeld ist belastungsunabhängig.

4.2.2.2 Ankerfeld

Betrachtet man die Stromverteilung im Anker nach Abb. 4.2.1 links, erkennt man, daß die Ankerströme ein eigenes Magnetfeld bilden, welches senkrecht zum Erregerfeld verläuft. Abb. 4.2.7 zeigt den berechneten Feldverlauf einer Gleichstrommaschine ohne Erregerstrom mit glattem Anker. Dieses *Ankerquerfeld* schließt sich fast vollständig über die Polschuhe. Zur Abschätzung der Luftspaltinduktion ersetzt man die Leiterströme der einzelnen Nuten durch einen äquivalenten *Ankerstrombelag* A :

$$\boxed{A = \frac{I_a \cdot z_a}{2a \cdot d_A \cdot \pi}} \quad d_A = \text{Ankerdurchmesser} \quad (4.2.14)$$

Abb. 4.2.8 zeigt den Verlauf des Ankerstrombelages $A(x)$ über zwei Polteilungen. Man erkennt, daß der Strom in der Polücke, der sog. *neutralen Zone*, sein Vorzeichen wechselt.

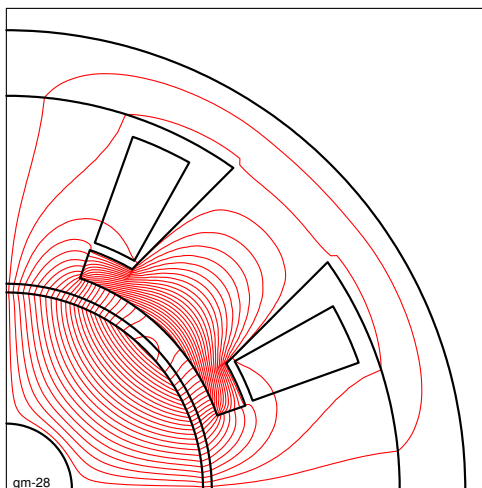


Abb. 4.2.7: Ankerquerfeld

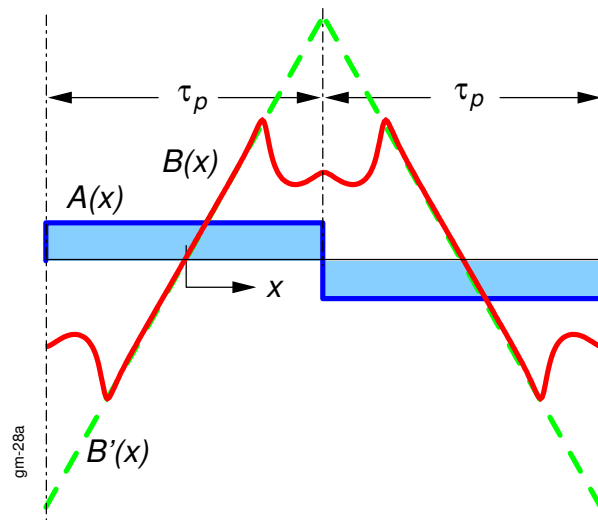


Abb. 4.2.8: Luftspaltinduktion des Ankerquerfeldes

Nach dem Durchflutungssatz gilt:

$$\Theta = \sum_j I_j \approx \sum_i H_i \cdot s_i = \sum_i V_i$$

Wendet man den Durchflutungssatz auf das Luftspaltfeld an, vernachlässigt die magnetischen Spannungsabfälle V_i im Eisen ($\mu_r = \infty$) und wählt $x = 0$ als Bezugspunkt, ergibt sich mit δ als Luftspaltweite für den halben Feldlinienweg

$$H \cdot \delta = A \cdot x \text{ und daraus } H = A \frac{x}{\delta}$$

Daraus erhält man die Felderregerkurve des Ankers

$$\boxed{B(x) = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \cdot A(x) \frac{x}{\delta}} \quad (4.2.15)$$

Für konstantes δ hätte das Ankerfeld im Prinzip den in Abb. 4.2.8 strichliert eingezeichneten Verlauf $B'(x)$. Tatsächlich stellt sich der Feldverlauf $B(x)$ ein, da der Luftspalt in der Pollücke sehr groß wird.

Das Ankerquerfeld ist belastungsabhängig.

4.2.2.3 Ankerrückwirkung

Erregerlängsfeld und Ankerquerfeld treten gleichzeitig auf, wobei sich der Einfluß der Ankerströme erst bei Belastung bemerkbar macht. Läßt man die Sättigung des Eisens außer acht, kann man beide Felder addieren. Der resultierende Feldverlauf ist asymmetrisch. Als Folge davon verschiebt sich die neutrale Zone. Abhilfe schaffen *Wendepole* und bei größeren Maschinen zusätzlich *Kompensationswicklungen*. Berücksichtigt man die Sättigung, tritt bei hohen Belastungsströmen zusätzlich noch eine Feldschwächung auf (siehe Kapitel 3.3.3, Seite 3.3.3), die man durch die folgende Formel berücksichtigen kann:

$$\Phi(I_A) = \Phi_0 \left[1 - a \left(\frac{I_A}{I_{AN}} \right)^2 \right] \quad (4.2.16)$$

Der Faktor a ist von der Bauweise der Maschine abhängig (z. B. $a = 0.05$).

Anhang 5.4 enthält die Feldberechnung einer Gleichstrommaschine, bei der diese Effekte untersucht werden.

4.2.2.4 Induzierte Spannung

Nach dem Induktionsgesetz (siehe Kapitel 3.2.2.1, Seite 3.2.5) wird in einem Leiterstab der Länge l , der sich mit der Geschwindigkeit v durch ein Magnetfeld B_m bewegt, eine Spannung induziert:

$$\begin{aligned} U_i &= 2 \cdot B_m \cdot l \cdot v \\ &= 2 \cdot B_m \cdot l \cdot 2 \cdot \tau_p \cdot p \cdot n \\ &= 4 \cdot B_m \cdot \tau_p \cdot l \cdot p \cdot n \quad \text{und mit Gleichung (4.2.13)} \\ &= 4 \cdot \Phi \cdot p \cdot n \end{aligned} \quad (4.2.17)$$

Zwischen zwei benachbarten Bürsten befinden sich N Windungen. Daraus ergibt sich für die induzierte Ankerspannung (*Quellenspannung*):

$$U_q = 4 \cdot N \cdot p \cdot n \cdot \Phi = \frac{z_A}{a} p \cdot n \cdot \Phi \quad (4.2.18)$$

Tatsächlich ist die induzierte Spannung U_i nicht konstant sondern ein Abbild der Feldkurve³ (Abb. 4.2.6 rechts). Die Gesamtspannung U_q resultiert aus der geometrischen Summe aller um eine Nutteilung versetzten Leiterspannungen und weist deshalb eine geringe Welligkeit auf, die von der Anzahl der Nuten/Pol abhängt.

Eine wichtige Größe ist die *Lamellen-* oder *Stegspannung*. Sie tritt zwischen zwei benachbarter Lamellen auf. Nimmt man eine gleichmäßige Verteilung der Klemmenspannung U_A über die Kollektorlamellen zwischen zwei benachbarter Bürsten an, ergibt sich für den Mittelwert der Lamellenspannung

$$U_s = U_A \frac{2p}{K} = 2 \cdot N_s \frac{p}{a} \cdot B_m \cdot l \cdot v \quad (4.2.19)$$

Die tatsächliche Lamellenspannung richtet sich nach der Feldkurve ($B(x)$ statt B_m in Gleichung (4.2.19)) und weist je nach Feldverzerrung infolge der Ankerrückwirkung vor allem unter der Polkante bis zu 50 % größere Werte auf als U_s nach Gleichung (4.2.19).

Für die Betriebssicherheit der Maschine darf diese Spannung nicht zu groß werden, da sonst die Gefahr besteht, daß sich durch Staubablagerung und Kohleabrieb auf dem Kollektor ein Lichtbogen bildet, der sich u. U. zum Rundfeuer ausweiten und zur Zerstörung des Kollektors führen kann. Man läßt i. allg. als maximale Lamellenspannung

- 16 V bei Maschinen ohne Wendepol- und Kompensationswicklung
- 20 V bei Maschinen mit Wendepol- und Kompensationswicklung

zu.

4.2.3 Kommutierung

Durchläuft eine Ankerspule die neutrale Zone, muß in ihr die Stromrichtung gewechselt werden, d. h. in dieser Position muß die Kommutierung stattfinden. Abb. 4.2.9 zeigt ein Ersatzschaltbild der an der Kommutierung beteiligten Ankerspulen. Da der von der Kommutierung erzeugte Fluss nicht mit dem Erregerfeld reagiert, wird die dazugehörige Spule mit L_σ bezeichnet. Zur besseren Anschauung wird für die folgenden Betrachtungen angenommen, daß die Bürstenbreite nicht größer als die Lamellenbreite ist. In der Praxis überdecken die Bürsten i. allg. mehrere Lamellen.

Vor Beginn der Kommutierung ($t \leq t_a$) steht die Bürste vollständig auf Lamelle 1. Der Bürstenstrom ist eingepreßt und beträgt $2 I_s$. Er teilt sich auf in die beiden gleichgroßen Spulenströme I_s , die links und rechts wegfließen. Es gilt: $i_1 = 2 I_s$, $i_2 = 0$, $i_k = I_s$.

³Das ergibt sich, wenn man in Gleichung (4.2.17) statt B_m die vom Ort und damit von der Zeit abhängige Induktion $B(x)$ einsetzt.

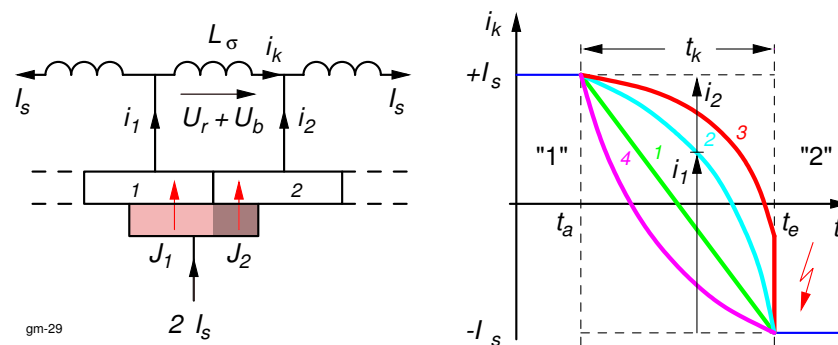


Abb. 4.2.9: Stromverläufe in einer kurzgeschlossenen Ankerspule

Sobald die Bürste Lamelle 2 berührt ($t_a < t < t_e$), ist die dazwischenliegende Ankerspule kurzgeschlossen. Steht die Bürste vollständig auf Lamelle 2 ($t \geq t_e$), gilt: $i_1 = 0$, $i_2 = 2I_s$, $i_k = -I_s$. Die für die Stromwendung in der Ankerspule L_σ verfügbare *Stromwende- oder Kommutierungszeit* $t_k = t_e - t_a$ ist von der Bürstenbreite und der Drehzahl abhängig.

Vernachlässigt man die Spuleninduktivität L_σ , ändert sich der Spulenstrom i_k linear von $+I_s$ nach $-I_s$ entsprechend Kurve 1 (*Widerstandskommütierung*). Die Stromdichten J_1 und J_2 an den Kontaktflächen zwischen Bürste und Lamellen bleiben konstant, da sich mit den Strömen i_1 und i_2 auch die Stromflächen gleichsinnig ändern.

In der Praxis kann man die Spuleninduktivität nicht vernachlässigen. Durch die Strom- bzw. Flußänderung entsteht die *Stromwende- oder Reaktanzspannung* U_r , die ihrer Ursache entgegenwirkt und die Stromänderung verzögert. Außerdem wird in der kurzgeschlossenen Ankerspule durch das Ankerquerfeld B_A (siehe Abb. 4.2.8) die sog. *Querfeldspannung* U_b induziert, die die gleiche Richtung hat wie die Reaktanzspannung. Den verzögerten Stromverlauf bezeichnet man als *Unterkommutierung* (Kurve 2). Als Folge der Unterkommutierung ist der Strom i_1 gegen Ende der Kommutierung größer als bei der linearen Kommutierung. Dadurch wird die Stromdichte J_1 an der ablaufenden Bürstenkante größer als ihr Mittelwert. Es steigt die Gefahr des *Bürstenfeuers*.

Sind Querfeld- und Reaktanzspannungen zu groß, schafft es der Spulenstrom i_1 bis zum Ende der Kommutierungszeit nicht, Null zu werden (Kurve 3). Durch die mechanische Stromunterbrechung mit Lamelle 1 wird der Strom abgerissen und es entsteht ein Lichtbogen, der auf Dauer zur Zerstörung des Kommutators führt.

Zur Vermeidung der Unterkommutierung muß man versuchen, die Spannungen U_r und U_b zu unterdrücken. Das gelingt mit einem zusätzlichen Feld in den Pollücken, welches das Ankerquerfeld B_A dort aufhebt. Dazu erhält die Maschine in den neutralen Zonen zusätzlich *Wendepole*, deren Wicklungen gegensinnig vom lastabhängigen Ankerstrom durchflossen werden. In der Praxis macht man das Wendepolfeld sogar noch etwas stärker und erreicht damit eine *Überkommutierung* (Kurve 4).

Anhang 5.4 zeigt den Einfluß von Wendepolen auf das resultierende Luftspaltfeld.

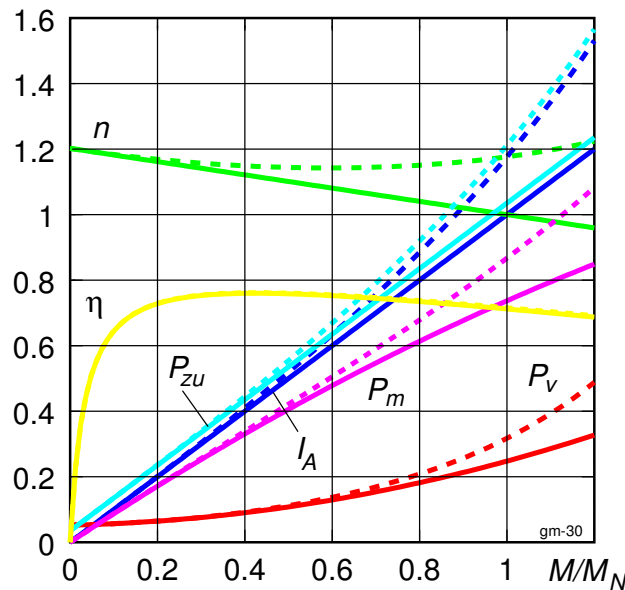


Abb. 4.2.10: Belastungskennlinien einer fremderregten Gleichstrommaschine (Alle Größen beziehen sich auf ihre Nennwerte. Die strichlierten Kennlinien gelten bei Feldschwächung infolge Ankerrückwirkung.)

4.2.4 Kennlinienfeld einer GM

Die Belastungskennlinien einer fremderregten Gleichstrommaschine in Abb. 4.2.10 zeigen die Verluste P_V , den Ankerstrom I_A , auf- und abgegebene Leistung P_{zu} und P_m sowie den Wirkungsgrad η in Abhängigkeit vom Wellenmoment M . Die Größen lassen sich aus den Grundgleichungen für den *stationären Betrieb* (siehe Kapitel 3.3.6.4, Seite 3.3.8) herleiten.

Ausgehend von den Nenndaten $P_N, U_{AN}, I_{AN}, n_N, U_{EN}, I_{EN}$ sowie Messungen für $R_A, 2U_B$ und P_{Fe} lässt sich folgender Formelplan aufstellen:

$$M_N = \frac{60 \cdot P_N}{2\pi \cdot n_N} \quad (4.2.20)$$

$$c_1 = \frac{U_{AN} - I_{AN} \cdot R_A}{n_N} \quad (4.2.21)$$

$$c_2 = \frac{M_N}{I_{AN}} \quad (4.2.22)$$

$$I_A(M) = \frac{M}{c_2} \quad (4.2.23)$$

$$P_B(M) = 2U_B \cdot I_A(M) \quad (4.2.24)$$

$$P_{Cu}(M) = R_A \cdot (I_A(M))^2 \quad (4.2.25)$$

$$P_E = U_{EN} \cdot I_{EN} \quad (4.2.26)$$

$$P_V(M) = P_{Cu}(M) + P_{Fe} + P_B(M) + P_E \quad (4.2.27)$$

$$n(M) = \frac{U_{AN} - R_A \cdot I_A(M)}{c_1} \quad (4.2.28)$$

$$P_m(M) = \frac{2\pi \cdot n(M)}{60} \cdot M \quad (4.2.29)$$

$$P_{zu}(M) = P_m(M) + P_V(M) \quad (4.2.30)$$

$$\eta(M) = \frac{P_m(M)}{P_{zu}(M)} \quad (4.2.31)$$

Will man die Feldschwächung durch die Ankerrückwirkung berücksichtigen, muß man Gleichung (4.2.23) ersetzen durch

$$I_A(M) = \frac{M}{c_2 \left[1 - a \left(\frac{M}{M_N} \right)^2 \right]} \quad \text{z. B. mit } a = 0.1 \quad (4.2.32)$$

Bei diesem Berechnungsgang wurden die drehzahlabhängigen Reibungsverluste als konstant angenommen und dadurch berücksichtigt, daß man die Konstante c_2 in Gleichung (4.2.22) aus dem Wellenmoment M_N und nicht aus M_i bestimmt. Vereinfachend werden auch in Gleichung (4.2.27) drehzahlunabhängige Eisenverluste angenommen, was man bei den geringen Drehzahländerungen hinnehmen kann.

Die Verluste teilen sich in lastabhängige (P_{Cu}, P_B) und lastunabhängige Anteile (P_{Fe}, P_E, P_{Rbg}) auf. Die abgegebene Leistung P_m ist von der Drehzahl abhängig. Durch die Ankerrückwirkung und der damit verbundenen Feldschwächung kommt es zu einer Drehzahlerhöhung bei Belastung, die zu einem instabilen Betrieb führen kann. Die Maschine erreicht ihren höchsten Wirkungsgrad im Teillastbetrieb.

4.2.5 Dynamisches Verhalten

Soll das dynamische Verhalten der GM untersucht werden (Schalthandlung, Laststoß), müssen alle Energiespeicher des Antriebes berücksichtigt werden. Dazu gehören die Anker- und Erregerinduktivitäten sowie die Massenträgheitsmomente aller rotierenden Teile.

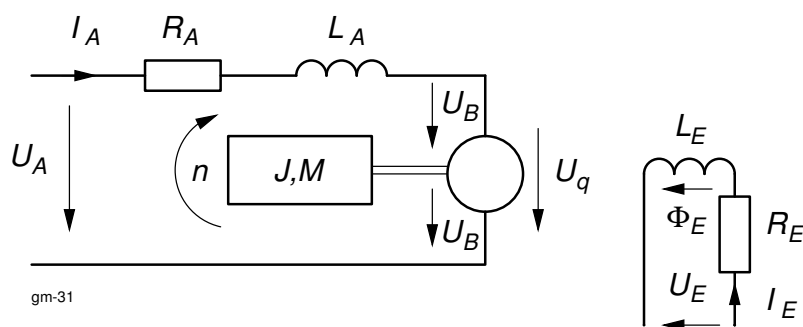


Abb. 4.2.11: Dynamisches Ersatzschaltbild einer fremderregten Gleichstrommaschine

Entsprechend dem dynamischen Ersatzschaltbild einer fremderregten Gleichstrommaschine (Abb. 4.2.11) gilt folgendes System von Differentialgleichungen:

$$u_a = u_q + R_A \cdot i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + 2 u_B \quad (4.2.33)$$

$$u_e = R_E \cdot i_E + L_E \frac{di_E}{dt} \quad (4.2.34)$$

$$M = M_L + J \frac{d\Omega}{dt} \quad (4.2.35)$$

$$u_q = c_1 \cdot \Phi_E \cdot \Omega \quad (4.2.36)$$

$$M = c_2 \cdot \Phi_E \cdot i_A \quad (4.2.37)$$

$$u_B = f(i_A) \quad (4.2.38)$$

$$\Phi_E = f(i_E, i_A) \quad (4.2.39)$$

Errger- und Ankerkreis stehen magnetisch senkrecht aufeinander und sind deshalb nicht induktiv miteinander gekoppelt. Berücksichtigt man die Magnetisierungskennlinie und Ankerrückwirkung nach Gleichung (4.2.39) sowie die stromabhängige Bürstenübergangsspannung nach Gleichung (4.2.38) wird dieses Gleichungssystem nichtlinear.

Hinweis: Bei den Momentengleichungen (4.2.35) und (4.2.37) wurden die Reibungsmomente nicht berücksichtigt.

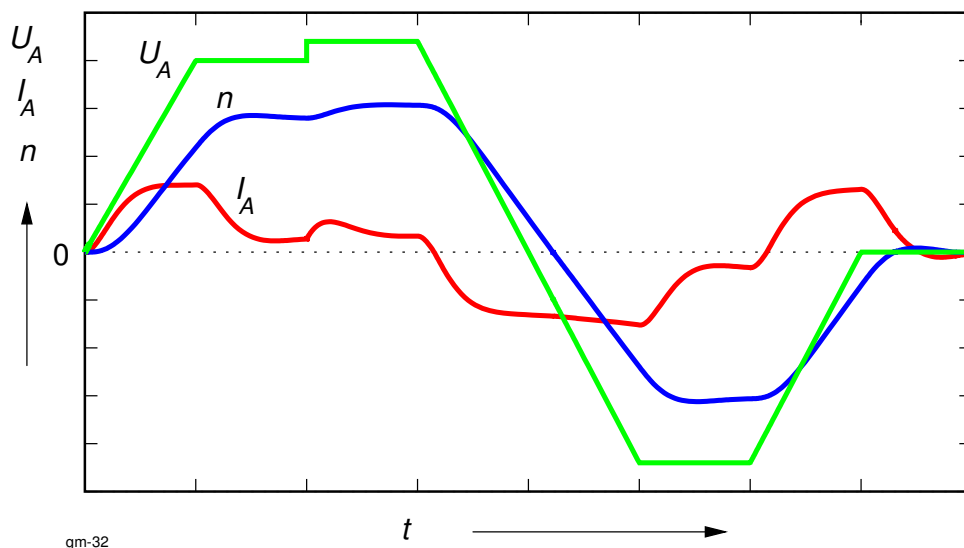


Abb. 4.2.12: Simuliertes Lastspiel einer fremderregten Gleichstrommaschine

Abb. 4.2.12 zeigt den zeitlichen Verlauf der Drehzahl und des Ankerstromes in Abhängigkeit von der Ankerspannung. In der Praxis staltet man Gleichstromantriebe mit einer Drehzahl- und Stromregelung aus. Statt das Übertragungsverhalten der Maschine aus dem Ersatzschaltbild nach Abb. 4.2.11 zu berechnen, faßt man den Antrieb einschließlich Stromversorgung als Regelstrecke auf und beschreibt das System mittels Übertragungsfunktionen (\rightarrow *Geregelte Gleichstromantriebe*).

Aufgabe: Markieren Sie in Abb. 4.2.12 die Bereiche, in denen der Antrieb generatorisch arbeitet.

4.3 Transformator

4.3.1 Wicklungssinn

Zur Beurteilung der Polaritäten der Ein- und Ausgangsspannungen ist der Wicklungssinn der Spulen maßgebend (siehe Abb. 4.3.1). Diesen kennzeichnet man mittels der *Punktregel*: die Klemmen, die mit einem Punkt versehen sind, besitzen die gleiche Polarität.

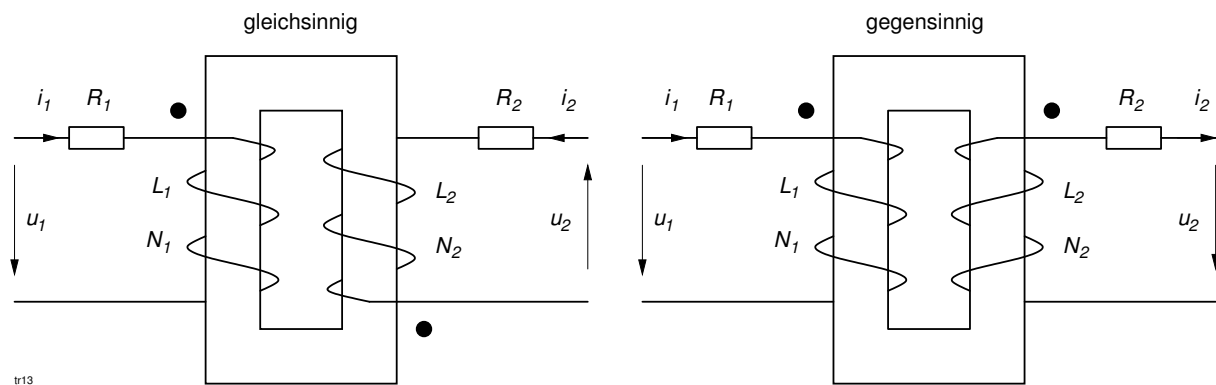


Abb. 4.3.1: Wicklungssinn

Um die Punkte einem Paar gekoppelter Spulen zuzuordnen, geht man folgendermaßen vor:

- Punkt an die Primärklemme setzen, in die der Strom i_1 hineinfließt;
- Richtung von Φ_{1h} bestimmen (Rechte-Hand-Regel);
- Φ_{2h} fließt nach der Lenzschen Regel entgegengesetzt;
- Richtung von i_2 bestimmen, der Φ_{2h} verursacht;
- Punkt an die Sekundärklemme setzen, an der i_2 herausfließt.

Die Polaritäten der Spannungen ergeben sich aus dem verwendeten Zählfeilsystem.

4.3.2 T-Ersatzschaltbild

Allgemein lassen sich für beliebige Windungszahlen N_1 und N_2 die Eigeninduktivitäten L_1 und L_2 aufspalten in

$$L_1 = L_{1h} + L_{1\sigma} \quad (4.3.1)$$

$$L_2 = L_{2h} + L_{2\sigma}. \quad (4.3.2)$$

Damit kann man ein Ersatzschaltbild zeichnen, bei dem nur die Hauptinduktivitäten L_{1h} und L_{2h} ideal miteinander gekoppelt sind, die Streuinduktivitäten $L_{1\sigma}$ und $L_{2\sigma}$ sind überhaupt nicht gekoppelt (Abbildung 4.3.2).

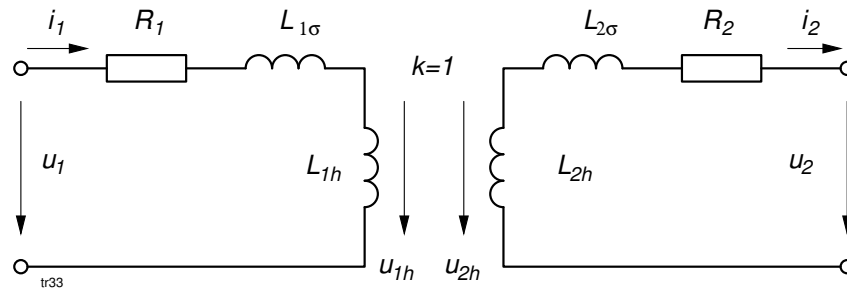


Abb. 4.3.2: Ersatzschaltbild mit getrennter Primär- und Sekundärseite

Für die Berechnung ist es ungünstig, wenn Primärseite und Sekundärseite galvanisch getrennt sind, da man dann die Kopplung zwischen den beiden Hauptinduktivitäten berücksichtigen muß.

Statt dessen bezieht man die sekundäre Hauptinduktivität L_{2h} auf die primäre Hauptinduktivität L_{1h} :

$$L'_{2h} = L_{2h} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = \ddot{u}^2 L_{2h} \quad \text{mit} \quad \ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} \quad (4.3.3)$$

Praktisch bedeutet dieser Schritt, daß die Sekundärspule jetzt die gleiche Windungszahl hat wie die Primärspule. Mit dieser Umrechnung sind beide Induktivitäten und die Hauptspannungen u_{1h} und u'_{2h} gleich groß und man kann die Induktivitäten L_{1h} und L'_{2h} galvanisch miteinander zur Hauptinduktivität $L_{1h} = L_h$ zusammenfassen (Abbildung 4.3.3).

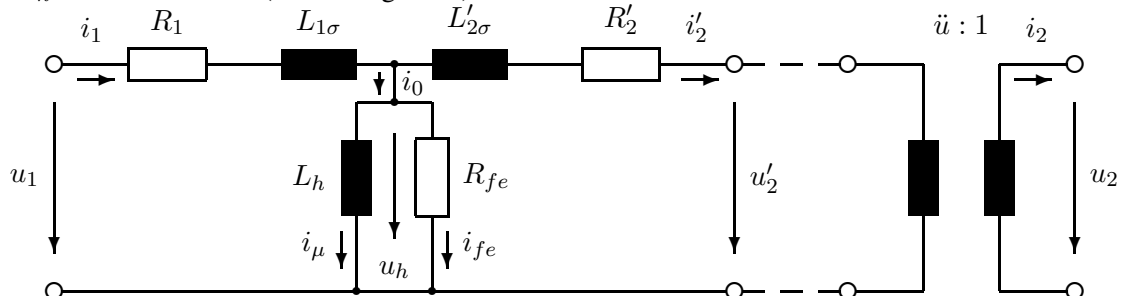


Abb. 4.3.3: Vollständiges T-Ersatzschaltbild

In diese Umrechnung müssen auch alle sekundären Größen miteinbezogen werden:

$$u'_{2h} = \ddot{u} u_{2h} \quad (= u_h) \quad (4.3.4)$$

$$i'_2 = \frac{1}{\ddot{u}} i_2 \quad (4.3.5)$$

$$R'_2 = \ddot{u}^2 R_2 \quad (4.3.6)$$

$$L'_{2\sigma} = \ddot{u}^2 L_{2\sigma} \quad (4.3.7)$$

Die mit einem Strich (') gekennzeichneten Größen nennt man *reduzierte* oder *transformierte Größen*.

Die *Eisenverluste* des Transformators werden durch einen ohmschen Widerstand R_{fe} berücksichtigt, der parallel zur Hauptinduktivität geschaltet wird⁴.

Das hergeleitete T-Ersatzschaltbild bildet einen verlustbehafteten Transformator nach mit dem Übersetzungsverhältnis 1:1.

Um den realen Transformator wieder zu erhalten, wird dem T-Ersatzschaltbild ein idealer Transformator mit dem Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} : 1$ nachgeschaltet, der die reduzierten Größen gemäß der Gleichungen (4.3.4) bis (4.3.7) auf die Originalwerte zurücktransformiert und die galvanische Trennung zwischen Primär- und Sekundärwicklung bewirkt.

Merke: Ein Transformator kann von beiden Seiten betrieben werden.

Zur Berechnung im Zeitbereich läßt sich folgendes Gleichungssystem aufstellen (Richtung von i'_2 beachten):

$$u_1(t) = R_1 i_1(t) + L_{1\sigma} \frac{di_1}{dt} + L_h \frac{di_\mu}{dt} \quad (4.3.8)$$

$$u'_2(t) = -R'_2 i'_2(t) - L'_{2\sigma} \frac{di'_2}{dt} + L_h \frac{di_\mu}{dt} \quad (4.3.9)$$

$$i_0(t) = i_1(t) - i'_2(t) = i_\mu(t) + i_{fe}(t). \quad (4.3.10)$$

Man bezeichnet i_0 als *Leerlaufstrom* und i_μ als *Magnetisierungsstrom*.

Nach dem Durchflutungsgesetz gilt für die magnetische Feldstärke H längs einer beliebigen Feldlinie der Länge l im Eisenkern:

$$\oint_C H dl = N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = N_1 \cdot i_\mu = \Theta \quad (4.3.11)$$

Das Minuszeichen in Gleichung (4.3.11) stammt aus der Lenz'schen Regel. Die durch den Strom i_2 hervorgerufene Flußänderung wird durch einen entgegengesetzten Strom i_1 (entsprechend der eingezeichneten Stromrichtung und des Wickelsinns) kompensiert, damit das Durchflutungsgesetz gewahrt bleibt.

Den linken Ausdruck $\oint H dl$ in Gleichung (4.3.11) bezeichnet man auch als *magnetische Spannung* Θ . Sie ist die „treibende Kraft“ für den magnetischen Fluß analog zur Spannung in einem elektrischen Stromkreis. Je kleiner der *magnetische Widerstand* des Eisenkerns wird ($\mu \rightarrow \infty$), desto geringer wird Θ ($\Theta \rightarrow 0$). Man erhält einen idealen Transformator, für den gilt:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}} \quad (4.3.12)$$

Der immer vorhandene magnetische Widerstand macht es erforderlich, daß eine magnetische Erregung vorhanden sein muß, um diesen Widerstand zu überwinden. Diese notwendige Erregung bezeichnet man als Magnetisierungsstrom I_μ . Die Höhe des Magnetisierungsstromes ist ein Maßstab für die Qualität des Eisens (μ_r) und des magnetischen Kreises (Luftspalte).

⁴Dieser Widerstand ist nicht Teil des Transformators, also reell nicht vorhanden und nicht direkt meßbar. Seine Entstehung wird im Abschnitt 4.3.10 „Magnetisierungsstrom ...“, Seite 4.3.25 erläutert.

Im allgemeinen wird der Transformator mit sinusförmiger Spannung betrieben. Die Gleichungen (4.3.8) bis (4.3.10) lauten dann im Frequenzbereich (Abbildung 4.3.4):

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_{1\sigma} \underline{I}_1 + j X_h \underline{I}_\mu \quad (4.3.13)$$

$$\underline{U}'_2 = -R'_2 \underline{I}'_2 - j X'_{2\sigma} \underline{I}'_2 + j X_h \underline{I}_\mu \quad (4.3.14)$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 - \underline{I}'_2 = \underline{I}_\mu + \underline{I}_{fe}. \quad (4.3.15)$$

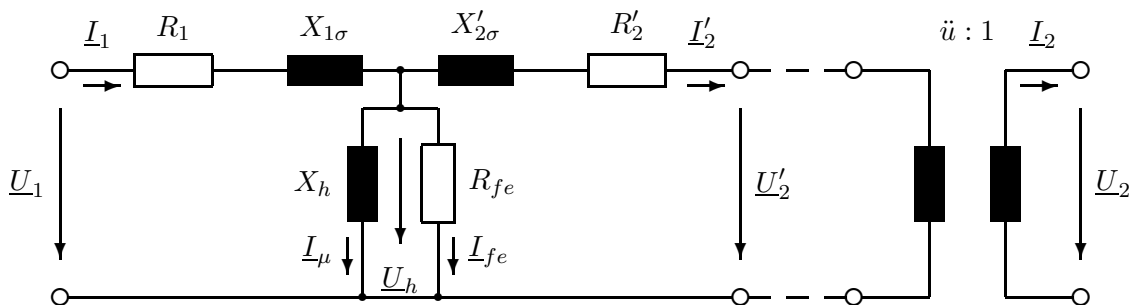


Abb. 4.3.4: Komplexes Ersatzschaltbild

4.3.3 Gegeninduktivitäten

Für zwei Spulen, die miteinander induktiv gekoppelt sind (siehe Kapitel 3.4.1, Seite 3.4.0) läßt sich das folgende Gleichungssystem aufstellen:

$$\Phi_1 = \Phi_{1h} + \Phi_{1\sigma} - \Phi_{2h} = (L_{1h} + L_{1\sigma}) i_1 - L_{2h} i_2 \quad (4.3.16)$$

$$\Phi_2 = \Phi_{2h} + \Phi_{2\sigma} - \Phi_{1h} = (L_{2h} + L_{2\sigma}) i_2 - L_{1h} i_1. \quad (4.3.17)$$

Ist i_2 eingepreßt (technisch nicht sinnvoll), kann der Gesamtfluß dadurch entweder vergrößert (gleichsinnige Kopplung: $\Phi_{1h} + \Phi_{2h}$) oder verkleinert werden (gegensinnige Kopplung: $\Phi_{1h} - \Phi_{2h}$).

Beim Transformator ergibt sich die Richtung von i_2 *automatisch* durch die angeschlossene Belastung. Nach dem Induktionsgesetz und der Lenzschen Regel wird in der Sekundärspule eine Spannung induziert, die einen Strom verursacht, der so gerichtet ist, daß er seiner Ursache entgegenwirkt, d. h. den Fluß schwächt ($\Phi_{1h} - \Phi_{2h}$).

Mit den *Selbstinduktivitäten*

$$L_1 = L_{1h} + L_{1\sigma} \quad L_2 = L_{2h} + L_{2\sigma} \quad (4.3.18)$$

sowie den *Gegeninduktivitäten*

$$M_{12} = L_{2h} \quad M_{21} = L_{1h} \quad (4.3.19)$$

lassen sich die Gleichungen (4.3.16) und (4.3.17) umschreiben:

$$\Phi_1 = L_1 i_1 - M_{12} i_2 \quad (4.3.20)$$

$$\Phi_2 = L_2 i_2 - M_{21} i_1 \quad (4.3.21)$$

Bei konstanter Permeabilität μ gilt $M_{12} = M_{21} = M$.

Für einen Transformator nach Abb. 4.3.1 erhält man mit den Wicklungsverlusten die Spannungsgleichungen

$$u_1 = i_1 \cdot R_1 + \frac{d\Phi_1}{dt} = i_1 \cdot R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad (4.3.22)$$

$$u_2 = i_2 \cdot R_2 + \frac{d\Phi_2}{dt} = i_2 \cdot R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}, \quad (4.3.23)$$

das dazugehörige Ersatzschaltbild zeigt Abbildung 4.3.5.

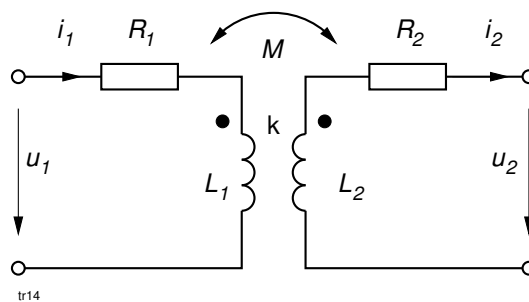


Abb. 4.3.5: Ersatzschaltbild mit Gegeninduktivitäten

Statt der Aufteilung der Flüsse in Haupt- und Streuflüsse, führt man einen *Kopplungskoeffizienten* k ein, der das Verhältnis von Haupt- zum Gesamtfluß angibt:

$$k_1 = \frac{\Phi_{1h}}{\Phi_1}, \quad k_2 = \frac{\Phi_{2h}}{\Phi_2}, \quad k = \sqrt{k_1 k_2}, \quad 0 \leq k \leq 1. \quad (4.3.24)$$

Es läßt sich zeigen, daß für die Gegeninduktivität M gilt:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}. \quad (4.3.25)$$

Man kann die Streuflüsse auch als Teile der Hauptflüsse durch die sogenannte *Streuziffer* σ ausdrücken:

$$\sigma_1 = \frac{\Phi_{1\sigma}}{\Phi_1}, \quad \sigma_2 = \frac{\Phi_{2\sigma}}{\Phi_2}, \quad \sigma \approx \sigma_1 + \sigma_2, \quad 0 \leq \sigma \leq 1. \quad (4.3.26)$$

Zwischen k und σ besteht der Zusammenhang

$$k_1 = 1 - \sigma_1, \quad k_2 = 1 - \sigma_2, \quad (4.3.27)$$

wegen $k = \sqrt{k_1 k_2}$ folgt

$$k^2 = 1 - \sigma. \quad (4.3.28)$$

Merke: Für Leistungstransformatoren wird $k \rightarrow 1$ bzw. $\sigma \rightarrow 0$ angestrebt.

4.3.4 Vergleich Gegeninduktivitäten und T-Ersatzschaltbild

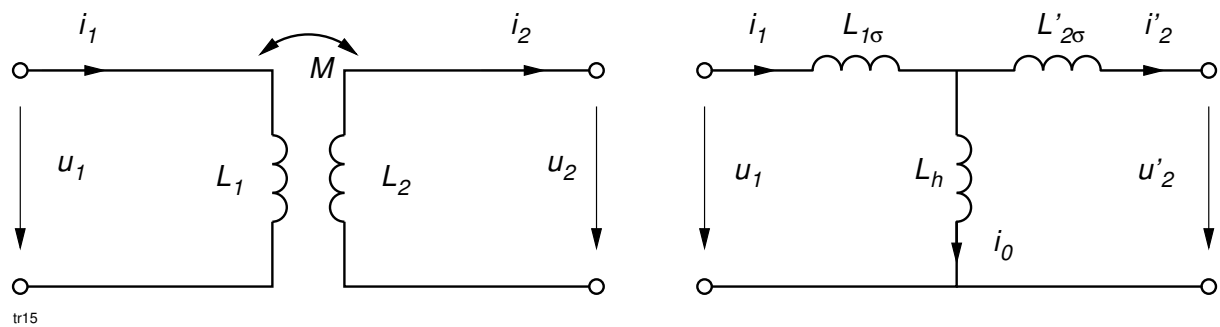


Abb. 4.3.6: Vergleich T-Ersatzschaltbild und Gegeninduktivitäten

Für die Schaltung mit gekoppelten Induktivitäten ohne Wicklungsverluste gilt (Abb. 4.3.6 links):

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad (4.3.29)$$

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt}. \quad (4.3.30)$$

Die zwei Maschenumläufe beim T-Ersatzschaltbild (Abb. 4.3.6 rechts) ergeben

$$u_1 = L_{1\sigma} \frac{di_1}{dt} + L_h \frac{di_0}{dt} \quad (4.3.31)$$

$$u'_2 = -L'_{2\sigma} \frac{di'_2}{dt} + L_h \frac{di_0}{dt}. \quad (4.3.32)$$

Für das T-Ersatzschaltbild gilt

$$i_0 = i_1 - i'_2 \quad (4.3.33)$$

und man erhält

$$u_1 = L_{1\sigma} \frac{di_1}{dt} + L_h \left(\frac{di_1}{dt} - \frac{di'_2}{dt} \right) = (L_{1\sigma} + L_h) \frac{di_1}{dt} - L_h \frac{di'_2}{dt} \quad (4.3.34)$$

$$u'_2 = -L'_{2\sigma} \frac{di'_2}{dt} + L_h \left(\frac{di_1}{dt} - \frac{di'_2}{dt} \right) = L_h \frac{di_1}{dt} - (L'_{2\sigma} + L_h) \frac{di'_2}{dt}. \quad (4.3.35)$$

Berücksichtigt man die Übersetzungsverhältnisse beim T-Ersatzschaltbild (siehe Kapitel 3.4.4, Seite 3.4.4)

$$L'_{...} = \ddot{u}^2 \cdot L_{...} \quad u'_{...} = \ddot{u} \cdot u_{...} \quad i'_{...} = i_{...}/\ddot{u} \quad (4.3.36)$$

lassen sich die beiden letzten Gleichungen durch reale Größen ausdrücken:

$$u_1 = (L_{1\sigma} + L_h) \frac{di_1}{dt} - \frac{L_h}{\ddot{u}} \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (4.3.37)$$

$$u_2 = \frac{L_h}{\ddot{u}} \cdot \frac{di_1}{dt} - \left(L_{2\sigma} + \frac{L_h}{\ddot{u}} \right) \frac{di_2}{dt}. \quad (4.3.38)$$

Durch Koeffizientenvergleich mit den Gleichungen (4.3.29) und (4.3.30) findet man schließlich

$$L_h = \ddot{u} \cdot M \quad (4.3.39)$$

$$L_{1\sigma} = L_1 - \ddot{u} \cdot M \quad (4.3.40)$$

$$L_{2\sigma} = L_2 - \frac{M}{\ddot{u}} \quad (4.3.41)$$

Man beachte, daß das Ersatzschaltbild mit Gegeninduktivitäten die realen Größen verwendet und damit automatisch das Übersetzungsverhältnis berücksichtigt.

4.3.5 Differentialgleichungssystem

Aus dem im vorigen Abschnitt entwickelten Modell ergibt sich für jede Seite des Transformators

$$u_1 = i_1 R_1 + \frac{d\Phi_1}{dt} \quad (4.3.42)$$

$$u_2 = i_2 R_2 + \frac{d\Phi_2}{dt}. \quad (4.3.43)$$

Im allgemeinen sind die einspeisenden Spannungen $u_1(t)$ und $u_2(t)$ vorgegeben und es werden die zeitlichen Verläufe der Ströme $i_1(t)$ und $i_2(t)$ gesucht. Es ist daher zweckmäßig, zur Lösung der Gleichungen (4.3.42) und (4.3.43) die Flüsse Φ_1 und Φ_2 als Systemvariablen einzuführen und die Ströme i_1 und i_2 zu eliminieren:

Aus Gleichung (4.3.16) folgt

$$L_{2h} i_2 = i_1 (L_{1h} + L_{1\sigma}) - \Phi_1 \quad \Longrightarrow \quad i_2 = \frac{i_1 (L_{1h} + L_{1\sigma}) - \Phi_1}{L_{2h}}, \quad (4.3.44)$$

in Gleichung (4.3.17) eingesetzt und nach i_1 aufgelöst:

$$\Phi_2 = \frac{(L_{2h} + L_{2\sigma}) [i_1 (L_{1h} + L_{1\sigma}) - \Phi_1]}{L_{2h}} - L_{1h} i_1 \quad (4.3.45)$$

$$\Phi_2 L_{2h} = i_1 (L_{1h} + L_{1\sigma})(L_{2h} + L_{2\sigma}) - \Phi_1 (L_{2h} + L_{2\sigma}) - L_{1h} L_{2h} i_1 \quad (4.3.46)$$

$$\Phi_2 L_{2h} + \Phi_1 (L_{2h} + L_{2\sigma}) = i_1 (L_{1h} L_{2\sigma} + L_{2h} L_{1\sigma} + L_{2\sigma} L_{1\sigma}) \quad (4.3.47)$$

$$i_1 = \frac{\Phi_2 L_{2h} + \Phi_1 (L_{2h} + L_{2\sigma})}{L_{1h} L_{2\sigma} + L_{2h} L_{1\sigma} + L_{2\sigma} L_{1\sigma}} \quad (4.3.48)$$

Analog ergibt sich für i_2 :

$$i_2 = \frac{\Phi_1 L_{1h} + \Phi_2 (L_{1h} + L_{1\sigma})}{L_{1h} L_{2\sigma} + L_{2h} L_{1\sigma} + L_{2\sigma} L_{1\sigma}} \quad (4.3.49)$$

Eingesetzt in die Gleichungen (4.3.42) und (4.3.43) erhält man schließlich das Dgl-System

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = u_1 - R_1 \frac{\Phi_2 L_{2h} + \Phi_1 (L_{2h} + L_{2\sigma})}{L_{1h} L_{2\sigma} + L_{2h} L_{1\sigma} + L_{2\sigma} L_{1\sigma}} \quad (4.3.50)$$

$$\frac{d\Phi_2}{dt} = u_2 - R_2 \frac{\Phi_1 L_{1h} + \Phi_2 (L_{1h} + L_{1\sigma})}{L_{1h} L_{2\sigma} + L_{2h} L_{1\sigma} + L_{2\sigma} L_{1\sigma}} \quad (4.3.51)$$

Dieses System hat die Form

$$\dot{\Phi} = f(\Phi, u_1, u_2)$$

und beschreibt die Flüsse in Abhängigkeit der einspeisenden Spannungen $u_1(t)$ und $u_2(t)$.

Mit den Lösungen Φ_1 und Φ_2 lassen sich dann mit Hilfe der Gleichungen (4.3.48) und (4.3.49) die Ströme berechnen.

Das Dgl-System gilt für jeden zeitlichen Verlauf von u_1 bzw. u_2 . Es bietet sich besonders an, wenn die Spannungen nicht sinusförmig sind. Weiterhin lassen sich recht einfach die Sättigungserscheinungen im Eisen berücksichtigen, in dem man z. B. nichtlineare Induktivitäten $L = f(I)$ in die Dgl. einsetzt.

Anhang 5.5 enthält Ergebnisse numerischer Simulationen für die verschiedenen Transformatormodelle.

4.3.6 Zeigerdiagramm

Voraussetzung: sinusförmige Wechselgrößen!

4.3.6.1 Fluß und Spannung

Bei einer idealen Induktivität eilt der Strom der Spannung um den Winkel $\pi/2$ hinterher. Da der Strom proportional zum Fluß ist, stehen die Zeiger der Spannung und des Flusses rechtwinklig aufeinander⁵. Beim Transformator trifft das auf den Magnetisierungsstrom I_μ und der Hauptspannung U_h zu.

⁵Der rechte Winkel zwischen U und Φ ergibt sich auch aus dem Induktionsgesetz $u_i = \dot{\Phi}$. Differentiation nach der Zeit bedeutet Drehung um $+90^\circ$.

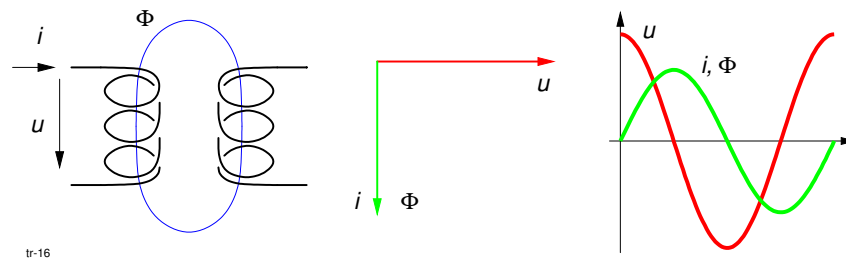


Abb. 4.3.7: Zeigerdiagramm von Fluß und Spannung

4.3.6.2 Vollständiges Zeigerdiagramm

Beim vollständigen Zeigerdiagramm werden alle Spannungsabfälle des T-Ersatzschaltbildes berücksichtigt.

Leerlauf

Das Zeigerdiagramm nach Abbildung 4.3.8 ergibt sich aus den Daten des Leerlaufversuches.

1. Ausgangsposition: $U_{10}, I_{10}, \varphi_0$
2. wegen $U_{10} = I_{10}(R_1 + jX_{\sigma 1}) + U_h \Rightarrow I_{10}R_1 \parallel I_{10}$
3. $jI_{10}X_{\sigma 1} \perp I_{10}R_1$
4. U_h
5. $I_\mu \perp U_h$
6. $I_{fe} \parallel U_h$

Lastfall

In Abhängigkeit von der Lastimpedanz Z stellt sich auf der Sekundärseite U'_2, I'_2 und $\cos \varphi_2$ ein. Bei bekanntem Leerlaufstrom I_0 lassen sich daraus U_1, I_1, U_h und $\cos \varphi_1$ konstruieren (Abbildung 4.3.9).

1. Ausgangsposition: U'_2, I'_2, φ_2
2. $I'_2 R'_2 \parallel I'_2$
3. $jI'_2 X'_{\sigma 2} \perp I'_2 R'_2$
4. $U_h = U'_2 + I'_2(R'_2 + jX'_{\sigma 2})$
5. $I_\mu \perp U_h$
6. $I_{fe} \parallel U_h$
7. $I_0 = I_\mu + I_{fe}$
8. $I_1 = I_0 + I'_2$
9. $I_1 R_1 \parallel I_1$

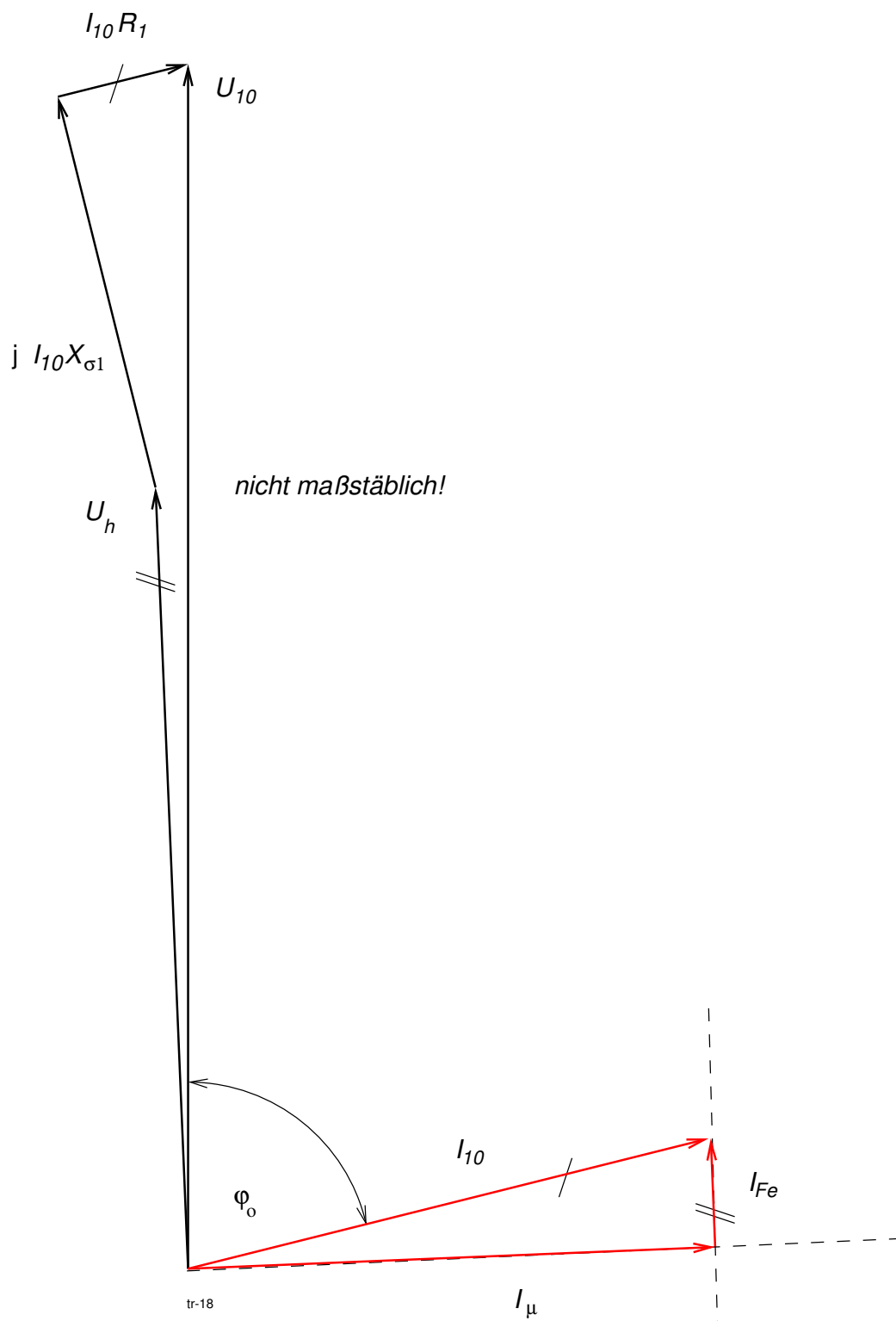


Abb. 4.3.8: Zeigerdiagramm im Leerlauf

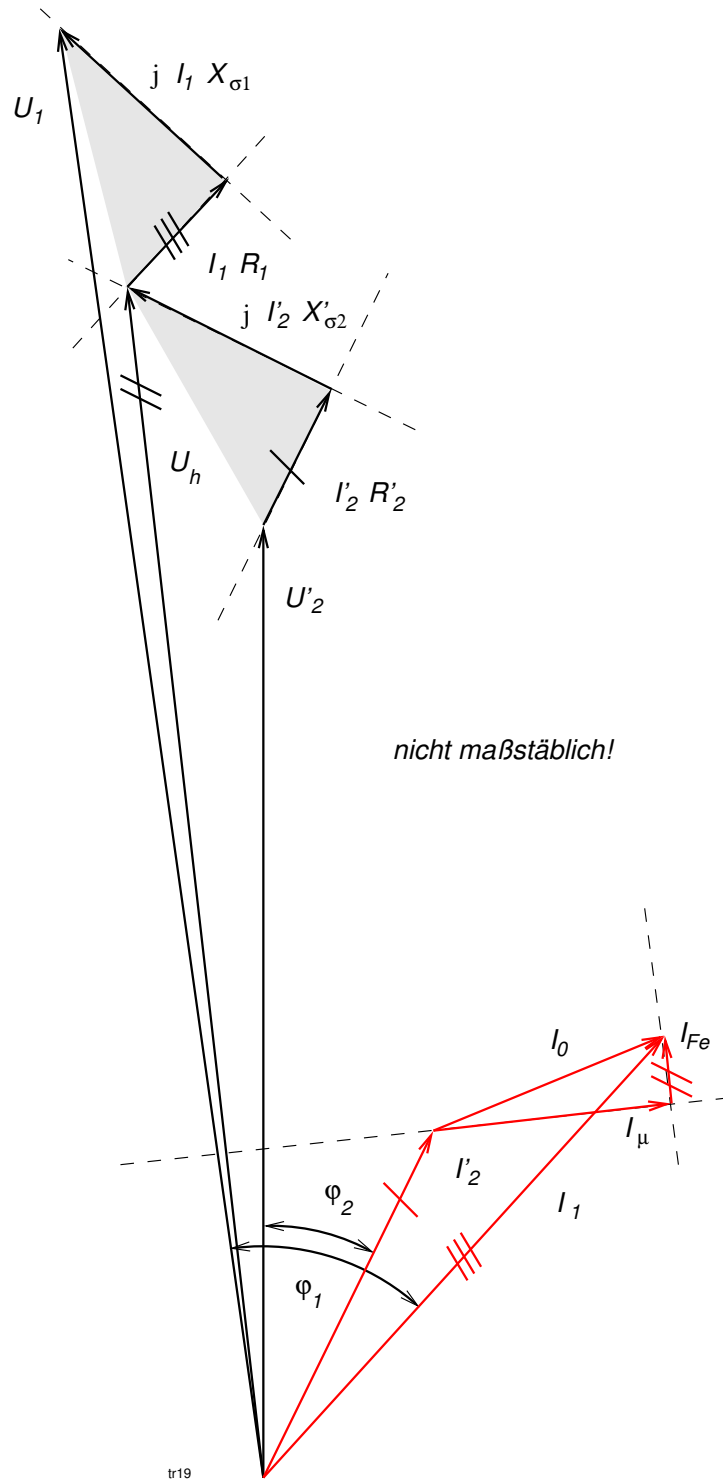


Abb. 4.3.9: Zeigerdiagramm im Lastfall

10. $jI_1X_{\sigma 1} \perp I_1$
11. $U_1 = U_h + I_1(R_1 + jX_{\sigma 1})$
12. $\varphi_1 = \angle(U_1, I_1)$

Die von $jI_1X_{1\sigma} \perp I_1R_1$ und $jI'_2X'_{2\sigma} \perp I'_2R'_2$ gebildeten Dreiecke sind etwa gleichgroß. Wegen des zusätzlichen Leerlaufstromes und der Streureaktanzen ist $\cos \varphi_1 < \cos \varphi_2$.

4.3.6.3 Vereinfachtes Zeigerdiagramm

Da der Leerlaufstrom fast lastunabhängig und sein Einfluß bei wachsender Belastung gering ist, führt seine Vernachlässigung zu nur geringen Fehlern und es gilt $\underline{I}'_2 = \underline{I}_1$. Die Spannungsabfälle an R_1 , $X_{\sigma 1}$, R'_2 und $X'_{\sigma 2}$ können vektoriell zusammengefaßt werden. Daraus ergeben sich das vereinfachte Ersatzschaltbild und das Zeigerdiagramm mit der Längsimpedanz $R + jX$ nach Abb. 4.3.10.

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 R + j \underline{I}_1 X + \underline{U}'_2 \quad (4.3.52)$$

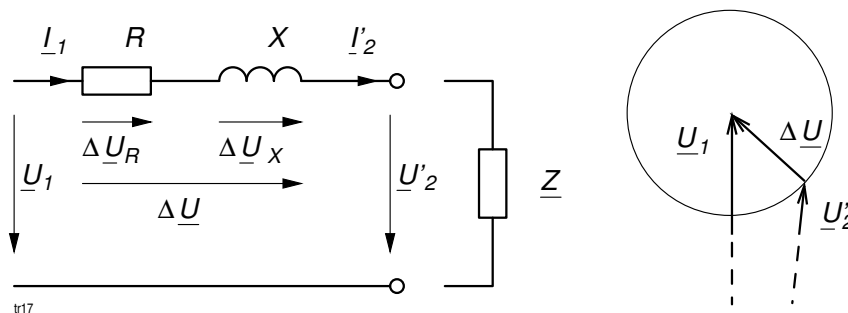


Abb. 4.3.10: Vereinfachtes Ersatzschaltbild und Zeigerdiagramm

Den Unterschied zwischen \underline{U}_1 und \underline{U}'_2 bildet die Hypotenuse $\Delta \underline{U}$ eines rechtwinkligen Dreiecks (*Kapp-sches Dreieck*), dessen Katheten von den Spannungsabfällen $\Delta \underline{U}_R$ und $\Delta \underline{U}_X$ gebildet werden.

Das *Seitenverhältnis* des Dreiecks wird durch die aus dem Kurzschlußversuch ermittelten Längsimpedanz gebildet:

$$\boxed{\tan \varphi_k = \frac{X}{R}} \quad (4.3.53)$$

Die *Größe* des Dreiecks ist proportional zum Laststrom $\underline{I}'_2 (= \underline{I}_1)$. Die *Lage* des Dreiecks wird durch die Art des Verbrauchers ($\cos \varphi_2$) bestimmt.

$$\Delta \underline{U} = \underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = \Delta \underline{U}_R + \Delta \underline{U}_X \quad (4.3.54)$$

$$\Delta U = I \sqrt{R^2 + X^2} \quad (= U_{1k} \text{ bei } I = I_{1N}). \quad (4.3.55)$$

Je nach Lage von \underline{I}'_2 beschreibt $\Delta \underline{U}$ einen Kreis um die Spitze von \underline{U}_1 mit dem Radius ΔU .

Die Konstruktion des Zeigerdiagrammes bei Vorgabe von $U_1, I'_2, \varphi_2, \Delta U_R$ und ΔU_X zur Bestimmung von U'_2 erweist sich als etwas schwierig:

Bezugslage (0°) sei die vertikale Achse, die mit I'_2 den Winkel φ_2 bildet. Das Kappsche Dreieck wird so gezeichnet, daß die Kathete ΔU_R die gleiche Richtung hat wie I'_2 . ΔU ergibt sich aus der Lage der Hypotenuse des Kappschen Dreiecks. U'_2 erhält man dadurch, daß ΔU entlang der vertikalen Achse parallel verschoben wird, bis die Spitze von ΔU auf dem Kreisbogen von U_1 liegt (Abbildung 4.3.11).

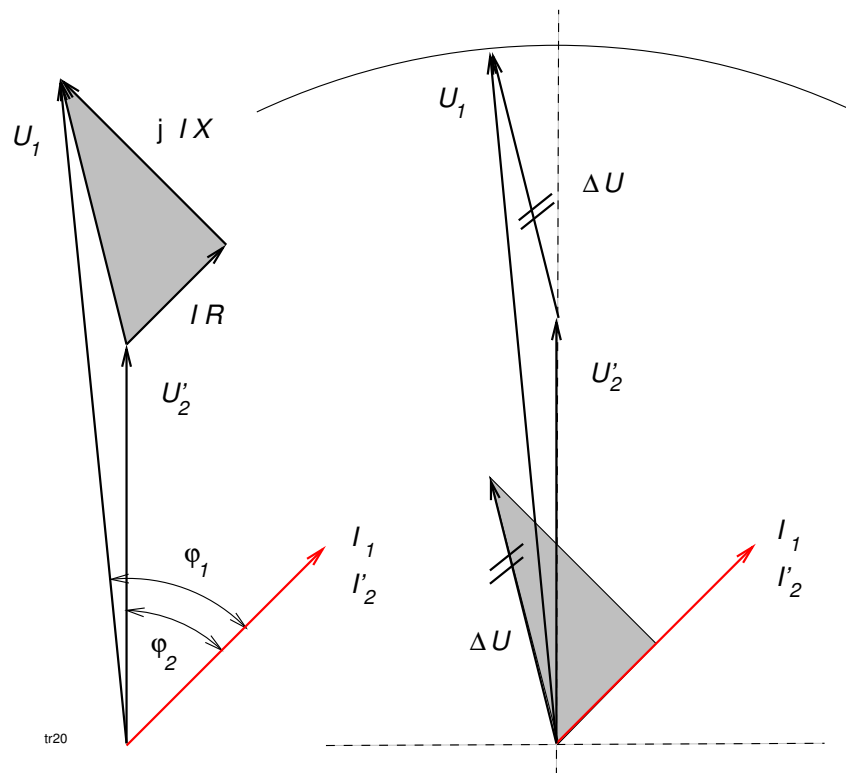


Abb. 4.3.11: Konstruktion des Zeigerdiagrammes

Aus dem Kurzschlußversuch ergeben sich:

$$\cos \varphi_k = \frac{P_{1k}}{U_{1k} I_{1k}} \quad (4.3.56)$$

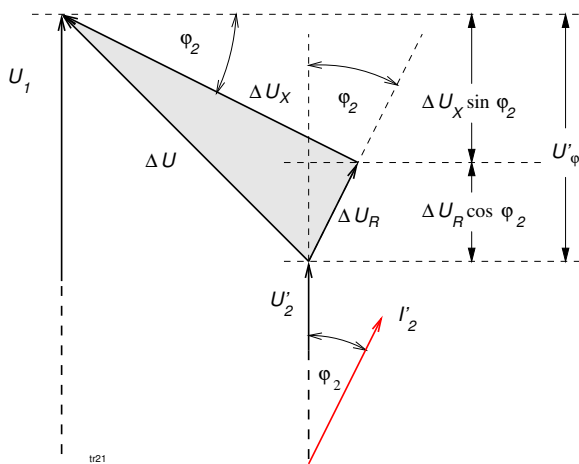
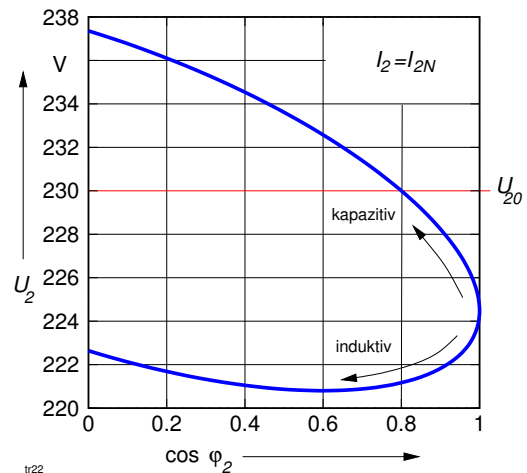
$$\Delta U = U_{1k} \quad (4.3.57)$$

$$\Delta U_R = \Delta U \cos \varphi_k = \frac{P_{1k}}{\cos \varphi_k I_{1k}} \cos \varphi_k = \frac{P_{1k}}{I_{1k}} \quad (4.3.58)$$

$$\Delta U_X = \Delta U \sin \varphi_k = \Delta U_R \tan \varphi_k = \sqrt{\Delta U^2 - \Delta U_R^2}. \quad (4.3.59)$$

Die Teilspannungen ΔU_R und ΔU_X können ebenfalls als *relative Größen* angegeben werden:

$$\boxed{u_r = u_k \cos \varphi_k} \quad (4.3.60)$$

Abb. 4.3.12: Zeigerdiagramm mit $U_1 \parallel U'_2$ Abb. 4.3.13: $U_2(\cos \varphi_2)$

$$u_x = u_k \sin \varphi_k. \quad (4.3.61)$$

Nach DIN/VDE 0532 Teil 10 darf man für $u_k < 4\%$ und für Überschlagsrechnungen das Zeigerdiagramm weiter vereinfachen mit der Annahme $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ und $\underline{U}_1 \parallel \underline{U}'_2$ (siehe Abb. 4.3.12). Für die Spannungsänderung U'_φ zwischen Primär- und Sekundärspannung erhält man:

$$U'_\varphi = \Delta U_R \cos \varphi_2 + \Delta U_X \sin \varphi_2 \quad (4.3.62)$$

$$u_\varphi(\varphi_2) = \frac{U'_\varphi}{U_{1N}} = u_r \cos \varphi_2 + u_x \sin \varphi_2 = \frac{U_1 - U'_2}{U_{1N}}. \quad (4.3.63)$$

Hinweis: Die relativen Größen (i_0 , u_k , u_x , u_r , u_φ) gelten unabhängig vom Übersetzungsverhältnis.

Aus Gleichung (4.3.63) ergibt sich

$$u_\varphi U_{1N} = U_1 - U'_2 \quad (4.3.64)$$

$$U'_2 = U_1 - u_\varphi U_{1N} \quad \text{und mit } U_1 = U_{1N} \text{ erhält man} \quad (4.3.65)$$

$$U'_2 = U_1 (1 - u_\varphi) \quad (4.3.66)$$

Berücksichtigt man das Übersetzungsverhältnis \ddot{u}

$$U_2 = \ddot{u} U'_2 \quad (4.3.67)$$

$$U_1 \approx U_h = \ddot{u} U_{20} \quad (4.3.68)$$

erhält man schließlich die Ausgangsspannung U_2 in Abhängigkeit vom sekundären Leistungsfaktor $\cos \varphi_2$ und der relativen Belastung I_2/I_{2N}

$$U_2(\varphi_2, I_2) = U_{20} \left(1 - u_\varphi(\varphi_2) \frac{I_2}{I_{2N}} \right) \quad \text{mit } u_\varphi(\varphi_2) \text{ nach Gleichung 4.3.63} \quad (4.3.69)$$

Mit den Teilspannungen ΔU_R und ΔU_X kann man bei vorgegebener Belastung I'_2 und $\cos \varphi_2$ sowie bekanntem U_1 die Ausgangsspannung U'_2 graphisch ermitteln.

Abbildung 4.3.13 zeigt die Ausgangsspannung U_2 eines Transformators mit der Leerlaufspannung $U_{20} = 230 \text{ V}$ in Abhängigkeit des sekundären Leistungsfaktors bei sekundärem Nennstrom.

4.3.7 Drehstromtransformatoren

Zur Erzeugung und Verteilung der elektrischen Energie wird das Drehstromsystem verwendet. Zur Anpassung an die unterschiedlichen Spannungen werden Drehstromtransformatoren benötigt. Im Prinzip lassen sich dafür drei gleiche Einphasentransformatoren einsetzen. Bei großen Leistungen (Höchstspannungsnetzen) wählt man tatsächlich aus Transportgründen und zwecks Reservehaltung diesen Weg (Transformatorbank). Anderenfalls ist es wirtschaftlicher, Drehstromtransformatoren als eine Einheit zu bauen.

4.3.7.1 Ersatzschaltung

Aus dem Aufbau eines Drehstromsystems aus 3 Einphasentransformatoren folgt, daß sich die Grundgleichungen des einphasigen Transformators ohne Einschränkungen auf die einander zugeordneten primären und sekundären Strangspannungen bzw. -ströme anwenden lassen. Bei der Berechnung sind jedoch die Schaltungen der Primär- und Sekundärwicklungen zu beachten. Außerdem muß die gegenseitige Beeinflussung der drei Wicklungsflüsse, die in Abhängigkeit der Kernauführung und bei unsymmetrischer Belastung auftritt, berücksichtigt werden.

Analog zu den Drehstrommaschinen gilt für die Scheinleistung unabhängig von der inneren Schaltung

$$S = \sqrt{3} U I \quad (4.3.70)$$

mit U als verkettete Spannung und I als Leiterstrom. Je nach Schaltungsart müssen die einphasigen Ersatzgrößen umgerechnet werden.

Schaltung	$S_{1\sim}$	$U_{1\sim}$	$I_{1\sim}$
Stern	$\frac{S}{3}$	$\frac{U}{\sqrt{3}}$	I
Dreieck	$\frac{S}{3}$	U	$\frac{I}{\sqrt{3}}$

Hinweis: Die relativen Größen ($i_0, u_k, u_x, u_r, u_\varphi$) gelten unverändert.

4.3.7.2 Klemmenbezeichnung

Die Klemmenbezeichnung von Transformatoren sind nach DIN 42 400 genormt (Abbildung 4.3.14). Sie setzt sich aus 3 Teilen zusammen:

- Kennzahl für die Art der Wicklung: 1=Primärwicklung (OS), 2=Sekundärwicklung (US), evtl. 3=Tertiärwicklung, usw.
- Kennbuchstaben für den jeweiligen Strang: U, V, W
- Kennziffer für den Anschluß: 1=Anfang, 2=Ende, 3...=Anzapfungen

Für die äußeren Anschlüsse kann die letzte Ziffer entfallen.

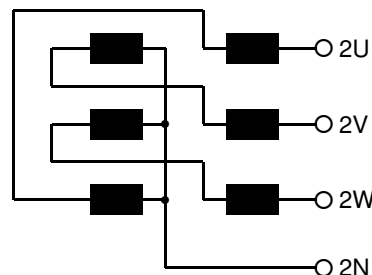


Abb. 4.3.14: Klemmenbezeichnung einer offenen Wicklung

4.3.7.3 Schaltungsarten

Drehstromwicklungen können, analog zu den Drehstrommaschinen, im Stern, Dreieck oder mit offenen Wicklungen ausgeführt werden.

Zusätzlich existiert noch die *Zickzackschaltung*, bei der die Unterspannungswicklung auf zwei Schenkel des Kerns verteilt wird und vorteilhaft bei unsymmetrischer Belastung Verwendung findet (Verteilertransformatoren in Ortsnetzen). Nachteilig ist der erhöhte Wicklungsaufwand durch die entgegengesetzte Reihenschaltung der beiden Teilwicklungen.



Die Schaltungsarten sowie die Ausführung des Sternpunktes werden durch große (OS) und kleine Buchstaben (US) gekennzeichnet.

Schaltung	OS	US
Stern	Y	y
Dreieck	D	d
Zickzack		z
offen	III	iii
Sternpunkt herausgeführt	N	n

4.3.7.4 Übersetzungsverhältnis

Eine wesentliche Kenngröße des Transformators ist das Übersetzungsverhältnis der zugänglichen Leiterspannungen. Bei gleichen Windungszahlen je Strang ($N_1 = N_2$) ergeben sich je nach Schaltungsart folgende Ausgangsspannungen U_{US} :

OS	Y	D	Y	D	Y	D
US	y	y	d	d	z	z
$U_{US} =$	U_{OS}	$\sqrt{3}U_{OS}$	$\frac{U_{OS}}{\sqrt{3}}$	U_{OS}	$\frac{\sqrt{3}}{2}U_{OS}$	$\frac{3}{2}U_{OS}$

U_{US} und U_{OS} stellen die verketteten Spannungen dar. Bei der Zickzackschaltung bezieht sich N_2 auf beide Teilwicklungen.

4.3.7.5 Schaltgruppen

Bei einphasigen Transformatoren sind Primär- und Sekundärwicklung mit demselben Fluß gekoppelt, die Ausgangsspannung kann, je nach Polung der Sekundäranschlüsse, nur gleich- oder gegenphasig sein.

Bei Drehstromtransformatoren gilt dies ebenfalls für die Spannungen von Wicklungen, die auf einem Schenkel liegen.

Zusätzlich können aber noch, je nach Schaltungsart, verkettete Spannungen mit Wicklungen gebildet werden, die auf anderen Schenkel liegen und jeweils um 120° phasenverschoben sind. Durch geometrische Addition dieser Wicklungsspannungen ergeben sich unterschiedliche Phasenlagen zwischen Primär- und Sekundärspannungen.

Der Winkel zwischen den korrespondierenden Spannungszeigern⁶, dividiert durch 30° , ergibt eine Kennzahl zwischen 0 und 11 (Uhrzeiger), die zusammen mit der Schaltungsart die *Schaltgruppe* bildet.

Beispiel: Schaltgruppe Yzn11 bedeutet, der Transformator ist primär im Stern und sekundär im Zickzack geschaltet, der sekundäre Nulleiter ist ausgeführt, die Phasenlage zwischen den Sternspannungen 1V und 2V beträgt 330° . Die Schaltgruppe Dz6 ist in Abbildung 4.3.15 wiedergegeben.

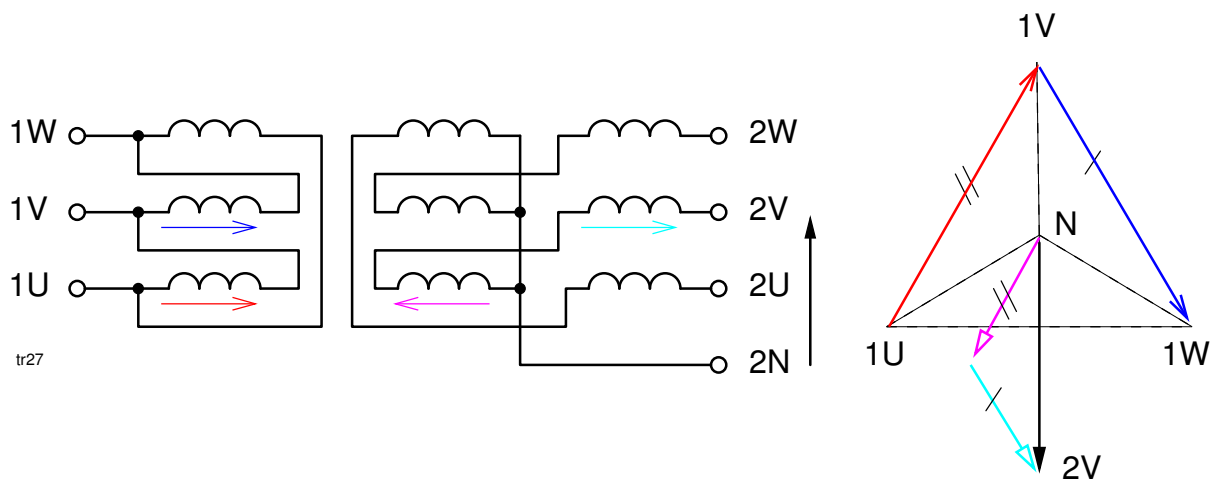


Abb. 4.3.15: Beispiel für die Schaltgruppe Dz6

4.3.7.6 Parallelschaltung

Bei steigendem Leistungsbedarf ist es wirtschaftlicher, einen zweiten Transformator parallel zu schalten als von vornherein einen größeren Transformator zu wählen (Eisenverluste!).

Dabei müssen die parallel zu schaltenden Transformatoren folgende Bedingungen erfüllen:

- gleiches Übersetzungsverhältnis, d. h. gleiche Nennspannungen für OS und US;
- gleiche relative Kurzschlußspannung

⁶man benutzt dazu die Spannungen 1V und 2V bezogen auf den vorhandenen oder angenommenen Sternpunkt

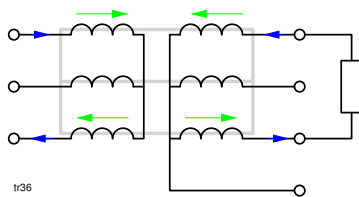


Abb. 4.3.16: Yyn, zweisträngig

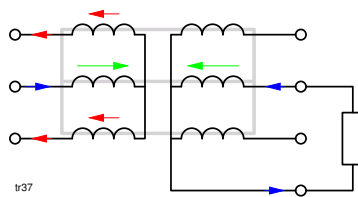


Abb. 4.3.17: Yyn, einsträngig

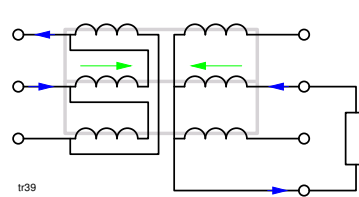


Abb. 4.3.18: Dyn-Schaltung

- gleiche Phasenlage der Ausgangsspannungen, d. h. passende Schaltgruppen
- Verhältnis der beiden Nennleistung nicht größer als 3:1.

4.3.7.7 Unsymmetrische Belastungen

Bei gleichmäßiger Belastung der drei Stränge kann sich ein Durchflutungsgleichgewicht einstellen (Oberschwingungen des Magnetisierungsstromes nicht berücksichtigt). Unsymmetrische Strombelastungen treten betriebsmäßig nur bei Verteilerttransformatoren in Stern- und Zickzackschaltungen auf.

Zweisträngige Belastung bei der Yyn-Schaltung

Die durch die Sekundärströme hervorgerufenen Durchflutungen werden durch die entsprechenden Primärströme vollständig kompensiert (Abbildung 4.3.16).

Einsträngige Belastung bei der Yyn-Schaltung

Besitzt die Primärwicklung einen herausgeführten Sternpunkt (YNyn), kann der Transformator sekundärseitig einphasig voll belastet werden. Fehlt der primäre Sternpunkt, ist eine direkte Kompensation durch einen Primärstrom nicht möglich. Da primärseitig die Stromsumme im Sternpunkt Null sein muß, fließen in den nicht betroffenen Schenkeln Primärströme, die zu gleichgerichteten Flüssen⁷ in allen drei Schenkeln führen (Abbildung 4.3.17). Diese Flüsse können sich bei der Kernbauform (Dreischenkelnkern) nur über die Luft (Streuung), beim Manteltyp (Fünfschenkelnkern) über die äußeren Joche schließen. Außerdem induzieren sie in den Strangwicklungen gleichgerichtete Zusatzspannungen⁸, die eine *Sternpunktverschiebung* bewirken. Beim Dreischenkelnkern ist eine einphasige Belastung bis $0.1 I_N$ möglich, beim Fünfschenkelnkern ist die Sternpunktverschiebung wegen der höheren Flüsse größer, so daß diese Schaltung einphasig kaum belastbar ist. Abhilfe bringt eine zusätzliche Dreieckwicklung (Abbildung 4.3.19), die bei einsträngiger Belastung den vorher nicht kompensierten Stromanteil ausgleicht (*Ausgleichswicklung*).

Einsträngige Belastung bei der Dyn-Schaltung

Die durch den Sekundärstrom hervorgerufene Durchflutung wird durch den entsprechenden Primärstrom vollständig kompensiert (Abbildung 4.3.18).

Einsträngige Belastung bei der Yzn-Schaltung

⁷Die Flüsse haben die gleichen Richtungen wie die Ströme.

⁸Die Spannungen haben die gleichen Richtungen wie die Flüsse.

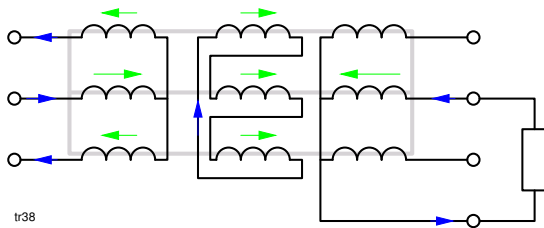


Abb. 4.3.19: Ausgleichswicklung

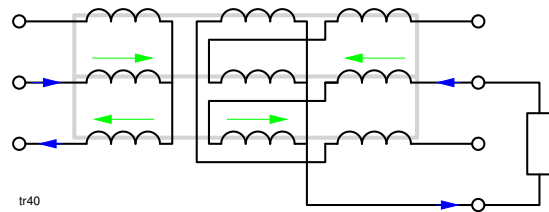


Abb. 4.3.20: Yzn, einsträngig

Durch die Verteilung der Belastung auf zwei Schenkel kann primärseitig vollständig kompensiert werden (Abbildung 4.3.20).

Vergleich der Schaltungen

Als Verteilerttransformatoren kommen wegen der guten einphasigen Belastbarkeit nur Zickzack- und Sternschaltungen auf der Sekundärseite in Frage (Yzn, Dyn).

Die Yy-Schaltung ohne Ausgleichswicklung ist in der Mantelbauweise und als Transformatorbank überhaupt nicht einphasig, in der Kernbauweise bis etwa 10 % I_N belastbar und kommt damit als Verteilerttransformator nicht in Betracht.

Der Isolationsaufwand für die OS-Wicklung ist bei der Dreieckschaltung höher (Anfang und Ende liegen auf U_N) als bei der Sternschaltung (zwischen Anfang und Ende liegt nur $U_N/\sqrt{3}$, das Ende liegt auf Erdpotential).

Maschinentransformatoren (Generator \Rightarrow Hochspannungsnetz) haben auf der Generatorseite eine Dreieckswicklung, auf der Netzseite sind sie in Stern geschaltet.

4.3.8 Aufbau und Bauformen

4.3.8.1 Werkstoffe

Zur Vermeidung von Wirbelströmen werden die Eisenkerne aus Blechen zusammengesetzt, die durch eine dünne Silikat-Phosphatschicht voneinander isoliert sind. Als Werkstoffe kommen Elektrobleche aus Eisen-Silizium Legierungen in Frage. Silizium erhöht den elektrischen Widerstand des Eisens und vermindert dadurch die Wirbelstromverluste. Während früher warmgewalzte, nicht kornorientierte Elektrobleche verwendet wurden, kommen heute nur noch kaltgewalzte, kornorientierte Bleche in Frage. Amorphe Bleche nehmen zur Zeit noch eine Ausnahmestellung ein.

Bei *kornorientierten* Blechen wird die ausgeprägte Anisotropie des Eisens ausgenutzt. Die magnetischen Eigenschaften sind in Walzrichtung besser (Vorzugsrichtung). Da es beim Transformator nur eine *Wechselmagnetisierung* gibt — im Gegensatz zur *Drehmagnetisierung* bei rotierenden Maschinen — ordnet man die Bleche mit ihrer Walzrichtung in Richtung des Hauptflusses an. Die spezifischen Ummagnetisierungsverluste liegen je nach Blechdicke (0,23 bis 0,35 mm) zwischen $p_{1,7/50} = 0,85$ bis 1,60 W/kg bei einer Induktion von 1,7 T und 50 Hz. Der *Stapelfaktor* k_{fe} beträgt etwa 0,95 bis 0,97.

Geringere Bedeutung haben *amorphe* Bleche. Sie besitzen geringere Ummagnetisierungsverluste bei höheren Frequenzen ($p_{1,5/50} = 0,15$ bis 0,4 W/kg und $p_{0,2/20\text{ kHz}} = 4$ bis 10 W/kg) und eignen sich für

Anwendungen im Mittelfrequenzbereich. Man stellt sie durch extreme Abkühlung ($\Delta T/\Delta t \approx 10^6 \text{ K/s}$) einer Schmelzlegierung aus Eisen, Kobalt und Nickel mit Zusätzen von Bor oder Silizium her. Als nachteilig für den Einsatz im Elektromaschinenbau erweisen sich die schwere Bearbeitbarkeit, die geringen Breiten (5 bis 30 mm), die geringen Dicken (max. 50 μm) und der daraus resultierende schlechte Stapelfaktor ($k_{fe} < 0,8$).

4.3.8.2 Kernaufbau

Die einzelnen Bleche werden wechselseitig geschichtet („verzapft“), um den Luftspalt und damit den Leerlaufstrom (Verluste) sowie die magnetischen Geräusche (magnetische Kräfte, nicht Magnetostriktion!) klein zu halten. Um die magnetische Vorzugsrichtung nicht zu unterbrechen, werden die Stoßstellen der Bleche schräg ausgeführt. Verschiebt man die Stoßfuge mehrmals seitlich, verringert sich der magnetische Engpaß weiterhin (*Step-lap* Schichtung).

In der verbreitetsten Ausführung hat der Spulenkörper einen kreisförmigen Querschnitt (Ausnahmen: Einphasentransformatoren kleinerer Leistung). Zur besseren Wicklungsausnutzung wird durch Stufung der Blechbreiten versucht, den Eisenquerschnitt an die Kreisform anzunähern. Der geometrische *Ausnutzungsfaktor* k_a wird umso besser, je feiner die Stufung gewählt wird. Gleichzeitig wachsen damit auch die Herstellungskosten.

$$A_{fe} = D^2 \frac{\pi}{4} k_a k_{fe} \quad (4.3.71)$$

2stufig 3stufig 5stufig

$k_a = 0,787$ $k_a = 0,851$ $k_a = 0,908$

Im allgemeinen werden die Blechpakete durch Bandagen oder durch Preßkonstruktionen zusammengepreßt. Bei Kleintransformatoren werden die Bleche mit Bolzen quer zum Eisen zusammengeschraubt. Die Bolzen müssen zur Vermeidung von magnetischen Schlüssen mit einer Isolierhülle vom Blech getrennt werden.

Statt des wechselseitigen Schichtens können Kerne auch *geklebt* und *gewickelt* werden. Die gewickelten Kerne (Ringbandkerne, Schnittbandkerne) weisen besonders geringe Streuverluste auf. Während *Ringbandkerne* mit speziellen Wickelvorrichtungen gewickelt werden müssen (rotierende Zuführer), werden *Schnittbandkerne* nach dem Wickeln aufgesägt und die Schnittflächen poliert. Nach dem Aufschieben der Spulenkörper halten Spannbänder die Kernhälften zusammen. Kleine Schnittbandkerne kann man unter Pressung auch verkleben.

Den von der Wicklung umschlossenen Teil des Eisenkerns bezeichnet man als *Schenkel*, *Säule* oder *Kern*, den unbewickelten als *Joch*.

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen Kerntyp und Manteltyp (Abb. 4.3.21)

Einphasige Kerntypen werden durch U/I-Blechschnitte, SM-Schnittbandkerne oder PU/PL-Blechschnitte hergestellt (siehe Folie). Für einphasige Manteltransformatoren kann man E/I-, M- oder MD-Blechschnitte verwenden.

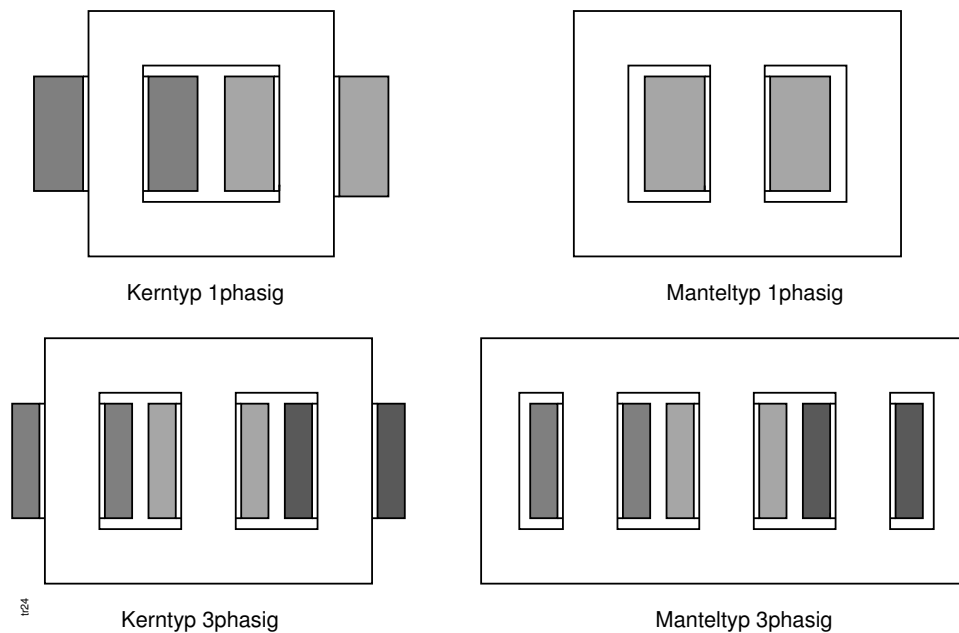


Abb. 4.3.21: Kern- und Manteltyp

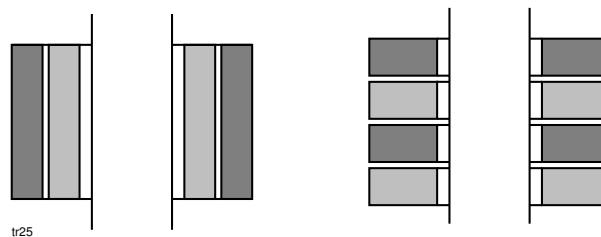


Abb. 4.3.22: Zylinder- und Scheibenwicklung

4.3.8.3 Wicklungen

Zylinderwicklungen werden ein- oder mehrlagig als Röhren *übereinander* gewickelt und finden nur bei niedrigen Betriebsspannungen (maximale Lagenspannung $< 150 \text{ V}$) Verwendung. Zur Vermeidung hoher Lagenspannungen macht man die „Röhren“ zu „Scheiben“. Bei dieser *Scheibenwicklung* werden OS- und US-Wicklung abwechselnd *nebeneinander* auf dem Kern angeordnet (Abbildung 4.3.22).

Aus isolationstechnischen Gründen wird die US-Wicklung als unterste Wicklung aufgebracht. Bei großen Stromstärken verwendet man statt Runddrähte Profildrähte, die zusätzlich noch in Teilleiter aufgeteilt werden können. Bei großen Leistungen verdreht man zusätzlich die Teilleiter zur Vermeidung von Zusatzkupferverlusten durch Stromverdrängung.

Die Streufelder beeinflussen die Kurzschlußspannung des Transformators. Man kann ihre Wirkung durch die Kernform (Ringkern, Schnittbandkern) und durch die Anordnung der Wicklungen beeinflussen (Abbildung 4.3.23).

Kleine Kurzschlußspannungen erreicht man

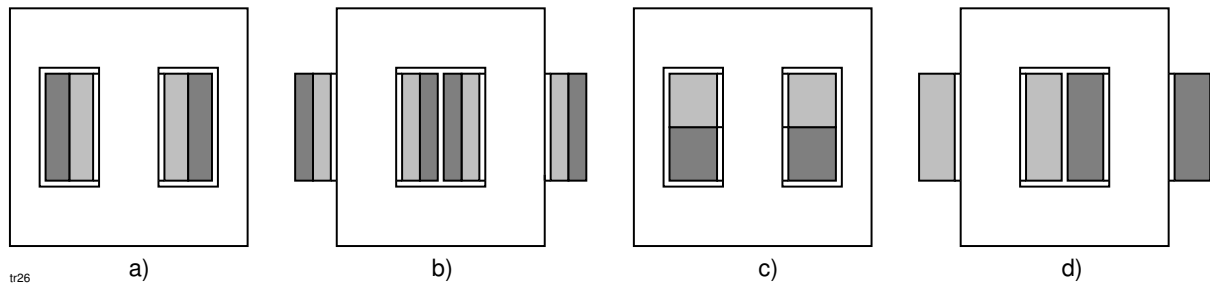


Abb. 4.3.23: Verschiedene Wicklungsanordnungen

- bei Manteltransformatoren durch übereinandergewickelte Wicklungen (Abb. 4.3.23-a)
- bei Kerntransformatoren, in dem man auf beiden Wickelkörpern jeweils einen Teil der US- und OS-Wicklung unterbringt (Abb. 4.3.23-b)

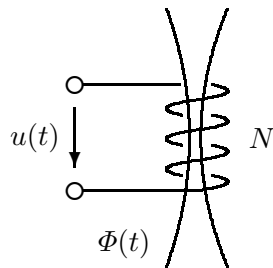
Große Kurzschlußspannungen erhält man

- beim Manteltransformator durch Scheibenwicklungen (Abb. 4.3.23-c)
- beim Kerntransformator durch getrenntes Anordnen von OS- und US-Wicklung auf je einen Schenkel (Abb. 4.3.23-d)
- durch ein zusätzliches Streujoch (Streifeldtransformator), welches unter Umständen verstellbar sein kann (Schweißtransformator).
- Beispiele: Spielzeugtrafo, Zündtrafo ($u_k=100\%$), Schweißtrafo, Trafo für Leuchtröhren, Klingeltrafo.

Bei Drehstromtransformatoren werden die Wicklungen in der Regel übereinandergewickelt, um kleine Streuungen zu erreichen. Bei größeren Betriebsspannungen müssen auch die kapazitiven Einflüsse der Wicklungen untereinander berücksichtigt werden. Da hierbei die Isolation sehr stark beansprucht wird, vor allem im Störfall (Überspannungen), gestaltet man den Wicklungsaufbau vorwiegend nach Isolationsgesichtspunkten.

4.3.9 Entwurfsgleichungen

4.3.9.1 Magnetischer Fluß und induzierte Spannung



$$\Phi(t) = \hat{\Phi} \sin \omega t \quad (4.3.72)$$

$$u(t) = N \frac{d\Phi}{dt} \quad (4.3.73)$$

$$= N \hat{\Phi} \omega \cos \omega t \quad (4.3.74)$$

$$= N \hat{\Phi} 2\pi f \cos \omega t \quad (4.3.75)$$

$$= \hat{u} \cos \omega t \quad (4.3.76)$$

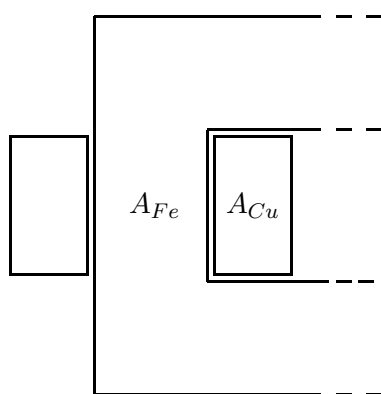
$$\hat{u} = N \hat{\Phi} 2\pi f \quad (4.3.77)$$

$$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \pi f \hat{\Phi} N \quad (4.3.78)$$

$$= 4.44 f \hat{\Phi} N \quad (4.3.79)$$

4.3.9.2 Wachstumsgesetz

Für die Entwicklung von Baureihen bedient man sich der Ähnlichkeitsgesetze (siehe dazu auch Anhang 2.7 und 2.9). Damit physikalische Vorgänge bei geometrischen Änderungen ähnlich ablaufen, müssen bestimmte Grundgrößen in einem festen Verhältnis stehen.



Für die Leistung eines Transformators gilt:

$$U_N = N \omega \Phi = N \omega B_N A_{Fe} \quad (4.3.80)$$

$$I_N \cdot N = A_{Cu} J_N \quad (4.3.81)$$

$$S_N = U_N I_N = \omega A_{Fe} A_{Cu} B_N J_N \quad (4.3.82)$$

Führt man den Längenmaßstab

$$\lambda_L = \frac{l_0}{l_1}$$

ein mit l_0 als ursprüngliche und l_1 als neue Länge, ergibt sich für das Leistungsverhältnis zweier Transformatoren bei gleicher Stromdichte J_N und Induktion B_N

$$\frac{S_{N0}}{S_{N1}} = \frac{\omega A_{Fe0} A_{Cu0} B_N J_N}{\omega A_{Fe1} A_{Cu1} B_N J_N} = \lambda_L^2 \lambda_L^2 = \lambda_L^4 \quad (4.3.83)$$

Für das Massenverhältnis gilt bei gleichen Werkstoffen ($\lambda_\rho = 1$)

$$\frac{m_0}{m_1} = \lambda_\rho \lambda_L^3 = \lambda_L^3 \quad (4.3.84)$$

und für die zur Kühlung zur Verfügung stehende Oberfläche erhält man

$$\frac{O_0}{O_1} = \lambda_L^2. \quad (4.3.85)$$

Man erkennt, daß bei geometrischer Ähnlichkeit und konstanten *Entwurfsgrößen* B_N und J_N (bei rotierenden Maschinen auch die Drehzahl n) sich die Leistung mit der 4., das Gewicht mit der 3. und die Oberfläche mit der 2. Potenz ändern, also unähnlich sind.

4.3.9.3 Bestimmung der Baugröße

Die Hauptaufgabe besteht darin, bei Vorgabe der zu übertragenden Leistung die Verluste im Transformator so gering wie möglich zu halten. Nach Gleichung (3.4.37) (siehe Kapitel 3.4.6, Seite 3.4.9) beeinflussen die Wicklungsverluste $P_{Cu} = f(J)$ und die Eisenverluste $P_{Fe} = f(B)$ den Wirkungsgrad bei konstanter Frequenz.

Die erste Bestimmungsgleichung für die Baugröße erhält man durch Umformung der Gleichung (4.3.80) zu

$$A_{Fe} = \frac{U_N}{\omega N B_N} \quad (4.3.86)$$

Mit Rücksicht auf den Magnetisierungsstrom und die magnetischen Geräusche wird man die Induktion B_N nicht zu hoch wählen, was zu einer Zunahme der Masse führt.

Das *Wickelfenster* muß die Primär- und Sekundärwicklung aufnehmen können. Bei vorgegebener Stromdichte J_N benötigt man die Leiterquerschnitte $A_{L1} = I_1/J_N$ und $A_{L2} = I_2/J_N$. Der von den Wicklungen beanspruchte Kupferquerschnitt beträgt dann $A_{Cu} = N_1 A_{L1} + N_2 A_{L2}$ und mit $I_1 N_1 = I_2 N_2$ erhält man für den notwendigen Platzbedarf für *beide* Wicklungen die zweite Bestimmungsgleichung

$$A_{Cu} = 2 \frac{I_1 N_1}{J_N} = 2 \frac{I_2 N_2}{J_N} = 2 \frac{I_N N}{J_N} \quad (4.3.87)$$

Die Stromdichte J_N ist abhängig von der maximal zulässigen Erwärmung (Kühlungsart) und wird eigentlich nur von der Baugröße bestimmt entsprechend Gleichung (4.3.85).

Aus den beiden Bestimmungsgleichungen ergibt sich, daß bei Vorgabe der zu transformierenden Leistung $S_N = U_N I_N$ die Windungszahl N , die Größe des Wickelfensters A_{Cu} und der Eisenquerschnitt A_{Fe} frei wählbar sind. Die folgenden Überlegungen grenzen die Auswahl dieser Parameter ein:

- **N klein:** große Windungsspannung; daraus folgt

$$U = N \frac{d\Phi}{dt} \implies \Phi \text{ groß} \implies A_{Fe} \text{ groß} \quad (4.3.88)$$

$$A_L N \text{ klein} \implies A_{Cu} \text{ klein.} \quad (4.3.89)$$

Es wird nur ein kleines Wickelfenster benötigt, die Wicklungsverluste werden klein, dagegen erhöht sich die Masse des Transformators wegen der erforderlichen Schenkelquerschnitte. Insgesamt werden die Verluste geringer ausfallen.

- N **groß**: kleine Windungsspannung; analog ergibt sich

$$U = N \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \Phi \text{ klein} \Rightarrow A_{Fe} \text{ klein} \quad (4.3.90)$$

$$A_L N \text{ groß} \Rightarrow A_{Cu} \text{ groß.} \quad (4.3.91)$$

Wegen des großen Wickelfensters steigen die Wicklungsverluste, dafür ergibt sich eine kleinere Eisenmasse wegen des geringeren Schenkelquerschnittes. Insgesamt steigen dadurch die Verluste.

Wie man sieht, stellt die günstige Wahl von A_{Cu} und A_{Fe} einen Kompromiß zwischen Eisen- und Kupferverlusten dar, bei dem wirtschaftliche Faktoren berücksichtigt werden müssen.

Für die Baugröße bezieht man sich im allgemeinen auf den Schenkelquerschnitt A_{Fe} und drückt den Kupferquerschnitt im Verhältnis zum Eisenquerschnitt aus:

$$A_{Fe} = \alpha A_{Cu} = \sqrt{\alpha \alpha A_{Cu} A_{Cu}} = \sqrt{\alpha A_{Fe} A_{Cu}} = \sqrt{\alpha \frac{2U_N I_N}{\omega B_N J_N}} \quad (4.3.92)$$

Aus dieser Gleichung erkennt man, daß bei konstantem α die Baugröße mit der Scheinleistung zu- und mit der Frequenz abnimmt.

Tatsächlich müssen weitere konstruktive Größen berücksichtigt werden (Füllfaktoren, Ausnutzungszahlen), die dann zu der Entwurfsgleichung (4.3.93) führen.

4.3.9.4 Ausnutzungszahlen

Beim Entwurf eines Transformators werden zunächst die Abmessungen von Kern und Wicklungen mit Hilfe der *Ausnutzungszahlen* und im Vergleich ähnlicher Transformatoren bestimmt. Danach werden die weiteren Größen berechnet. Stimmt das Ergebnis nicht mit den geforderten Daten überein, muß der erste Entwurf korrigiert und das gesamte Berechnungsverfahren wiederholt werden.

Die Ausnutzungszahlen basieren vorwiegend auf Erfahrungswerte.

Kerninduktion

Die Kerninduktion ist abhängig von der Blechsorte. Für Leistungen $> 100 \text{ kVA}$ wählt man kornorientiertes Blech mit einer Nenninduktion von 1.5 bis 1.7 T mit Rücksicht auf den Leerlaufstrom. Bei warmgewalzten Blechen setzt man Induktionen von 1.3 bis 1.5 T, bei Kleintransformatoren sogar nur von 1.0 bis 1.2 T ein.

Stromdichte

Öltransformatoren lassen sich mit Stromdichten von $3 - 4 \text{ A/mm}^2$ auf der Unterspannungsseite betreiben. Für die Oberspannungswicklung liegen diese Werte etwa um 10 % niedriger wegen der schlechteren Wärmeabfuhr durch die stärkere Isolierung. Bei Trockentransformatoren sind Stromdichten von $2 - 2.5 \text{ A/mm}^2$ üblich. Für Klein- und Kleinsttransformatoren können weitaus höhere Stromdichten gewählt werden, da die auf die Leistung bezogene Oberfläche mit kleiner werdender Leistung zunimmt, z. B. 9 A/mm^2 bei 3 VA, 6 A/mm^2 bei 15 VA, 4 A/mm^2 bei 60 VA. Außerdem trägt auch der Eisenkern bei kleinen Abmessungen zur Wärmeabfuhr bei.

Bezeichnung, Typ:	SM42	SM55	SM65	SM74	SM85a	SM85b	SM102a	SM102b
Eisenquerschnitt / cm ²	1.44	2.92	4.48	6.28	8.02	11.32	10.42	15.56
mittl. Eisenweglänge / cm	9.8	12.4	14.6	16.5	18.3	18.3	22.2	22.2
Eisengewicht / kg	0.108	0.276	0.5	0.792	1.122	1.584	1.77	2.642
mittl. Windungslänge / cm	8.7	11.3	13.8	16	17	19.6	19.7	23.2
Sekundärleistung / VA	5.3	21.1	45.7	84	115	159	206	300
magnetische Induktion / T	1.75	1.76	1.87	1.79	1.78	1.76	1.79	1.78
Wirkungsgrad	0.55	0.75	0.82	0.87	0.88	0.9	0.91	0.92
Stromdichte / A/mm ²	7	5.3	4.4	3.83	3.8	3.72	3.28	3.15
Kupferverluste / W	4.1	6.4	48.7	11.1	12.7	13.7	16.9	18.3
Eisenverluste / W	0.246	0.64	1.18	1.89	2.64	3.69	4.23	6.21
Windungszahl pro 1 V	37	18.18	11.76	8.33	6.66	4.76	5.26	3.45

Tabelle 4.3.1: Schnittbandkern SM, kornorientiertes Transformatorenblech

Kernquerschnitt

Der Kerndurchmesser d_k wird aus der Entwurfs- (Leistungs-) Gleichung analog zur Gleichung (4.3.92)

$$d_k = \sqrt[4]{\frac{S_N}{C}} \quad (4.3.93)$$

abgeleitet. Für die Leistungskonstante C (*Esson'sche Zahl*) setzt man je nach Konstruktion und Kühlkonzept Werte zwischen $40 - 60 \cdot 10^{-4} \text{ kVA/cm}^4$ an. Bei Einphasentransformatoren beträgt der Durchmesser $1.5 d_k$. Tatsächlich ist der Eisenquerschnitt nicht kreisförmig, bei größeren Leistungen wird er jedoch angestrebt zwecks besserer Ausnutzung der kreisförmigen Spulenquerschnitte, und zwar durch Stufung der Blechbreiten (siehe Kapitel 4.3.8.2, Seite 4.3.19). Der Eisenfüllfaktor k_{Fe} berücksichtigt die Isolation und Stapelfähigkeit der Bleche. Je nach Blechsorte liegt k_{Fe} zwischen 0.9 und 0.97.

4.3.9.5 Kleintransformatoren

Kleintransformatoren werden als Massenprodukt nicht mehr berechnet. Die Hersteller bieten zu jedem Blechschnitt komplette Tabellen an, aus denen bei vorgegebener Sekundärleistung von den Windungszahlen bis zum Wirkungsgrad alle Werte entnommen werden können (siehe Tabelle 4.3.1 und 4.3.2). Weitere Erleichterungen für den Konstrukteur bieten die umfangreichen DIN-Normen.

4.3.10 Magnetisierungsstrom und magnetischer Fluß

Betrieibt man einen Transformator an einem Netz mit sinusförmiger Spannung, muß sich aufgrund des Induktionsgesetzes der magnetische Fluß ebenfalls sinusförmig ändern, auch wenn der Eisenkern gesättigt ist. Wegen $B \sim \Phi$ läßt sich aus dem sinusförmigen B-Verlauf an der Magnetisierungskennlinie (MKL) der H-Verlauf bestimmen und folglich wegen $I_\mu \sim H$ der Magnetisierungsstrom.

Vernachlässigt man vorerst die Hysterese und analysiert den Stromverlauf, ergeben sich neben der Grundschwingung je nach Aussteuerung (Amplitude von U_1) *ungeradzahlige Oberschwingungen*, die mit zunehmender Ordnungszahl abnehmen. Im allgemeinen betrachtet man nur die 3. *Oberschwingung*.

Bezeichnung, Typ:	M42	M55	M65	M74	M85a	M85b	M102a	M102b
Eisenquerschnitt / cm ²	1.6	3.2	4.9	6.9	8.6	12	11	16.5
mittl. Eisenweglänge / cm	10.2	13.1	15.5	17.6	19.7	19.7	23.8	23.8
Eisengewicht / kg	0.125	0.32	0.58	0.93	1.29	1.81	2	3
Anzahl der Bleche	41	58	76	92	91	128	99	149
mittl. Windungslänge / cm	8.7	11.3	13.8	16	17	19.6	19.7	23.2
Sekundärleistung / VA	4.1	16.7	36.4	67	90	120	159	224
magnetische Induktion / T	1.39	1.41	1.43	1.44	1.42	1.4	1.44	1.41
Wirkungsgrad	0.483	0.7	0.78	0.83	0.85	0.87	0.87	0.89
Stromdichte / A/mm ²	6.9	5.1	4.26	3.68	3.65	3.52	3.12	2.95
Kupferverluste / W	3.96	6.1	8.2	10.2	11.6	12.3	15.3	16.1
Eisenverluste / W	0.43	1.14	2.11	3.44	4.69	6.4	7.4	10.8
Windungszahl pro 1 V	20.25	9.98	6.43	4.53	3.96	2.32	2.84	1.94

Tabelle 4.3.2: M-Kernbleche, 0.35 mm, 1.3 W/kg bei 1 T, $k_{Fe} = 0.94$

Den Einfluß der nichtlinearen MKL auf den Magnetisierungsstrom kann man recht einfach analytisch demonstrieren (Taschenrechner).

Dazu beschreibt man die MKL z. B. mittels der Funktion

$$\Phi(i) = \tanh i.$$

Bei sinusförmigem Flußverlauf

$$\Phi(t) = \hat{\Phi} \sin t$$

erhält man den Stromverlauf durch die Umkehrfunktion

$$i(t) = \operatorname{Arth} \Phi(t).$$

Durch Variation der Aussteuerung $\hat{\Phi} = 0.5 \dots 1$ erhält man den typischen Stromverlauf nach Abbildung 4.3.24.

Diesen Stromverlauf sieht man experimentell sofort, wenn man den Leerlaufstrom eines Transformators bei steigender Eingangsspannung oszilloskopiert.

Wegen des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen Φ und I_μ und der Definition der Induktivität $L \sim \frac{\Phi}{I}$ ist die Hauptinduktivität stromabhängig, also $L_h = f(I)$. Aus der o. a. Definition ergibt sich die Induktivität aus der Steigung der MKL, die ja gerade $\frac{\Delta\Phi}{\Delta I}$ beträgt. Dabei entspricht die Anfangssteigung dem ungesättigten (Nenn-) Wert der Hauptinduktivität. Den prinzipiellen Verlauf der Induktivität erhält man bei der analytischen Auswertung (s. o.), in dem man $\Phi(i)$ nach i differenziert, also

$$L(i) \sim \frac{d\Phi(i)}{di} \sim \frac{1}{\cosh^2 i}.$$

Mit diesen Vorgaben lassen sich die bisher entwickelten Modelle erweitern und das Zeitverhalten simulieren.

Will man die Hysterese berücksichtigen, muß man je eine MKL für die Auf- und Abmagnetisierung vorgeben (siehe Abbildung 4.3.25). Zur Berechnung des Stromverlaufes muß außerdem die Magnetisierungsrichtung beachtet werden. Wegen der unterschiedlichen MKL ergibt sich beim Aufmagnetisieren ein anderer Stromverlauf wie beim Abmagnetisieren. Der Magnetisierungsstrom ist nicht mehr symmetrisch bezogen auf den Zeitpunkt seines Maximal-/Minimalwertes.

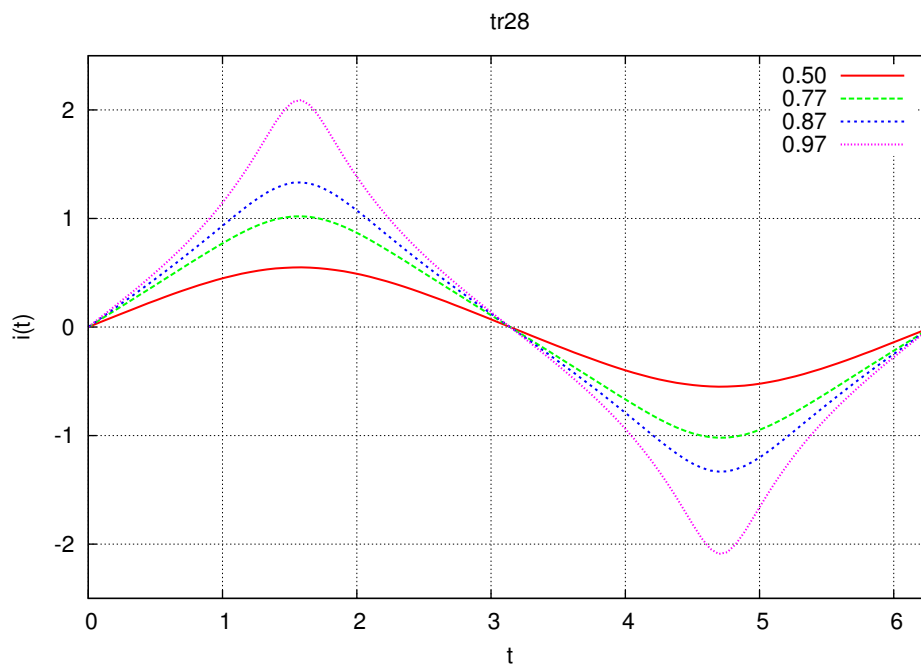


Abb. 4.3.24: Stromverlauf bei sinusförmigem Flußverlauf mit unterschiedlichen Amplituden

Abbildung 4.3.26 zeigt den berechneten Stromverlauf in einer Induktivität unter Verwendung der MKL nach Abbildung 4.3.25. Analysiert man den Stromverlauf (Fourier), ergeben sich für die Grundschiwingung folgende Werte:

$$i_1(t) = (4.24 \sin \omega t + 0.644 \cos \omega t) \text{ A}$$

$$I_1 = 3.03 \text{ A}$$

$$P_1 = \frac{311.1}{\sqrt{2}} \text{ V} \cdot \frac{0.644}{\sqrt{2}} \text{ A} = 99.5 \text{ W}$$

$$Q_1 = \frac{311.1}{\sqrt{2}} \text{ V} \cdot \frac{4.24}{\sqrt{2}} \text{ A} = 659.5 \text{ var.}$$

Der unsymmetrische Stromverlauf enthält eine Komponente, die zur Wirkleistung beiträgt und im Ersatzschaltbild durch den Widerstand R_{fe} berücksichtigt wird.

Die *dritte Oberschwingung* wirkt sich bei Drehstromtransformatoren aus. Analog wie beim Einphasentransformator fließt in den drei Strängen der Magnetisierungsstrom mit den entsprechenden Oberschwingungen. Die dritte Oberschwingung ist in allen Strängen gleichphasig. Bei der *Dreieckschaltung* kann deshalb ein *Kreistrom* mit *dreifacher Netzfrequenz* fließen. Er erzeugt zusätzliche Eisenverluste. Die *Netzströme* enthalten diese Oberschwingungen *nicht*.

Bei der *Sternschaltung* können diese Ströme nicht fließen, da die Stromsumme am Sternpunkt Null sein muß. Die *Strangströme* sind *rein sinusförmig*. Konstruiert man aus einem Sinusstrom anhand der

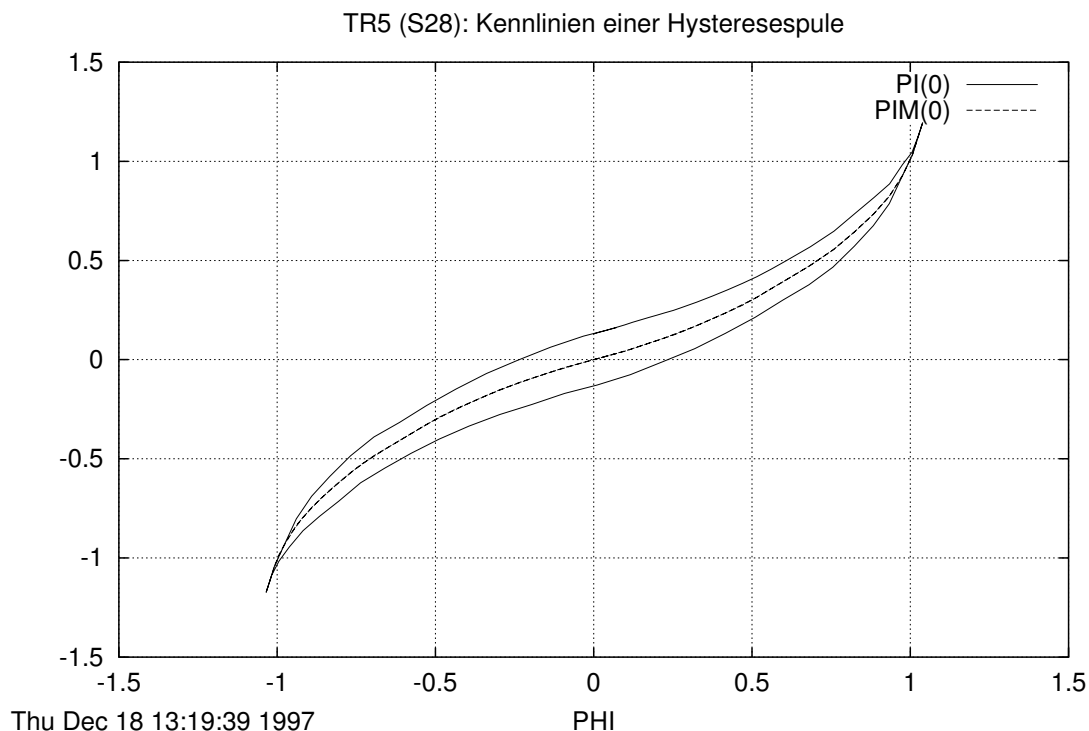


Abb. 4.3.25: Magnetisierungskennlinie mit Hysterese

MKL den dazugehörigen Fluß, stellt man fest, daß jetzt der *Fluß* *Anteile der dreifachen Netzfrequenz* enthält und somit auch die *Strangspannungen*. Die Ausprägung des höherfrequenten Flusses hängt von der Möglichkeit des magnetischen Rückschlusses ab: bei Manteltransformatoren über die Joche, bei Kerntransformatoren nur über die Luft bzw. ferromagnetische Konstruktionsteile (z. B. Kessel).

Der Flußverlauf läßt sich ebenfalls analytisch demonstrieren. Da jetzt der Strom sinusförmig vorgegeben ist

$$I(t) = \hat{I} \sin t$$

ergibt sich für den Fluß

$$\Phi(t) = \tanh I(t).$$

Auch hier ändert sich die Kurvenform in Abhängigkeit von der Stromamplitude (siehe Abbildung 4.3.27, hier $\hat{I} = 0.5 \dots 2$).

4.3.11 Spartransformator

Schaltet man zwei Wicklungen eines Transformators so in Reihe, daß eine Wicklung von der Primär- und Sekundärseite gemeinsam genutzt wird, entsteht ein Spartransformator (Abb. 4.3.28). Die gemeinsame Wicklung bezeichnet man als *Parallelwicklung*, die andere als *Reihenwicklung*.

- Der Spartransformator kann von beiden Seiten betrieben werden.

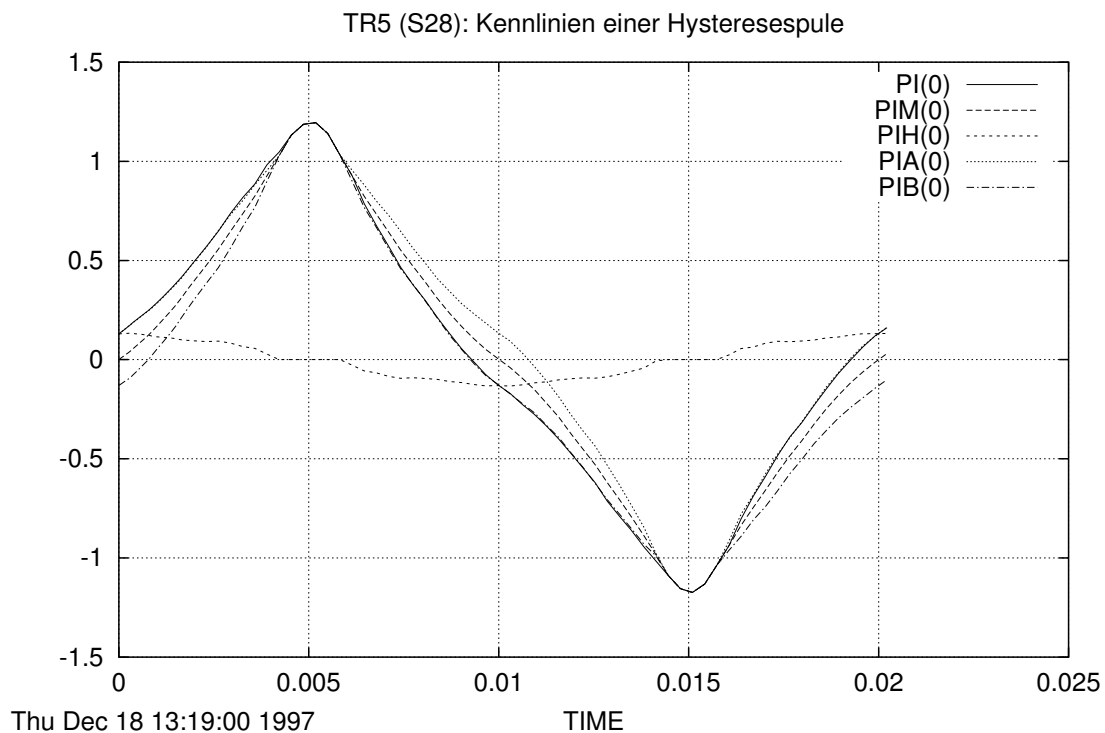


Abb. 4.3.26: Stromverlauf unter Berücksichtigung der MKL mit Hysterese

- Primär- und Sekundärseite sind galvanisch miteinander verbunden (Nachteil).
- Die gemeinsame Wicklung reduziert Materialkosten, Gewicht und Verluste (Vorteil).

Schaltet man Reihen- und Parallelwicklung getrennt (*Vollschaltung*, Abb. 4.3.29), gilt für die *Typenleistung* unter Vernachlässigung der Verluste und des Magnetisierungsstromes

$$S_T = U_1 I_p = U_r I_2 \quad (4.3.94)$$

Mit der *Sparschaltung* läßt sich die *Durchgangsleistung*

$$S_D = U_1 I_1 = U_2 I_2 \quad (4.3.95)$$

übertragen. Aus

$$\frac{S_T}{S_D} = \frac{U_r I_2}{U_2 I_2} = \frac{U_r}{U_2} = \frac{U_2 - U_1}{U_2} \quad (4.3.96)$$

bestimmt man die Typenleistung S_T eines Spartransformators, der die Durchgangsleistung S_D übertragen soll, mit

$$S_T = S_D \left(1 - \frac{U_1}{U_2} \right). \quad (4.3.97)$$

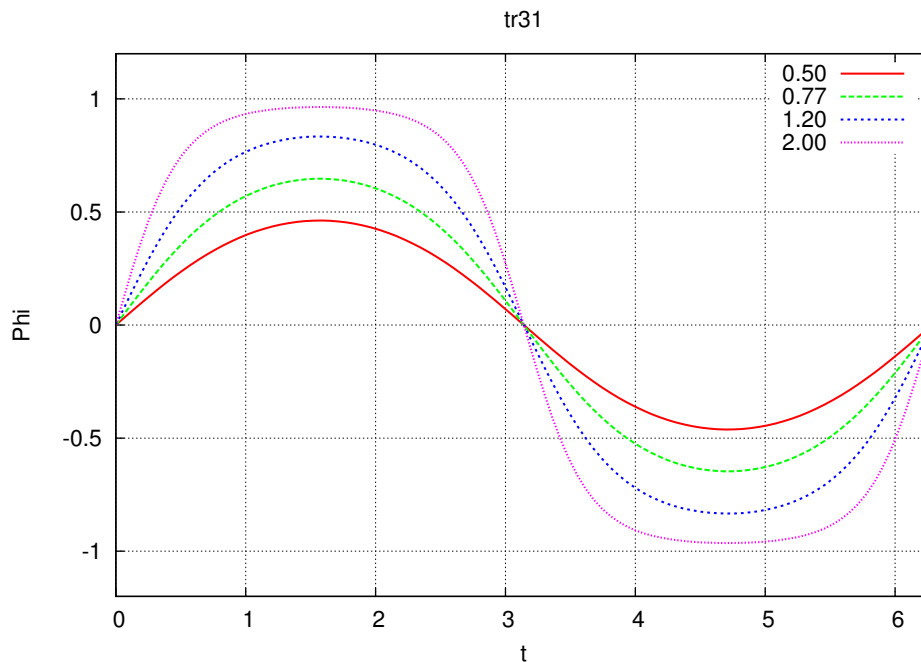


Abb. 4.3.27: Flußverlauf $\Phi(t)$ bei eingprägtem, sinusförmigen Strom

Je mehr sich das Übersetzungsverhältnis der Spannungen dem Wert 1 nähert, desto kleiner kann die Typenleistung und damit der Materialaufwand (Kernquerschnitt, etc.) gewählt werden.

Beim Spartransformator wird die Typenleistung ($U_r I_2$) transformatorisch, der Anteil $U_1 I_2$ galvanisch übertragen. Der Strom I_p in der gemeinsamen Wicklung ergibt sich aus der Differenz der primären und sekundären Nennströme

$$I_p = I_1 - I_2. \quad (4.3.98)$$

Zur Bestimmung der *Kurzschlußströme* berechnet man zuerst den der Vollschtaltung entsprechend Gleichung (3.4.35) (siehe Kapitel 3.4.5.2, Seite 3.4.7)

$$I_{KT} = \frac{U_{1N}}{Z} = \frac{U_{1N}}{Z} \cdot \frac{I_{1N}}{I_{1N}} = I_{1N} \cdot \frac{U_{1N}}{Z \cdot I_{1N}} = I_{1N} \cdot \frac{U_{1N}}{U_{1k}} = \frac{I_{1N}}{u_k}. \quad (4.3.99)$$

In der Sparschaltung verringert sich die Kurzschlußspannung auf

$$u_{KD} = u_k \left(1 - \frac{U_1}{U_2} \right) \quad (4.3.100)$$

und der Kurzschlußstrom vergrößert sich auf

$$I_{KD} = \frac{I_{KT}}{1 - \frac{U_1}{U_2}}. \quad (4.3.101)$$

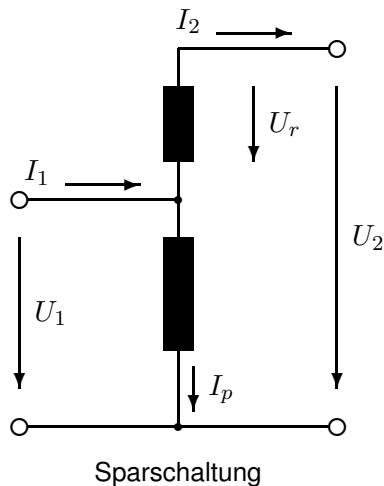


Abb. 4.3.28: Sparschaltung

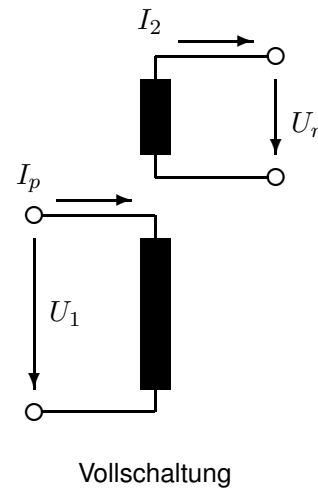


Abb. 4.3.29: Vollschaltung

- Der Spartransformator führt höhere Kurzschlußströme als der Volltransformator (Nachteil).

Spartransformatoren werden eingesetzt

- zum Ausgleich von Spannungsschwankungen (in Verbindung mit Stufenschaltern),
- als Anlaßtransformator,
- als Netzkupplungstransformator in Höchstspannungsnetzen (wegen der im Grenzleistungsbereich doch enormen Materialeinsparung).

Dem erhöhten Kurzschlußstrom muß unter Umständen mit geeigneten Maßnahmen (z. B. mit zusätzlichen Drosseln) begegnet werden.

4.3.12 Einschaltstrom (Rush)

Schaltet man einen leerlaufenden Transformator an eine Wechselspannung

$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \alpha),$$

entstehen zum Einschaltzeitpunkt $t = 0$ je nach Nullphasenwinkel α unterschiedliche, elektromagnetische Ausgleichsvorgänge.

Im günstigsten Fall, für $\alpha_{min} \approx 90^\circ$, stellt sich sofort der stationäre Leerlaufstrom ein.

Im ungünstigsten Schaltaugenblick, für $\alpha_{max} = \alpha_{min} \pm 90^\circ$, überlagert sich dem Leerlaufstrom ein Gleichstrom, der exponentiell abklingt. Bei linearem Transformator ohne Remanenz beträgt der Scheitelwert das Doppelte des stationären Einschaltstromes. Berücksichtigt man die Sättigung und einen evtl. vom letzten Ausschalten vorhandenen Remanzfluß im Eisen, können die Einschaltströme das 10–20fache des stationären Stromes annehmen. Eine thermische Überlastung tritt nicht ein, da die Zeitkonstante der überlagerten e-Funktion klein ist. Es treten jedoch hohe Stromkräfte in den Wicklungen auf. Weiterhin müssen Schutz Einrichtungen (Sicherungen etc.) die erhöhten Einschaltströme berücksichtigen.

Zum Zeitpunkt $t = -0$ ist der RL-Kreis energieelos. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird eine sinusförmige Spannung mit dem Nullphasenwinkel α angelegt. Gesucht ist $i(t)$ in Abhängigkeit von α .

Anregung:

$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \alpha) \quad (4.3.102)$$

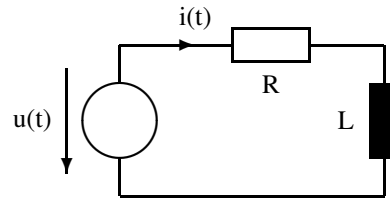
$$= a \sin \omega t + b \cos \omega t \quad (4.3.103)$$

mit

$$a = \hat{u} \cos \alpha \quad (4.3.104)$$

$$b = \hat{u} \sin \alpha \quad (4.3.105)$$

$$\frac{b}{a} = \tan \alpha \quad (4.3.106)$$



Aus Maschenumlauf ergibt sich die Differentialgleichung

$$u_R + u_L = u(t) \quad (4.3.107)$$

$$iR + L \frac{di}{dt} = u(t) \quad (4.3.108)$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{u(t)}{L} \quad (4.3.109)$$

Lösung der homogenen Dgl. ($\lambda = -\frac{R}{L}$):

$$i_h(t) = K e^{-\frac{R}{L}t} \quad (4.3.110)$$

Ansatz für partikuläre Lösung:

$$i_p(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (4.3.111)$$

$$\frac{di_p}{dt} = -\omega A \sin \omega t + \omega B \cos \omega t \quad (4.3.112)$$

Einsetzen in (4.3.109):

$$-\omega A \sin \omega t + \omega B \cos \omega t + \frac{R}{L}A \cos \omega t + \frac{R}{L}B \sin \omega t = \frac{a}{L} \sin \omega t + \frac{b}{L} \cos \omega t \quad (4.3.113)$$

Koeffizientenvergleich:

$$-\omega A + \frac{R}{L}B = \frac{a}{L} \quad (4.3.114)$$

$$\omega B + \frac{R}{L}A = \frac{b}{L} \quad (4.3.115)$$

Nach A auflösen (B wird vorläufig nicht benötigt, s. u.):

$$A = \frac{\frac{b}{L} - \frac{\omega L}{R} \frac{a}{L}}{\frac{\omega^2 L}{R} + \frac{R}{L}} \quad (4.3.116)$$

Allgemeine Lösung:

$$i(t) = i_h(t) + i_p(t) \quad (4.3.117)$$

$$= K e^{-\frac{R}{L}t} + A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (4.3.118)$$

Zur Bestimmung von K Anfangsbedingung $i(0) = 0$ einsetzen:

$$0 = K \cdot 1 + A \cdot 1 + B \cdot 0 \quad (4.3.119)$$

$$K = -A \quad (4.3.120)$$

$$i(t) = -A e^{-\frac{R}{L}t} + A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (4.3.121)$$

Minimum Der Gleichstromanteil wird durch die e-Funktion erzeugt. Er verschwindet, wenn $A = 0$ ist. Gleichung (4.3.116) liefert dann

$$\frac{b}{L} = \frac{\omega a}{R} \longrightarrow \frac{b}{a} = \frac{\omega L}{R} \quad (4.3.122)$$

Wegen (4.3.106) ergibt sich

$$\tan \alpha = \frac{\omega L}{R} = \frac{X}{R} \quad (4.3.123)$$

Der Gleichanteil verschwindet für den Nullphasenwinkel

$$\boxed{\alpha_{min} = \arctan \frac{X}{R}} \quad (4.3.124)$$

Maximum

$$\alpha_{max} = \alpha_{min} \pm 90^\circ \quad (4.3.125)$$

Beispiel Leerlauf des 167 kVA Transformators mit $R_1 = 2.4 \Omega$, $X_h = 5088 \Omega$:

$$\begin{aligned} \alpha_{min} &= \arctan \frac{5088}{2.4} = 89.973^\circ \\ \alpha_{max} &\approx 0^\circ \text{ oder } 180^\circ \\ \tau &= \frac{L}{R} = \frac{16.2}{2.4} \text{ s} = 6.75 \text{ s} \end{aligned}$$

Abb. 4.3.30 zeigt die Simulation des Einschaltstromes in Abhängigkeit vom Nullphasenwinkel bei einer *eisenlosen* Induktivität. Man erkennt, dass sich im günstigsten Fall sofort der stationäre Strom einstellt, im ungünstigsten Fall wird der Einschaltstrom doppelt so groß wie der stationäre Strom. Der Strom bleibt sinusförmig.

Extremer werden die Verhältnisse, wenn die Magnetisierungskennlinie berücksichtigt werden muss. Je nach Einschaltzeitpunkt und Aussteuerung der Kennlinie ergeben sich Einschaltströme, die ein Vielfaches des stationären Stromes betragen können (siehe Abb. 4.3.31). Unter Umständen kann ein vorhandener Restmagnetismus noch ungünstiger auf die Höhe des Einschaltstromes wirken. In der Abbildung erkennt man deutlich, dass der Strom nicht mehr sinusförmig ist.

4.3.13 Strom- und Spannungswandler

Die Strom- und Spannungswandler gehören zu den Sondertransformatoren. Ihre hauptsächliche Aufgabe besteht in der Transformation von Spannungen und Strömen auf genormte, einfach meßbare Werte und zur galvanischen Trennung von Last- und Meßkreis. Die „übertragene“ Nennleistung ist $< 100 \text{ VA}$.

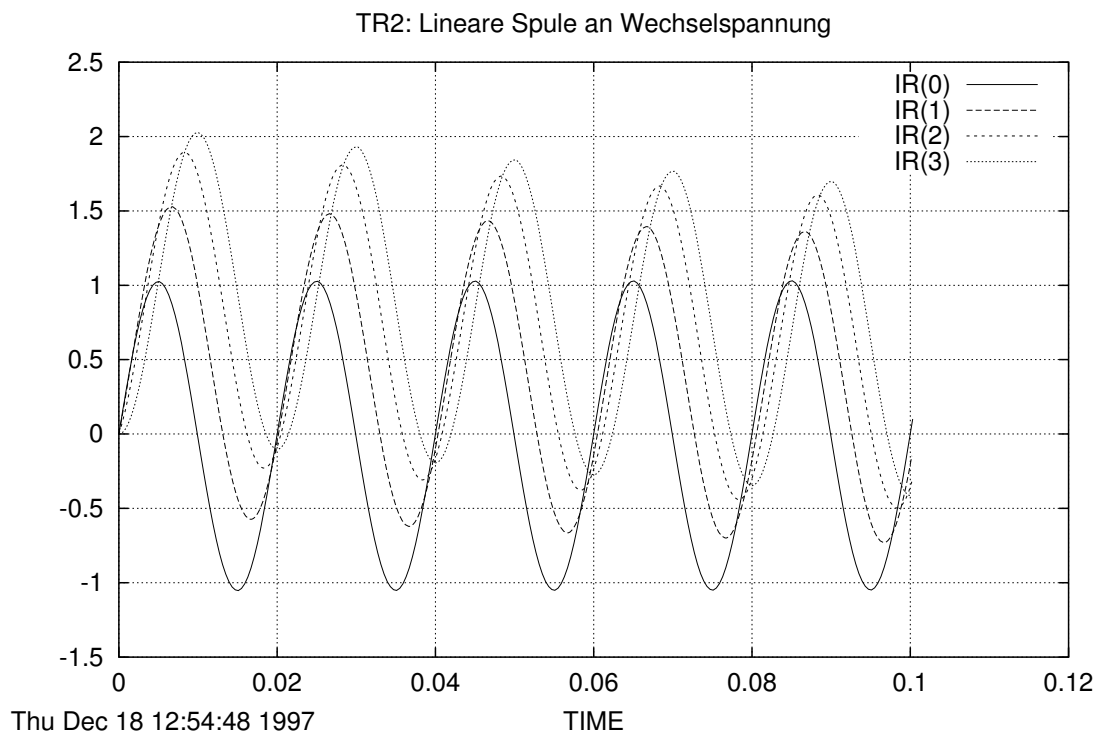


Abb. 4.3.30: Einschaltstrom bei einer *eisenlosen* Spule in Abhängigkeit vom Einschaltzeitpunkt

4.3.13.1 Begriffe

Bürde bei Stromwandlern der Scheinwiderstand Z , bei Spannungswandlern der Scheinleitwert S der sekundär angeschlossenen Geräte einschließlich der Zuleitungen;

Fehlwinkel Phasenverschiebung zwischen I_2 und I_1 bei Stromwandlern bzw. U_2 und U_1 bei Spannungswandlern; der Fehlwinkel ergibt sich aus dem Leerlaufstrom I_0 ; um ihn klein zu halten, beträgt die mittlere Kerninduktion nur 0.1 – 0.2 T;

Nennbürde Bürde von Strom- und Spannungswandlern, auf die sich die Bestimmungen über die Fehlergrenzen beziehen (Bürdenleistungsfaktor $\cos \beta = 0.8$);

Nennübersetzung Übersetzungsverhältnis I_{1N}/I_{2N} bei Stromwandlern und U_{1N}/U_{2N} bei Spannungswandlern; die Angabe erfolgt als ungekürzter Bruch;

Nennüberstromziffer bei Stromwandlern Vielfaches von I_{1N} , bei dem der Stromfehler bei Nennbürde –10 % beträgt;

Reihenspannung diejenige genormte Spannung, für die die Isolation (gemäß VDE 0111) bemessen ist.

4.3.13.2 Spannungswandler

Spannungswandler sind Transformatoren, die nahezu im *Leerlauf* arbeiten (Abb. 4.3.32). Sie halten die primärseitige Hochspannung von den angeschlossenen Meß- und Schutzkreisen entfernt und erweitern

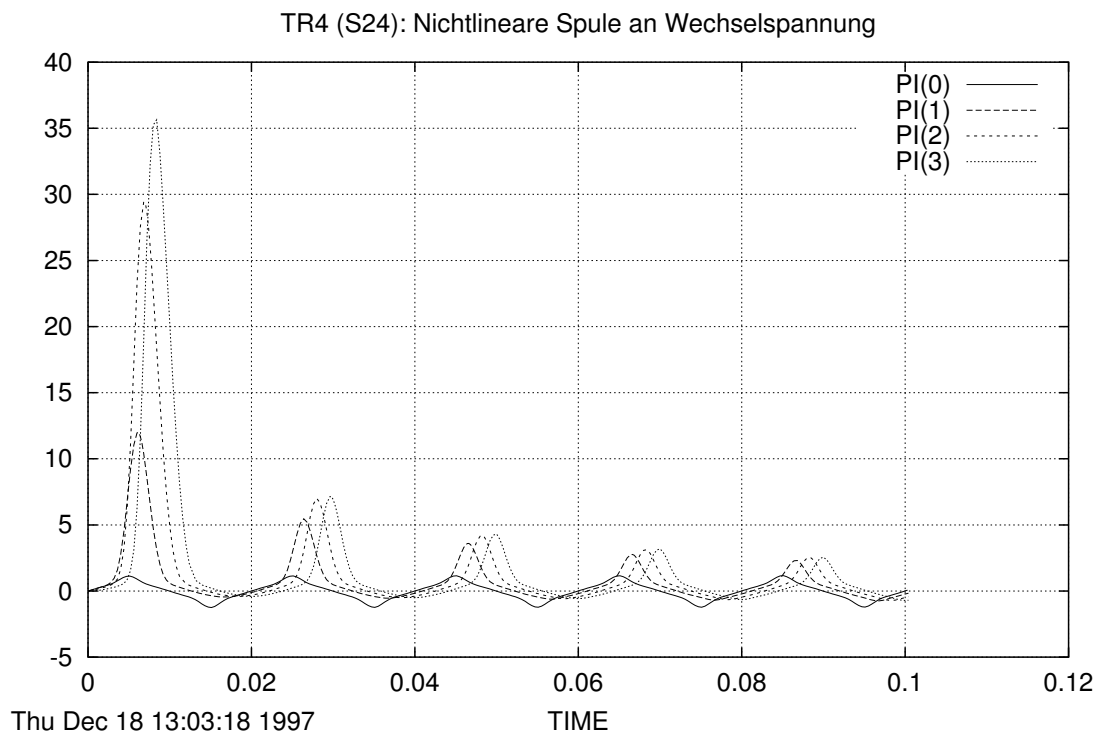


Abb. 4.3.31: Einschaltstrom bei einer Spule *mit Eisenkern* in Abhängigkeit vom Einschaltzeitpunkt

den Spannungsbereich von Meßgeräten, Zählern, Relais und Reglern. Sie müssen die zu erfassende Spannung möglichst verhältnis- und phasengleich in bequem meßbare sekundäre Spannungen übersetzen. Als sekundäre Nennspannungen kommen die Spannungen 100 V, $100/\sqrt{3}$ V, 100/2 V und 100/3 V in Frage.

Spannungswandler haben eine sehr kleine Kurzschlußspannung ($< 1\%$). Deshalb darf der Wandler sekundärseitig nicht kurzgeschlossen werden. Wie bei Meßgeräten unterscheidet man auch *Klassen* (0.1, 0.2, 0.5, 1 und 3), die die zulässigen prozentualen Übersetzungsfehler im Bereich 0.8 bis $1.2 U_{1N}$ angeben.

4.3.13.3 Stromwandler

Stromwandler sind Transformatoren, deren Primärwicklungen im Lastkreis liegen und deren Sekundärwicklungen über die angeschlossenen Meßgeräte, Zähler, Relais oder Regler praktisch *kurzgeschlossen* sind (Abb. 4.3.33). Sie trennen Meß- und Schutzkreise von der primärseitigen Spannung und schützen die Geräte entsprechend ihrem Überstromverhalten vor Überlastung.

Meßwandler müssen innerhalb ihres Arbeitsbereiches (Nennüberstromziffer < 10) die zu messenden Ströme verhältnis- und phasengleich auf bequem meßbare sekundäre Ströme übersetzen. Wegen der kleinen Überstromziffer begrenzen sie schon bei verhältnismäßig kleinem Überstrom den Sekundärstrom.

Schutzwandler werden hauptsächlich zum Anschluß von Schutzeinrichtungen benutzt und dürfen deshalb bei Überströmen nur geringe Übersetzungsfehler aufweisen (Nennüberstromziffer > 10).

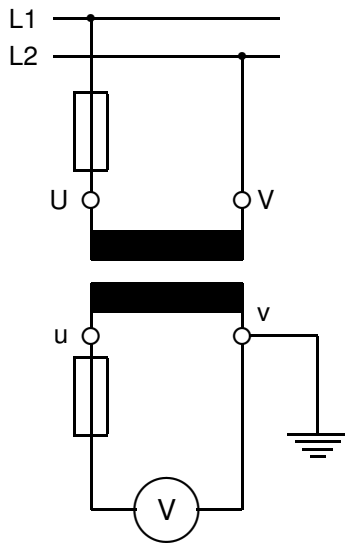


Abb. 4.3.32: Spannungswandler

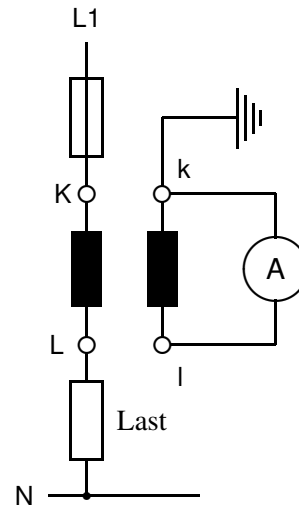


Abb. 4.3.33: Stromwandler

Die Wirkungsweise des Stromwandlers läßt sich anhand des Durchflutungsgleichgewichts

$$\Theta = I_1 \cdot N_1 - I_2 \cdot N_2 \approx 0$$

veranschaulichen. **Der Primärstrom I_1 ist eingeprägt** durch den Lastkreis. Damit magnetisches Gleichgewicht besteht, muß der induzierte Strom I_2 fließen können, die Sekundärseite kurzgeschlossen sein. Kann der Sekundärstrom wegen offener Sekundärklemmen nicht fließen, treibt der Primärstrom den Eisenkern weit in die Sättigung, der Flußverlauf ändert sich je nach Aussteuerung fast rechteckig, durch die steilen Flußänderungen entstehen lebensgefährlich hohe Sekundärspannungen.

Aufgabe: Erklären Sie diesen Sachverhalt am Ersatzschaltbild mit Querimpedanz.

Die sekundären Nennströme sind genormt: 1 A und 5 A. Stromwandler werden entsprechend ihrer Genauigkeit in *Klassen* eingeteilt (siehe Spannungswandler), die den zulässigen prozentualen Übersetzungsfehler bei 1.2-fachem (Klasse G: 2-fachem) Nennstrom angeben.

Die induzierte Spannung an den offenen Sekundärklemmen läßt sich auch analytisch berechnen (siehe Abschnitt 4.3.10):

Bei sinusförmigem Strom

$$I(t) = \hat{I} \sin t \sim H(t)$$

und dem vereinfachten, nichtlinearen Zusammenhang zwischen B und H

$$B \sim \tanh H$$

ergibt sich für den Fluß

$$\Phi(t) \sim B(t) \sim \tanh H(t) = \tanh(\hat{I} \sin t).$$

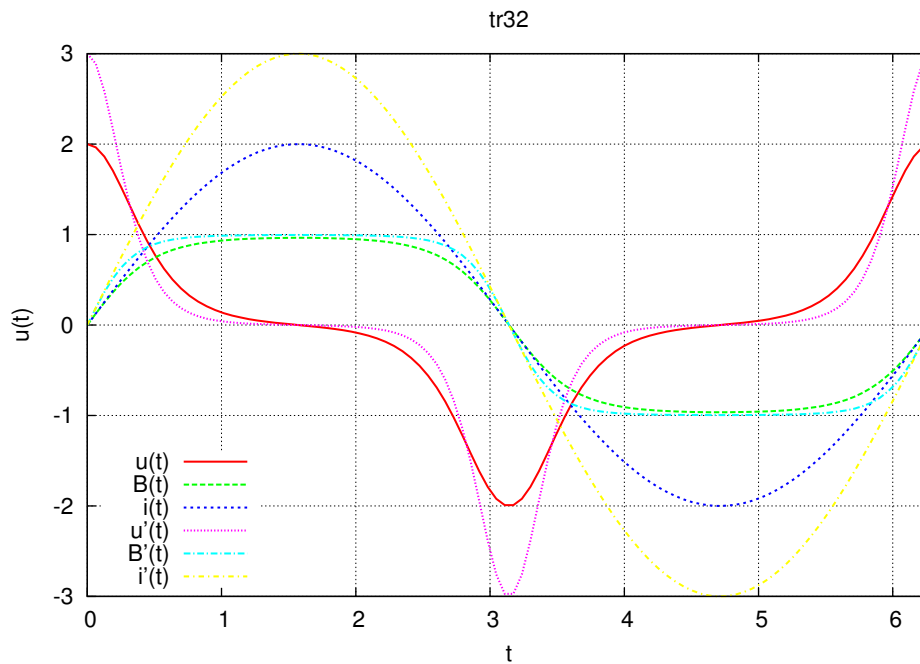


Abb. 4.3.34: Induzierte Spannung $u(t)$ als Funktion des eingprägten Stromes $i(t)$

Abgeleitet nach der Zeit ergibt die induzierte Spannung

$$u(t) \sim \frac{\hat{I} \cos t}{\cosh^2 i(t)}.$$

Eine Auswertung der oben hergeleiteten Gleichungen zeigt Abb. 4.3.34. Vorgabe ist der sinusförmige Strom $i(t)$ bzw. $i'(t)$. Man erkennt, daß die Spannungsspitzen jeweils beim Nulldurchgang des Stromes auftreten. Dabei wird der Eisenkern von einem Sättigungszustand in den entgegengesetzten gebracht. Bei genügend hohen Stromamplituden ist der Flußverlauf fast rechteckförmig.

In der Praxis ist der Spannungsverlauf, bedingt durch die Hysterese, asymmetrisch.

4.4 Drehfelder

4.4.1 Läuferdrehfeld

siehe 3.5, Seite 3.5.0

4.4.2 Ständerdrehfeld

Magnetfelder entstehen durch Spulen, die von einem Strom durchflossen werden. Ursache des Stromes können entweder eine von außen angelegte Spannung (Motor) oder die induzierte Spannung selber (Generator) sein⁹.

4.4.2.1 Grundlagen

Um Aussagen über diese Magnetfelder machen zu können, muß der Verlauf der sie verursachenden magnetischen Feldstärke (Erregung) \vec{H} und der damit verbundenen magnetischen Spannung V bzw. Durchflutung Θ bekannt sein.

Den Zusammenhang zwischen Strömen und magnetischen Feldstärken beschreibt der Durchflutungssatz:

$$\Theta = \oint \vec{H} \, d\vec{s} = \int_A \vec{J} \, d\vec{A} = \sum_j I_j \approx \sum_i H_i \cdot s_i = \sum_i V_i \quad (4.4.1)$$

Dieses Gesetz besagt, daß die Summe aller magnetischen Teilspannungen $V_i = H_i \cdot s_i$ über einen geschlossenen Weg gleich der Summe der von diesem Weg eingeschlossenen Ströme ist und als Gesamtdurchflutung Θ oder magnetische Spannung V bezeichnet wird.

Im allgemeinen wird man bei der Vorgabe von Strömen I_j und geometrischen Abmessungen s_i mit Hilfe dieses Satzes die magnetischen Feldstärken H_i berechnen. Die dazugehörigen Induktionen B_i erhält man aus

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot H \quad (4.4.2)$$

Für Luftbereiche setzt man $\mu_r = 1$, für Eisenbereiche ist $\mu_r = f(H)$, in der Praxis erhält man die Werte direkt aus der Magnetisierungskennlinie $B = f(H)$. Für einfache, theoretische Berechnungen setzt man vereinfachend $\mu_r = \infty$, d.h. in den Eisenwegen sind die magnetischen Spannungsabfälle $V_i = H_i \cdot s_i = 0$.

Den Flußverlauf Φ längs einer Raumkurve erhält man aus den Induktionswerten mit dem Integral

$$\Phi = \int_A B \, dA \quad (4.4.3)$$

⁹Auf die Entstehung von Feldern durch Permanentmagnete wird an dieser Stelle nicht eingegangen.

im zweidimensionalen Fall vereinfacht sich das Integral zu

$$\Phi(x) = l_i \int B \, ds \quad (4.4.4)$$

mit l_i als ideelle Maschinenlänge.

Bei der Auslegung von Maschinen geht man i. a. den umgekehrten Weg: von einem geforderten Fluß schließt man auf die erforderlichen Ströme.

Für die weiteren Betrachtungen interessieren nur der Verlauf der Durchflutung, Induktionen und Flüsse im Luftspalt der Maschinen. Der Integrationsweg längs des Luftspaltes wird mit der Koordinate x beschrieben.

Vorläufig wird angenommen, daß durch die Spulen ein konstanter Strom fließen soll.

4.4.2.2 Felderregerkurve

Der räumliche Verlauf der magnetischen Spannung $V = f(x)$ im Luftspalt wird als Felderregerkurve bezeichnet.

Man erhält sie durch Auswertung des Durchflutungsintegrals längs des Luftspaltes (Abb. 4.4.1). Dazu legt man eine Anfangskoordinate x_0 fest und erweitert den Integrationsweg in x -Richtung. Unter Vernachlässigung des magnetischen Spannungsabfalls im Eisen treten nur im Luftspalt Teilspannungen auf, die, wenn man den Luftspalt als konstant annimmt, zweimal auftreten und gleich groß sind. Jedesmal, wenn ein Strom in das Umlaufintegral hineinkommt, ändern sich die beiden Teilspannungen unter Berücksichtigung der Stromrichtung. Zur Bestimmung der Durchflutung nimmt man vereinfachend an, der Strom konzentrierte sich auf einen Punkt. Als Anfangskoordinate x_0 wählt man zweckmäßigerweise die Koordinate, bei der $B(x_0) = 0$ ist. Dann ist $V(x)$ rein periodisch, die Funktion enthält keinen Gleichanteil.

Unter der Annahme eines konstanten Luftspaltes erhält man für eine Maschine mit $p = 1$ und $q = 4$ die Felderregerkurve¹⁰ in Abb. 4.4.2.

Der Verlauf der magnetischen Spannung längs des Luftspaltes $V(x)$ entspricht einer Treppenkurve, die sich im Abstand der Nutteilung mit jedem neuen Strom ändert. Die Anzahl der „Treppen“ ändert sich mit q , für $q = 1$ erhält man einen Rechteckverlauf, für $q \rightarrow \infty$ erhält man eine Trapezkurve.

4.4.2.3 Feldkurve

Wegen

$$H = \frac{V}{\delta}$$

¹⁰Die Größe q wird im Abschnitt 4.4.4.1 erklärt. Sie gibt die Anzahl der Nuten je Pol und Phase an.

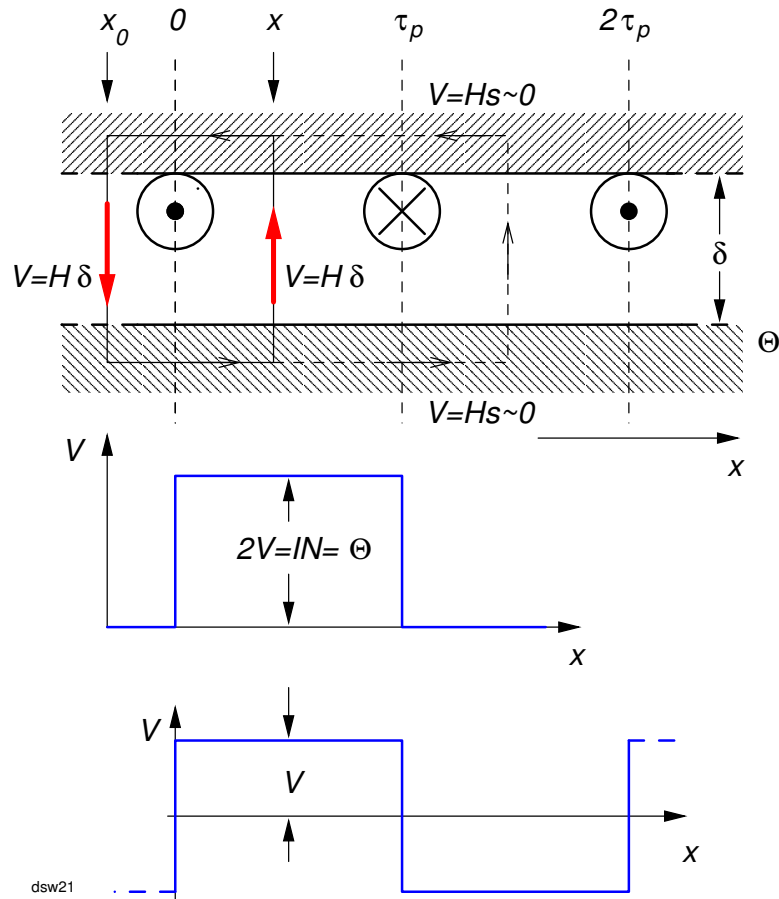
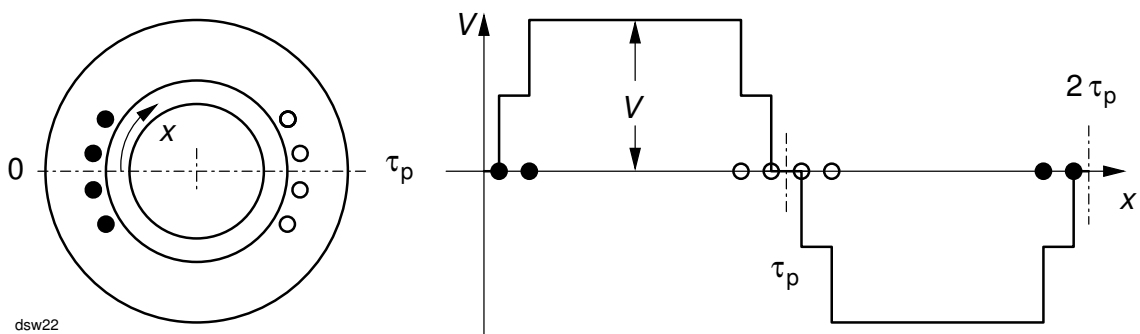


Abb. 4.4.1: Entstehung der Felderregerkurve

Abb. 4.4.2: Felderregerkurve mit $p = 1$ und $q = 4$

folgt für den Luftspalt

$$B = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \cdot \frac{V}{\delta} \quad (4.4.5)$$

Bei konstantem δ ist der qualitative Verlauf von $B(x)$ identisch mit $V(x)$. Man bezeichnet $B(x)$ als Feldkurve.

Berücksichtigt man die Nutung, ändert sich δ in Abhängigkeit von der Nutteilung. Nach Gleichung (4.4.5) schwankt die Induktion mit der gleichen Häufigkeit (quasi wie eine Modulation) entlang des Luftspaltes.

Die räumliche Flußverteilung im Luftspalt erhält man schließlich aus der Gleichung (4.4.4).

Angestrebt wird eine räumlich verteilte Luftspaltinduktion mit Sinusform. Die Felderreggerkurven stellen Treppenkurven dar, die für $q \rightarrow \infty$ die Form eines Trapezes annehmen. Das trifft auch für die Feldkurve zu, wenn man die Nutung außer acht läßt. Unterzieht man der Feldkurve einer Fourieranalyse, erhält man ein Grundfeld und Oberfelder der Form

$$B(x) = \sum_{\nu=1,3,5,\dots} B_\nu \sin\left(\nu \pi \frac{x}{\tau_p}\right) \quad (4.4.6)$$

Abb. 4.4.3 zeigt die räumliche Induktionsverteilung im Luftspalt für die Grund-, die 3. und 5. Oberschwingung einschließlich der dazugehörigen Polteilungen. Abb. 4.4.11 stellt die Luftspaltdurchflutung eines Synchrongenerators (siehe auch Kapitel 5.6), Abb. 4.4.12 die dazu numerisch berechnete Induktionsverteilung an verschiedenen Stellen im Luftspalt dar.

4.4.2.4 Zeitabhängigkeit

Wird die Durchflutung durch einen Wechselstrom erzeugt in dem man sie z. B. mit $\cos \omega t$ multipliziert, werden alle bisher ortsabhängigen Größen zusätzlich auch zeitabhängig. Feld- und Durchflutungskurven behalten ihre Position im Luftspalt bei, da sich die Spulen nicht bewegen, es ändern sich nur die Amplituden. Aus $V(x)$ wird $V(x, t)$ und $B(x)$ wird zu $B(x, t)$. Entsprechend ändern sich auch die Amplituden der Grund- und Oberfelder in Gleichung (4.4.6), so daß gilt

$$B(x, t) = \sum_{\nu=1,3,5,\dots} B_\nu \sin\left(\nu \pi \frac{x}{\tau_p}\right) \cos \omega t \quad (4.4.7)$$

Es liegt ein *Wechselfeld* vor.

Zur dreiphasigen Wicklung kommt man, in dem man zu dem bereits betrachteten Strang die beiden anderen räumlich jeweils um 120°_{el} anordnet. In den drei Strängen fließen außerdem Ströme, die eine zeitliche Phasenverschiebung von ebenfalls 120° besitzen. Im Luftspalt bilden sich jetzt 3 räumlich um 120°_{el} versetzte Feldkurven aus, die zusätzlich noch jeweils um 120° zeitlich verschoben sind.

Die resultierende Luftspaltinduktion erhält man durch Addition der drei Anteile nach Gleichung (4.4.7), muß aber die zeitlich Phasenverschiebung der Strangströme berücksichtigen. Es ergibt sich

$$\begin{aligned}
 B_U(x, t) &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots} B_\nu \sin \nu \left(\pi \frac{x}{\tau_p} \right) \cos \omega t \\
 B_V(x, t) &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots} B_\nu \sin \nu \left(\pi \frac{x}{\tau_p} - \frac{2}{3} \pi \right) \cos \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right) \\
 B_W(x, t) &= \sum_{\nu=1,3,5,\dots} B_\nu \sin \nu \left(\pi \frac{x}{\tau_p} + \frac{2}{3} \pi \right) \cos \left(\omega t + \frac{2}{3} \pi \right) \\
 B_{res}(x, t) &= B_U(x, t) + B_V(x, t) + B_W(x, t)
 \end{aligned}$$

Man kann zeigen, daß sich die Summe der drei Komponenten B_{res} in zwei umlaufende Anteile zerlegen läßt:

Mit der Drehrichtung der Ströme lauten sie:

$$B_m(x, t) = \sum_{\nu=1,7,13,19,\dots} \frac{3}{2} B_\nu \sin \left(\nu \pi \frac{x}{\tau_p} - \omega t \right) \quad (4.4.8)$$

gegen die Drehrichtung

$$B_g(x, t) = \sum_{\nu=5,11,17,23,\dots} \frac{3}{2} B_\nu \cos \left(\nu \pi \frac{x}{\tau_p} + \omega t \right) \quad (4.4.9)$$

Alle durch $m = 3$ teilbaren Ordnungszahlen treten nicht auf.

Für das Grundfeld erhält man somit

$$B_{1res}(x, t) = \frac{3}{2} B_1 \sin \left(\pi \frac{x}{\tau_p} - \omega t \right) \quad (4.4.10)$$

Dieser Ausdruck beschreibt eine räumlich sinusförmig verteilte Induktion, die mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotiert.

Die Amplituden der Oberfelder errechnen sich aus

$$B_\nu = B_1 \frac{\xi_\nu}{\nu \xi_1} \quad (4.4.11)$$

mit den Wicklungsfaktoren ξ_ν , auf die im Kapitel 4.4.4 näher eingegangen wird. Die Oberfelder erzeugen Luftspaltfelder wie eine Maschine mit νp Polpaaren, ihre Umlaufdrehzahlen bestimmen sich aus

$$n_\nu = \frac{f_1}{\nu p} = \frac{n_1}{\nu} \quad (4.4.12)$$

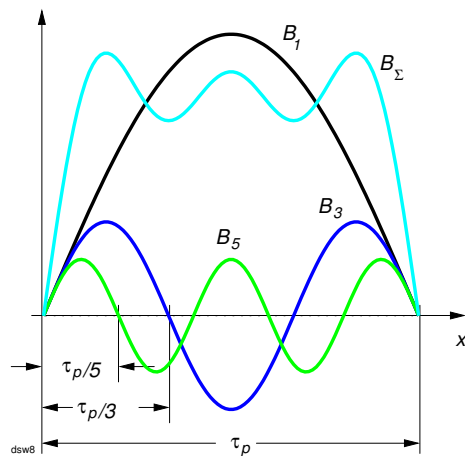


Abb. 4.4.3:

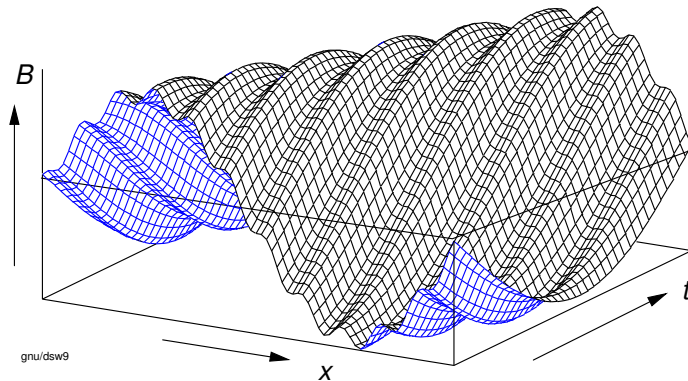


Abb. 4.4.4:

Amplituden und Umlaufdrehzahlen nehmen hyperbolisch mit der Ordnungszahl ab.

Abb. 4.4.4 zeigt den räumlichen und zeitlichen Induktionsverlauf für die Grund- und 11. Oberschwingung für 2 Polteilungen (x-Achse) und eine halbe Zeitperiode (t-Achse). Deutlich erkennt man, dass sich die Grundschiwingung nach rechts, die Oberschwingungen auf der Grundschiwingung nach links bewegen¹¹.

4.4.3 Raumzeiger

Die Ströme in den Phasen sind nur zeitabhängig. Das von ihnen erzeugte Drehfeld ändert mit der Zeit auch seine räumliche Lage. Aus den zeitlichen Augenblickswerten der Ströme kann unter Berücksichtigung der räumlichen Anordnung ein Drehfeldvektor konstruiert werden, der *Raumzeiger* (siehe auch Kapitel 3.5 und 5.7).

Raumzeiger können anderen physikalischen Größen zugeordnet werden. Spannungsraumzeiger geben die Richtung der größten Spannungsamplitude an und liegen in der Achse der dazugehörigen, evtl. fiktiven Spule. Stromraumzeiger liegen in der Achse einer evtl. fiktiven Spule, die eine maximale Durchflutungsverteilung erzeugt.

Raumzeiger berücksichtigen nur die Grundschiwingung.

4.4.4 Drehstromwicklung: Wicklungsfaktoren

4.4.4.1 Ungesehnte Ganzlochwicklung - Zonenfaktor

Bei den folgenden Betrachtungen werden sinusförmiger Feldverlauf und sinusförmige Spannungen vorausgesetzt.

¹¹Die Amplitude der Oberschwingung ist in der Zeichnung überhöht dargestellt.

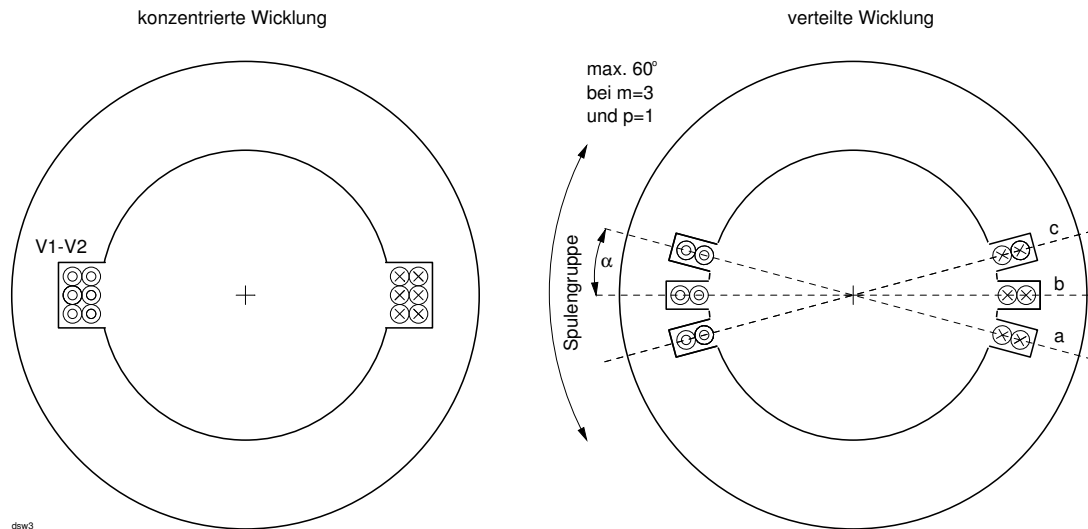


Abb. 4.4.5: Konzentrierte und verteilte Wicklungen

Im allgemeinen verteilt man die Wicklung eines Stranges nicht auf eine Spule (konzentrierte Wicklung), sondern verteilt sie auf mehrere Nuten (Abb. 4.4.5). Als *Spulengruppe* bezeichnet man benachbarte Spulen, die zu einem Strang gehören. Die Anzahl der Nuten je Pol und Phase erhält man aus

$$q = \frac{N}{2 \cdot p \cdot m} \quad (\text{sog. Lochzahl}) \quad (4.4.13)$$

Ist q ganzzahlig, spricht man von einer *Ganzlochwicklung*, andernfalls liegt eine *Bruchlochwicklung* vor.

Die in einem Stab (Spulenseite) induzierte Teilspannung lässt sich über die Beziehung

$$u_i = B \cdot l \cdot v \quad (4.4.14)$$

berechnen.

Für die verteilte Wicklung ergibt sich entsprechend Abb. 4.4.6 die in einem Strang je Pol induzierte Spannung \vec{U} aus der geometrischen Addition der Teilspannungen (hier $\vec{U}_a + \vec{U}_b + \vec{U}_c$ wegen $q = 3$). Der *Zonenfaktor* ξ_z beschreibt das Verhältnis von geometrischer Spannungssumme zu arithmetischer Spannungssumme:

$$\xi_z = \frac{\vec{U}_a + \vec{U}_b + \dots}{|\vec{U}_a| + |\vec{U}_b| + \dots} = \frac{U}{q \cdot U_s} = \frac{\sin q \cdot \frac{\alpha}{2}}{q \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \leq 1 \quad (4.4.15)$$

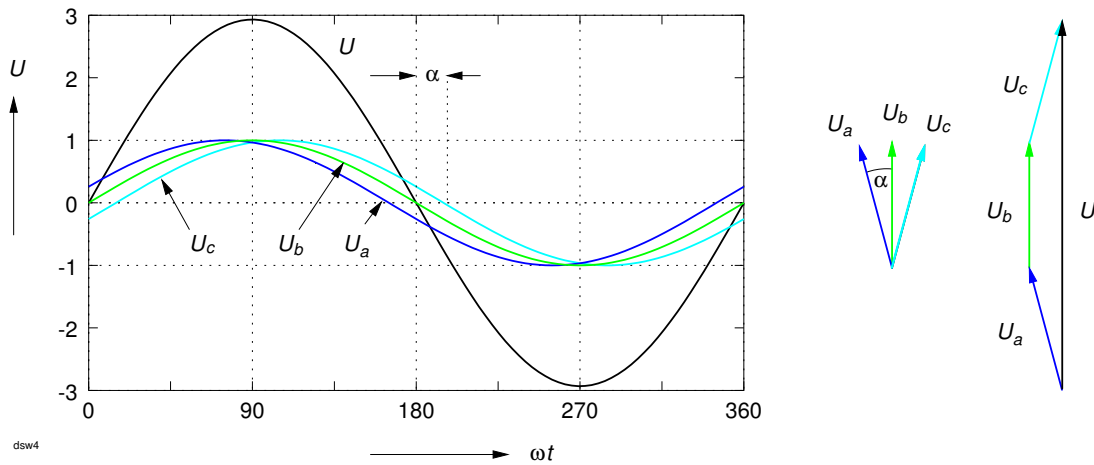


Abb. 4.4.6: Teilspannungen und Gesamtspannungen einer verteilten Wicklung

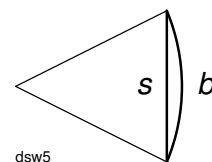
wobei α der Winkel zwischen zwei benachbarter Nuten ist und damit die Phasenverschiebung zwischen den in diesen Nuten induzierten Teilspannungen darstellt (siehe auch Abb. 4.4.6):

$$\alpha = p \frac{2\pi}{N} = \frac{180^\circ}{m \cdot q} \quad (4.4.16)$$

Für $q \rightarrow \infty$ erhält man eine gleichmäßige Wicklungsverteilung. Der Zonenfaktor stellt das Verhältnis von Sehne zu Bogen dar und hat dann den kleinsten Wert $\xi_z = \frac{s}{b}$ (geringste Ausnutzung).

Für $m = 3$ gelten die Werte der nebenstehenden Tabelle. Für dreiphasige Wicklungen nimmt man meistens $\xi_z = 0.96$ an.

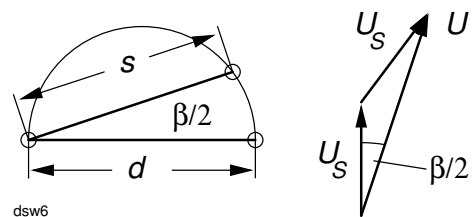
q	ξ_z
1	1
2	0.966
3	0.96
4	0.958
∞	0.955



4.4.4.2 Gesehnte Ganzlochwicklung - Sehnungsfaktor

Liegen die Spulenseiten einer Spule genau um eine Polteilung τ_p versetzt (wie z. B. in Abb. 4.4.5), spricht man von einer *Durchmesserwicklung* (Spulenweite $W = \tau_p$). Da sie genau um 180° auseinanderliegen, umfassen sie den gesamten Fluß, die in den beiden Spulenseiten induzierten Spannungen U_s addieren sich zur doppelten Spannung U .

Beträgt die Spulenweite $W < \tau_p$, spricht man von einer *gesehnten Wicklung*. Sie umfaßt einen geringeren Fluß, die induzierten Spannungen U_s haben die Phasenlage β zueinander, die geometrische Summe der Teilspannungen U ist kleiner als die algebraische Summe $2U_s$. Das wird durch den *Sehnungsfaktor* ξ_s ausgedrückt:



$$\xi_s = \frac{U}{2U_s} = \frac{s}{d} = \cos \frac{\beta}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{W}{\tau_p} \right) \quad (4.4.17)$$

4.4.4.3 Oberfelder

Bisher wurde von sinusförmigem Spannungs- bzw. Feldverlauf ausgegangen. Die betrachteten Einflußfaktoren gelten demnach nur für das Grundfeld bzw. die Grundschiwingung.

Der Konstrukteur von Wechselstromgeneratoren versucht die Maschine so zu bauen, daß sie eine sinusförmige Spannung abgibt. Dazu müßte die Induktionsverteilung längs des Luftspaltes sinusförmig sein. Diese Forderung läßt sich nur eingeschränkt erfüllen (variabler Luftspalt bei Schenkelpolgeneratoren, verteilte Wicklung bei Turboläufem).

Bei abweichendem sinusförmigen Induktionsverlauf treten neben dem Grundfeld auch Oberfelder der Ordnungszahl ν auf, die man mittels Fourieranalyse ermitteln kann (Abb. 4.4.3). Diesen Oberfeldern kann man analog wie dem Grundfeld eine Polteilung $\tau_{p\nu}$ zuordnen, die dem ν ten Teil des Grundfeldwertes entspricht:

$$\tau_{p\nu} = \frac{\tau_p}{\nu} \quad (4.4.18)$$

Analog wie sich der elektrische Winkel α_{el} gegenüber dem mechanischen Winkel α_{mech} mit der Polpaarzahl p vervielfacht, müssen alle Winkelbeziehungen bei der Berechnung der Wicklungsfaktoren des Grundfeldes in den Gleichungen (4.4.15) und (4.4.17) mit der Ordnungszahl ν vervielfacht werden. Daraus ergeben sich für das ν te Oberfeld der Zonenfaktor

$$\xi_{z\nu} = \frac{\sin\left(q \cdot \frac{\nu \cdot \alpha}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \alpha}{2}\right)} \quad (4.4.19)$$

und der Sehnungsfaktor

$$\xi_{s\nu} = \cos\left(\frac{\nu \cdot \beta}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \nu \cdot \frac{W}{\tau_p}\right) \quad (4.4.20)$$

Der resultierende Wicklungsfaktor ist das Produkt beider Faktoren:

$$\xi_\nu = \xi_{z\nu} \cdot \xi_{s\nu} \quad (4.4.21)$$

4.4.4.4 Induzierte Spannung

Spannung durch das Läufergleichfeld

In einem Leiter der Länge l wird eine Spannung induziert

$$u_i = B \cdot l \cdot v \quad (4.4.22)$$

mit v als Relativgeschwindigkeit zwischen Feld B und dem Leiter, die im Luftspalt

$$v = 2 \cdot \tau_p \cdot p \cdot n_1 \quad (4.4.23)$$

beträgt. Für das *Grundfeld* folgt daraus

$$u_i = B_1 \cdot l \cdot 2 \cdot \tau_p \cdot p \cdot n_1 \quad (4.4.24)$$

Bei N_1 Windungen, also $2N_1$ Stäben pro Phase und einem Wickelfaktor ξ_1 ergibt sich für den Scheitelwert

$$\sqrt{2} U_{i1} = 2 \cdot N_1 \cdot B_1 \cdot 2 \cdot l \cdot \tau_p \cdot p \cdot n_1 \cdot \xi_1 \quad (4.4.25)$$

Den Zusammenhang zwischen Hauptfluß und Luftspaltinduktion über den Polbedeckungsfaktor¹² beschreibt

$$\Phi_1 = \frac{2}{\pi} \cdot B_1 \cdot l \cdot \tau_p. \quad (4.4.26)$$

Mit der Beziehung $n_1 = f_1/p$ ergibt sich für den Effektivwert

$$U_{i1} = 4.44 \cdot N_1 \cdot \xi_1 \cdot f_1 \cdot \Phi_1. \quad (4.4.27)$$

Analog dazu erhält man auch den Spannungsanteil der ν ten Oberschwingung

$$U_{i\nu} = 4.44 \cdot N_1 \cdot \xi_\nu \cdot f_1 \cdot \nu \cdot \Phi_\nu \quad (4.4.28)$$

Man beachte, daß sich die Oberfelder des Läufers mit der gleichen Geschwindigkeit bewegen wie das Grundfeld.

Man kann die Spannung auch über den verketteten Fluß berechnen. Mit dem Grundwellenfluß $\Phi(t) = \Phi_1 \sin \omega t$ erhält man

$$u_{i1}(t) = N_1 \cdot \xi_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N_1 \cdot \xi_1 \cdot \Phi_1 \cdot \omega \cdot \cos \omega t = N_1 \cdot \xi_1 \cdot \Phi_1 \cdot 2\pi \cdot f_1 \cdot \cos \omega t \quad (4.4.29)$$

und daraus den Effektivwert wie in Gleichung (4.4.27).

Spannung durch das Ständerdrehfeld

Das durch die Ständerwicklung hervorgerufene Drehfeld induziert außerdem Spannungen in der Ständerwicklung selbst (Selbstinduktionsspannungen). Für die Grundschwingung gilt ebenfalls Gleichung (4.4.27), für die Oberschwingungen gilt abweichend von Gleichung (4.4.28)

$$U_{i\nu} = 4.44 \cdot N_1 \cdot \xi_\nu \cdot f_1 \cdot \Phi_\nu. \quad (4.4.30)$$

¹²Dazu wird die Fläche einer Sinushalbwellen für eine Polteilung $\tau_p = \pi$ durch ein flächengleiches Rechteck ersetzt. Aus $\int_0^\pi \sin x dx = 2$ ergibt sich die Höhe des Rechtecks zu $\frac{2}{\pi}$.

4.4.4.5 Bedeutung der Wicklungsfaktoren

Wenn der Flußverlauf nicht exakt sinusförmig gemacht werden kann, erzeugen die Oberfelder in der induzierten Spannung ebenfalls Oberschwingungen, und zwar mit den gleichen Ordnungszahlen. Die Grund- und Oberschwingungen lassen sich nach Gleichung (4.4.28) berechnen.

Zur Einhaltung der geforderten Sinusform (siehe DIN VDE 0530 Teil 1, Hauptabschnitt 11: Kurvenform von Spannungen, Hauptabschnitt 4: Elektrische Bedingungen) versucht man möglichst, den Grundschwingsanteil der Spannung groß und den Oberschwingungsanteil klein zu machen. Für die Grundschwingung wird man $\xi_1 \rightarrow 1$, für die Oberschwingung $\xi_\nu \rightarrow 0$ anstreben. Dies geschieht durch entsprechende Wahl von Zonung und Sehnung, da $\xi_\nu = \xi_{z\nu} \cdot \xi_{s\nu}$.

Merke: Durch Zonung verringert man den Oberschwingungsgehalt, durch Sehnung kann man bestimmte Oberschwingungen ganz unterdrücken.

Versuch 4.4.1 Oszilloskopieren der Spannung einer Synchronmaschine

4.4.5 Drehstromwicklungen: Ausführungen

Die prinzipielle Anordnung einer Wicklung zur Erzeugung einer symmetrischen, 3phasigen Spannung wurde im Kapitel 3.5.5 behandelt (Abb. 3.5.5 und 3.5.6, Seite 3.5.4). Hierbei handelt es sich um eine 2polige Maschine mit der kleinstmöglichen Nutenzahl (1 Nute pro Pol und Phase, also $q = 1$). In der Praxis haben die Maschinen mehr Nuten pro Phase und Pol. Man verteilt die Spulen auf mehrere Nuten. Hierbei kommen verschiedene Wicklungsausführung zur Anwendung. Im folgenden wird eine 4polige Maschine mit 24 Nuten betrachtet ($N = 24, p = 2, q = 2$).

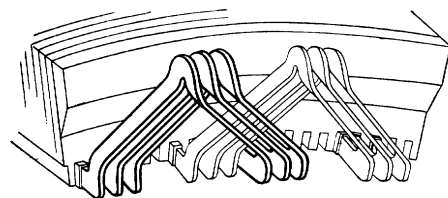
4.4.5.1 Einschichtwicklung

Hierbei kommt in jede Nut nur eine Spulenseite. Die einzelnen Spulenseiten eines Stranges können unterschiedlich zu einer Spulengruppe zusammengeschaltet werden.

Spulen mit gleicher Weite (Stabwicklung)

Es werden immer Spulenseiten miteinander verbunden, deren Abstand genau einer Polteilung entspricht, also $W = \tau_p$ (Abb. 4.4.7). Der dazugehörige Wickelkopf hat den nebenstehenden Aufbau.

- Zeichnen Sie in die Abb. 4.4.7 die Spulenverbindung für die Phase W1-W2 ein.



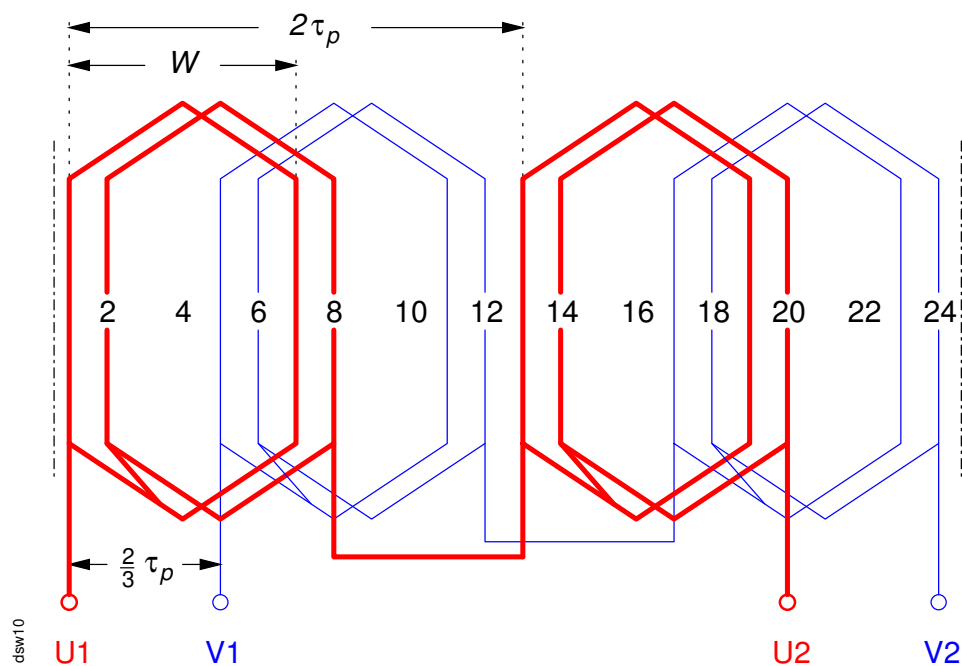


Abb. 4.4.7: Einschichtwicklung mit Spulen gleicher Weite

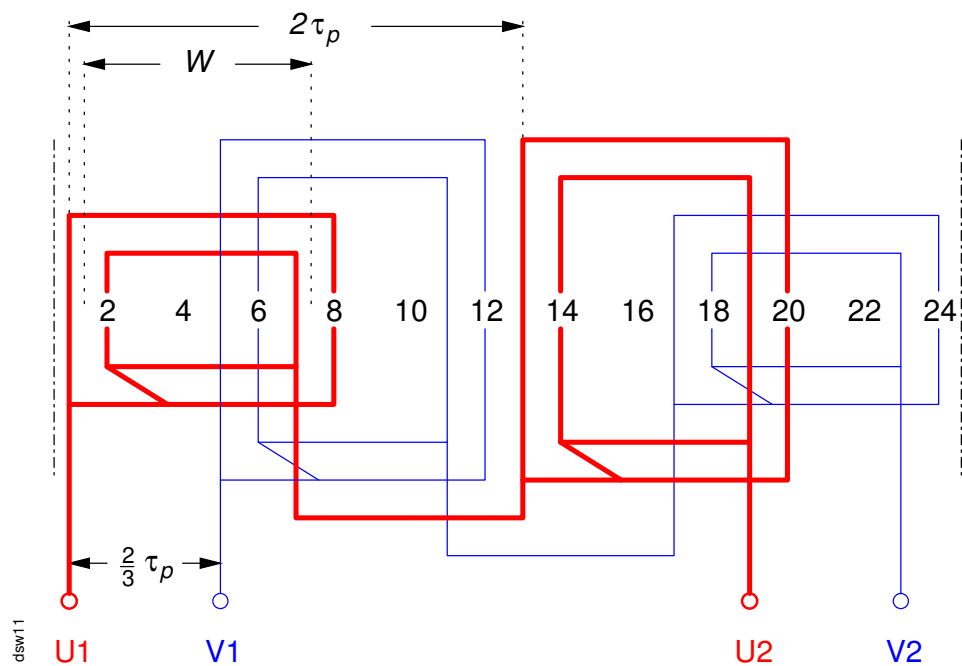
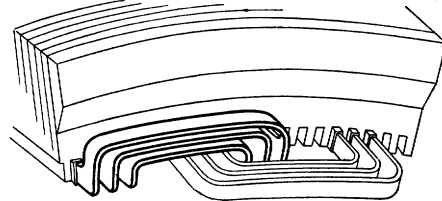


Abb. 4.4.8: Einschichtwicklung mit Spulen ungleicher Weite

Spulen ungleicher Weite (Spulenwicklung)

Die Verbindung der zu einem Strang gehörenden Spulenseiten bilden konzentrische Spulengruppen. Die Teilspulen haben ungleiche Weite, die Spulenweite entspricht im Mittel der Polteilung, also $W = \tau_p$. Der dazugehörige Wickelkopf hat den nebenstehenden Aufbau.

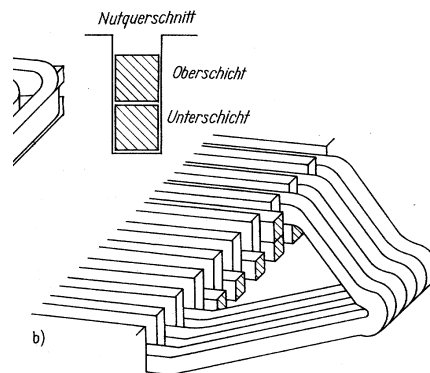
- Zeichnen Sie in die Abb. 4.4.8 die Spulenverbindung für die Phase W1-W2 ein.



4.4.5.2 Zweischichtwicklung

Zweischichtwicklungen entstehen beim Sehnen. Hierbei liegen zwei Spulenseiten verschiedener Stränge übereinander. Eine Spulenseite liegt in der Oberschicht, die andere in der Unterschicht.

- Eine ausführliche Beschreibung einer ausgeführten Zweischichtwicklung enthält Abschnitt 4.4.6.



4.4.5.3 Bruchlochwicklungen

Wenn die Anzahl q der Nuten pro Pol und Strang nicht ganzzahlig ist, spricht man von einer Bruchlochwicklung. Um dies zu erreichen, haben die Spulengruppen eines Stranges unterschiedliche Windungszahlen. Die Formeln für die Wicklungsfaktoren gelten nicht. Die Berechnung wird durch den unsymmetrischen Wicklungsaufbau erschwert. Generell lassen sich Oberschwingungen in den Spannungen mit Bruchlochwicklungen besser unterdrücken als mit Ganzlochwicklungen (bei etwa gleichem q).

4.4.5.4 Reaktanzen

Siehe hierzu Abschnitt 4.1.13, Seite 4.1.18.

4.4.6 Beispiel: Aufbau einer Ständerwicklung für eine Synchronmaschine

Quelle: [32]

Möchte man eine elektrische Maschine kennenlernen, dann muß man sich zuerst mit ihren Wicklungen beschäftigen. Der beste Zugang ist, relativ einfache und überschaubare Wicklungen von Anfang an aufzubauen. Begonnen sei mit der Ständerwicklung.

Die Aufgabe lautet:

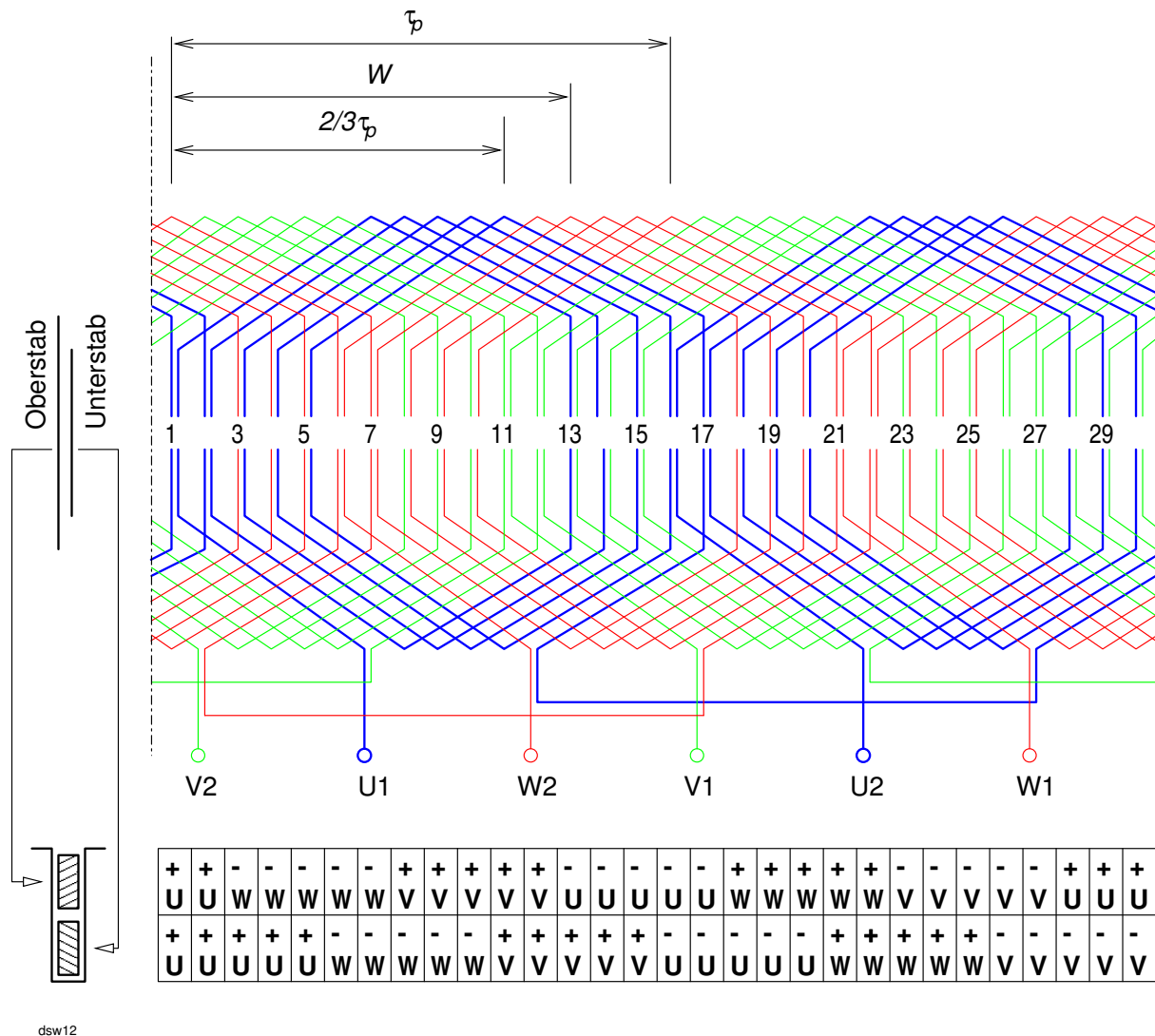


Abb. 4.4.9: Ständerwicklungsanordnung und Zonenplan für $N = 30, p = 1, W = 12$, Schritt=12/15

Man entwickle für einen zweipoligen Turbogenerator ($2p = 2$), dessen Nutzahl $N = 30$ beträgt, eine dreisträngige oder dreiphasige ($m = 3$) Schleifenwicklung mit 2 Stäben ($z_n = 2$) in einer Nut und einem Schritt von 12/15.

Was heißt: eine dreiphasige Wicklung? Es bedeutet, daß 3 Phasen oder Stränge vorzusehen sind. Sie sollen folgendermaßen bezeichnet werden:

1. Strang $U1 - U2$
2. Strang $V1 - V2$
3. Strang $W1 - W2$

Der 1. Buchstabe stellt die Eingangsklemme und der 2. die Sternpunkt-klemme dar. Die Stränge sind um den Winkel $\vartheta_{str} = 2\pi/3p$ rad oder $120^\circ/p$ gegeneinander räumlich am Umfang verschoben. Da im

Elektromaschinenbau das Drehfeld in der Maschine nach rechts läuft, d. h. im Bild 4.4.9 in Richtung der positiven ϑ -Achse, muß auch die Strangfolge dementsprechend sein: Zuerst also der Strang $U1 - V1$, um ϑ_{str} nach rechts versetzt der Strang $V1 - V2$ und noch einmal um ϑ_{str} nach rechts versetzt, der Strang $W1 - W2$. Damit liegen die Anfänge der Stränge fest. Man muß nun die zugehörigen Nutnummern bestimmen.

Zu diesem Zweck zeichnet man in gleichem Abstand eine Zahlenreihe von $1, 2, \dots, N$ auf (s. Bild 4.4.9, Mitte). Der Nullpunkt des zylindrischen Koordinatensystems liegt zwischen Nut 1 und Nut N . Die r -Achse steht senkrecht auf der Oberfläche des Bildes, die ϑ -Achse weist nach rechts, und die z -Achse zeigt auf den oberen Bildrand.

Willkürlich legt man den 1. Stab von $U1 - U2$ in den Grund der Nut 1 (= Unterstab, Rückenstab, kurzer axialer Strich), der 1. Stab von $V1 - V2$ folgt um $\vartheta_{str}^* = 10$ Nutteilungen nach rechts verschoben und – um weitere 10 Nutteilungen nach rechts versetzt – der 1. Stab von $W1 - W2$.

Es gilt:

$$\vartheta_{str}^* = \frac{N}{3p} \quad (4.4.31)$$

Es wird hier nur das Wickeln eines Stranges betrachtet. Die beiden anderen gehorchen dem gleichen Schema.

Für den nächsten Stab des Stranges $U1 - U2$, der nunmehr zur Nutöffnung hin liegen muß (= Oberstab, Bohrungsstab, langer axialer Strich), benötigt man den Schritt. Die Zahlengabe $12/15$ bedeutet: die Spulenweite ϑ_{Ws}^* beläuft sich auf 12 Nutteilungen, die Polteilung $\vartheta_{\tau_p}^*$ auf 15 Nutteilungen. Es gilt:

$$\vartheta_{\tau_p}^* = \frac{N}{2p} \quad (4.4.32)$$

Da der 1. Stab immer in positiver z -Richtung durchlaufen wird, muß der um ϑ_{Ws}^* entfernt liegende in negativer z -Richtung durchlaufen werden. Man ist jetzt bei Nutnummer $1 + \vartheta_{Ws}^* = 13$ angelangt. Der nächste Unterstab kommt in die Nut 2 und der nächste Oberstab in die Nut 14, bis

$$q = \frac{N}{2pm} \quad (4.4.33)$$

Nuten mit Unterstäben belegt sind. Bei dem hier gewählten Beispiel ist $q = 5$. Der letzte Oberstab des 1. Poles liegt in Nut 17.

Nun geht man zum 2. Pol über. Von Nut 1 an gerechnet, liegt er um $\vartheta_{\tau_p}^* = 15$ Nutteilungen entfernt. In Nut 16 kommt wieder der 1. Unterstab hinein. Man wickelt dann weiter wie beim 1. Pol, man muß ihn jedoch im Gegenuhrzeigersinn durchlaufen, d. h. die Verbindung muß von Nut 17 bis zur Nut 2 verlaufen. Hätte die Maschine noch mehr Pole, dann würde der 3. wieder im Uhrzeigersinn und der 4. im Gegenuhrzeigersinn usw. zu durchlaufen sein. Wicklungen, bei denen q eine ganze Zahl ist, bezeichnet man als Ganzlochwicklungen.

Turbogeneratoren rüstet man vorzugsweise mit derartigen zweischichtigen Ganzlochwicklungen aus. Supraleiter-Generatoren erhalten eine Einschicht-Ganzlochwicklung. Schenkelpolmaschinen werden auch

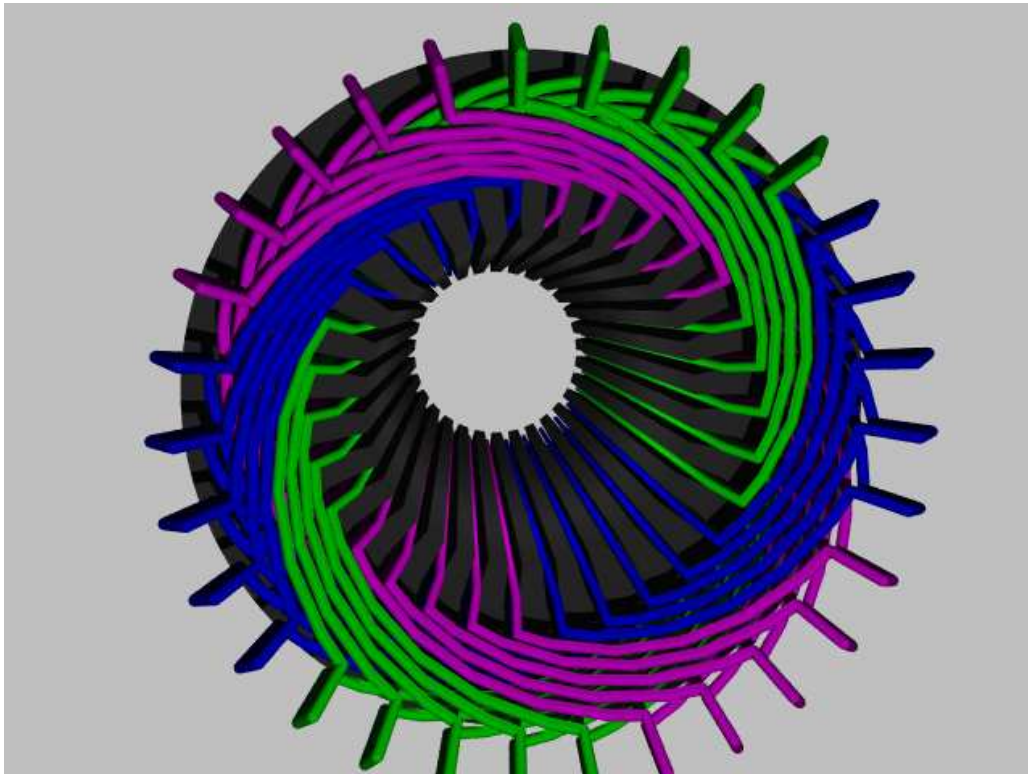


Abb. 4.4.10: Evolventenwicklung eines Turbogenerators

mit Bruchlochwicklungen versehen. Bei dieser Wicklungsart ist q eine ganze Zahl mit einem echten Bruch, z. B. $2\frac{1}{2}$, $5\frac{3}{5}$.

Aus dem Wicklungsschema Bild 4.4.9 lässt sich auch die Windungszahl w pro Phase ermitteln:

$$w = \frac{N z_n}{2 m a} \quad (4.4.34)$$

Bei dem hier gewählten Wicklungsbeispiel ist $N = 30$, $z_n = 2$, $m = 3$ und $a = 1$. Damit wird

$$w = \frac{30 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 1}$$

Davon kann man sich durch Abzählen in Bild 4.4.9 leicht überzeugen.

Die ausgeführte Wicklung sieht man in dem Computermodell in Abb. 4.4.10. Der Blick ist auf den Stirnraum der Turbinenseite gerichtet mit seinen gleichmäßig angeordneten Stirnverbindungen in Form von Evolventen.¹³ Der Vorteil der Evolvente liegt in dem gleichen räumlichen Abstand zwischen benachbarten Leitern.

¹³Im Gegensatz dazu enthält der Stirnraum der Erregerseite die Spulenverbindungen und Anschlüsse für die Generatorableitung.

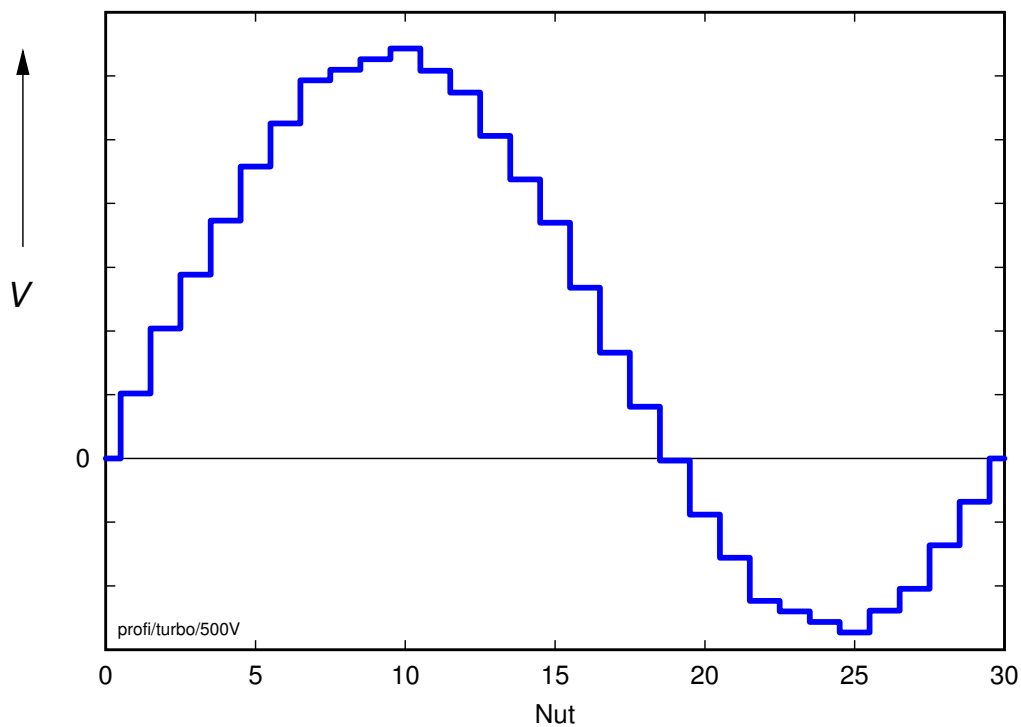
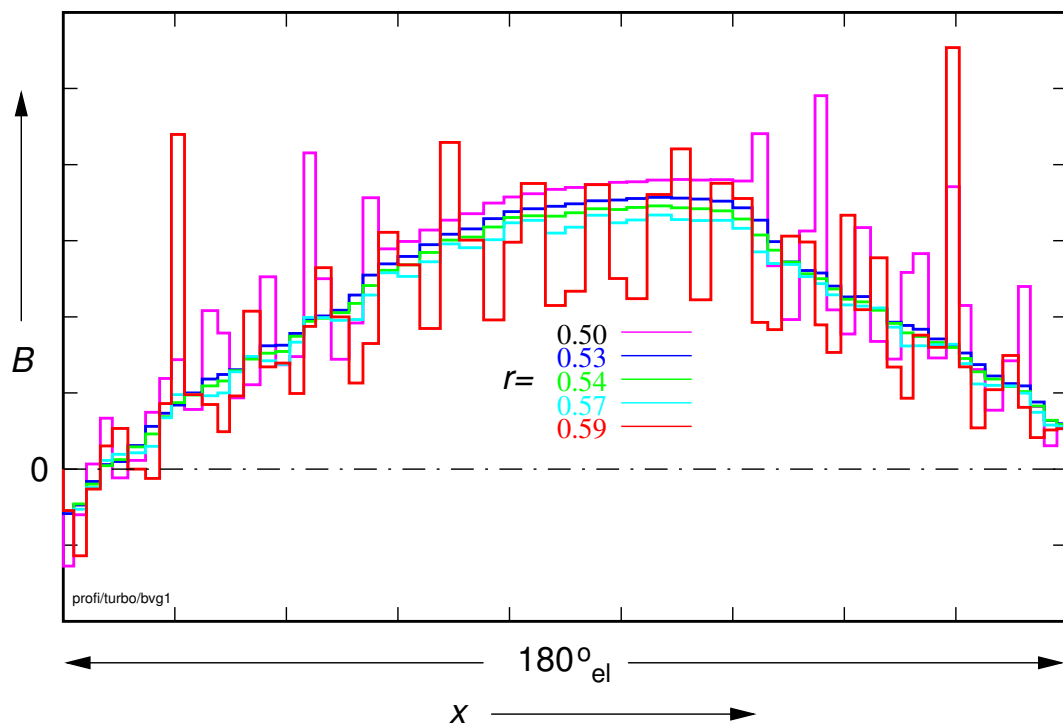


Abb. 4.4.11: Gesamtdurchflutung bei Belastung

Die von der Ständerwicklung erzeugte Gesamtdurchflutung bei Belastung zeigt Abb. 4.4.11, der Induktionsverlauf im Luftspalt für verschiedene Radien ist in Abb. 4.4.12 wiedergegeben. Man erkennt die Unsymmetrie durch die Ankerrückwirkung und den Einfluss der Nutung von Polrad und Ständer. Kapitel 5.6 enthält die Feldlinienbilder aus der numerischen Feldberechnung.

**Abb. 4.4.12:** Feldkurven im Luftspalt

4.5 Asynchronmaschine

4.5.1 Herleitung des Ersatzschaltbildes

Der Luftspaltfluß Φ_h (verketteter Hauptfluß) induziert nach Gleichung (4.4.27) in der *Ständerwicklung* die Spannung

$$U_{q1} = 4.44 \cdot f_1 \cdot N_1 \cdot \xi_1 \cdot \Phi_h \quad (4.5.1)$$

und analog in der *Läuferwicklung*

$$U_{q2} = 4.44 \cdot f_2 \cdot N_2 \cdot \xi_2 \cdot \Phi_h \quad (4.5.2)$$

Bildet man den Quotienten aus den Gleichungen (4.5.1) und (4.5.2) erhält man

$$\frac{U_{q1}}{U_{q2}} = \frac{f_1 \cdot N_1 \cdot \xi_1}{f_2 \cdot N_2 \cdot \xi_2} \quad (4.5.3)$$

Bei Schleifringläufermaschinen kann man über die Läuferstillstandsspannung das Übersetzungsverhältnis zwischen Ständer- und Läuferwicklung ausrechnen. Die Läuferstillstandsspannung wird bei stehender Maschine ($s = 1$, $f_2 = f_1$) zwischen den Schleifringen bei offenem Läuferkreis gemessen. Man erhält

$$\dot{u} = \frac{U_{q1}}{U_{q20}} \quad (4.5.4)$$

Für einen Strang der Ständer- und Läuferwicklung gilt:

$$U_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j X_{1\sigma} \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_{q1} \quad (4.5.5)$$

$$0 = R_2 \cdot \underline{I}_2 + j s \cdot X_{2\sigma} \cdot \underline{I}_2 + \underline{U}_{q2} \quad (4.5.6)$$

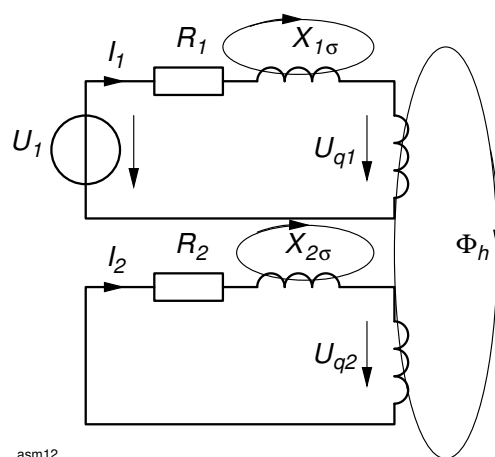
Es bedeuten:

\underline{U}_1 : Netzspannung mit der Frequenz f_1

R_1, R_2 : Strangwiderstände des Ständers und Läufers

$X_{1\sigma}, X_{2\sigma}$: Streureaktanzen bei Netzfrequenz (siehe Abschnitt 4.1.13)

$\underline{U}_{q1}, \underline{U}_{q2}$: durch den Hauptfluß Φ_h induzierte Spannungen



asm12

Da die Frequenz im Läuferkreis nach Gleichung (3.6.3) drehzahl-/schlupfabhängig ist, gilt für die läuferseitige Streureaktanz in Gleichung (4.5.6):

$$\omega_2 \cdot L_{2\sigma} = 2\pi \cdot f_2 \cdot L_{2\sigma} = s \cdot \underbrace{2\pi \cdot f_1 \cdot L_{2\sigma}}_{X_{2\sigma}} = s \cdot X_{2\sigma}$$

Analog zum ESB des Transformators macht man das Übersetzungsverhältnis zwischen Läufer- und Ständerwicklung zu eins ($N_2 = N_1$).

Damit wird $U_{q2} = U_{q1} = U_q$ und $U'_{q2} = s \cdot U'_{q20} = s \cdot U_q$ und man erhält

$$U_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j X_{1\sigma} \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_q \quad (4.5.7)$$

$$0 = R'_2 \cdot \underline{I}'_2 + j s \cdot X'_{2\sigma} \cdot \underline{I}'_2 + s \cdot \underline{U}_q \quad (4.5.8)$$

Die Umrechnung erfolgt in Analogie zum Transformator, wobei beachtet werden muß, daß beim Käfigläufer die Strangzahl m_2 der Anzahl der Kurzschlußstäbe entspricht. Im ESB hat der Läuferkreis die gleiche Phasenzahl wie der Ständer, also m_1 .

$$I'_2 = I_2 \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{N_2 \cdot \xi_2}{N_1 \cdot \xi_1} \quad (4.5.9)$$

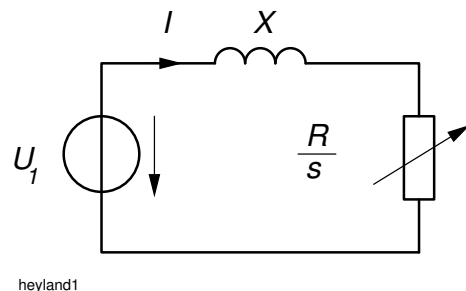
$$R'_2 = R_2 \cdot \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{N_1 \cdot \xi_1}{N_2 \cdot \xi_2} \right)^2 \quad (4.5.10)$$

$$X'_{2\sigma} = X_{2\sigma} \cdot \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{N_1 \cdot \xi_1}{N_2 \cdot \xi_2} \right)^2 \quad (4.5.11)$$

Dividiert man Gleichung (4.5.8) durch den Schlupf s , werden die Spannungsabfälle an den Haupt- und Streuinduktivitäten drehzahlunabhängig.

4.5.2 Kreisdiagramm

Das Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine läßt sich im Prinzip als eine Reihenschaltung aus konstantem Blindwiderstand X und einem veränderlichen Wirkwiderstand $R(s)$ ansehen. Für eine solche Schaltung läßt sich mit Hilfe der Ortskurventheorie zeigen, daß sich der Strom I in der komplexen Ebene in Abhängigkeit von R auf einem Halbkreis bewegt. Läßt man auch negative Werte für R zu ($s < 0$), ergibt die Ortskurve einen Kreis.



Dies trifft auch für das vollständige Ersatzschaltbild der ASM zu. Zur Konstruktion des Kreisdiagrammes benötigt man drei auf dem Kreis liegende Punkte. Als Parameter wird der Schlupf s benutzt. Üblicherweise bestimmt man die Punkte für den Leerlauf ($s = 0$), Kurzschluß ($s = 1$) und für $s = \infty$. Aus dem Kreisdiagramm kann man unter Verwendung geometrischer Beziehungen folgende Größen ablesen (Abb. 4.5.1):

- Ständerstrom
- mechanische Leistung
- Drehmoment

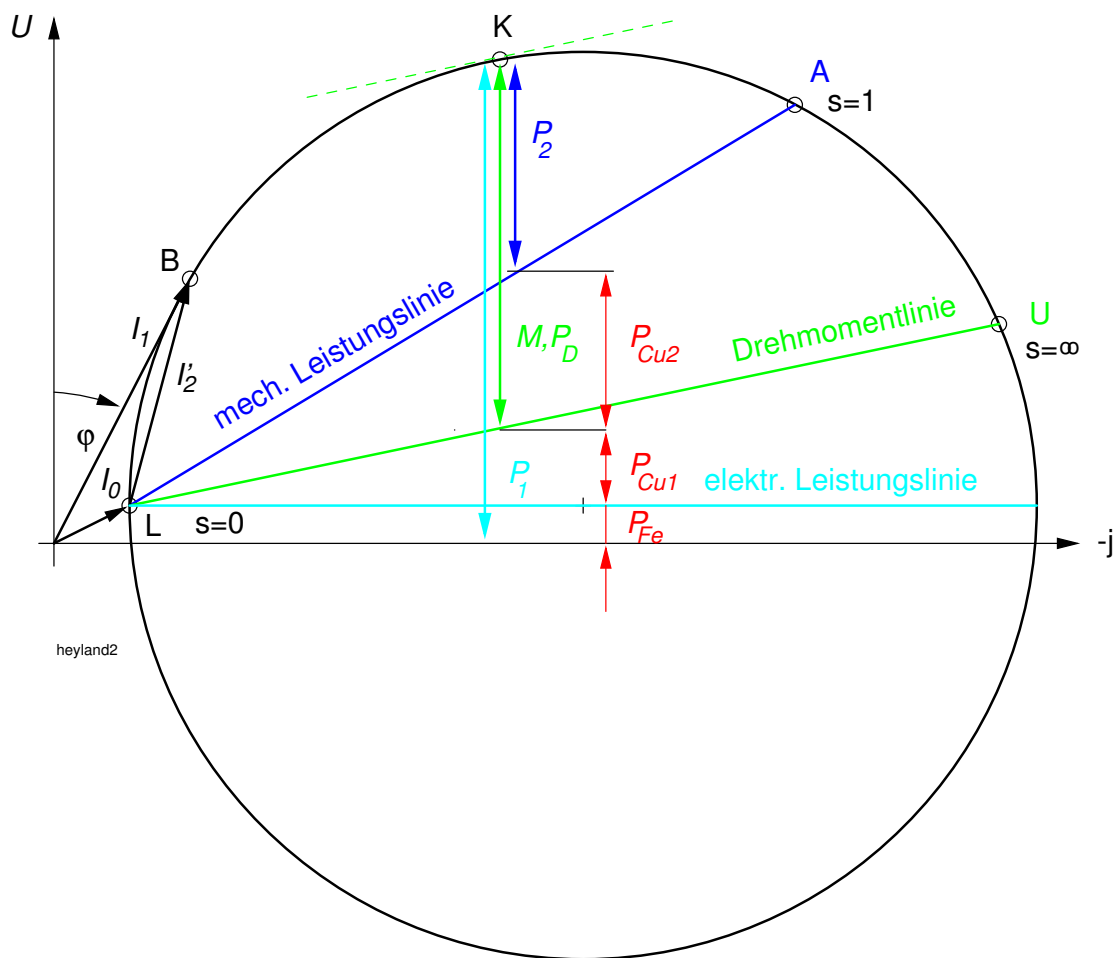


Abb. 4.5.1: Heylandkreis

- elektrische Leistung
- Wirkungsgrad
- Leistungsfaktor
- Schlupf
- Verlustaufteilung

Für das Kreisdiagramm bildet die positive Ordinate den Realteil der Spannung U_1 als Bezugsgröße. Demzufolge weist die positive Abszisse in Richtung der negativen Imaginärachse. Der Leerlaufpunkt ist mit L, der Kurzschlußpunkt mit A gekennzeichnet.

Beim lastfreien Anlauf wandert der *Stromzeiger* I_1 vom Punkt A zum Punkt L über den Kippunkt K. Bei Belastung bewegt sich der Stromzeiger zwischen dem Leerlaufpunkt und dem Nennpunkt B. Ständerstrom I_1 und -spannung U_1 bilden den Winkel φ . Durch Einzeichnen eines Einheitskreises um den Koordinatenursprung kann man den *Leistungsfaktor* direkt auf der Ordinatenachse ablesen (fehlt in dem hier gezeigten Kreisdiagramm).

Hinweis: Alle Abstände werden durch Fällen des Lotes auf die Imaginärachse ermittelt.

Die Strecke \overline{LA} markiert die *mechanische Leistungslinie*. Man kann zwischen ihr und dem Kreis die abgegebene, mechanische Leistung P_2 ablesen. Wie man sieht, ist im Leerlauf und beim Anlauf $P_2 = 0$.

Wird der Motor gegen seine Drehfeldrichtung betrieben (Bremsbetrieb, Gegenlauf), bewegt sich der Stromzeiger vom Anlaufpunkt weg in entgegengesetzte Richtung, da $s > 1$ wird. Der Grenzfall $s = \infty$ wird durch den Punkt U markiert. Die Strecke \overline{LU} bezeichnet man als *Drehmomentlinie*. Der Abstand zwischen ihr und dem Kreis ist proportional dem *Drehmoment* M . Es ist im Kippunkt K am größten (parallele Tangente zur Drehmomentlinie). Da das Drehmoment (abzüglich des Reibungsmomentes) nach Gleichung (3.6.19) proportional zur Luftspaltleistung ist, ist der gleiche Abstand auch ein Maß für die Luftspaltleistung P_D .

Die *elektrische Leistungslinie* erhält man durch eine Parallele zur Abszissenachse im Abstand P_0 (siehe Gleichung (3.6.21)). Dabei nimmt man stillschweigend an, daß die Eisen- und Reibungsverluste konstant bleiben. Vernachlässigt man die im Leerlaufversuch verursachten Kupferverluste in der Ständerwicklung P_{Cu1} , kann man die elektrische Leistungslinie durch den Leerlaufpunkt L legen. Der Abstand zwischen Abszisse und Kreis entspricht der aufgenommenen *Wirkleistung* P_1 , aus den Schnittpunkten mit der mechanischen Leistungs- und Drehmomentlinie lassen sich auch die *Ständer- und Läuferverluste* P_{Cu1} und P_{Cu2} ablesen¹⁴.

Aus dem Streckenverhältnis zwischen P_2 und P_1 kann man den *Wirkungsgrad* entnehmen.

Mittels graphischer Verfahren kann man den Kreisumfang in Schlupfwerte einteilen (die sog. *Schlupfgerade* fehlt in dem Kreisdiagramm).

Da man aus dem Kreisdiagramm verschiedene physikalische Größen ablesen kann, müssen entsprechende Maßstäbe für den Strom, die Leistung und das Drehmoment gewählt werden.

¹⁴Die Verlustaufteilung ist aus optischen Gründen beispielhaft für den Kippunkt eingezeichnet. Es sei noch einmal betont, daß sich im normalen Motorbetrieb der Stromzeiger I_1 zwischen den Punkten L und B bewegt

4.5.3 Numerische Berechnung

Stehen numerische Werkzeuge zur Verfügung, mit denen komplexe Rechnungen durchgeführt werden können, läßt sich das vollständige Ersatzschaltbild auch ohne Vereinfachung auswerten. Aus den Leerlauf- und Kurzschlußversuchen gewinnt man die Zahlenwerte für die Parameter des Ersatzschaltbildes. Mit diesen Zahlenwerten lassen sich folgende komplexe Gleichungen berechnen:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{1\sigma}$$

$$\underline{Z}'_2(s) = \frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma}$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{jR_{fe}X_h}{R_{fe} + jX_h}$$

$$\underline{Z}(s) = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}'_2(s)\underline{Z}_0}{\underline{Z}'_2(s) + \underline{Z}_0}$$

Somit erhält man den komplexen Ständerstrom

$$\underline{I}_1(s) = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}(s)}$$

z. B. mit $\underline{U}_1 = (230 + j0) \text{ V}$.

Daraus läßt sich sofort der Leistungsfaktor der Maschine berechnen:

$$\cos \varphi(s) = \cos \arctan \frac{\Im\{\underline{I}_1(s)\}}{\Re\{\underline{I}_1(s)\}}.$$

Der Läuferstrom ergibt sich zu

$$\underline{I}'_2(s) = \frac{\underline{U}_1 \underline{Z}_0}{\underline{Z}(s)(\underline{Z}_0 + \underline{Z}'_2(s))}.$$

Für die gesamte Luftspaltleistung erhält man

$$P_D(s) = 3 |\underline{I}'_2(s)|^2 \frac{R'_2}{s}$$

und daraus das innere Moment

$$M_i(s) = \frac{P_D(s)}{2\pi n_D}$$

mit der Synchrondrehzahl n_D und die innere Leistung

$$P_i(s) = P_D(s) \cdot (1 - s),$$

welche noch die Reibungsverluste enthalten. Weiterhin interessiert die aufgenommene Wirkleistung

$$P_1(s) = 3U_1 I_1(s) \cos \varphi(s)$$

und der Wirkungsgrad, der jedoch die Reibungsverluste nicht berücksichtigt

$$\eta(s) = \frac{P_i(s)}{P_1(s)}.$$

Abb. 4.5.2 enthält die numerische Auswertung der oben angegebenen Gleichungen einer Labormaschine. Aus diesem Diagramm lassen sich sofort wichtige Kenngrößen der Maschine entnehmen wie Anlaufstrom, -moment, Kippschlupf, -moment, Leerlaufstrom, Überlastbarkeit (Kippmoment/Nennmoment), Leistungsfaktor und Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der Drehzahl.

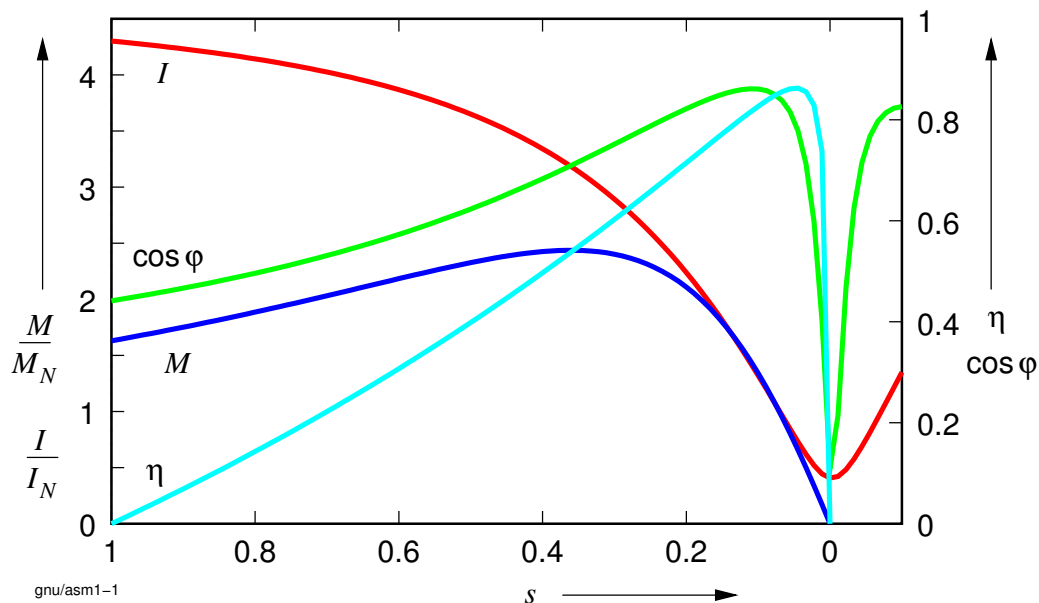


Abb. 4.5.2: Betriebsverhalten der Asynchronmaschine

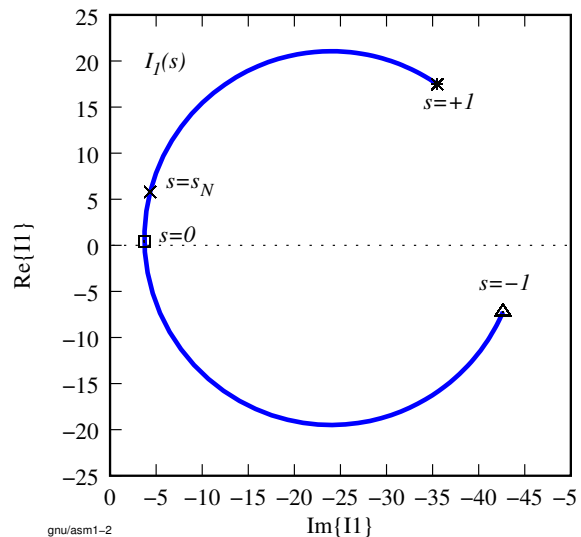
In diese Darstellung kann das Lastmoment direkt eingetragen und z. B. der Hochlaufvorgang der ASM kontrolliert werden.

Statt über die Drehzahl kann das Diagramm auch über die zugeführte Leistung oder über das Belastungsmoment aufgetragen werden (*Belastungskennlinie*).

Der Vorteil der numerischen Auswertung gegenüber der analytischen Gleichungen besteht vor allem darin, auch nichtlineare Effekte und Oberwellenerscheinungen untersuchen zu können, vorausgesetzt, sie lassen sich in geeigneter Weise mathematisch formulieren.

Die Rechnung gestaltet sich nur deshalb so einfach, weil die Gleichungen direkt numerisch ausgewertet werden. Eine symbolische Herleitung der Netzwerkgleichungen für das T-Ersatzschaltbild führt zu wesentlich umfangreicheren Gleichungen.

Man erhält das Kreisdiagramm aus den oben hergeleiteten Gleichungen, wenn man den Strom I_1 in Parameterdarstellung mit s als Parameter zeichnet und den *negativen* Imaginärteil über die x-, den Realteil über die y-Achse aufträgt.



Kapitel 5.8 enthält Programmanweisungen zur Simulation des Betriebsverhaltens einer ASM.

4.5.4 Weitere Einflußgrößen

Vergleicht man errechnete und gemessene Werte, ergeben sich teilweise erhebliche Abweichungen zwischen dem Modell und der Praxis. Ursachen dafür können sein:

- Beim Ersatzschaltbild und dem Kreisdiagramm wurde nur von der Grundwelle des Ständerdrehfeldes ausgegangen.
- Zwischen mehreren Anlaufvorgängen kann es zu Wicklungserwärmungen kommen, die eine Widerstandserhöhung verursachen.
- Haupt- und Streureaktanzen sind infolge der Eisensättigung stromabhängig.
- Je nach Läuferausführung können sich Stromverdrängungseffekte bemerkbar machen, die im ESB bzw. im Kreisdiagramm berücksichtigt werden müssen.

4.5.4.1 Oberfelder

Die durch die Ständerwicklung erzeugte Durchflutung enthält neben der Grundschwingung auch noch Drehfelder mit den Ordnungszahlen $\nu = -5, 7, -11, 13, -17, 19, \dots$ entsprechend der Gleichungen (4.4.8) und (4.4.9) im Abschnitt 4.4.2.4. Negative Ordnungszahlen zeigen an, daß das Drehfeld in entgegengesetzter Richtung zum Grundfeld umläuft.

Nach Gleichung (4.4.12) besitzen die Oberfelder die Drehzahlen

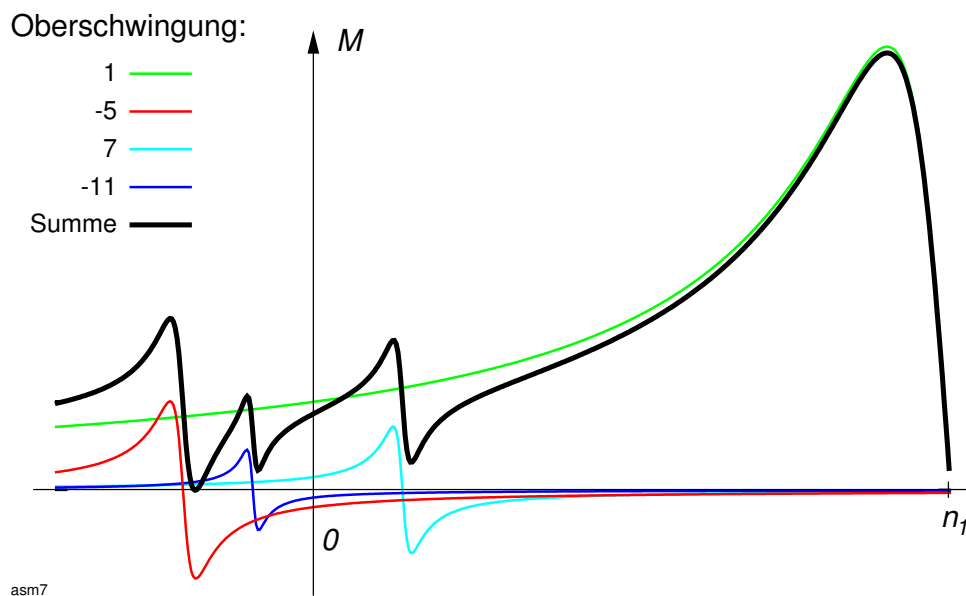
$$n_\nu = \frac{n_1}{\nu} \quad (4.5.12)$$

Ihren Schlupf s_ν zur Läuferdrehzahl n erhält man zusammen mit Gleichung (3.6.2)

$$s_\nu = \frac{n_\nu - n}{n_\nu} = \frac{n_1 - \nu \cdot n}{n_1} = 1 - \nu(1 - s) \quad (4.5.13)$$

Ihre Drehmomente M_ν nehmen mit der Ordnungszahl ν etwa hyperbolisch ab, bei $s_\nu = 0$ sind sie gleich Null.

Das Gesamtmoment M ergibt sich aus der Summe des Grundwellenmomentes und der Oberfeldmomente M_ν und zeigt deutlich Momentenschwankungen, z. B. beim Hochlaufvorgang (*Asynchrone Oberfeldmomente*). Man erkennt, daß nur die positiven Ordnungszahlen Auswirkungen auf den Motorbetrieb haben.



Einen wesentlichen Einfluß auf das Drehmoment haben Oberwellen, die durch die Nutung des Ständers und des Läufers hervorgerufen werden (*Nutungsharmonische*), mit den Ordnungszahlen

$$\nu = \pm k \frac{N}{p} + 1 \quad \text{mit } k = 1, 2, 3, \dots \quad (4.5.14)$$

So wie der Ständer aufgrund seines Aufbaus (Nutung, Wicklungsaufbau) Oberfelder erzeugt, trifft das auch auf den Läufer zu. Die Ströme I_2 bilden neben dem Grundwellenfeld auch Oberwellenfelder, Schleifring- und Käfigläufer erzeugen Nutungsharmonische¹⁵. Diese Felder rotieren zum Läufer mit den Drehzahlen $s \cdot n_1 / \nu$.

Die durch Oberfelder und Nutungsharmonischen erzeugten Drehzahlen sind sowohl mitlaufend als auch gegenlaufend, je nach Vorzeichen von ν . Die vom Ständer erzeugten Drehfelder sind starr an das speisende Netz gebunden (n_1), die vom Läufer sind drehzahlabhängig. Haben zwei Drehfelder mit der gleichen

¹⁵Die Stäbe der Käfigläufer liegen in mehr oder weniger geschlossenen Nuten.

Ordnungszahl und gleichen Drehzahl auch die gleiche Drehrichtung, kommt es zu einem *synchronen Moment*, da die beiden Felder quasi „nebeneinander laufen“, das eine Feld versucht das andere Feld „festzuhalten“.

Zur Beurteilung solcher störender Momente berechnet man die Ordnungszahlen (mit Vorzeichen wegen der Drehrichtung) für die Nutungsharmonischen der Ständer- und Läuferwicklungen nach Gleichung (4.5.14).

Die durch die Nutungsharmonischen erzeugten synchronen Momente treten immer dann auf, wenn es auf der Läufer- und Ständerseite gleiche Ordnungszahlen mit entgegengesetztem Vorzeichen gibt. Die dazugehörigen Synchrondrehzahlen erhält man aus der Beziehung

$$\frac{n_1}{\nu_1} = \frac{n_1 - n}{\nu_2} + n \quad (4.5.15)$$

in die man die gefundenen Ordnungszahlen ν_1 und ν_2 unter Beachtung des Vorzeichens einsetzt und nach der gesuchten Drehzahl n auflöst.

Die Drehzahlen, bei denen asynchrone Momente auftreten, erhält man direkt aus Gleichung (4.5.12) mit $\nu = -5, 7, -11, 13, -17, 19, \dots$, wobei man für den Motorbetrieb nur die positiven Drehzahlen berücksichtigt.

Synchrone und asynchrone Momente führen zu Einsattelungen im Drehmomentenverlauf. Bei ungünstiger Auslegung der Maschine bzw. des Antriebes kann der Motor beim Hochlaufen hängen bleiben (er „schleicht“), im ungünstigsten Fall bleibt er „kleben“ (Stillstand).

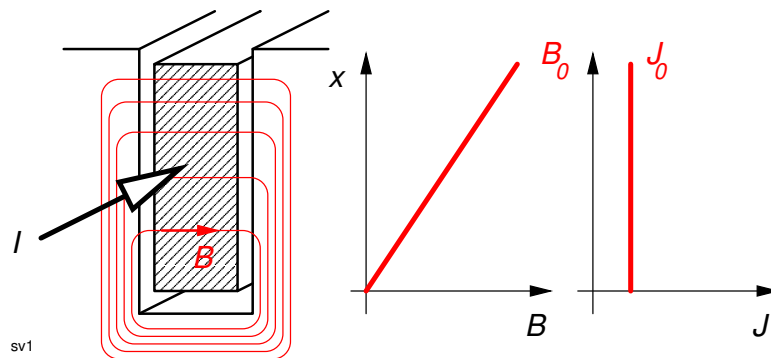
Abhilfe schafft man durch entsprechende Wicklungsfaktoren (siehe dazu Abschnitt 4.4.4.5). Die Nutungsharmonischen kann man nur durch *Schrägung* der Läufernuten um eine Ständernutteilung beseitigen.

Neben den hier beschriebenen Oberfeldmomenten entstehen weitere Störmomente, z. B. durch Nutungsharmonische im Zusammenspiel mit sog. Zahnpulsationsverlusten, zusätzliche Wirbelstromverluste im Läufer durch Kurzschlüsse zwischen den Blechen bei der mechanischen Nachbearbeitung des Läufers (Überdrehen), Querströme im Läuferisen von Käfigläufern durch schräggestellte Nuten, zu deren Berechnung auf die entsprechende Fachliteratur verwiesen wird.

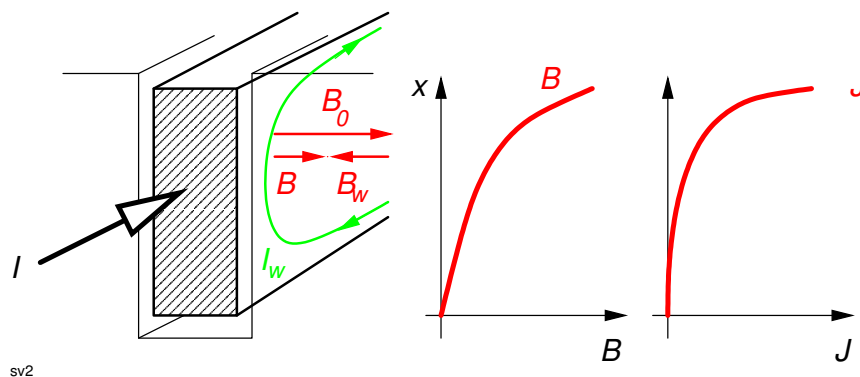
4.5.4.2 Einseitig Stromverdrängung

Ein massiver Leiter erzeugt durch seinen eingepprägten Strom I in der Nut ein magnetisches Streufeld, daß sog. *Nutquerfeld*. Vernachlässigt man den magnetischen Widerstand im Eisen ($\mu_{fe} \gg \mu_0$), dann steigt bei **Gleichstrom** die Induktion B_0 linear mit der Höhe x des Leiterstabes an¹⁶ Die dazugehörige Stromdichte J_0 verteilt sich gleichmäßig über den Leiterquerschnitt, ist also konstant über die Leiterhöhe.

¹⁶Nach dem Durchflutungssatz ist für jede Feldlinie der Beitrag $H \cdot \delta s$ (mit δs gleich der Nutbreite) etwa gleich, der eingeschlossene Strom nimmt mit der Leiterhöhe x jedoch linear zu.



Bei **Wechselstrom** ändert sich das Nutquerfeld mit der Frequenz. Dadurch werden in dem massiven Leiterstab Spannungen induziert, die im Leiter Wirbelströme erzeugen. Da das Querfeld von der Leiterhöhe abhängt, ist die Höhe der induzierten Spannung ebenfalls von der Leiterhöhe x abhängig. Die Wirbelströme sind so gerichtet, daß sie das ursprüngliche Feld zu schwächen versuchen. Daraus folgt, daß sie im unteren Leiterbereich entgegen dem Strom I fließen und sich im oberen Bereich gleichsinnig überlagern. Über die Leiterhöhe stellt sich eine ungleichmäßige Stromdichte ein, es ergibt sich eine *einseitige Stromverdrängung*. Durch die Rückwirkung der Wirbelströme auf das ursprüngliche Feld tritt auch eine *Feldverdrängung* auf.



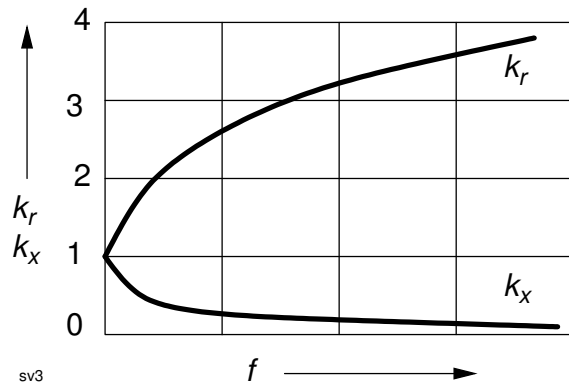
Die Stromverdrängung führt zu Gesamtverlusten im Nutenleiter, die größer sind als bei gleichmäßiger Stromverteilung. Gegenüber dem Gleichstromfall mit nur ohmschen Verlusten entstehen bei Wechselstrom zusätzliche Verluste (*Stromverdrängungsverluste*, *Wirbelstromverluste*). Die Verlusterhöhung kann man als eine fiktive Erhöhung des Leiterwiderstandes auffassen.

Die Feldverdrängung ihrerseits verursacht eine Abnahme der Leiterinduktivität, also der Nutstreureaktanz.

Die *Stromverdrängungsfaktoren* geben das Widerstands- bzw. Streuungsverhältnis bei einer beliebigen Frequenz zu dem entsprechenden Gleichstromwert an:

$$k_r = \frac{R}{R_0} \quad k_x = \frac{X}{X_0} \quad (4.5.16)$$

Ihr prinzipieller Verlauf ist in der nebenstehenden Abbildung dargestellt.

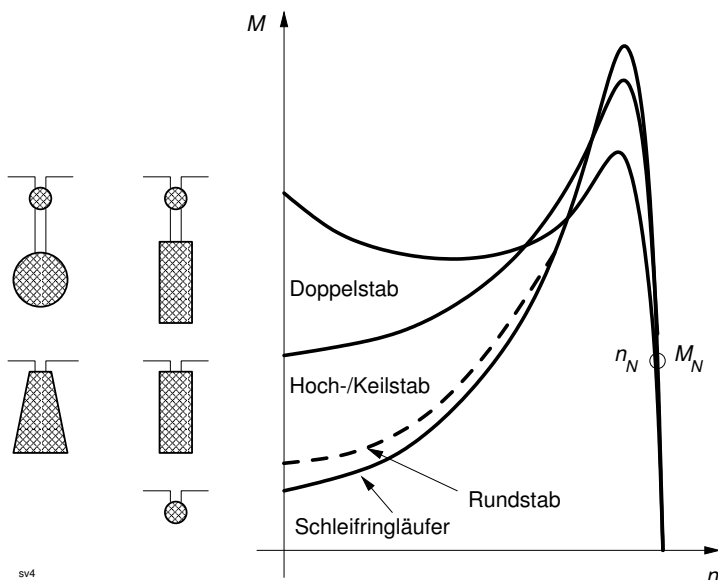


Entscheidend für die Stromverdrängung ist die Leiterhöhe. Unterteilt man den Leiterstab in übereinander liegende Teilleiter und schaltet die einzelnen Leiter in Reihe, so erfahren die einzelnen Leiterlagen ebenfalls eine Stromverdrängung, außer in dem untersten Teilleiter tritt jedoch in jedem Teilleiter eine *doppelseitige Stromverdrängung* auf, die durch den darunter liegenden Strom hervorgerufen wird.

Normalerweise ist die Stromverdrängung eine unerwünschte Eigenschaft, die zusätzliche Verluste erzeugt (z. B. in den Wicklungsstäben der Ständerwicklungen großer Induktionsmaschinen). Praktisch ausgenutzt wird sie nur zur Verbesserung der Anlaufeigenschaften von Asynchronmaschinen. Beim Hochlaufvorgang soll der Wirkwiderstand im Läuferkreis möglichst groß sein (hohes Anzugsmoment bei verhältnismäßig kleinem Anzugsstrom), im Betrieb jedoch möglichst klein (guter Wirkungsgrad). Je höher die Läuferstäbe sind (*Hochstabläufer*) desto mehr wirkt sich die Stromverdrängung aus. Neben der Widerstandsvergrößerung ($k_r \approx 3 \dots 5$) tritt noch eine Verminderung der Nutstreuung und damit der Läuferstreureaktanz auf, die die Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik zusätzlich verbessert.

Besonders hohe Anzugsmomente liefert der *Doppelkäfigläufer*. Er besteht aus zwei Käfigen: der äußere Käfig (*Anlaufkäfig*) mit geringem Stabquerschnitt (hoher Widerstand) und der innere Käfig (*Arbeits- oder Betriebskäfig*) mit großem Stabquerschnitt.

Durch entsprechende Auslegung der Stabquerschnitte lässt sich die Drehmomentenkurve den Bedürfnissen anpassen.



Man kann das Ersatzschaltbild der ASM für Doppelkäfigläufer erweitern und das Betriebsverhalten unter Berücksichtigung der Stromverdrängung ebenfalls numerisch berechnen. Schwierigkeiten bereitet die Ermittlung der Ersatzschaltbildparameter. Abb. 4.5.3 zeigt das erweiterte Ersatzschaltbild, Abb. 4.5.4 das daraus berechnete Betriebsverhalten und Abb. 4.5.5 die Stromortskurve eines Doppelkäfigläufers.

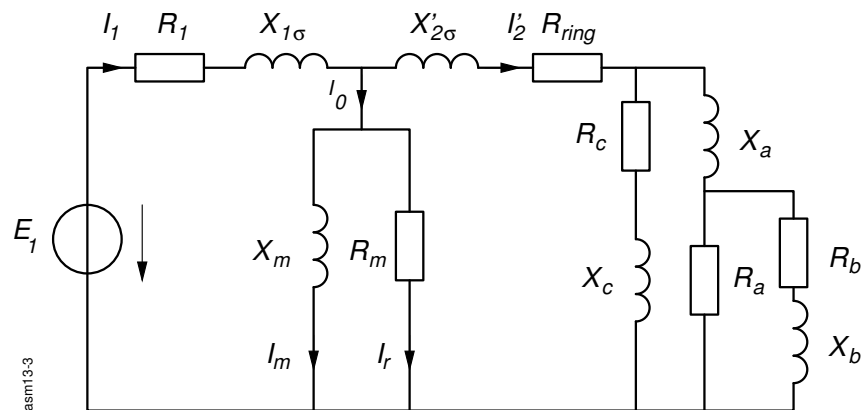


Abb. 4.5.3: Ersatzschaltbild eines Doppelkäfigläufers

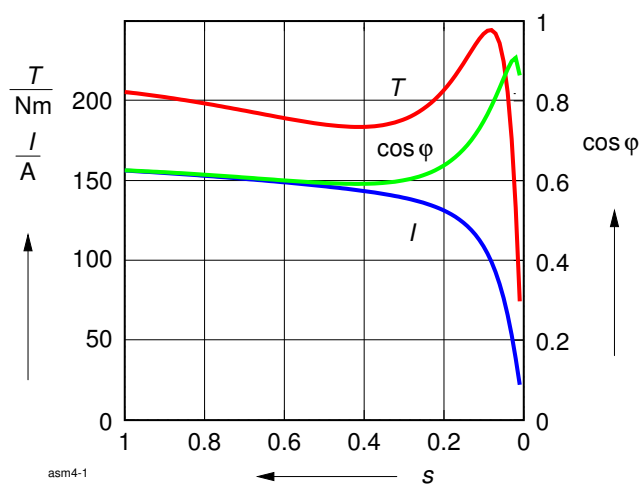


Abb. 4.5.4: Betriebsverhalten

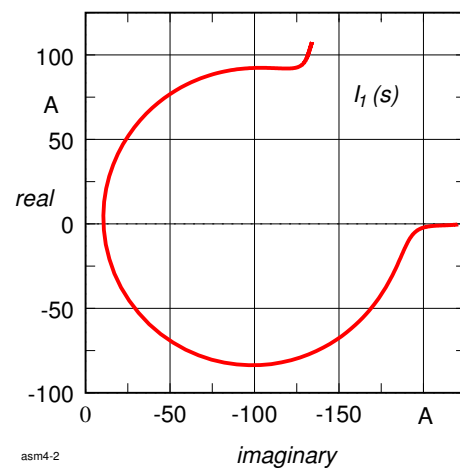


Abb. 4.5.5: Stromortskurve

4.5.5 Abschätzung - Klossche Gleichung

Mittels der Gleichungen (3.6.15) und (3.6.19) läßt sich das Drehmoment durch die Parameter der Ersatzschaltung in Abhängigkeit vom Schlupf s ausdrücken. Bildet man die erste Ableitung dM_i/ds und setzt sie gleich Null, erhält man den Punkt mit dem maximalen Drehmoment, das sog. *Kippmoment* M_K mit dem dazugehörigen *Kippschlupf* s_K . Mit den Annahmen $X_1 \approx X'_2$ und $R_1 \ll X_1$ findet man für die Daten des Kippunktes folgende Abschätzungen

$$s_K \approx \frac{R'_2}{X_\sigma} \quad \text{und} \quad (4.5.17)$$

$$M_K \approx \frac{3 \cdot U_1^2}{4\pi \cdot n_1 \cdot X_\sigma} \quad (4.5.18)$$

Der Kippschlupf hängt sowohl vom sekundären Läuferwiderstand wie auch von der Streureaktanz der Maschine ab, die Höhe des Kippmomentes wird bautechnisch nur durch die Streureaktanz bestimmt (siehe dazu auch die Abbildungen 5.9.1 und 5.9.2).

Durch Umformung der Momentengleichung, Vereinfachungen und Vernachlässigung des Reibungsmomentes erhält man die auf das Kippmoment bezogene allgemeine Drehmomentengleichung (*Klossche Gleichung*):

$$\boxed{\frac{M}{M_K} = \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}} \quad (4.5.19)$$

mit deren Hilfe man aus den Daten des Kippunktes das Drehmoment für einen beliebigen Schlupf berechnen kann (Abb. 4.5.6).

Die Formel liefert für kleine Schlupfwerte $s/s_K \ll 1$ eine Gerade $2 \cdot s/s_K$, während im Anlaufbereich $s/s_K \gg 1$ das Drehmoment sich nach der Hyperbelgleichung $2 \cdot s_K/s$ ändert.

4.5.6 Generatorbetrieb

Gleichung (4.5.19) gilt auch für $s < 0$ und gibt damit auch den Generatorbetrieb richtig wieder (gleiche Drehrichtung, negatives Moment). Im Kreisdiagramm bewegt sich der Stromzeiger I_1 für $s < 0$ in den negativen Realbereich (Wirkkomponente von I_1 um 180° phasenverschoben gegenüber U_1). Die numerische Berechnung liefert ebenfalls negative Momente für den übersynchronen Lauf.

Generatorbetrieb liegt dann vor, wenn die ASM oberhalb ihrer Synchrongeschwindigkeit n_1 betrieben wird.

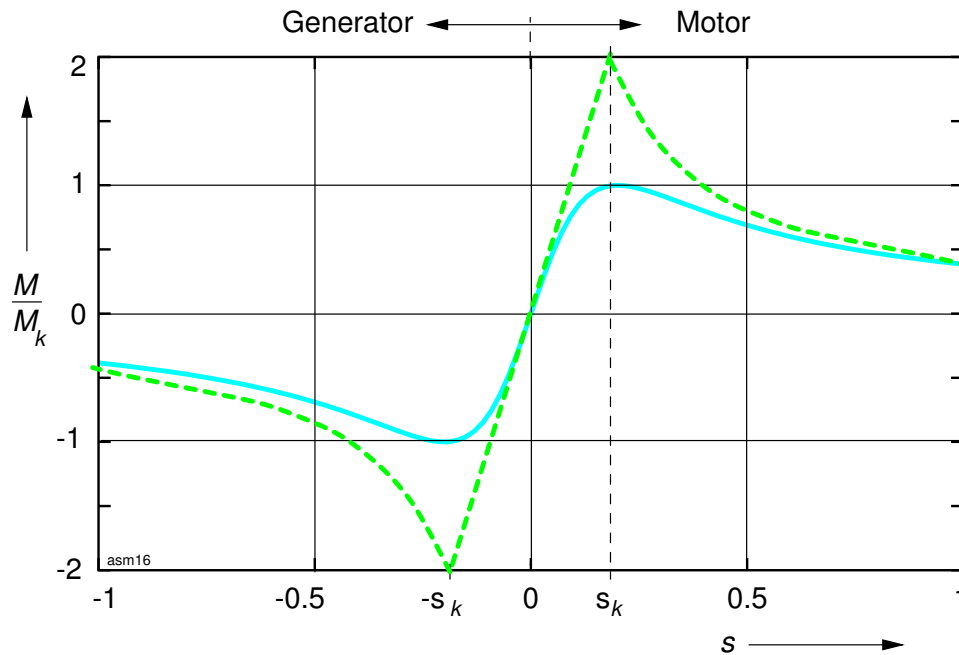


Abb. 4.5.6: Klossche Gleichung

4.5.7 Schleifringläufer mit Anlaßwiderständen

Das Prinzip wurde bereits im Abschnitt 3.6.8.1 behandelt.

Aus der Gleichung (4.5.17) erhält man bei unveränderter Streureaktanz die Beziehung

$$\frac{R_{2V} + R_2}{s^*} = \frac{R_2}{s} \quad \text{oder} \quad s^* = \frac{R_{2V} + R_2}{R_2} \cdot s \quad (4.5.20)$$

wobei R_2 und R_{2V} die realen Werte der Läuferwicklung bzw. des Anlaßwiderstandes bedeuten, s^* der Schlupf, der sich mit dem Anlaßwiderstand einstellt, und zwar **bei gleicher Belastung** wie beim Schlupf s . Betrachtet man dazu das Anlaufdiagramm (siehe Abschnitt 3.6.7, Abb. 3.6.8), bedeutet die obige Gleichung, daß sich alle Betriebspunkte, z. B. M_N mit I_N , horizontal in Richtung niedriger Drehzahl bewegen, und zwar im gleichen Maße, wie sich R_2 erhöht. Dieses Ergebnis kann man auch aus den Diagrammen Seite 5.9.0 ff. ablesen.

Löst man Gleichung (4.5.20) nach R_{2V} auf,

$$R_{2V} = R_2 \left(\frac{s^*}{s'} - 1 \right) \quad (4.5.21)$$

erhält man eine Bestimmungsgleichung für den Anlaßwiderstand in Abhängigkeit vom gewünschten Schlupf s^* und einem Referenzschlupf s' . Es stellen sich dann zu der gewünschten Drehzahl Moment und Strom so ein, wie sie beim Referenzschlupf s' vorhanden waren.

Für den Anlaufvorgang wertet man Gleichung (4.5.21) so aus, indem man $s^* = 1$ setzt (Stillstand) und z. B. $s' = s_k$ einsetzt, wenn der Motor mit dem Kippmoment anlaufen soll.

Um den Anlaufvorgang möglichst kurz zu halten, wird man versuchen, den Motor während des Hochlaufvorganges möglichst immer mit dem Kippmoment zu beschleunigen. Dazu müßte man jedoch stufenlos verstellbare Anlaßwiderstände benutzen. Aus Kostengründen wählt man jedoch einen stufig verstellbaren Anlaßwiderstand, bei häufigen Anlaufvorgängen (z. B. Kransteuerung) kann eine *Pulssteuerung* (siehe Abschnitt 4.5.8) vorteilhafter sein.

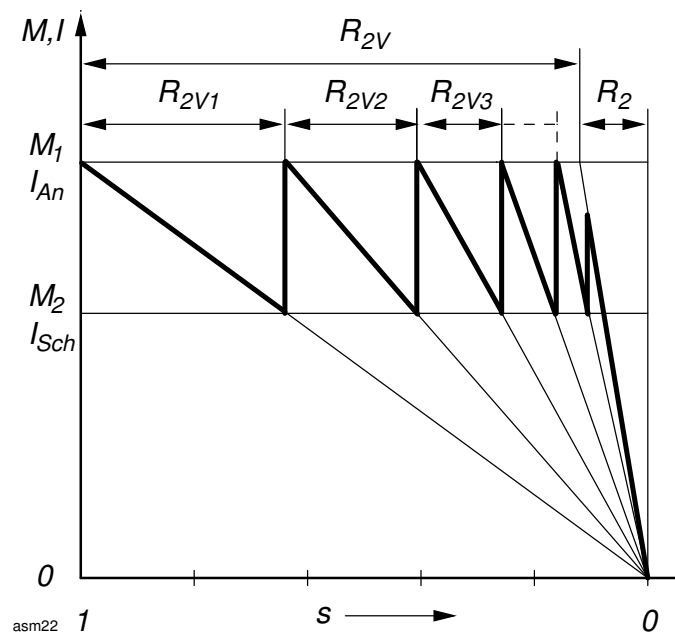


Abb. 4.5.7: Ermittlung der Anlaßwiderstände

Die Ermittlung der einzelnen Teilwiderstände erfolgt grafisch unter der Annahme, daß die Strom- und Momentenkennlinien im Bereich des Nennmomentes linear verlaufen (Abb. 4.5.7). Vorgegeben werden der Anlaufspitzenstrom I_{An} (z. B. $1.8 I_{2N}$) sowie der Schaltstrom I_{Sch} (z. B. $1.0 I_{2N}$). Zu diesen Strömen gehören die entsprechenden Momente M_1 und M_2 . Beim Einschalten mit dem vollen Anlaßwiderstand $R_{2V} + R_2$ beschleunigt die Maschine mit dem Moment M_1 und dem Anlaufstrom I_{An} . Mit zunehmender Drehzahl sinken beide Größen linear auf die Werte M_2 bzw. I_{Sch} . In diesem Punkt wird der Teilwiderstand R_{2V1} abgeschaltet, der so bemessen sein muß, daß sich das Moment M_1 bzw. der Strom I_{An} wieder einstellen. Dieser Vorgang wiederholt sich für jede Anlaßstufe bis nur noch der Läuferwiderstand R_2 übrig bleibt. Wegen der Proportionalität zwischen $R_{2V} + R_2$ und s^* bei gleicher Belastung (hier M_1 bzw. I_{An}) kann man die Widerstände R_2 und R_{2V} sowie dessen Abstufung statt des Schlupfes s auftragen und die Anlasserstufung durch geometrische Konstruktion ermitteln.

4.5.8 Schlupfwiderstände

Entsprechend den Gleichungen (3.6.15) bis (3.6.17) spaltet sich die Luftspaltleistung in zwei Anteile auf: die abgegebene Leistung¹⁷ $P_i = P_D (1 - s)$ und die Stromwärmeverluste $P_{Cu2} = P_D \cdot s$. Bei

¹⁷einschließlich Reibungsverluste

konstantem $M \sim P_D$ geht mit steigendem Schlupf die Luftspaltleistung von P_i nach P_{Cu2} über. Dabei entstehen im Läuferkreis die Verluste

$$P_{Cu2} = P_D \cdot s = 3 \cdot I_2^2 (R_2 + R_{2V}) \quad (4.5.22)$$

wobei der Vorwiderstand R_{2V} für den Zeitraum der Drehzahlverstellung die Verlustleistung $P_v = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_{2V}$ aushalten muß.

Die Drehzahlsteuerung durch Schlupfwiderstände hat neben der Unwirtschaftlichkeit bei großen Schlupfwerten weitere Nachteile. Mit zunehmenden Widerstandswerten verschiebt sich die Drehmomentenkennlinie in Richtung Anlaufpunkt, sie wird „weicher“, d. h. Laständerungen führen zu großen Drehzahländerungen. Sie verhält sich genauso wie eine Gleichstrom-Nebenschlußmaschine mit Ankervorwiderstand. Bei Entlastung nimmt sie mehr oder weniger die Leerlaufdrehzahl an.

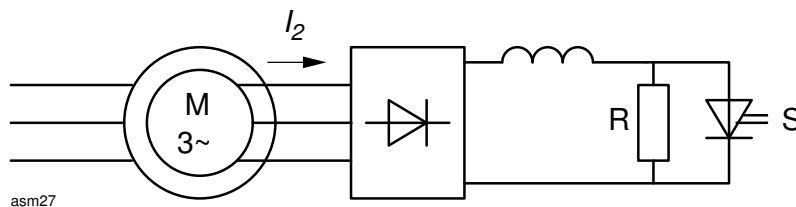


Abb. 4.5.8: Prinzip der Pulssteuerung

Bei der Verwendung von Läufervorwiderständen steuert man die Drehzahl mittels Teilwiderständen in Stufen (wie beim Anlaßwiderstand). Dies führt aber zu Drehmomentsprüngen. Zur kontinuierlichen und kontaktlosen Drehzahlsteuerung verwendet man statt dessen eine *Pulssteuerung* mit einem Gleichstromsteller (Abb. 4.5.8). Dabei wird die dreiphasige Rotorspannung gleichgerichtet und über eine Glättungsdrossel an den Lastwiderstand R gelegt. Parallel zu R liegt der Gleichstromsteller S , ein periodisch arbeitender Schalter. Durch Änderung des Tastverhältnisses (Ein- und Ausschaltdauer) kann der Läuferkreis unterschiedlich belastet werden, was einer Änderung des Läufervorwiderstandes entspricht.

4.5.9 Änderung der Klemmenspannung

Siehe auch Abschnitt 3.6.9.2.

Wegen der schlupfabhängigen Läuferverluste nach Gleichung (4.5.22) würden bei geringen Drehzahlen und großer Abgabeleistung P_i hohe Verlustleistungen auftreten. Bildet man nämlich den Quotienten aus den Gleichungen (3.6.17) und (3.6.16) erhält man

$$P_{Cu2} = \frac{s}{1-s} P_i \quad (4.5.23)$$

Aus diesem Grund sollte das Lastmoment bei kleinen Drehzahlen möglichst gering sein.

Wegen der erhöhten Stromwärmeverluste muß der Motor überdimensioniert werden. Die Spannungsverstellung geschieht entweder mit regelbaren Transformatoren oder mit elektronischen Drehstromstellern (siehe Abschnitte 3.6.8.3 und 3.6.8.4).

Widerstandsläufer (oder auch *Schlupfmotoren* genannt) haben grundsätzlich einen schlechten Wirkungsgrad. Da ihre Drehzahl sehr stark von der Last abhängt, verwendet man sie nur für kleine Leistungen, z. B. in der Textilindustrie als Wicklerantrieb.

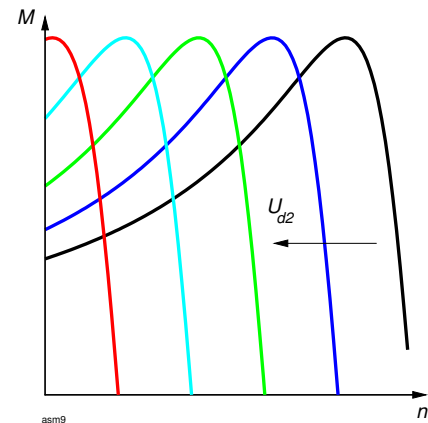
4.5.10 Läuferückspeisung

Siehe dazu gleichnamiges Kapitel 3.6.9.3, Abb. 3.6.17.

U_{d1} ist die schlupfabhängige Ausgangsspannung des Gleichrichters. Über Änderung des Steuerwinkels des Wechselrichters wird, vereinfacht ausgedrückt, die Zwischenkreisspannung U_{d2} verändert und damit der Stromfluß vom Gleichrichter zum Wechselrichter beeinflusst. Da U_{d1} nicht negativ werden kann, läßt sich der Energiefluß nicht umkehren, die gesamte Anordnung wirkt wie eine variable Wirklast im Läuferkreis und erlaubt damit nur den normalen Motorbetrieb. Man bezeichnet diese Anordnung als *untersynchrone Stromrichter-kaskade*.

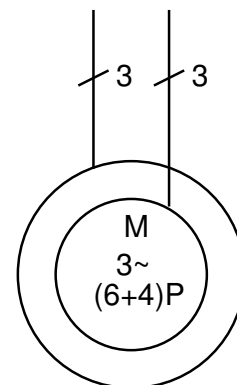
Die nebenstehende Grafik zeigt den Drehzahl-Drehmomentenverlauf mit U_{d2} als Parameter. Das Kennlinienfeld ist ähnlich dem der mittels Ankerspannung gesteuerten Gleichstrom-Nebenschlußmaschine.

Läuferückspeisung eignet sich besonders für den Drehzahlbereich 50 bis 80 % der Nenn Drehzahl und ist besonders wirtschaftlich bei kleinem Stellbereich. Eingesetzt wird er ab etwa 100 kW bis zu den größten Leistungen von 30 MW. Typische Anwendungen sind Lüfter, Verdichter, Windkanäle, Kesselspeisepumpen, Förderanlagen, Pressen, Schaufelradantriebe.



4.5.11 Polumschaltung

Getrennte Wicklungen werden übereinander in die Nuten des Ständers gelegt. Wegen der schlechten Ausnutzung des Wickelraumes (2 Wicklungen in einer Nut) beträgt die Motorleistung nur etwa die Hälfte bis zwei Drittel einer Maschine gleicher Bauleistung mit einer Drehzahl. Die möglichen Drehzahlen sind durch die ausführbaren Wicklungen gegeben.



asm31

Die **Dahlanderschaltung** benutzt eine Drehstromwicklung. Durch Aufteilung eines Stranges in zwei Wicklungshälften und entsprechende Verschaltung lassen sich die Polpaare im Verhältnis 2:1 verändern.

Am Beispiel der Einschichtwicklung (Seite 4.4.10) soll dieses Prinzip veranschaulicht werden (Abb. 4.5.9).

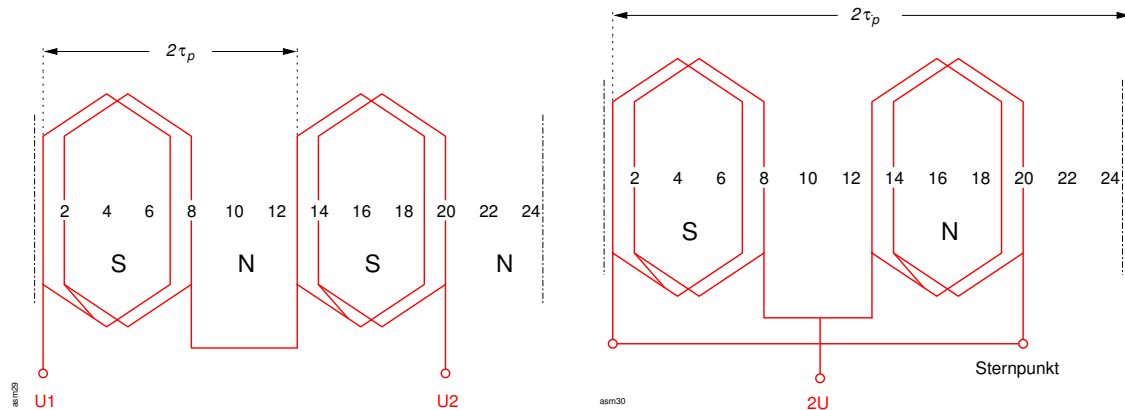


Abb. 4.5.9: Dahlanderschaltung am Beispiel einer Einschichtwicklung

Die Wicklung für die niedrige Drehzahl ist ausgeführt mit $N = 24, p = 2, q = 2$. Man erkennt, daß der Strom jede Spulengruppe in der gleichen Richtung durchläuft, jede Gruppe erzeugt einen Pol mit gleicher Durchflutungsrichtung, die beiden Spulen sind in Reihe geschaltet. Allgemein wird diese Schaltung im Dreieck (D) betrieben.

Schaltet man die Spulengruppen parallel, erzeugt jede Spule eine Durchflutung in entgegengesetzter Richtung, die Anzahl der Pole mit gleicher Polarität halbiert sich, es stellt sich die höhere Drehzahl ein (hier $p = 1$). Wegen der höheren Spannung je Spulengruppe kann diese Schaltung nur im Stern (Y), wegen der Parallelschaltung in der sog. Doppelsternschaltung (YY) betrieben werden.

Die Kombination D/YY ist die gebräuchlichste. Es ist auch die Kombination Y/YY möglich (Abb. 4.5.10).

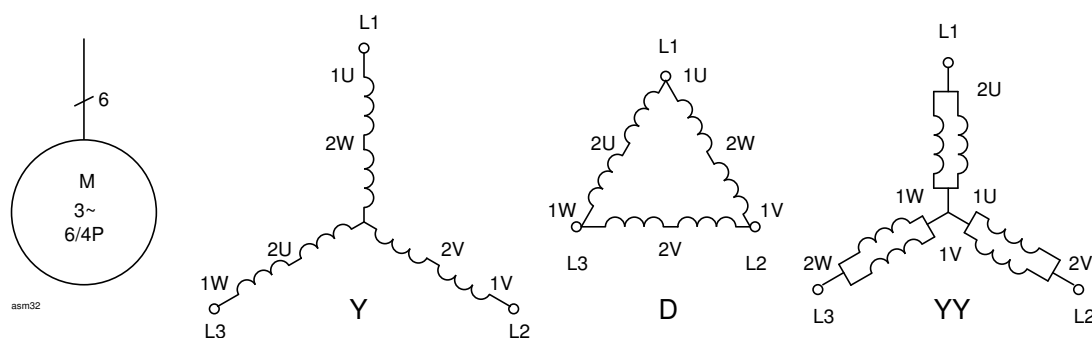


Abb. 4.5.10: Schaltungsmöglichkeiten der Spulengruppen bei der Dahlanderschaltung

Je nach Schaltungsart stellen sich unterschiedliche Scheinleistungen, Nennleistungen und Drehmomente ein.

Mit der Dahlanderschaltung erreicht man etwa 80 % der Motorleistung einer entsprechenden Maschine mit nur einer Drehzahl.

Polumschaltbare Motoren werden oft bei Werkzeugmaschinen und Hubantriebe verwendet, wobei man die niedrigere Drehzahl zum Feinpositionieren einsetzt. Über die höhere Polzahl kann man einen Antrieb auch anlaufen lassen. **Vorsicht** ist jedoch geboten beim Herunterschalten von der hohen Drehzahl auf

die niedrigere, um z. B. den Antrieb stillzusetzen oder zum Positionieren. Im Schalt Augenblick läuft der Antrieb übersynchron als Generator, durchläuft das generatorische Kippmoment und stellt sich dann auf das motorische Lastmoment ein. Dabei treten impulsartig Momentensprünge auf, die den Antrieb gefährden können (Kupplungs-, Getriebebeschäden). Abhilfe schafft hier z. B. ein einphasiger Widerstand, der beim Umschalten in eine Phase geschaltet wird.

4.5.12 Frequenzsteuerung

Siehe dazu gleichnamiges Kapitel 3.6.9.5 und Abb. 3.6.18.

Damit die ASM bei allen Drehzahlen ihr Nenndrehmoment aufbringen kann, muß der Drehfeldfluß Φ_d konstant bleiben.

Im ESB wird der Luftspaltfluß durch die frequenzabhängige Hauptreaktanz X_h dargestellt. Für den Magnetisierungsstrom I_μ gilt

$$I_\mu = \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + X_h)^2}} = \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2}} \quad \text{mit } L = L_{1\sigma} + L_h \quad (4.5.24)$$

Solange $R_1 \ll (X_{1\sigma} + X_h)$, d. h. in der Praxis für Frequenzen ab etwa 10 Hz, läßt sich der Magnetisierungsstrom konstant halten, in dem man mit der Frequenz f_1 die Spannung U_1 proportional verstellt. Dafür gilt:

$$\frac{f_1}{f_{1N}} = \frac{U_1}{U_{1N}} = \frac{n_1}{n_{1N}} \quad (4.5.25)$$

Für Frequenzen unterhalb etwa 10 Hz macht sich in Gleichung (4.5.24) der Einfluß des Ständerwicklungswiderstandes R_1 bemerkbar, den man durch eine überproportionale Spannungsanhebung ausgleichen kann (IR-Kompensation).

Für das Kippmoment und den Kippschlupf untersucht man die Gleichungen (4.5.17) und (4.5.18) auf ihre Frequenzabhängigkeit:

$$s_K \approx \frac{R'_2}{X_\sigma} \sim \frac{1}{\omega_1 L_\sigma} \sim \frac{1}{f_1} \quad (4.5.26)$$

$$M_K \sim \frac{U_1^2}{n_1 \cdot \omega_1 L_\sigma} \sim \frac{U_1^2}{\omega_1 \cdot \omega_1} \sim \left(\frac{U_1}{f_1}\right)^2 \quad (4.5.27)$$

Solange man $U_1 \sim f_1$ einstellt, bleibt das Kippmoment für alle Drehzahlen konstant.

Die *Schlupfdrehzahl*, d. h. die *absolute* Drehzahldifferenz zwischen n_1 und n bleibt wegen der Proportionalität in Gleichung (4.5.26) konstant:

$$\Delta n = n_1 \cdot s = \frac{f_1}{p} \cdot s = \text{konstant} \quad (4.5.28)$$

Daraus ergibt sich, daß die Momentenkennlinien bis zur Nennfrequenz parallel verlaufen bei konstantem Kippmoment, im Feldschwäcbereich nimmt das Kippmoment quadratisch mit der Frequenz ab (siehe Abb. 3.6.18).

Hinweis: Der Eisenverlustwiderstand R_{Fe} im ESB ist spannungs- und frequenzabhängig.

4.5.13 Gleichstrombremsen

Siehe dazu gleichnamiges Kapitel 3.6.10.1.

Zur Berechnung des Bremsmomentes in Abhängigkeit vom Schlupf kann man genauso vorgehen wie im Abschnitt 4.5.3 beschrieben.

Die konstante Ständerdurchflutung simuliert man dadurch, daß man statt einer konstanten Klemmenspannung U_1 einen konstanten Strom I_1 einprägt.

Die Impedanz Z_1 hat keine Auswirkung auf das dynamische Verhalten der Maschine. Bei eingepprägtem Strom I_1 erhält man für $I_2'(s)$

$$I_2'(s) = \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_2'(s) + \underline{Z}_0} \cdot I_1$$

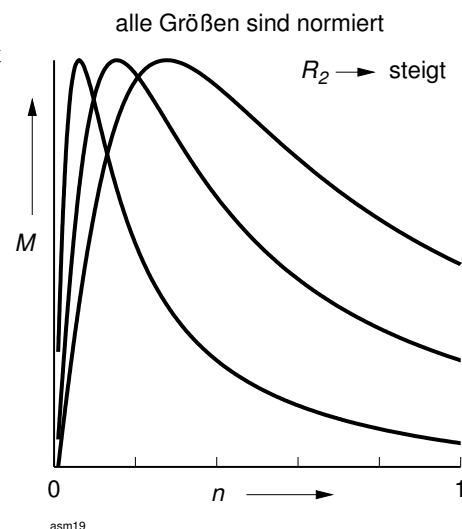
mit

$$\underline{Z}_2'(s) = \frac{R_2'}{1-s} + jX_{2\sigma}'$$

Daraus ergibt sich die Luftspaltleistung P_D und damit das Bremsmoment

$$P_D(s) = 3 \cdot I_2'^2(s) \frac{R_2'}{1-s}$$

Der Verlauf des Bremsmomentes als Funktion der Drehzahl zeigt die nebenstehende Abbildung. Beim Schleifringläufer kann man durch zusätzliche Läuferwiderstände die Lage des Kippmomentes beeinflussen.



4.5.14 Linearmotor

Siehe dazu gleichnamiges Kapitel 3.6.11.

Während einer Periode wandert das Wanderfeld um 2 Polteilungen. Daraus ergibt sich für seine Synchrongeschwindigkeit

$$v_1 = 2 \cdot \tau_p \cdot f_1 \quad (4.5.29)$$

Man erkennt, daß nicht die Polpaarzahl sondern nur die Polteilung τ_p sowie die Frequenz der Ständerspannung f_1 Einfluß auf die Geschwindigkeit haben. Für die Relativgeschwindigkeit v zwischen Induktor und Schiene muß man den Schlupf s berücksichtigen:

$$v = v_1 \cdot (1 - s) \quad (4.5.30)$$

Zur Steuerung der Geschwindigkeit/Kraft stehen die von der ASM bekannten Verfahren zur Verfügung: Frequenz- und Spannungssteuerung, Änderung des „Läuferwiderstandes“ R_2 und Polumschaltung(!).

Die Wirkungsweise des Linearmotors läßt sich aus der der Asynchronmaschine herleiten, statt eines Momentes wirkt eine Schubkraft, die eine geradlinige Bewegung verursacht. Ersetzt man in den Formeln das innere Drehmoment M_i durch die Schubkraft F , erhält man schließlich, mit d_1 als Bohrungsdurchmesser,

$$F = \frac{2}{d_1} M_i = \frac{P_D}{d_1 \cdot \pi \cdot n_1} = \frac{P_D}{v_1} \quad (4.5.31)$$

Tatsächlich weicht das Betriebsverhalten des Linearmotors von dem des Asynchronmotors durch den Einfluß der Randzonen (inhomogene Magnetfelder) ab. Der Luftspalt ist aus mechanischen Gründen verhältnismäßig groß. Dadurch erhöht sich der Magnetisierungsstrom, verschlechtern sich Wirkungsgrad, Leistungsfaktor, Schubkraft und Schlupf.

Je nach Antriebsaufgabe kann man den Induktor oder die Schiene feststehend machen. Beim *Kurzstator* hat der Induktorkamm eine beschränkte Länge, die Schienenlänge bestimmt die Bewegung. Fixiert man die Schiene, führt der Stator die Bewegung aus, die Antriebsleistung muß auf den bewegten Teil übertragen werden. Bei feststehendem Stator führt die Schiene den Schub aus. Beim *Langstator* bestimmt die Länge des Induktorkammes die Bewegungslänge, die Läuferlänge (Schiene) ist begrenzt. In diesem Fall muß die Drehstromwicklung über die ganze Wegstrecke verlegt werden.

Anwendungen findet der Linearmotor überall dort, wo geradlinige Bewegungen auszuführen sind, z. B. Torantriebe, Förderanlagen, Schneidvorgänge.

Neue Anwendungsgebiete erschließen sich im Transportwesen, z. B. TRANSRAPID-Magnetschwebbahn. Dabei versucht man, die Anziehungskräfte, die beim einseitigen Induktor auftreten, zur Verringerung der Reibungskräfte auszunutzen (berührungsfreie Lagerung und Führung). Ein doppelseitiger Linearmotor bildet den Antrieb.

4.5.15 Asynchrongenerator

Eine am *Drehstromnetz* liegende ASM geht beim Erhöhen der Drehzahl über die Synchrondrehzahl ($s < 0$) vom Motor- in den Generatorbetrieb über. Im ESB wird der Läuferwiderstand R'_2/s negativ, Spannung und Strom haben entgegengesetzte Richtung, aus dem Verbraucher wird ein Erzeuger. Im Kreisdiagramm wandert der Stromzeiger in den negativen Realteil (unterer Halbkreis), der Imaginärteil bleibt negativ. Den dazu entsprechenden Magnetisierungsstrom liefert das Drehstromnetz.

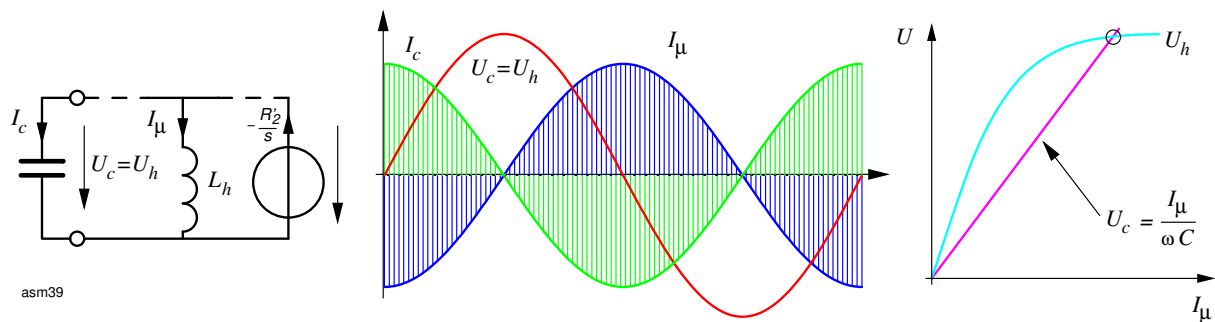


Abb. 4.5.11: Asynchrongenerator im Inselbetrieb

Steht kein Drehstromnetz zur Verfügung, arbeitet der Generator im *Inselbetrieb*. In diesem Fall liefert eine parallel zu den Klemmen geschaltete Kondensatorbatterie den notwendigen Magnetisierungsstrom (wegen $I_\mu = -I_c$, siehe Abb. 4.5.11)¹⁸.

Dazu wird in einem instationären Vorgang (Kondensator mit Gleichspannung aufladen, Stromstoß, Restmagnetismus) die sättigungsabhängige Hauptinduktivität L_h erregt (I_μ). Die induzierte Hauptspannung U_h erzeugt einen Strom durch den Kondensator, der gleichzeitig den neuen Magnetisierungsstrom darstellt: $I_\mu = U_h \cdot \omega C$. Induktivität und Kondensator bilden einen Schwingkreis. Dieser Vorgang schaukelt sich solange auf, bis sich infolge der Sättigung ein stabiler Gleichgewichtszustand einstellt (Schnittpunkt Leerlaufkennlinie U_h mit Kondensatorgeraden $I_\mu / \omega C$). Diese *Selbsterregung* tritt nur dann ein, wenn die Kapazität der Kondensatorbatterie groß genug ist. Mit ihr läßt sich auch die Generatorspannung in weiten Grenzen einstellen.

Ändert sich durch die Belastung der Magnetisierungsbedarf, verstellt sich die Generatorspannung. Man erkennt aus der Wirkungsweise der Schaltung, daß selbsterregte Asynchrongeneratoren sich nur für einen konstanten Belastungszustand eignen. Mittels Kunstschaltungen (z. B. sättigungsabhängigen Drosseln, variable Kapazitäten) läßt sich jedoch eine belastungsunabhängige Spannungskonstanz erreichen.

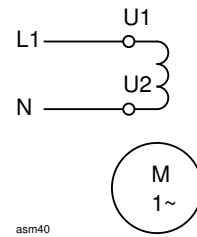
Versuch 4.5.1 Selbsterregter Asynchrongenerator

4.5.16 Einphasige Asynchronmaschinen

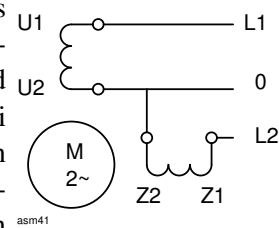
Im Prinzip haben diese Motoren den gleichen Aufbau wie ein Kurzschlußläufer, je nach Anwendung ist ihre Ständerwicklung unterschiedlich ausgeführt. Man unterscheidet einsträngige Maschinen mit nur einer *Arbeitswicklung*, die auf etwa zwei Drittel des Umfangs untergebracht ist. Bei der zweisträngigen Maschine legt man zusätzlich eine *Hilfswicklung* in den restlichen Raum des Stators, die einen gegenüber der Arbeitswicklung phasenverschobenen Strom führen muß.

¹⁸Die Anordnung bildet im Prinzip einen Schwingkreis.

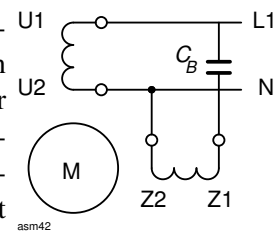
Der **einsträngige Motor ohne Hilfswicklung** kann nur ein Wechselfeld erzeugen. Er läuft damit nicht selbständig an (*Anwurfmotor*). Sein Kippmoment ist relativ gering, der Leistungsfaktor ist schlecht (hoher Magnetisierungsstrom) und er entwickelt nur etwa die Hälfte der Leistung eines entsprechenden Drehstrommotors.



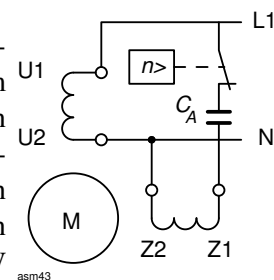
Durch Hinzufügen einer zweiten, räumlich um 90°_{el} versetzten *Hilfswicklung* erhält man einen **zweisträngigen Motor**. Speist man beide Wicklungen aus einem Zweiphasensystem mit jeweils um 90° phasenverschobenen Spannungen, erhält man einen **Zweiphasenmotor**. Bei symmetrischem Aufbau und Betrieb überlagern sich beide Wechselfelder zu einem Kreisdrehfeld wie bei einer Dreiphasenmaschine. Mit zunehmender Phasenverschiebung zwischen den Strängen geht das Kreisdrehfeld in ein elliptisches Drehfeld über (in Analogie zu den Lissajous-Figuren), beim Ausfall einer Phase entsteht wieder ein Wechselfeld (Grenzfall einer Ellipse mit nur einer Achse).



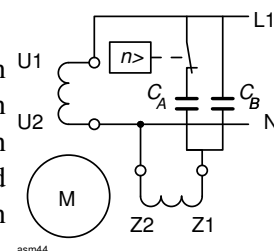
Für den einphasigen Betrieb kann man die phasenverschobene Spannung aus dem Netz mittels Phasenschieber (Kondensator, Induktivität, Widerstand) erzeugen. Wegen seiner guten Anlauf- und Betriebseigenschaften sowie aus Kostengründen findet der **Kondensatormotor** weite Verbreitung. Verwendet man nur einen *Betriebskondensator*, so wird dieser so ausgelegt, daß der Motor selbst anläuft und im Nennpunkt die gleiche Leistung erbringt wie ein Zweiphasenmotor. Im Teillastbetrieb und Leerlauf stellen sich ungünstige Betriebswerte ein (kleineres Drehmoment, höhere Strangströme). Das Anlaufmoment ist mittelmäßig. Je kW Motorleistung benötigt man bei einer 230 V-Maschine etwa 25 bis 35 μF .



Um ein hohes Anlaufmoment zu erhalten, kann man den Betriebskondensator in der Hilfsphase vergrößern, gibt damit aber den optimalen Betrieb im Nennpunkt auf. Außerdem fließt ein Überstrom in der Hilfswicklung. Wenn es nur auf ein hohes Anlaufmoment ankommt und das Drehmoment der einsträngigen Maschine nach dem Hochlaufvorgang ausreicht, schaltet man nach dem Anlauf z. B. mit einem Fliehkraftschalter diesen *Anlaufkondensator* in der Hilfswicklung ab. Als Richtwert wählt man etwa 100 bis 120 μF je kW Motorleistung für den Anlaufkondensator.



Will man die Vorteile beider Schaltungen kombinieren, schaltet man einen Anlauf- und einen Betriebskondensator parallel (*Doppelkondensator*). Man erreicht dadurch ein hohes Anlaufmoment mit beiden Kondensatoren, nach dem Hochlauf schaltet ein Fliehkraftschalter den Anlaufkondensator ab und der Motor läuft mit dem Betriebskondensator unter optimalen Bedingungen weiter.

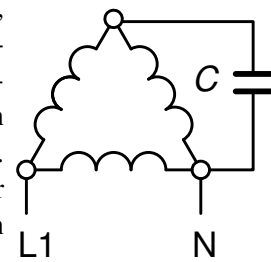


Beim Einphasenmotor mit *Widerstandshilfsphase* entsteht ein elliptisches Drehfeld durch künstliche Erhöhung des Wicklungswiderstandes der Hilfswicklung. Man erreicht dies z. B. durch geringeren Draht-

querschnitt, erhöhte Windungszahl, bifilare Wicklungen, die nur ein geringes oder gar kein Magnetfeld erzeugen, Wicklungen aus Widerstandsdraht. Wegen der hohen Erwärmungsverluste muß die Hilfswicklung nach dem Hochlauf abgeschaltet werden, der Motor läuft mit den Eigenschaften der einsträngigen Maschine weiter.

Ein und zweisträngige Motoren werden als Kleinmotoren bis etwa 1.5 kW wegen ihres robusten Aufbaus und des einfachen Einphasenanschlusses in großen Stückzahlen gefertigt. Sie dienen zum Antrieb von Wasch- und Reinigungsmaschinen, Küchenmaschinen, Kühl- und Heizgeräten, Lüftern, Büro- und Werkzeugmaschinen bis 3000 min^{-1} .

Weite Verbreitung finden **Drehstrommotoren im Einphasenbetrieb**. Mit Hilfe von Kondensatoren läßt sich ein symmetrisches Spannungssystem erzeugen, jedoch nur für einen Betriebspunkt (*Steinmetzschtaltung*). Kleine Drehstrommotoren können dann, wenn sie für 230/400 V ausgelegt sind, am Drehstromnetz im Stern und einphasig im Dreieck mit der Steinmetzschtaltung betrieben werden. Je kW Motorleistung wird eine Kapazität von etwa $75 \mu\text{F}$ benötigt. Das Anzugsmoment beträgt etwa ein Viertel des Nennmomentes, der Motor läuft selbsttätig an. Wegen des geringeren Kippmomentes und der größeren Verluste sollte die Maschine nur mit maximal 80 % ihrer Nennleistung belastet werden. Zur Erhöhung des Anlaufmomentes kann während des Hochlaufs ein Anlaufkondensator parallel zum Betriebskondensator geschaltet werden.



asm45

Ähnliche Verhältnisse liegen bei einem **Drehstrommotor mit unterbrochener Zuleitung** vor. Weder bei Dreiecksschaltung noch bei Sternschaltung der Wicklungsstränge kann sich ein Drehfeld aufbauen (außer bei angeschlossenem Neutralleiter). Der Motor hat die gleichen Eigenschaften wie ein einsträngiger Einphasenmotor. Er kann ohne Hilfe nicht anlaufen. Fällt während des dreiphasigen Betriebes eine Phase aus, läuft er bei geringem Lastmoment weiter, bei zu hohem Lastmoment bleibt er stehen.

Frage: Wodurch entstehen die Brummgeräusche bei unsymmetrischem Betrieb bzw. bei Ausfall einer Phasenspannung?

4.5.17 Normen, Vorschriften

- *Anschlußbezeichnungen:*
DIN VDE 0530 Teil 8, Abschnitt 1 und 2;
- *Ermittlung der Verluste und des Wirkungsgrades:*
DIN 57 530 Teil 2/VDE 0530 Teil 2, Hauptabschnitt Drei;
- *Leitfaden für Installations- und Betriebs-Bezugsbedingungen ...:*
Beiblatt 1 zu DIN VDE 0530;
- *Anlasser für Gleichstrom-Motoren und Drehstrom-Schleifringläufermotoren:*
DIN 46 062, VDE 0660;
- *Normmaße von oberflächengekühlten Drehstrommotoren mit Käfigläufer:*
DIN 42 673.

4.6 Synchronmaschine

4.6.1 Ankerrückwirkung

Die Erregerdurchflutung Θ_E , hervorgerufen durch das Polrad, erzeugt eine sinusförmige Verteilung der Luftspaltinduktion, die mit der Läuferdrehzahl n_1 rotiert (siehe dazu Feldlinienbild 5.6.2 eines leerlaufenden Turbogenerators, Seite 5.6.1). Die induzierte Polradspannung U_p eilt der Erregerdurchflutung um 90° vor ($u \sim d\Phi/dt$).

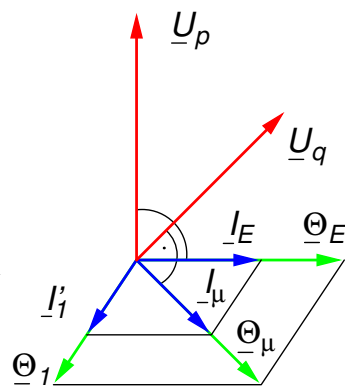
Bei Belastung des Generators erzeugen die Ströme in der Ständerwicklung ihre eigene Drehdurchflutung Θ_1 , ebenfalls mit der Drehzahl n_1 (siehe Bild 5.6.3). Die relative Lage der Ständerdurchflutung Θ_1 zur Läuferdurchflutung Θ_E hängt von der Phasenlage des Laststromes I_1 ab. Beide Durchflutungen überlagern sich zur resultierenden Luftspalt- oder Magnetisierungsdurchflutung $\Theta_\mu = \Theta_1 + \Theta_E$, der man einen Magnetisierungsstrom I_μ zuordnen kann (siehe Bild 5.6.4). In Analogie zur Gleichstrommaschine bezeichnet man diesen Sachverhalt als *Ankerrückwirkung*.

Statt vektoriell mit den Durchflutungen zu rechnen, kann man auch Stromzeiger verwenden. Man bezieht dabei alle Ströme auf den Erregerstrom. Den Ständerstrom I_1 formt man in einen äquivalenten Erregerstrom I'_1 um, wobei die Windungszahlen und Wicklungsfaktoren eingehen:

$$\underline{I}'_1 = \underline{I}_1 \cdot g \quad \text{mit } g = \frac{m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N_1 \cdot \xi_1}{N_E \cdot \xi_E} \quad (4.6.1)$$

Den Magnetisierungsstrom, der notwendig ist, um die Spannung U_q in einem Ständerstrang zu induzieren, erhält man aus

$$\underline{I}_\mu = \underline{I}_E + \underline{I}'_1 \quad (4.6.2)$$



Dieser Magnetisierungsstrom berücksichtigt die Ankerrückwirkung, die durch die Belastung entsteht.

Merke: Die Polradspannung U_p steht senkrecht auf dem Stromzeiger von I_E . Sie stellt sich bei diesem Erregerstrom im Leerlauf, also *ohne Ankerrückwirkung* ein. Die tatsächlich in einem Strang induzierte Quellenspannung U_q bei Belastung, also *mit Ankerrückwirkung*, steht senkrecht auf dem Stromzeiger von I_μ .

4.6.2 Kurzschluß

Schließt man die drei Klemmen der unerregten Maschine kurz (Abb. 4.6.1) und stellt anschließend den Erregerstrom I_{E0} ein, der im Leerlauf die Nennspannung induziert, fließt der *stationäre Dauerkurzschlußstrom* I_{k0} . Das Verhältnis

$$\frac{I_{k0}}{I_N} = \frac{U_N}{X_d \cdot I_N} = \frac{Z_N}{X_d} = \frac{1}{x_d} = k_c \quad (4.6.3)$$

bezeichnet man als *Leerlauf-Kurzschlußverhältnis*. x_d ist die auf die Nennimpedanz $Z_N = U_N^2/S_N$ bezogene Synchronreaktanzen in relativen Einheiten („per unit“).

Für Vollpolmaschinen rechnet man mit $0.4 < k_c < 0.9$, d. h. der 3polige Dauerkurzschlußstrom liegt unterhalb des Nennstromes.

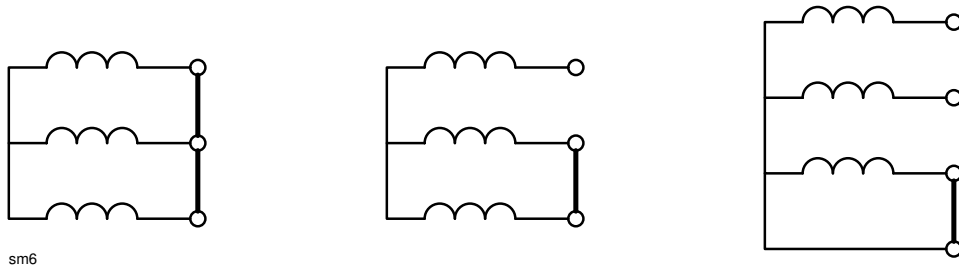


Abb. 4.6.1: Kurzschlußarten beim Synchrongenerator

Etwas anders liegen die Verhältnisse bei unsymmetrischen Kurzschlüssen, also ein- und zweipoligen (Abb. 4.6.1). Bedingt durch die Unsymmetrie treten jetzt zusätzlich Wechselfelder auf, die in der Erregerwicklung Spannungen mit doppelter Frequenz und im massiven Läufer zusätzliche Wirbelstromverluste erzeugen. Für die Kurzschlußströme gilt

$$I_{k1pol} = \sqrt{3} \cdot I_{k2pol} = 3 \cdot I_{k3pol} \quad (4.6.4)$$

In der Praxis sind diese Werte etwas niedriger. Wie man sieht, ist die Synchronmaschine besonders beim 1poligen Kurzschluß gefährdet.

Werden die drei Klemmen eines erregten Generators plötzlich kurzgeschlossen, kommt es im ersten Augenblick zum *Stoßkurzschluß*. Dabei treten während des Ausgleichsvorganges Stromspitzen sowohl in der Ständerwicklung als auch in der Läuferwicklung auf, die den Generator stark beanspruchen können. Ursache ist die zum Kurzschlußzeitpunkt fehlende Ankerrückwirkung.

Bei dem zeitlichen Verlauf des Kurzschlußvorganges unterscheidet man drei Phasen (Abb. 4.6.2):

1. Zum Kurzschlußzeitpunkt wirkt nur die sog. *subtransiente Reaktanz* X_d'' , die durch die Wirkung der Dämpferwicklung bestimmt wird. Der Anfangskurzschlußstrom ergibt sich aus

$$I_k'' = \frac{U_N}{X_d''} \quad (4.6.5)$$

mit der Anfangszeitkonstanten $20 < \tau'' < 60$ ms.

Je nach Kurzschlußzeitpunkt überlagert sich ein Gleichstromanteil, der maximal wird, wenn zum Kurzschlußzeitpunkt der mit dem Wicklungsstrang verkettete Fluß am größten, d. h. die im Strang induzierte Spannung gleich Null ist (analog zum Einschaltstrom eines Transformators). Die Zeitkonstante des Gleichstromes bewegt sich in der Größenordnung $50 < \tau < 250$ ms.

2. In der sich anschließenden Übergangsphase wirkt die *transiente Reaktanz* X_d' mit dem transienten Kurzschlußstrom

$$I_k' = \frac{U_N}{X_d'} \quad (4.6.6)$$

der mit der Zeitkonstante $0.3 < \tau' < 1.5$ s abklingt. Der Wert von X_d' hängt von der Erregerwicklung ab.

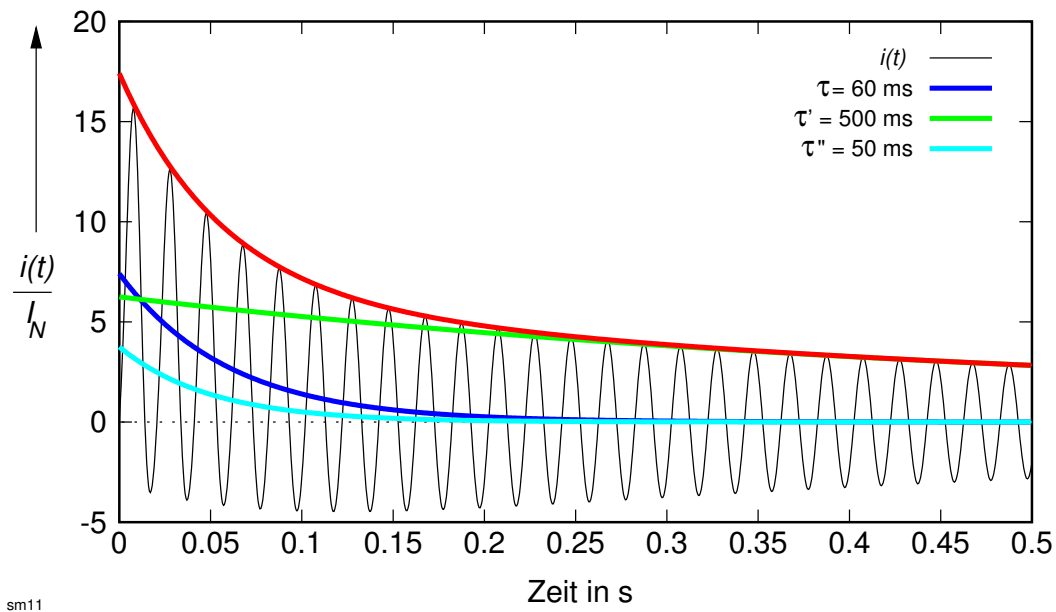


Abb. 4.6.2: Dreipoliger Stoßkurzschluß eines Synchrongenerators

3. Es stellt sich der stationäre Dauerkurzschluß gemäß Gleichung (3.7.4) ein.

Abbildung 4.6.2 zeigt den Verlauf des Kurzschlußstromes in einem Strang, wie er im ungünstigsten Fall auftritt. Man erkennt den subtransienten und transienten Zustand.

Nach DIN VDE 0530 Teil 1 „darf der Scheitelwert einer im Leerlauf auf Bemessungsspannung erregten und dann allpolig kurzgeschlossenen Synchronmaschine ... das 15fache des Scheitelwertes oder das 21fache des Effektivwertes des Bemessungsstromes nicht überschreiten.“ Unter Umständen muß dieser Kurzschluß im Prüffeld des Maschinenherstellers zur Demonstration der Haltbarkeit der Wicklung vorgeführt werden. Dazu bemerkt DIN VDE 0530 Teil 3: „Die Prüfung gilt als bestanden, wenn die Maschine anschließend ohne Reparatur oder nach nur geringfügiger Reparatur an der Ständerwicklung für betriebsbereit befunden wird und eine Spannungsprüfung ... mit 80 % der Prüfspannung für die neue Maschine besteht.“

4.6.3 Schenkelpolmaschine

Vergleicht man den Läuferaufbau von Schenkelpol- und Vollpolmaschinen (z.B. Abbildungen 3.7.2 und 3.7.3 in Abschnitt 3.7.1), erkennt man, daß der Luftspalt bei einem Vollpolläufer annähernd konstant ist. Bei der Schenkelpolmaschine ergeben sich jedoch wegen der ausgeprägten Pole Bereiche mit kleinem Luftspalt unter den Polen und großem Luftspalt in den Pollücken (Abb. 4.6.3).

Die Ständerdurchflutung $\underline{\Theta}_1$ sieht längs des Luftspaltes unterschiedliche magnetische Leitwerte. Der größte Leitwert tritt unter dem Pol, der kleinste in der Pollücke auf. Man zerlegt deshalb $\underline{\Theta}_1$ in zwei Anteile, je einen für den Pol in der *Längsachse* (Index „d“) $\underline{\Theta}_{1d}$ und für die Pollücke in der *Querachse* (Index „q“) $\underline{\Theta}_{1q}$. Ihnen kann man äquivalente Stromkomponenten \underline{I}_{1d} und \underline{I}_{1q} zuordnen. Die Längsachse ist mit der Erregerachse $\underline{\Theta}_E, \underline{I}_E$ identisch.

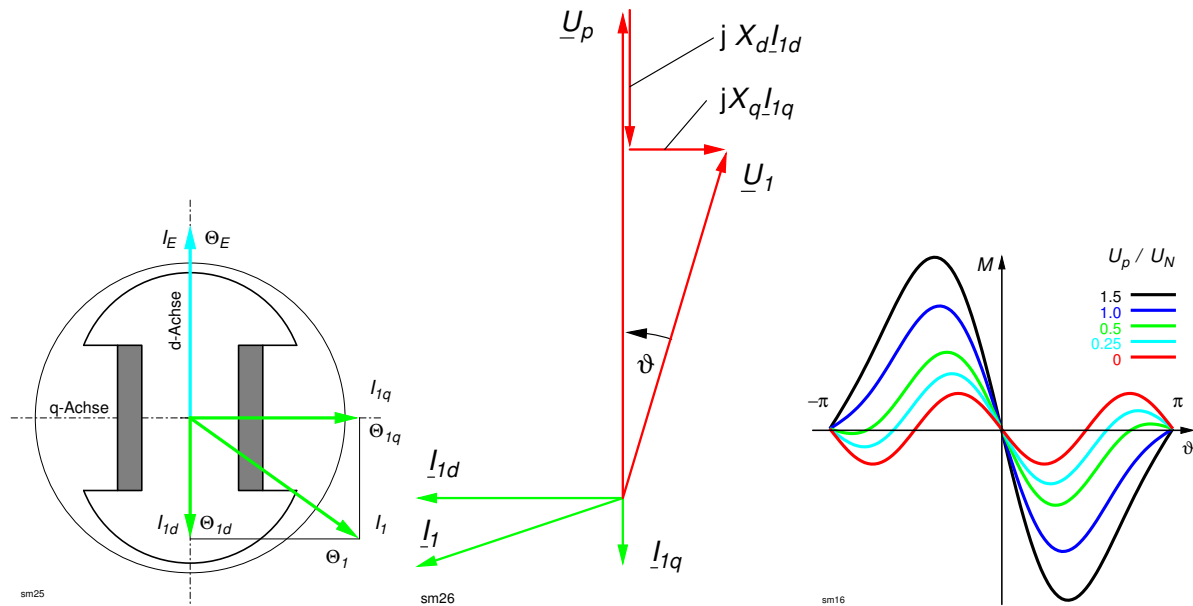


Abb. 4.6.3: Aufbau

Abb. 4.6.4: Zeigerdiagramm

Abb. 4.6.5: Momentenverlauf

Den Stromkomponenten ordnet man zwei verschiedene Synchronreaktanzen zu: die synchrone *Längsreaktanz* X_d und die synchrone *Querreaktanz* X_q . Beide enthalten die Läuferstreureaktanz $X_{1\sigma}$.

Zur Bestimmung der beiden Reaktanzen treibt man eine Schenkelpolmaschine im unerregten Zustand mit fast synchroner Drehzahl an. Durch den Schlupf zwischen Ständerdrehfeld und Polrad verändert sich ständig die Lage beider Längsachsen zueinander. Haben sie die gleiche Richtung, nimmt der Ständerstrom ein Minimum an, aus dem man mit der Klemmenspannung die Längsreaktanz X_d ausrechnen kann. Stehen sie senkrecht aufeinander, fließt maximaler Ständerstrom, aus dem man die Querreaktanz X_q bestimmen kann (siehe auch DIN VDE 0530 Teil 4). Damit läßt sich das Zeigerdiagramm der Schenkelpolmaschine zeichnen (Abb. 4.6.4, hier mit $R_1 = 0$).

Berücksichtigt man Längs- und Querreaktanz in einer Synchronmaschine, kann man folgende Stromgleichung herleiten:

$$\underline{I}_1 = j \frac{U_p}{X_d} - \frac{U_1}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\vartheta - j \frac{U_1}{2} \left[\frac{1}{X_d} + \frac{1}{X_q} - \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\vartheta \right] \quad (4.6.7)$$

mit deren Hilfe man die Stromortskurve der Schenkelpolmaschine konstruieren kann (Abb. 4.6.6).

Für das Drehmoment ergibt sich die Gleichung

$$M = -\frac{3 \cdot U_1}{2\pi \cdot n_1} \left[\frac{U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta + \frac{U_1}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\vartheta \right] \quad (4.6.8)$$

Die Gleichung besteht aus zwei Anteilen: der erste Ausdruck entspricht dem der Vollpolmaschine, der zweite Term ist unabhängig von der Polradspannung und damit vom Erregerstrom. Das dazugehörige Moment bezeichnet man als *Reaktionsmoment*.

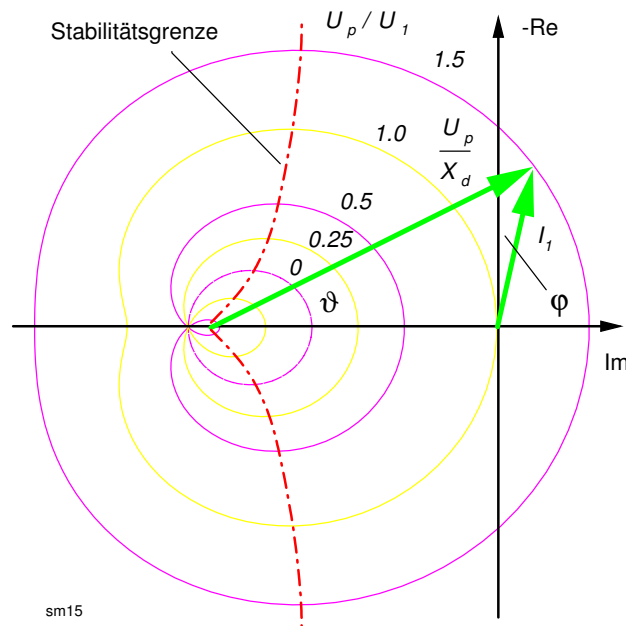


Abb. 4.6.6: Stromortskurve der Schenkelpolmaschine

Abb. 4.6.5 zeigt den Momentenverlauf in Abhängigkeit vom Polradwinkel mit U_p/U_N als Parameter. Bei voller Erregung ist der Drehmomentenverlauf identisch mit dem der Vollpolmaschine, das Kippmoment liegt bei $\vartheta = \pm 90^\circ_{el}$. Mit abnehmender Erregung macht sich das Reaktionsmoment bemerkbar, das Kippmoment sinkt, der Kippunkt bewegt sich zu kleineren Polradwinkeln hin. Für $U_p = 0$ wirkt nur noch das Reaktionsmoment. Kippmoment und -punkt richten sich nach den Werten von X_d und X_q .

Die Ursache des Reaktionsmomentes erkennt man im unerregten Fall: das Polrad besitzt keine eigene Magnetisierung, zwischen Ständer und Läufer befinden sich unterschiedliche magnetische Leitwerte. Das Ständerdrehfeld versucht, den Läufer immer so zu drehen, daß der magn. Widerstand im magnetischen Kreis minimal wird, d. h. es versucht, den Luftspalt zu verkleinern.

Auf diesem Prinzip basiert auch die Funktionsweise der *Reluktanzmaschine*.

4.6.4 Normen und Vorschriften

- *Bemessungsdaten und Betriebsweise:* DIN VDE 0530 Teil 1 (Überlastung, Kurzschluß, Kurvenform von Spannungen, ...)
- *Ermittlung der Verluste und des Wirkungsgrades:* DIN 57 530 Teil 2/VDE 0530 Teil 2, Hauptabschnitt Vier
- *Besondere Anforderungen an Dreiphasen-Turbogeneratoren:* VDE 0530 Teil 3
- *Verfahren zur Ermittlung von Kenngrößen von Synchronmaschinen durch Messungen:* DIN VDE 0530 Teil 4