

4. Couplage table-chevalet du violon

Le chevalet des instruments à cordes frottées est le composant qui réalise le couplage entre les cordes et la caisse. Les instrumentistes et les facteurs en connaissent depuis longtemps le rôle déterminant. Un grand nombre de mesures d'admittances ont été réalisées, notamment sur les violons, au niveau du chevalet (cf., par exemple, les travaux de Jansson [235]). Toutes ces mesures montrent un “pic” relativement large autour de 2 à 3 kHz, et la plupart des auteurs s'accordent pour dire que ce pic est dû au chevalet : c'est la raison pour laquelle il est communément appelé *bridge hill*, ce que l'on peut traduire en français par “*colline*” du chevalet. Si ce phénomène est bien connu, en revanche son interprétation rigoureuse est plus récente : nous nous inspirons ci-dessous des travaux de Woodhouse publiés en 2005 [454]. L'idée générale est qu'on ne peut plus considérer la table et le chevalet comme une entité globale, contrairement à ce que nous avons fait implicitement dans les exemples traités auparavant dans ce chapitre. Le modèle doit donc être raffiné afin de dégager le filtrage opéré par le chevalet entre la corde et la table.

En fait, la dénomination de *bridge hill* peut prêter à confusion car l'allure de ce

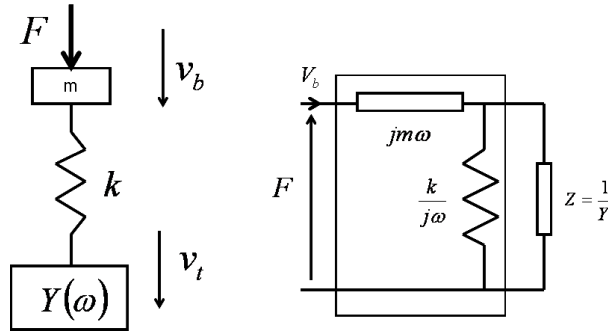


Figure 6.12. Modèle simplifié de chevalet de violon couplé à la caisse (modèle 1). D’après [454].

pic dépend non seulement du chevalet lui-même mais aussi du couplage entre la caisse et le chevalet, comme nous allons le montrer. Cette propriété est à rapprocher de celle d’un filtre dont l’impédance (ou l’admittance) d’entrée dépend de la charge à la sortie. Le modèle simplifié qui nous sert de guide ici est dessiné sur la figure 6.12. L’action des cordes est représentée par une force $F \exp j\omega t$ appliquée à un système masse-ressort (m, k) représentant le chevalet, lui-même chargé par l’admittance $Y(\omega)$ de la table au point d’attache sur la caisse. Soit V_b la vitesse du chevalet au point de jonction avec la corde et V_t la vitesse de translation verticale de la table, les équations du mouvement sont :

$$\begin{cases} -m\omega^2 V_b + k(V_b - V_t) = j\omega F, \\ V_t = Y F_t = \frac{kY}{j\omega} (V_b - V_t) . \end{cases} \quad (6.81)$$

Le schéma équivalent de type “impédance” correspondant à ce système est représenté sur la figure 6.12. Lorsque le chevalet est encastré sur sa base (mobilité $Y=0$, ou encore impédance de table $Z = 1/Y$ infinie), on retrouve un circuit résonnant série correspondant au mode propre du chevalet. Dans tous les autres cas, l’admittance d’entrée $Y_b = V_b/F$ vue par la corde dépend de Y . A partir de (6.81), on vérifie que cette admittance d’entrée du système est donnée par :

$$Y_b(\omega) = \frac{kY(\omega) + j\omega}{k - m\omega^2 + j\omega kmY(\omega)} . \quad (6.82)$$

La figure 6.13 montre une comparaison entre une admittance de table Y arbi-

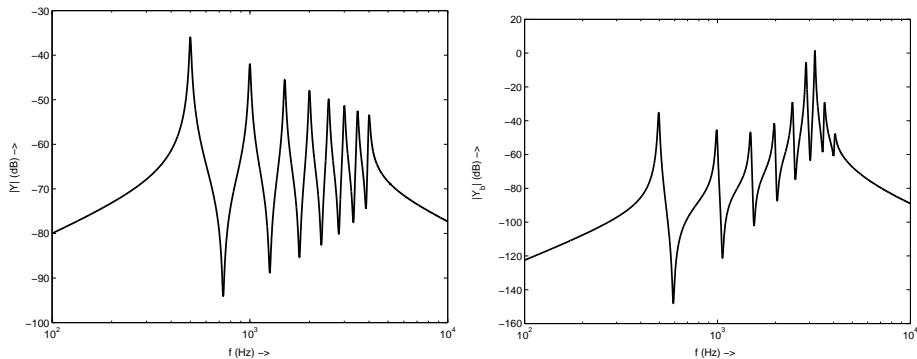


Figure 6.13. Comparaison entre les modules d'une admittance de table simplifiée Y et de l'admittance d'entrée au chevalet Y_b dans le cadre du modèle simplifié 1. D'après [454].

traire et l'impédance d'entrée Y_b correspondante pour un chevalet de masse $m = 1.5$ g dont la résonance est ajustée à $f = 3$ kHz. L'admittance Y est simplement construite comme la somme de quelques contributions modales identiques et régulièrement espacées. Les paramètres choisis pour construire Y représentée sur la figure 6.13 s'inspirent de l'article de Woodhouse [454] et sont tels que $f_n = n \times 500$ Hz, $Q_n = 1/2\zeta_n = 50$, $m_n = 0,1$ Kg. Les vecteurs propres sont supposés normalisés à un. On vérifie clairement l'effet de filtrage du chevalet sur la courbe représentative du module de l'admittance Y_b qui fait apparaître un pic vers 3 kHz, analogue à celui que l'on peut observer sur des mesures effectuées sur un violon.

Dans l'article [454] cité, l'auteur développe plusieurs modèles successifs pour améliorer la description du couplage entre le chevalet et la table d'harmonie. Nous nous attardons ci-dessous uniquement sur le modèle décrit à la figure 6.14. Celui-ci offre, en effet, l'avantage d'être plus réaliste que le modèle 1 présenté à la figure 6.12 dans la mesure où il tient compte de la rotation du chevalet consécutive à l'action horizontale F de la force communiquée par la corde excitée par l'archet. Il s'agit par ailleurs d'un bon exemple de système couplé en rotation/translation qui nous permet d'illustrer plusieurs concepts abordés au cours des précédents chapitres.

Dans ce modèle, on s'intéresse dans un premier temps à l'*admittance de rotation*

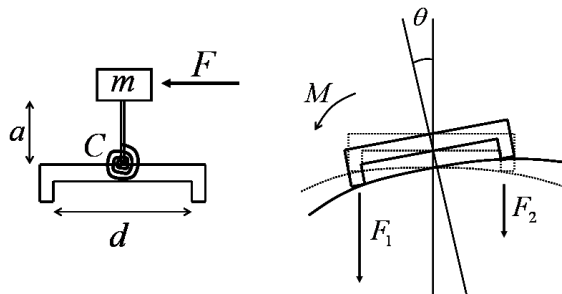


Figure 6.14. Modèle plus élaboré de chevalet de violon couplé à la table, qui tient compte de la rotation du chevalet (modèle 2). D'après [454].

définie comme le rapport entre la vitesse angulaire de rotation θ du chevalet et le

moment $\mathcal{M} = Fa$ de la force horizontale appliquée par la corde dans son mouvement, soit $Y_r = \theta/\mathcal{M}$. Le paramètre a désigne le bras de levier moyen, et C est la raideur de torsion du chevalet (cf. la figure 6.14). L'équation du mouvement du chevalet encastré à sa base s'écrit :

$$\mathcal{M} = ma^2\ddot{\theta} + C\theta, \quad (6.83)$$

faisant apparaître la pulsation propre $\omega_b = \sqrt{\frac{C}{ma^2}}$. Le chevalet repose sur la table par deux pieds distants l'un de l'autre de d . Sous l'action de forces transversales F_1 et F_2 appliquées respectivement en ces deux points, ceux-ci prennent les vitesses V_1 et V_2 définis par la matrice admittance (cf. le chapitre 3) :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}. \quad (6.84)$$

On bloque à présent le pied 2. Sous l'action d'un moment \mathcal{M} appliqué au chevalet, le pied 1 prend la vitesse de rotation $\dot{\theta}_1$. Réciproquement, on note $\dot{\theta}_2$ la vitesse de rotation prise par le pied 2, le pied 1 étant bloqué (cf. la figure 6.14). Compte tenu de (6.84), on obtient la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\mathcal{M}}{d^2} \\ -\frac{\mathcal{M}}{d^2} \end{pmatrix}. \quad (6.85)$$

La vitesse de rotation de l'ensemble est $\dot{\theta} = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2$, si bien que l'on obtient l'expression de l'admittance de rotation du chevalet :

$$Y_r = \frac{\dot{\theta}}{\mathcal{M}} = \frac{Y_{11} + Y_{22} - 2Y_{12}}{d^2}. \quad (6.86)$$

Nous avons vu au chapitre 3 que les termes de la matrice admittance pour un système vibrant tel que la table d'harmonie s'écrit sous la forme du développement modal :

$$Y_{ij}(\omega) = \sum_n j\omega \frac{\Phi_n(x_i, y_i)\Phi_n(x_j, y_j)}{m_n(\omega_n^2 + 2j\omega\omega_n\zeta_n - \omega^2)}, \quad (6.87)$$

où Φ_n est la déformée propre associée au mode de pulsation ω_n , m_n la masse modale et ζ_n l'amortissement modal. On note (x_1, y_1) et (x_2, y_2) les coordonnées des pieds du chevalet sur la table. A partir de (6.86) et (6.87), on obtient :

$$Y_r(\omega) = \frac{j\omega}{d^2} \sum_n \frac{[\Phi_n(x_1, y_1) - \Phi_n(x_2, y_2)]^2}{m_n(\omega_n^2 + 2j\omega\omega_n\zeta_n - \omega^2)}. \quad (6.88)$$

Finalement, l'équilibre des moments autour de l'axe de rotation du chevalet chargé par la table s'écrit :

$$\begin{cases} \mathcal{M}_b = Fa = ma^2\ddot{\theta}_b + C(\theta_b - \theta_t), \\ \mathcal{M}_t = C(\theta_b - \theta_t) = \frac{\dot{\theta}_t}{Y_r}, \end{cases} \quad (6.89)$$

où θ_b et θ_t sont respectivement les angles de rotation du chevalet et de la table, et où \mathcal{M}_b et \mathcal{M}_t sont les moments appliqués à ces deux éléments. On en tire l'admittance d'entrée au niveau de la corde :

$$Y_b(\omega) = \frac{V_b}{F} = \frac{a^2\dot{\theta}}{\mathcal{M}_b} = \frac{a^2[CY_r(\omega) + j\omega]}{C - ma^2\omega^2 + j\omega Cma^2Y_r(\omega)}. \quad (6.90)$$

Ce modèle est sensiblement plus complet que le précédent. Outre sa cinématique plus fine, on voit que (6.90) est à même de rendre compte de paramètres de fabrication importants comme la hauteur a du chevalet, ou encore la position et l'écartement d entre les pieds. Dans l'article cité, Woodhouse poursuit le calcul en utilisant pour les déformées Φ_n et les pulsations propres ω_n les expressions obtenues dans le cas de plaques rectangulaires simplement supportées [454]. Les valeurs des paramètres élastiques et géométriques correspondent à des valeurs typiques (voir le chapitre 14). Ce modèle peut encore être amélioré en prenant en compte non seulement la table supérieure, mais également celle du fond de l'instrument couplée par l'âme à la première.