

LAB#2

2017103716 김현석

이론

1.

$$2A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 10 \\ 4 & 4 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -0.235294 & -0.235294 & 0.588235 & -0.058824 \\ 0.294118 & 0.794118 & -0.735294 & 0.323529 \\ 0.117647 & 0.117647 & -0.294118 & 0.529412 \\ 0.294118 & 0.294118 & -0.235294 & -0.176471 \end{pmatrix}$$

```
In [7]: import numpy as np
```

```
In [8]: matrix = np.array([[1, -2, 3, 5],  
                           [2, 2, -1, 0],  
                           [3, 0, 1, 2],  
                           [1, 0, 2, 0]])
```

```
In [9]: lambdas, V = np.linalg.eig(matrix.T)
```

```
In [10]: print(matrix[lambdas == 0, :])
```

```
[]
```

4 가지 중에서 아무런 벡터도 나머지들의 선형 결합으로 나타내지 못합니다.
따라서 선형독립입니다.

2 - (1).

$$\|x\|_1 = |3| + |-4| + |-1.2| + |0| + |2.3| = 10.5$$

$$\|x\|_2 = (|3|^2 + |-4|^2 + |-1.2|^2 + |0|^2 + |2.3|^2)^{\frac{1}{2}} = 5.633$$

$$\|x\|_3 = (|3|^3 + |-4|^3 + |-1.2|^3 + |0|^3 + |2.3|^3)^{\frac{1}{3}} = 4.716$$

$$\|x\|_\infty = 4$$

2 - (2).

$$\left\| \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\|_F = (|2|^2 + |1|^2 + |1|^2 + |5|^2 + |4|^2 + |1|^2)^{\frac{1}{2}} = 6.928$$

3 - (1).

P = 0.4 인 경우

$$\text{도} : C_3^4 * 0.4^3 * 0.6^1 = 0.1536$$

$$\text{개} : C_2^4 * 0.4^2 * 0.6^2 = 0.3456$$

$$\text{걸} : C_1^4 * 0.4^1 * 0.6^3 = 0.3456$$

$$\text{윳} : C_0^4 * 0.4^0 * 0.6^4 = 0.1296$$

$$\text{모} : C_4^4 * 0.4^4 * 0.6^0 = 0.0256$$

P = 0.5 인 경우

$$\text{도} : C_3^4 * 0.5^3 * 0.5^1 = 0.25$$

$$\text{개} : C_2^4 * 0.5^2 * 0.5^2 = 0.375$$

$$\text{걸} : C_1^4 * 0.5^1 * 0.5^3 = 0.25$$

$$\text{윳} : C_0^4 * 0.5^0 * 0.5^4 = 0.0625$$

$$\text{모} : C_4^4 * 0.5^4 * 0.5^0 = 0.0625$$

P = 0.6 인 경우

$$\text{도} : C_3^4 * 0.6^3 * 0.4^1 = 0.3456$$

$$\text{개} : C_2^4 * 0.6^2 * 0.4^2 = 0.3456$$

$$\text{걸} : C_1^4 * 0.6^1 * 0.4^3 = 0.1536$$

$$\text{윳} : C_0^4 * 0.6^0 * 0.4^4 = 0.0256$$

$$\text{모} : C_4^4 * 0.6^4 * 0.4^0 = 0.1296$$

3 - (2).

P = 0.4 인 경우

$$-\{0.1536 * \log_2(0.1536) + 0.3456 * \log_2(0.3456) + 0.3456 * \log_2(0.3456) + 0.1296 * \log_2(0.1296) + 0.0256 * \log_2(0.0256)\} = 1.992 \text{ 비트}$$

P = 0.5 인 경우

$$-(0.25 * \log_2 0.25 + 0.375 * \log_2 0.375 + 0.25 * \log_2 0.25 + 0.0625 * \log_2 0.0625 + 0.0625 * \log_2 0.0625) = 2.0306 \text{ 비트}$$

P = 0.6 인 경우

$$-(0.3456 * \log_2 0.3456 + 0.3456 * \log_2 0.3456 + 0.1536 * \log_2 0.1536 + 0.0256 * \log_2 0.0256 + 0.1296 * \log_2 0.1296) = 1.992 \text{ 비트}$$

3 - (3).

P : P = 0.4 인 확률분포, Q : P = 0.5 인 확률분포

$$H(P, Q) = -(0.1536 * \log_2 0.25 + 0.3456 * \log_2 0.375 + 0.3456 * \log_2 0.25 + 0.1296 * \log_2 0.0625 + 0.0256 * \log_2 0.0625) = 2.1082$$

P : P = 0.4 인 확률분포, Q : P = 0.6 인 확률분포

$$H(P, Q) = -(0.1536 * \log_2 0.3456 + 0.3456 * \log_2 0.3456 + 0.3456 * \log_2 0.1536 + 0.1296 * \log_2 0.0256 + 0.0256 * \log_2 0.1296) = 2.4600$$

P : P = 0.4 인 확률분포, Q : P = 0.6 인 확률분포의 엔트로피가 더 큼니다.

두 확률분포의 차이가 더 크기 때문입니다.

(H(P)의 값이 같기 때문에 KL 다이버전스가 더 큼)

3 - (4).

P : P = 0.4 인 확률분포, Q : P = 0.5 인 확률분포

$$KLD : \left(0.1536 * \log_2 \frac{0.1536}{0.25} + 0.3456 * \log_2 \frac{0.3456}{0.375} + 0.3456 * \log_2 \frac{0.3456}{0.25} + 0.1296 * \log_2 \frac{0.1296}{0.0625} + 0.0256 * \log_2 \frac{0.0256}{0.0625} \right) = 0.1162$$

P : P = 0.4 인 확률분포, Q : P = 0.6 인 확률분포

$$KLD : \left(0.1536 * \log_2 \frac{0.1536}{0.3456} + 0.3456 * \log_2 \frac{0.3456}{0.3456} + 0.3456 * \log_2 \frac{0.3456}{0.1536} + 0.1296 * \log_2 \frac{0.1296}{0.0256} + 0.0256 * \log_2 \frac{0.0256}{0.1296} \right) = 0.4680$$

P : P = 0.4 인 확률분포, Q : P = 0.6 인 확률분포의 KL 다이버전스가 더 큼니다.

두 확률분포의 차이가 더 크기 때문입니다.

4 - (1).

$$i(x) = 1 - 2x$$

$$h(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$$

4 - (2).

$$f'(x) = 2 * 3 * \left(\frac{1}{4} * (1 - 2x)^2 - 1\right)^2 * \left(\frac{1}{2} * (1 - 2x)\right) * (-2) - 3 * 2 * \left(\frac{1}{4} * (1 - 2x)^2 - 1\right) * \left(\frac{1}{2} * (1 - 2x)\right) * (-2) = 12x^5 - 30x^4 - 6x^3 + 39x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{63}{8}$$

4 - (3).

$$f'(0) = -\frac{63}{8} = -7.875$$

$$f'(2.1) = 16.77312$$

5 - (1).

$$f(x) = 2x_1(x_1 - 2) + 3x_1x_2 - 24 + 2x_2(x_2 + 1)$$
$$f'(x) = (4x_1 + 3x_2 - 4, 3x_1 + 4x_2 + 2)$$

최소점 구하기

$$4x_1 + 3x_2 - 4 = 0$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2 = 0$$

$$x_1 = 3.1429$$

$$x_2 = -2.8571$$

최소점 : (3.1429, -2.8571)

f(x)의 최솟값 : -33.1429

5 - (2).

$$x_0 = (1.0, 0.9)^T$$

$$f'(x_0) = (2.7, 8.6)$$

$$x_1 = (1.0 - 0.1 * 2.7, 0.9 - 0.1 * 8.6) = (0.73, 0.04)^T$$

$$f'(x_1) = (-0.96, 4.35)$$

$$x_2 = (0.73 - 0.1 * (-0.96), 0.04 - 0.1 * 4.35) = (0.826, -0.395)^T$$

$$f'(x_2) = (-1.881, 2.898)$$

$$x_3 = (0.826 - 0.1 * (-1.881), -0.395 - 0.1 * 2.898) = (1.0141, -0.6848)^T$$

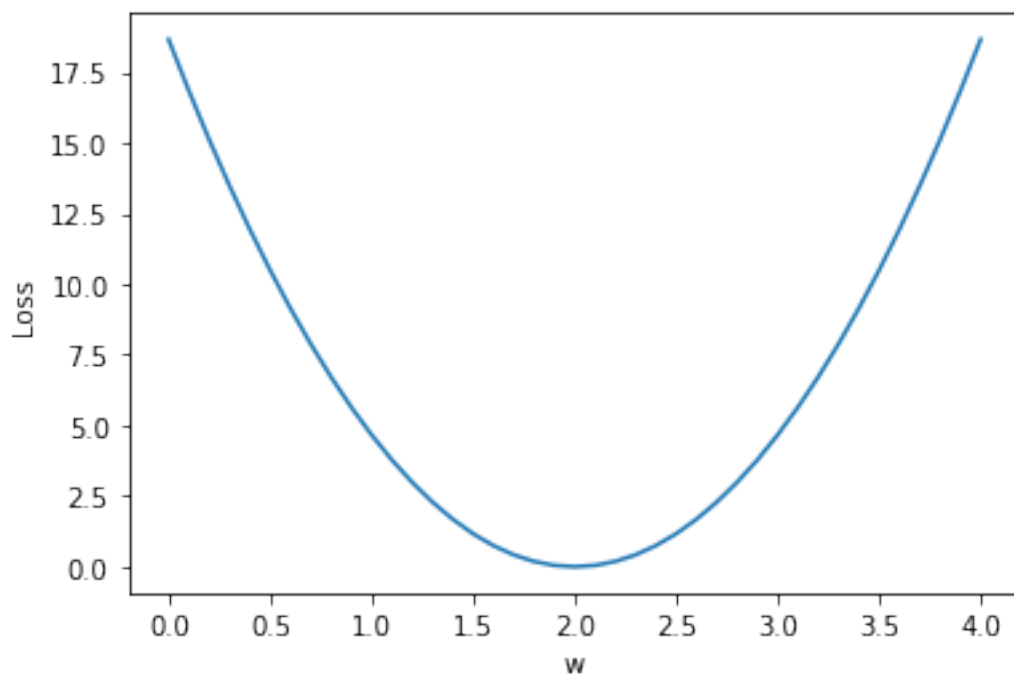
학습을 진행할수록 최소점 (3.1429, -2.8571)에 가까워지고 있습니다.

실습

1 - (1).

소스코드에 주석을 작성했습니다.

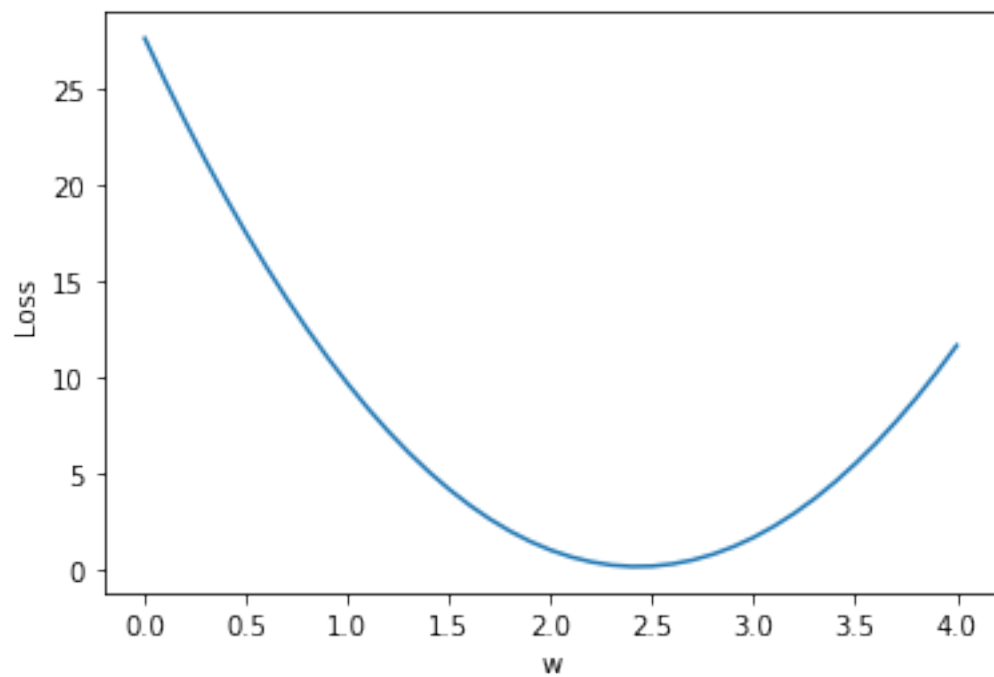
1 - (2).



목적함수를 최소로 만드는 w 값은 2.0 입니다.

($w = 2.0$, $MSE = 0.0$)

1 - (3).



목적함수를 최소로 만드는 w 값은 2.4 입니다.

($w = 2.4000000000000004$, $MSE = 0.1466666666666658$)