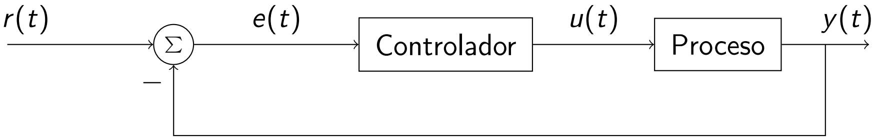
Control PID

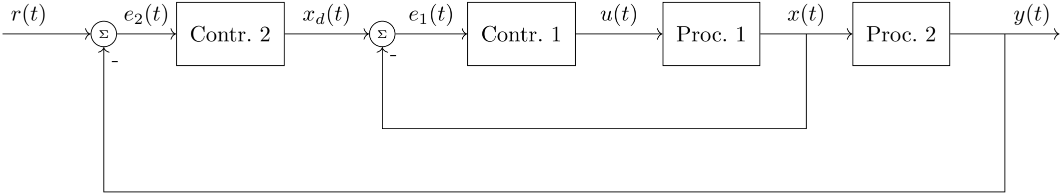
Kjartan Halvorsen

2021-03-08

Control en lazo cerrado

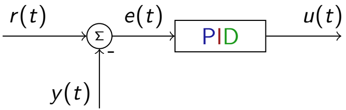


Control en cascada



Idea clave Mejorar el control utilizando más información

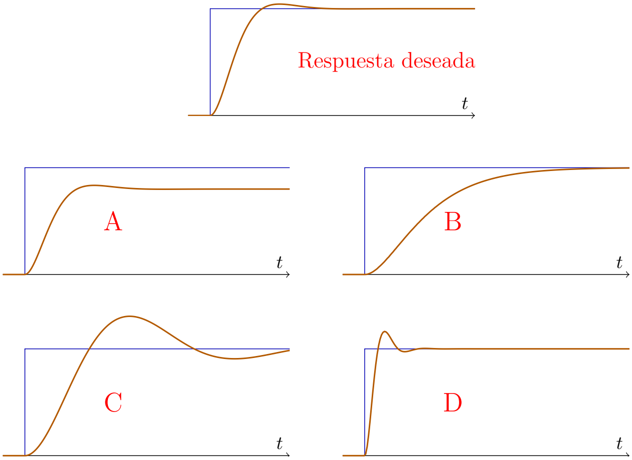
El controlador PID



P I D

P	Proporcional:	Controla rapidez de la respuesta
I	Integral:	Elimina el error $e(t)$ en estado estable
D	Derivada:	Da amortiguación

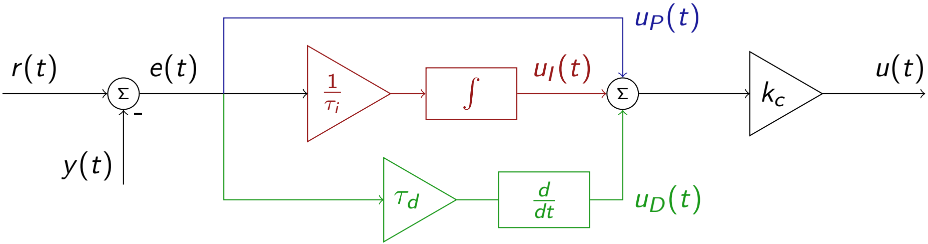
El controlador PID



Actividad Cómo ajustar las ganancias P, I y D para obtener la respuesta deseada?

Caso	P	I	D
A			
B			
C			
D			

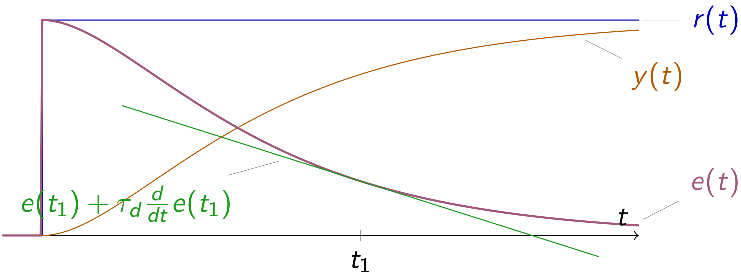
El controlador PID en forma paralela



$$u(t) = k_c\left(e(t) + \frac{1}{\tau_i}\int_0^t e(\xi)d\xi + \tau_d\frac{d}{dt}e(t)\right)$$

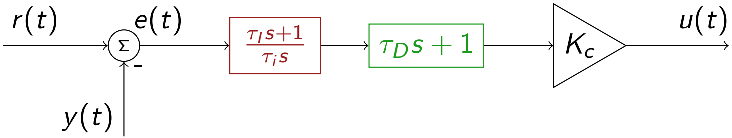
$$U(s) = F(s)E(s), \qquad F(s) = k_c\left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s\right)$$

El controlador PID en forma paralela



$$u(t) = k_c \Big(\underbrace{e(t) + \tau_d \frac{d}{dt} e(t)}_{\text{error predicho}} + \underbrace{\frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(\xi) d\xi}_{\text{error acumulado}} \Big)$$

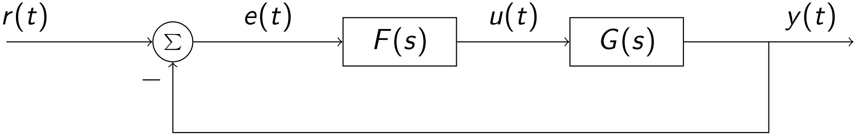
El controlador PID en forma serial



$$F(s) = K_c \left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s} \right) (\tau_D s + 1) = \underbrace{\frac{K_c(\tau_I + \tau_D)}{\tau_I}}_{k_c} \left(1 + \frac{1}{\underbrace{(\tau_I + \tau_D)}_{\tau_i} s} + \underbrace{\frac{\tau_I \tau_D}{\tau_I + \tau_D}}_{\tau_d} s \right)$$

Actividad Un controlador PID en forma serial tiene los parámetros $K_c = 2$, $\tau_I = 0.5$, $\tau_D = 0.5$, determine los parámetros correspondientes para un controlador PID en forma paralela, k_c, tau_d, τ_i.

Sintonización de un PID



El método de sintonización SIMC


ELSEVIER

Journal of Process Control
Volume 13, Issue 4, June 2003, Pages 291-309

Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning ☆

Sigurd Skogestad

a.k.a. "Probably the best simple PID tuning rules in the world"

El método de sintonización SIMC - Sistema de primer orden

Dado modelo $G(s)$ del proceso y modelo $G_c(s)$ deseado del sistema en lazo cerrado

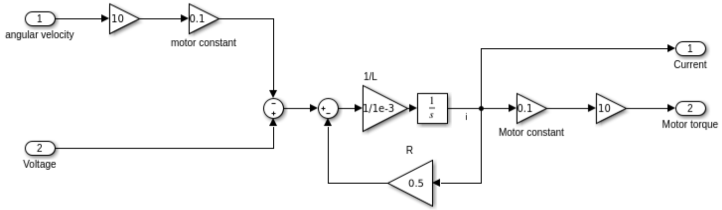
$$G(s) = K\frac{1}{\tau s + 1}, \qquad G_c(s) = \frac{1}{\tau_c s + 1}$$

El controlador será un controlador PI

$$F(s) = \underbrace{\frac{\tau}{K\tau_c}}_{k_c}\left(1 + \frac{1}{\underbrace{\tau}_{\tau_i} s}\right).$$

con $k_c = \frac{\tau}{K\tau_c}$ and $\tau_i = \tau$.

El método de sintonización SIMC - Control de la corriente



$$\text{Modelo:}\quad G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{L}{R}s + 1}, \qquad L = 1\ \mathrm{mH},\ R = 0.5\,\Omega$$

$$F(s) = \underbrace{\frac{\tau}{K\tau_c}}_{k_c}\Big(1 + \frac{1}{\underbrace{\tau}_{\tau_i} s}\Big).$$

Actividad Asumiendo que queremos una respuesta en lazo cerrado igual rápido que el sistema en lazo abierto: $\tau_c = \tau$. Determine k_c y τ_i.

El método de sintonización SIMC - Sistema de segundo orden

Dado modelo del proceso $G(s)$ y comportamiento deseado del sistema en lazo cerrado $G_c(s)$

$$G(s) = K\frac{1}{s^2}, \qquad G_c(s) = \frac{1}{\tau_c s + 1}$$

Se obtiene buena robustez con el controlador

$$F(s) = K_c\left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}\right)(\tau_D s + 1) = \underbrace{\frac{K_c(\tau_I + \tau_D)}{\tau_I}}_{k_c}\left(1 + \frac{1}{\underbrace{(\tau_I + \tau_D)}_{\tau_i} s} + \underbrace{\frac{\tau_I \tau_D}{\tau_I + \tau_D}}_{\tau_d} s\right)$$

con

$$K_c = \frac{1}{4K(\tau_c)^2}, \qquad \tau_I = \tau_d = 4\tau_c$$

o

$$k_c = \frac{1}{2K(\tau_c)^2}, \qquad \tau_i = 8\tau_c, \qquad \tau_d = 2\tau_c$$

El método de sintonización SIMC - Sistema de segundo orden

Dado modelo del proceso $G(s)$ y comportamiento deseado del sistema en lazo cerrado $G_c(s)$

$$G(s) = K\frac{1}{s^2}, \qquad G_c(s) = \frac{1}{\tau_c s + 1}$$

Se obtiene buena robustez con el controlador

$$F(s) = K_c\left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}\right)(\tau_D s + 1) = \underbrace{\frac{K_c(\tau_I + \tau_D)}{\tau_I}}_{k_c}\left(1 + \frac{1}{\underbrace{(\tau_I + \tau_D)}_{\tau_i} s} + \underbrace{\frac{\tau_I \tau_D}{\tau_I + \tau_D}}_{\tau_d} s\right)$$

con

$$K_c = \frac{1}{4K(\tau_c)^2}, \qquad \tau_I = \tau_d = 4\tau_c$$

Actividad Asumiendo $K = 4$ y $\tau_c = 0.5$. Determine los parámetros PID k_c, τ_i y τ_d.

El método de sintonización SIMC - Control de la posición

Dado

$$G(s) = K\frac{1}{s^2}, \qquad G_c(s) = \frac{1}{\tau_c s + 1}$$

Cómo obtener el parámetro K?

$$J\dot{\omega} = \sum T_i \quad \Rightarrow \quad J\dot{\omega} = T_m - T_g$$

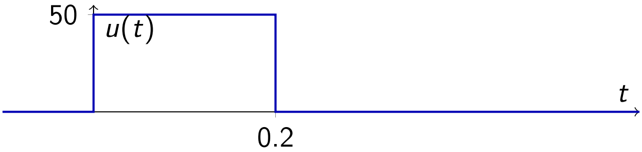
Escribe el torque de motor como $T_m(t) = T_g + ku(t)$

$$\ddot{\theta}(s) = \dot{\omega}(t) = \frac{k}{J}u(t) = Ku(t) \quad \Leftrightarrow \quad \Theta(s) = \frac{K}{s^2}U(s)$$

$$\omega(t) = \omega(0) + K\int_0^t u(\tau)d\tau$$

El método de sintonización SIMC - Control de la posición

$$\omega(t) = \omega(0) + K\int_0^t u(\tau)d\tau$$



$$K = \frac{\omega_f - \omega(0)}{\int_0^t u(\tau)d\tau} = \frac{\omega_f - \omega(0)}{10} = 36/10 = 3.6$$