

Acoustique des espaces clos et des espaces extérieurs

Jean-Dominique Polack

jean-dominique.polack@upmc.fr

Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie

UE d'acoustique des salles - Master ACAR

septembre 2016

Table des Matières

Acoustique des espaces clos ou acoustique des salles	3
1. Ondes sonores dans les salles	3
a) Ondes stationnaires	3
b) Fonction de transfert d'une salle	4
c) Densité des modes propres	4
2. Acoustique statistique dans les salles	6
a) L'approximation dite « du champ diffus »	6
b) Puissance sonore incidente sur une surface	6
c) Surface équivalente d'absorption	7
d) Equilibre énergétique dans une salle	7
e) Temps de réverbération – formule de Sabine	8
f) Champ stationnaire – distance de réverbération	9
3. Acoustique géométrique dans les salles	12
a) Rayons et absorption	12
b) Réflexions et sources images	12
Acoustique des espaces extérieurs	15
1. atténuation par les écrans	15
2. source linéique	15
3. influence des conditions atmosphériques	16

Acoustique des espaces clos ou acoustique des salles

1. Ondes sonores dans les salles

a) Ondes stationnaires

Soit une salle rectangulaire de dimensions l_x, l_y, l_z . L'équation des ondes dans la salle s'écrit

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k^2 p = 0 \quad (1.1)$$

où p est la pression sonore, $k = \omega/c$ le nombre d'onde, ω la pulsation et c la célérité des ondes dans l'air. Quand la *géométrie le permet* – et c'est le cas dans une salle rectangulaire – on peut séparer les variables et chercher une solution de la forme :

$$p = X(x) \cdot Y(y) Z(z) \cdot e^{j\omega t}$$

On obtient alors l'équation :

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 = 0$$

dont la solution est de la forme :

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \text{cte} = -k_x^2, \quad \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + k_y^2 = 0, \quad \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + k_z^2 = 0$$

avec

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 \quad (1.2)$$

k_x, k_y , et k_z représentent donc les projections du nombre d'onde sur les 3 axes de référence.

La solution générale des équations unidimensionnelles est :

$$X(x) = C_x \cos(k_x x + \varphi_x)$$

où les constantes C_x et φ_x sont déterminées par les conditions aux limites sur les parois de la salle.

Si les parois sont rigides, la composante normale de la vitesse particulaire est nulle sur les parois, soit en utilisant l'équation d'Euler :

$$u_x = -\frac{1}{j\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \text{pour } x = 0 \text{ et } x = l_x$$

On a alors $\varphi_x = 0$ et

$$k_x = \frac{\pi}{l_x} n_x, \quad n_x = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.3)$$

On obtient des solutions du même type selon y et z , et la solution générale de l'équation (1.1) s'écrit :

$$p = p_0 \cos\left(\pi n_x \frac{x}{l_x}\right) \cdot \cos\left(\pi n_y \frac{y}{l_y}\right) \cdot \cos\left(\pi n_z \frac{z}{l_z}\right) \quad (1.4)$$

Le facteur temporel $e^{j\omega t}$ est sous-entendu dans l'expression précédente. Comme leur amplitude ne varie pas dans le temps, les solutions (1.4) sont appelées *ondes stationnaires*. On les appelle aussi *modes propres* de la salle. A chacun d'entre eux est associée une *fréquence propre* :

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{ck_n}{2\pi} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$$

soit :

$$f_n = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad (1.5)$$

Traditionnellement, on distingue *dans une salle rectangulaire* :

- les modes *axiaux* (unidimensionnels) – un seul des n_x , n_y , ou n_z est non nul ;
- les modes *tangentiels* (bidimensionnels) – 2 des n_x , n_y , et n_z sont non nuls ;
- les modes *obliques* (tridimensionnels) – tous les n_x , n_y , et n_z sont non nuls.

Exercice 1 : a / tracer les modes (2,0,0) et (2,1,0) d'une salle rectangulaire.
b/ calculer les 15 premiers modes propres d'une salle rectangulaire de dimensions 5,7x7,0x4,8 m.

b) Fonction de transfert d'une salle

La fonction de transfert d'une salle est sa réponse en fréquence *pour une position donnée de la source et une position donnée du récepteur*. Un exemple est donné sur la figure 1 suivante :

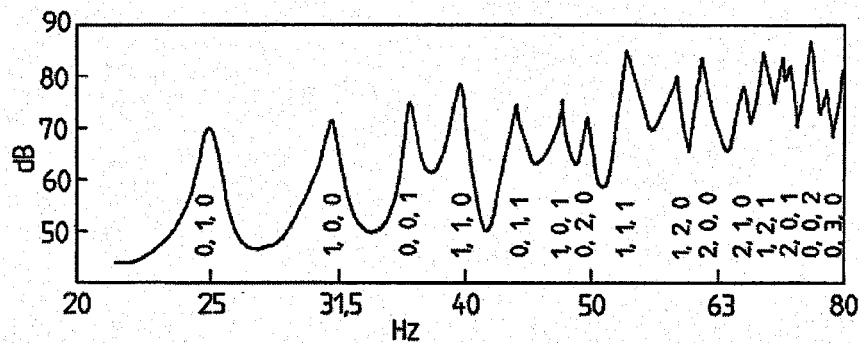


Figure 1 Fonction de transfert d'une salle rectangulaire de dimension 5,7x7,0x4,8m.
Aux basses fréquences, les modes se détachent et on peut les identifier par leur nombre d'onde.

La fonction de transfert fluctue beaucoup avec la fréquence, et ses maxima correspondent aux fréquences propres de la salle.

Remarque : La *largeur* des maxima est fixée par l'atténuation de la salle, c'est-à-dire que les parois ne sont pas parfaitement réfléchissantes.

c) Densité des modes propres

Un examen plus attentif de l'équation (1.5) montre que les fréquences propres d'une *salle rectangulaire* peuvent s'interpréter géométriquement : elles sont placées sur les nœuds d'un réseau tri-dimensionnel (figure 2). Les nœuds sur les axes correspondent aux modes axiaux, le long respectivement de la longueur, la largeur, et la hauteur de la salle. Les nœuds sur les plans de base correspondent aux modes tangentiels. Les nœuds du réseau représentent les modes obliques. Dans tous les cas, la distance de chaque nœud à l'origine correspond à la

fréquence propre. Ainsi, le nombre de modes (obliques) inférieurs à une fréquence f donnée est égal au nombre de nœuds situés à l'intérieur d'une sphère de rayon f .

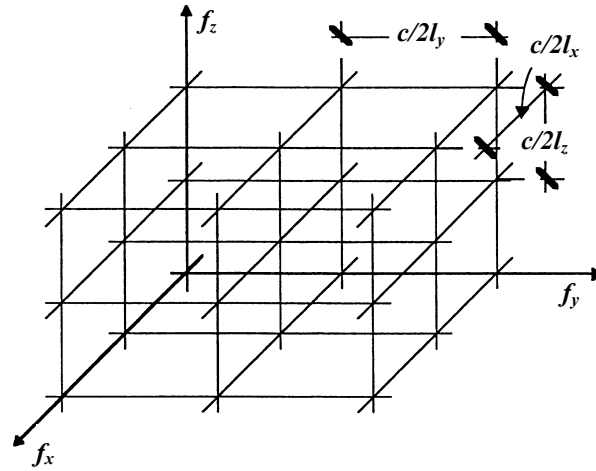


Figure 2 Réseau tridimensionnel des fréquences propres d'une salle rectangulaire.

Plus précisément, les projections de f sur les axes ne peuvent être que positives. Ceci signifie que seul un *octant* ($=1/8$) de la sphère doit être considéré. Le volume d'un octant de la sphère de rayon f valant $(4\pi f^3/3)/8 = \pi f^3/6$, et le volume délimité par 8 nœuds adjacents $(c/2l_x \times c/2l_y \times c/2l_z) = c^3/8V$, le nombre de modes *obliques* de fréquence inférieure à f est donné par :

$$N = \frac{\pi f^3}{6} \frac{8V}{c^3} = \frac{4\pi V}{3} \frac{f^3}{c^3}$$

Si l'on tient aussi compte des modes *tangentiels* – localisés sur les plans formés par 2 axes, donc appartenant pour moitié à deux octants adjacents – et des modes *axiaux*, le nombre de modes de fréquence propre inférieure à f s'écrit :

$$N = \frac{4\pi V}{3} \left(\frac{f}{c} \right)^3 + \frac{\pi S}{4} \left(\frac{f}{c} \right)^2 + \frac{L}{8} \frac{f}{c} \quad (1.6)$$

où V est le volume de la salle, S l'aire totale des parois, et $L = 4(l_x + l_y + l_z)$ est la longueur totale des arêtes de la salle. A toute fréquence, les modes obliques dominent et le premier terme de (1.6) est une approximation valable dans *toutes* les salles, quel que soit leur forme (théorème de H. Weil, 1917).

La *densité modale*, ou nombre moyen de modes par Herz, est donnée par la dérivée de (1.6), soit :

$$\frac{dN}{df} = \frac{4\pi V}{c^3} f^2 + \frac{\pi S}{2c^2} f + \frac{L}{8c}$$

Exercice 2 : Calculer la fréquence de Schroeder de la salle de la figure 1, c'est-à-dire la fréquence pour laquelle 3 modes se superposent sur une largeur de mode (égale à $2,2/\text{Tr}$).

2. Acoustique statistique dans les salles

a) L'approximation dite « du champ diffus »

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au comportement acoustique d'une salle d'un point de vue statistique, en nous basant sur des considérations énergétiques. Nous nous plaçons donc en haute fréquence, là où le nombre de modes est suffisant pour que leurs contributions se superposent *statistiquement* à chaque fréquence (soit au moins dix modes). De la même manière, anticipant sur le chapitre suivant, nous nous plaçons loin de la source, là où la densité des réflexions sur les parois est suffisante pour qu'elles se superposent statistiquement (plus de 10 réflexions). Dans ce cas, les réflexions – comme le modes ! – peuvent être considérées comme *décorrélées*, c'est-à-dire que *leurs contributions s'ajoutent en énergie*. On obtient alors un champ diffus caractérisé par :

- la densité d'énergie est constante partout ;
- les directions de propagation du son sont équiprobables.

Remarque : Il s'agit bien là d'une *approximation* : aucun champ sonore n'est réellement diffus, sauf si les parois sont parfaitement réfléchissantes. En effet, si les parois absorbent, il y a toujours migration de l'énergie sonore de la source vers les parois, donc *forcément* une direction privilégiée de propagation de l'énergie en tout point. C'est le *paradoxe du champ diffus*. Cela dit, cette approximation est très utile puisqu'elle permet d'évaluer l'énergie sonore dans une salle.

b) Puissance sonore incidente sur une surface

Dans une onde plane propagative, la relation qui lie la pression efficace p_1 à l'intensité sonore I_1 est :

$$p_1^2 = I_1 \cdot \rho c$$

Dans un champ diffus, la pression efficace est le résultat d'ondes qui se propagent dans toutes les directions, avec la même intensité I_1 . Par intégration sur une sphère (angle solide $\psi = 4\pi$ stéradians) la pression efficace est alors donnée par – on somme en énergie :

$$p_{diff}^2 = \int_{\psi=4\pi} I_1 \rho c d\psi = 4\pi I_1 \rho c \quad (2.1)$$

Considérons à nouveau une onde plane, mais cette fois-ci, elle arrive sur une surface sous l'incidence θ (figure 3).

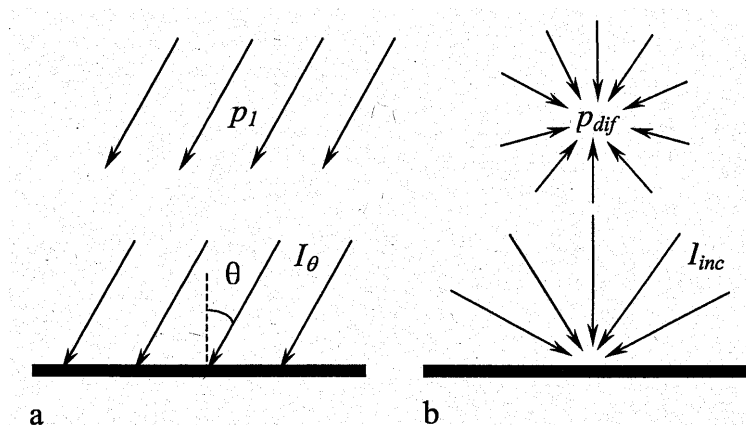


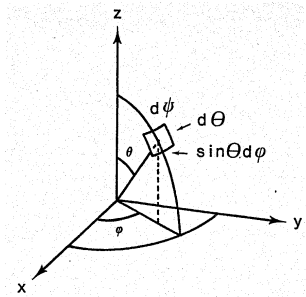
Figure 3 a) Onde plane sous incidence oblique sur une surface ; b) incidence diffuse sur une surface

L'intensité sonore incidente par unité de surface est alors donnée par :

$$I_{\theta} = I_1 \cos \theta = \frac{p_{diff}^2}{4\pi\rho c} \cos \theta \quad (2.2)$$

où p_{diff} est la pression sonore efficace en champ diffus définie par l'équation (2.1). Cette intensité n'est autre que l'intensité acoustique de l'onde propagative, multipliée par le cosinus de l'angle d'incidence (projection de la surface unité sur le *front* d'onde incident).

La puissance sonore incidente totale s'obtient par intégration sur *tous les angles d'incidence*, c'est-à-dire sur une demi-sphère d'angle solide $\psi = 2\pi$ stéradians :



$$\begin{aligned} I_{inc} &= \int_{\psi=2\pi} I_{\theta} d\psi = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{p_{diff}^2}{\rho c} \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= \frac{1}{4\pi} 2\pi \frac{p_{diff}^2}{\rho c} \int_0^1 \cos \theta d(\sin \theta) = \frac{1}{2} \frac{p_{diff}^2}{\rho c} \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{soit :} \quad I_{inc} = \frac{1}{4} \frac{p_{diff}^2}{\rho c} \quad (2.3)$$

C'est 4 fois moins que la puissance incidente d'une onde plane.

c) Surface équivalente d'absorption

Le *coefficient d'absorption* α est défini comme le rapport de l'énergie acoustique non-réfléchi (c'est-à-dire absorbée) à l'énergie incidente sur la surface. Il prend des valeurs comprises entre 0 et 1, avec $\alpha = 1$ quand toute l'énergie incidente est absorbée (exemple : une fenêtre ouverte).

Le produit de l'aire par le coefficient d'absorption d'un matériau est appelé *surface* (ou *aire*) *équivalente d'absorption* : c'est la surface de fenêtres ouvertes qui procurerait la même absorption que la surface du matériau étudié. La surface équivalente d'absorption d'une salle est donnée par :

$$A = \sum_i S_i \alpha_i = S_1 \alpha_1 + S_2 \alpha_2 + \dots + S_n \alpha_n = S \alpha_m \quad (2.4)$$

où S est la surface totale des parois de la salle, et α_m est le *coefficient moyen d'absorption*. A s'exprime en m².

Remarque : Outre les parois de la salle, la surface équivalente d'absorption d'une salle inclue souvent l'absorption due à l'air (hautes fréquences) et aux personnes et autres objets présents dans la salle.

d) Equilibre énergétique dans une salle

L'énergie acoustique totale dans une salle est la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique, c'est-à-dire le double de l'énergie potentielle en vertu de l'équipartition de l'énergie (*attention* : il n'y a pas d'équipartition de l'énergie près des parois !). L'énergie totale E est donc égale au produit de la densité d'énergie par le volume V , soit :

$$E = (w_p(t) + w_c(t))V = 2w_p(t)V = \frac{p_{rms}^2}{\rho c^2} V \quad (2.5)$$

où p_{rms} représente la pression efficace du champ diffus (appelée p_{diff} dans la section 2.b). La puissance absorbée dans la salle est égale au produit du flux d'énergie incidente par unité de surface (équation 2.3) par le coefficient moyen d'absorption et par la surface totale, c'est-à-dire par la surface équivalente d'absorption (équation 2.4) :

$$P_{a,abs} = I_{inc} S \alpha_m = I_{inc} A = \frac{p_{rms}^2}{4\rho c} A \quad (2.6)$$

Si P_a est la puissance acoustique de la source dans la salle, l'équilibre énergétique est donné par :

$$P_a - P_{a,abs} = \frac{dE}{dt} \quad (2.7a)$$

soit

$$P_a - \frac{p_{rms}^2}{4\rho c} A = \frac{V}{\rho c^2} \frac{d}{dt} (p_{rms}^2) \quad (2.7b)$$

En *régime établi*, la source débite une puissance constante, et le terme de droite de l'équation (2.7) est nul. La puissance absorbée est donc égale à la puissance émise par la source, et la pression dans la salle vaut :

$$p_{rms}^2 = \frac{4P_a}{A} \rho c \quad (2.8)$$

Cette équation permet de déterminer la puissance acoustique d'une source en mesurant la pression acoustique qu'elle génère dans une salle, à condition que la surface équivalente d'absorption de la salle soit connue (procédure normalisée). Elle montre aussi que la surface d'absorption d'une salle influe *directement* sur la pression sonore dans la salle.

On exprime souvent l'équation (2.8) en termes de niveau de pression acoustique L_p et niveau de puissance acoustique L_w (définition normative) :

$$L_p \approx L_w + 10 \log \left(\frac{4A_0}{A} \right) \quad (2.9)$$

où $A_0 = 1 \text{ m}^2$ est une surface de référence. L'approximation vient de ce que l'on néglige le terme contenant les constantes et les valeurs de référence :

$$10 \log_{10} \frac{\rho c P_{ref}}{A_0 p_{ref}^2} = 10 \log_{10} \frac{1,204 \times 343 \times 10^{-12}}{1 \times (2 \times 10^{-5})^2} = 0,14 \text{ dB} \approx 0 \text{ dB}$$

e) Temps de réverbération – formule de Sabine

Si l'on coupe la source sonore quand le régime est établi, le premier terme à gauche de l'équation (2.7) est nul, et la pression efficace est maintenant fonction du temps :

$$\frac{A}{4\rho c} p^2(t) + \frac{V}{\rho c^2} \frac{d}{dt} (p^2(t)) = 0 \quad (2.10)$$

La solution de cette équation s'écrit :

$$p^2(t) = p_s^2 e^{-\frac{cA}{4V}t} \quad (2.11)$$

où p_s^2 est la pression quadratique moyenne du régime établi, et où $t = 0$ est l'instant où la source est coupée. La pression quadratique moyenne, et donc l'énergie acoustique, suit une loi de décroissance exponentielle. Sur une échelle logarithmique, la décroissance est linéaire ; on l'appelle courbe de décroissance (figure 4).

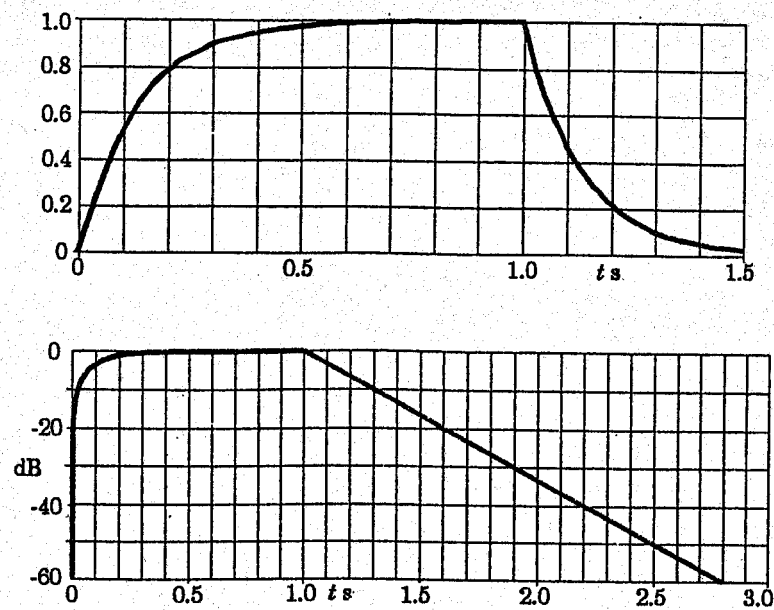


Figure 4 a) Croissance et décroissance du son dans une salle. La source est allumée à $t=0$, et coupée à $t=1$ s.
Haut : échelle linéaire. Bas : échelle logarithmique (dB).

Si l'on met la source en marche à l'instant $t = 0$, la croissance du son dans la salle suit une loi exponentielle similaire (figure 4) :

$$p^2(t) = p_s^2 \left(1 - e^{-\frac{cA}{4V}t} \right) \quad (2.12)$$

On définit le *temps de réverbération* comme le temps que met l'énergie sonore dans une salle pour décroître à 1 millionième de sa valeur initiale, ce qui correspond à une décroissance de 60 dB du niveau de pression acoustique. Donc, pour $t = T_{60}$:

$$p^2(t) = p_s^2 \times 10^{-6} = p_s^2 e^{-\frac{cA}{4V}T_{60}}$$

Le temps de réverbération est donc donné par :

$$T_{60} = 6 \times \ln(10) \times \frac{4V}{cA} = \frac{55,3V}{cA} \quad (2.13)$$

C'est la *formule de Sabine*, ainsi nommée après Wallace Clement Sabine qui introduisit le concept de temps de réverbération autour de 1896. Il démontra le premier que T_{60} est inversement proportionnel à l'absorption équivalente A .

Remarque : On donne souvent la formule de Sabine sous la forme :

$$T_{60} = 0,16 V / A$$

qui correspond à l'équation (2.13) pour $c=343$ m/s, V en m^3 , et A en m^2 .

f) Champ stationnaire – distance de réverbération

Une *salle* (ou *chambre*) *réverbérante* est une salle spéciale caractérisée par un long temps de réverbération et une bonne diffusion. Dans une telle salle, l'approximation du champ diffus est valable, et l'on peut y appliquer les résultats du régime stationnaire (équation 2.8) et de la décroissance sonore (équation 2.13) pour mesurer la puissance acoustique d'une source sonore :

$$P_a = \frac{p_s^2}{4\rho c} \cdot \frac{55,3V}{cT_{60}} = 9,8 \times 10^{-5} p_s^2 V / T_{60} \quad (2.14)$$

Le temps de réverbération et la pression acoustique moyenne sont alors mesurés dans la chambre réverbérante, et le niveau de puissance acoustique est calculé par :

$$\begin{aligned} L_W &= L_p + 10 \log \frac{p_{ref}^2 \times 55,3 \times V}{P_{ref} \times 4\rho c^2 \times T_{60}} \\ &= L_p + 10 \log \left(\frac{V}{V_0} \right) - 10 \log \left(\frac{T_{60}}{T_0} \right) - 14 \text{ dB} \end{aligned} \quad (2.15)$$

où $V_0 = 1 \text{ m}^3$ et $T_0 = 1 \text{ s}$.

Dans une salle ordinaire, le son direct joue un rôle que l'on ne peut plus négliger. Il faut alors modifier l'approximation du champ diffus pour en tenir compte. On ajoute alors la puissance sonore rayonnée par une source omnidirectionnelle. Elle est donnée par le produit de l'intensité acoustique du champ sphérique à la distance r par la surface de la sphère de rayon r , soit :

$$P_a = I_r \cdot 4\pi r^2 \quad (2.16)$$

On en déduit la pression quadratique du son direct à la distance r de la source :

$$p_{dir}^2 = \frac{P_a}{4\pi r^2} \rho c \quad (2.17)$$

Quant au champ stationnaire, il est toujours donné par l'équation (2.8) :

$$p_s^2 = \frac{4P_a}{A} \rho c$$

La *distance* (ou rayon) *de réverbération* r_{rev} est définie comme la distance où $p_{dir} = p_s$ pour une source omnidirectionnelle. Elle décrit la quantité d'absorption présente dans la salle, puisqu'elle ne dépend que de la surface équivalente d'absorption :

$$r_{rev} = \sqrt{\frac{A}{16\pi}} = 0,14\sqrt{A} \quad (2.18)$$

A une distance à la source inférieure à la distance de réverbération, le son direct domine : c'est le *champ proche* (ou *direct*). A distances supérieures, le champ réverbérant domine : c'est le *champ lointain*, où l'approximation du champ diffus est *souvent* valable en régime stationnaire.

Le champ combiné (direct + diffus) s'obtient en additionnant en énergie les contributions des deux champs. Mais il faut tenir compte du fait que le champ diffus a subi *au moins une réflexion* : la puissance acoustique qui l'excite doit donc être réduite d'un facteur $(1 - \alpha_m)$ par rapport à la puissance de la source. La pression quadratique totale s'écrit alors :

$$p_{total}^2 = p_{dir}^2 + p_s^2 (1 - \alpha_m) = p_s^2 \left[\frac{r_{rev}^2}{r^2} + 1 - \alpha_m \right] \quad (2.19)$$

ou encore :

$$p_{total}^2 = P_a \cdot \rho c \left[\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{A} (1 - \alpha_m) \right] \quad (2.20)$$

En général, une source – que ce soit un locuteur, un haut-parleur ou un instrument de musique – rayonne une intensité différente dans chaque direction. Le *facteur de directivité* est le rapport de l'intensité rayonnée dans une direction *particulière* à l'intensité rayonnée en moyenne dans toutes les directions :

$$Q_\theta = I_\theta \cdot \frac{4\pi r^2}{P_a} \quad (2.21)$$

Exercice 3 : Calculer le facteur de directivité d'une source omnidirectionnelle, d'un monopôle, et dans l'axe d'un dipôle.

La pression quadratique moyenne du son direct est alors :

$$p_{dir}^2 = \frac{Q_\theta}{4\pi r^2} P_a \rho c \quad (2.22)$$

et le niveau de pression acoustique total est donné par la formule :

$$L_p \approx L_W + 10 \log \left(\frac{4A_0}{A} \right) + 10 \log \left[\frac{Q_\theta r_{ev}^2}{r^2} + (1 - \alpha_m) \right] \quad (2.23)$$

où $A_0 = 1 \text{ m}^2$. Dans une chambre réverbérante, l'absorption est faible ($\alpha_m < 0,1$) et le niveau de pression acoustique du champ lointain est sensiblement prédit par l'approximation du champ diffus – le dernier terme est pratiquement nul. Pour un instrument très directif comme la trompette ($Q \gg 1$), le champ direct peut s'étendre largement au-delà de la distance de réverbération : le dernier terme de l'équation (2.23) domine.

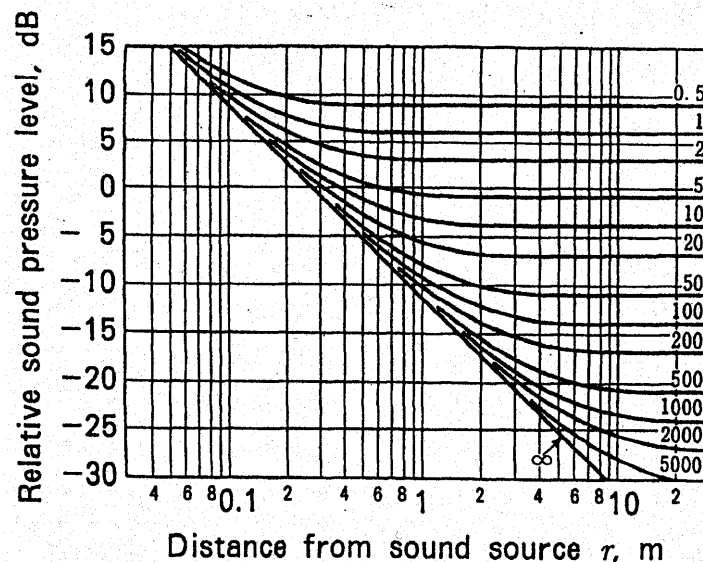


Figure 5 Niveau de pression acoustique en fonction de la distance dans une salle approximativement diffuse. Le facteur de directivité de la source vaut 1. Le paramètre des courbes est $A/(1-\alpha_m)$ en m^2 .

Dans une grande salle avec une absorption moyenne ou grande ($\alpha_m > 0,2$), le niveau de pression acoustique continue à décroître avec la distance, parce que l'approximation du champ diffus n'y est pas valable. La pente de la décroissance spatiale sert alors à mesurer le degré d'atténuation sonore dans la salle. C'est ainsi que, dans un hall industriel, l'atténuation en dB par doublement de distance est un meilleur indice que le temps de réverbération.

Remarques : a/ La décroissance spatiale du champ sonore s'explique par une *équation de diffusion* (équation de la chaleur) – à ne pas confondre avec l'*approximation dite du champ diffus*. Elle permet de retrouver pourquoi c'est le cas dès que l'une des dimensions est supérieure à 3 fois la plus petite.

b/ De manière plus générale, les conditions suivantes sont indicatrices de champ non diffus :

- distribution irrégulière de l'absorption sur les surfaces, par exemple une seule surface très absorbante ;
- manque d'éléments diffusants ou diffractants dans la salle ;
- le rapport de la plus grande à la plus petite dimension est supérieur à 3 ;
- le volume est très grand – plus de 5000 m³.

3. Acoustique géométrique dans les salles

a) Rayons et absorption

En acoustique géométrique, la propagation sonore est décrite par des rayons. On néglige alors souvent la longueur d'onde et la phase de l'onde sonore pour ne considérer que la direction de propagation de l'énergie sonore. C'est ce font *tous* les programmes de simulation acoustique des salles. Mais négliger la phase n'est pas indispensable : c'est le domaine de la théorie géométrique de la diffraction, et plus généralement, de la *théorie semiclassical* (qui consiste à considérer les trajectoires périodiques – donc fermées – classiques pour *quantifier* le champ sonore, c'est-à-dire calculer les modes de la salle).

A chaque réflexion sur les parois, une partie de l'énergie sonore est absorbée et le reste réfléchi. Si nous considérons le coefficient moyen d'absorption α_m , on montre que, moyennant certaines hypothèses de répartition aléatoire des réflexions le long d'un rayon, on retrouve la formule de Sabine.

Le plus souvent, on ne considère que le trajet moyen entre deux réflexions successives, ou *libre parcours moyen* ℓ_m . On montre alors de manière rigoureuse que ce dernier vaut :

$$\ell_m = \frac{4V}{S} \quad (3.1)$$

quelque soit la forme de la salle. Il est alors aisé de montrer que le temps de réverbération obtenu en calculant la décroissance de l'énergie le long d'un rayon est donné par la *formule d'Eyring* – toujours obtenue pour 60 dB de décroissance :

$$T_E = -\frac{13,8 \ell_m}{c \ln(1 - \alpha_m)} = -\frac{0,16 V}{S \ln(1 - \alpha_m)} \quad (3.2)$$

où α_m est toujours donné par $S\alpha_m = \sum_i S_i \alpha_i$

Exercice 4 : a/ Montrer que l'énergie portée par le rayon à l'instant t vaut :

$$p^2(t) = p_s^2 (1 - \alpha_m)^n \quad \text{où } n = n(t)$$

b/ Montrer que la distance parcourue le long du rayon pendant le temps t vaut :

$$ct = \sum_i \ell_i = n \ell_m$$

c/ En déduire la formule d'Eyring.

d/ Montrer que, pour α_m petit, T_{Ey} et T_{Sab} sont équivalents, alors que pour $\alpha_m \rightarrow 1$,

$T_{Ey} \rightarrow 1$ et $T_{Sab} \rightarrow$ limite finie.

b) Réflexions et sources images

Sur une surface plane, les lois de réflexion géométrique sont valables : l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence. En conséquence, le son réfléchi peut s'interpréter comme provenant d'une image située derrière la surface. Ce principe s'étend aux réflexions d'ordre supérieur.

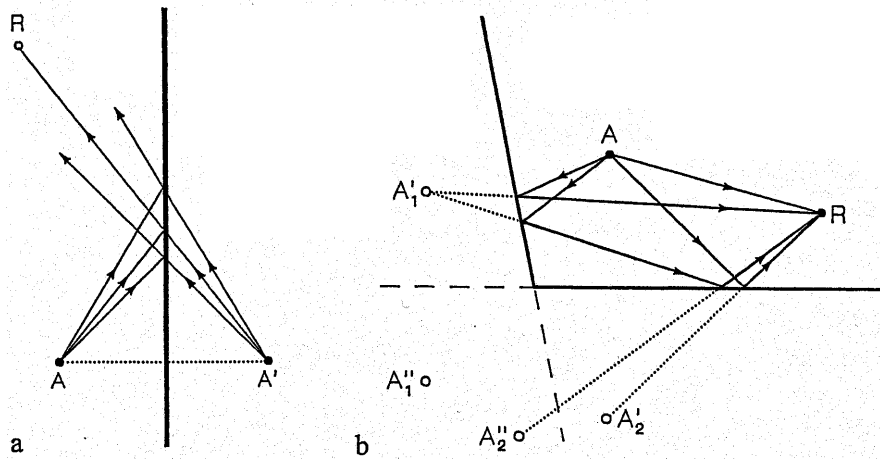
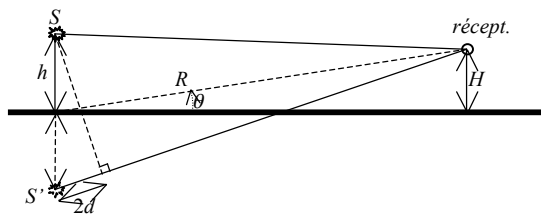


Figure 6 Sources images : a) réflexion simple ; b) réflexions multiples.

Il est cependant intéressant de tenir compte de la phase pour calculer le *champ d'interférences* créé par une source et son image (*exercice*). Le récepteur reçoit alors deux ondes :



- l'onde directe

$$p_1 = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

- l'onde réfléchie

$$p_2 = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r'}{c}\right)$$

A longue distance – champ lointain – on peut négliger la décroissance en $1/r$ avec la distance. Pour une onde monochromatique $f(t) = \cos(\omega t)$, on obtient le champ total :

$$\begin{aligned} p &= p_1 + p_2 \approx \frac{1}{r} \left[\cos \omega \left(\left[t - \frac{R}{c} \right] + \frac{d}{c} \right) + \cos \omega \left(\left[t - \frac{R}{c} \right] - \frac{d}{c} \right) \right] \\ &= \frac{2}{r} \cos \omega \left(t - \frac{R}{c} \right) \cos \frac{\omega d}{c} \end{aligned}$$

où $d = h \sin \theta = \frac{h \cdot H}{R} \approx h \theta$ avec h la hauteur de la source.

On en déduit donc que, pour certaines fréquences, la pression s'annule, tandis qu'elle est maximale pour d'autres. C'est effectivement ce qu'on observe dans une salle pour l'onde directe et sa réflexion sur le sol, bien que l'effet soit atténué par l'absorption du public (figure 7).

Exercice 5 : a/ Calculer les fréquences pour lesquelles la pression s'annule et celles pour lesquelles elle est maximale dans le cas où l'absorption est nulle.

b/ Reprendre la démonstration en tenant compte du champ proche (développement de r et r' autour de R), puis en tenant compte de l'absorption.

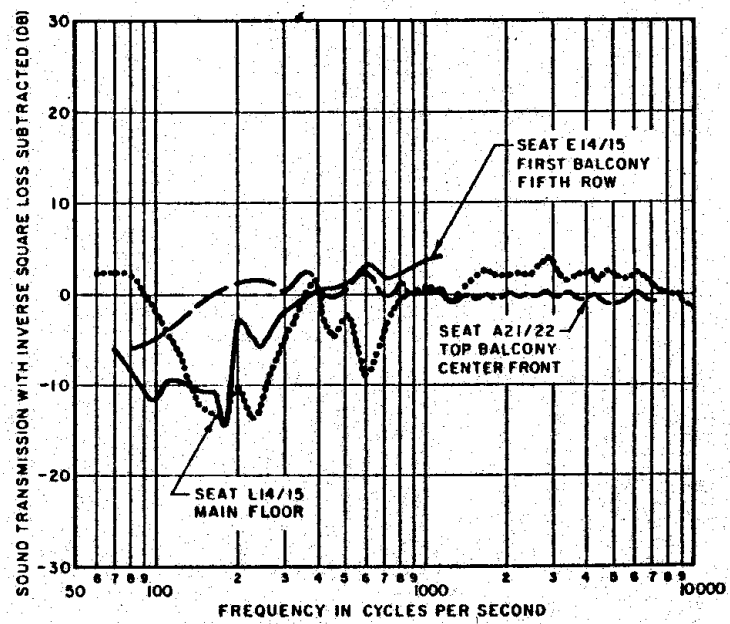


Figure 7 Effet de sol dans une salle de concert.

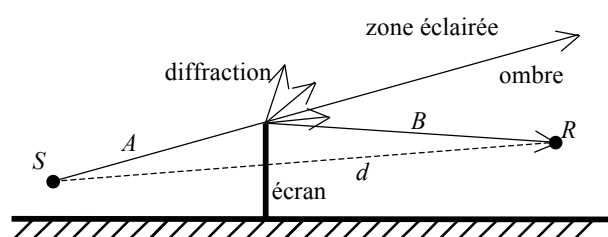
Acoustique des espaces extérieurs

En extérieur, il n'y a pas de volume clos, et donc ni réverbération ni formule de Sabine. Il y a par contre décroissance de l'énergie sonore avec le temps *et* avec la distance – comme dans les espaces non diffus.

Il faut alors tenir compte de la propagation des rayons – par exemple avec le logiciel Mithra du CSTB. Les interférences par réflexions sur le sol jouent un rôle prépondérant – appelé effet de sol – beaucoup étudié, y compris et *surtout* en fonction de l'impédance du sol : herbe, mais aussi neige. Il faut également tenir compte de *deux* effets supplémentaires : la diffraction autour des écrans ; et la succession des sources sonores sur une route très circulée, que l'on simule par des sources linéiques.

1. atténuation par les écrans

C'est le domaine de la théorie géométrique de la diffraction. Derrière l'écran, juste en dessous du dernier rayon qui passe au dessus de l'écran, on a la zone d'ombre.



L'atténuation apportée par l'écran est la différence ΔL entre les niveaux acoustiques en *R sans* et avec écran. On introduit le *nombre de Fresnel N*, qui fait intervenir la longueur d'onde et les caractéristiques géométriques :

$$N = \frac{2\delta}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \lambda = A = B - d$$

L'atténuation dépend des dimensions de l'écran, des distances de *S* et *R* à celui-ci, du pouvoir réflecteur et de l'épaisseur de l'écran. Il faut aussi tenir compte des réflexions sur le sol ou les bâtiments.

D'après Maekawa, pour un écran à *bord mince* :

$$N > 1 \quad \Delta L = 13 + 10 \log N$$

$$0,1 \leq N \leq 1 \quad \Delta L = 13 + 5 \log N$$

à condition que :

- *A* et *B* soient comparables, et grands devant λ ;
- prendre en compte le trajet réel ;
- qu'il n'y ait pas de réflexions multiples.

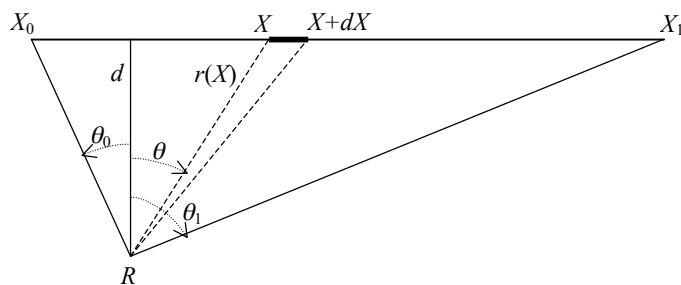
En pratique, d'après Jean-Marie Rapin du CSTB, ΔL ne dépasse jamais 9 dB !

2. source linéique

On considère une ligne sur laquelle sont réparties des sources ponctuelles indépendantes, de puissance acoustique variable (figure ci-dessous).

Si $P_u(x,t)$ est la puissance par unité de longueur de ligne de source, on a :

$$dP = P_u(x,t)dx$$



Soit $r(x)$ la distance d'un élément de source au point R . En assimilant cet élément à une source ponctuelle, la pression acoustique quadratique élémentaire s'écrit :

$$d(p^2) = \frac{\rho c}{4\pi} \frac{P_u(x, t)}{r^2(x)} dx = \frac{\rho c}{4\pi} \frac{P_u(x\theta, t)}{d} d\theta$$

si la source est omnidirectionnelle – il faut donc remplacer le terme 4π par 2π dans le cas d'une source hémisphérique. On obtient alors la pression quadratique efficace par intégration :

$$p^2 = \frac{\rho c}{4\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{P_u(x\theta, t)}{d} d\theta$$

soit, pour une puissance acoustique indépendante de h :

$$L_p = L_w - 10 \log d + 10 \log \frac{\theta_1 - \theta_0}{\pi} - 6$$

Autrement dit, le niveau d'une source linéique décroît de 3 dB par doublement de distance, au lieu de 6 dB pour une source ponctuelle.

Exercice : Montrer que, pour $d \gg (x_1 - x_0)$, on retrouve bien une décroissance de 6 dB par doublement de distance.

3. influence des conditions atmosphériques

Voir les figures 1 et 2.

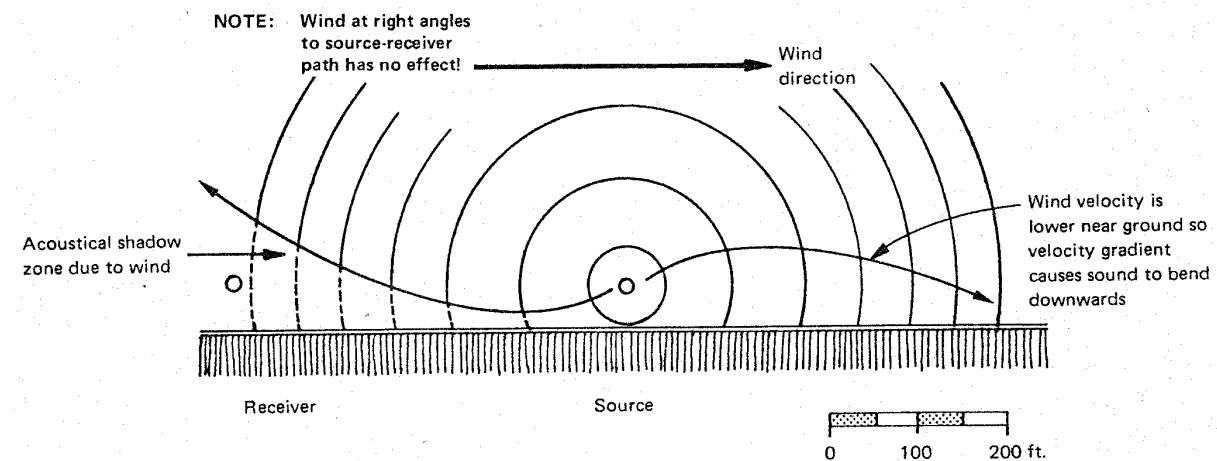


Figure 1 Effet du vent sur la propagation du son.

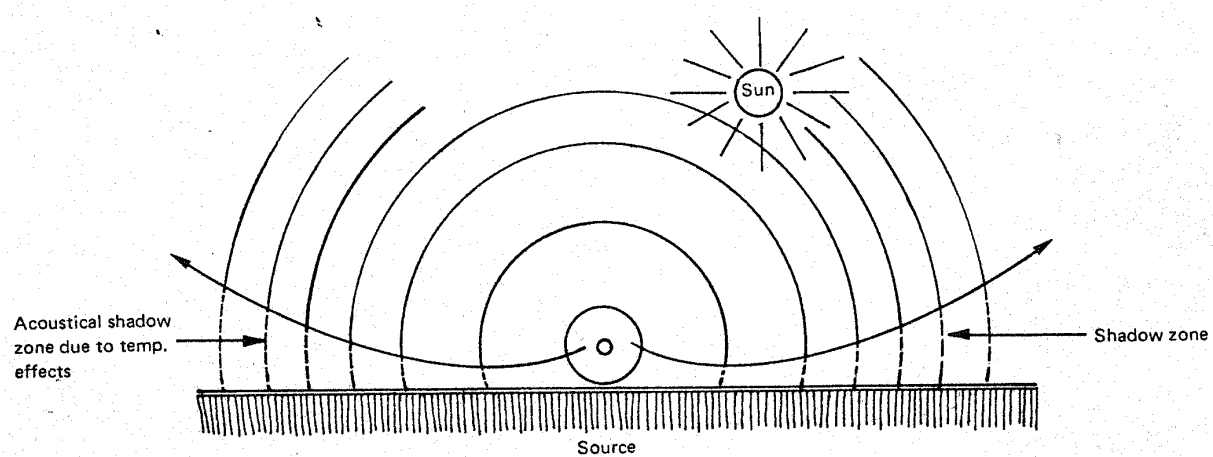


Figure 2 Effet de la température sur la propagation du son.