

Examen UE MU5MEAT2 - Acoustique Musicale 7 janvier 2022 - 3h

Master 2 Sciences pour l'Ingénieur / Informatique - Parcours ATIAM

Les documents sont autorisés. Les téléphones portables et autres systèmes communicants ainsi que les ordinateurs sont interdits.

M. Bestmaker est un facteur d'instrument qui conçoit des instruments originaux en s'appuyant sur le savoir scientifique. Dans la suite, vous allez aider M. Bestmaker à dimensionner trois instruments : une *Banjare*, une *Clarilow* et un *Piano- Root*.

Le sujet est composé de 3 exercices indépendants. Le barème est donné à titre indicatif. Une copie par partie est demandée.

Exercice 1 : Une Banjare - 7 points

A l'instar du travail des Frères Baschet au cours du 20^e siècle créant la Gonflandoline (voir ci-contre), M. Bestmaker souhaite créer un instrument révolutionnaire à mi-chemin entre un banjo et une guitare, qu'il nomme *Banjare*. Son idée est de concevoir un instrument de dimension comparable à une guitare, fabriqué à partir d'un matériau parfaitement rigide. La table d'harmonie (partie en gris clair, Figure 1) serait, quant à elle, une simple membrane parfaitement flexible. Un chevalet y serait fixé pour transmettre la vibration des cordes tendues entre le manche et la caisse et, comme la guitare, il souhaite lui adjoindre un évent.

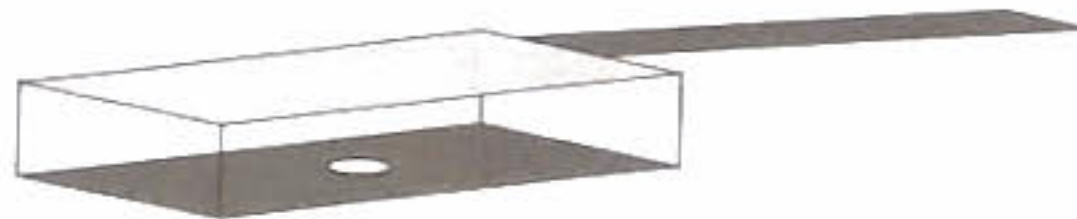


FIGURE 1 – Description schématique de la guitare à membrane, appelée *Banjare*.

Pour dimensionner le *Banjare*, M. Bestmaker souhaite calquer le comportement dynamique basses fréquences (ie, 2 premiers modes) d'une guitare acoustique et simuler le son de l'instrument. Pour cela, il fait appel à vous pour modéliser et identifier les paramètres du *Banjare*. Pour simplifier le problème, nous ne prendrons pas en compte la contrainte imposée par les cordes sur la membrane et nous supposerons qu'aucun phénomène dissipatif n'est présent au niveau de la membrane.

Les questions Q1, Q2, Q3, Q4 sont indépendantes.

Q1 Étude du résonateur seul

La caisse (de volume V , épaisseur des parois e) et la table d'harmonie sont supposées indéformables. L'évent quant à lui est de forme circulaire de rayon r .

- a) Expliquez, en quelques mots, le fonctionnement d'un résonateur acoustique en précisant, notamment, comment chaque paramètre du système équivalent {masse-ressort} est estimé.
- b) Donnez la fréquence propre du système {masse-ressort} équivalent au résonateur en fonction des paramètres géométriques et de la célérité du son dans l'air c_0 .

Q2 Étude de la membrane seule

La table d'harmonie est une membrane de dimension $L_x \times L_y$ de tension supposée uniforme (T tension linéique) et parfaitement flexible. Sa masse surfacique est constante de valeur m_T .

- a) Expliquez ce que signifie l'hypothèse simplificatrice « parfaitement flexible ».
- b) Déterminez, à partir des conditions aux limites et des données géométriques, les modes propres (déformées modales et fréquences propres) de la table d'harmonie.
- c) Faites une représentation graphique 2D des 4 premiers modes. Si $L_x = L_y$ que se passe-t-il ?
- d) Calculez la masse modale du premier mode et en déduire la raideur modale associée, vérifiez l'homogénéité du résultat.

Q3 Étude du système couplé

Nous considérerons, de manière simplifiée, l'assemblage des deux systèmes à 1 degré de liberté précédemment définis : système {event+cavité} de masse m_e et de raideur k_e et le premier mode de la membrane de masse m_m et de raideur k_m .

- a) Faites une représentation graphique du système à 2 degrés de liberté modélisant le comportement vibro-acoustique du *Banjare*. Indiquez l'orientation des axes, la force engendrée par la vibration des cordes et les variables de déplacement de la membrane (z_m) et de l'air contenu dans l'évent (z_e).
- b) Exprimez la réceptance (rapport z_m/F) au point d'excitation des cordes sur la table. En déduire une méthode pour estimer la fréquence propre du résonateur acoustique à partir de cette réceptance.
- c) À partir de la figure 2 (représentant une mesure de mobilité au chevalet d'une guitare acoustique), estimez la fréquence propre du résonateur acoustique et les deux fréquences de résonance du système couplé {table d'harmonie-évent} ?
- d) M. Bestmaker veut pouvoir choisir la taille et l'épaisseur de la caisse, comment estimer les dimensions de l'évent du *Banjare* pour que la fréquence propre corresponde à celle d'une guitare acoustique ? Comment faire pour en déduire les paramètres mécaniques de la membrane du *Banjare* ?

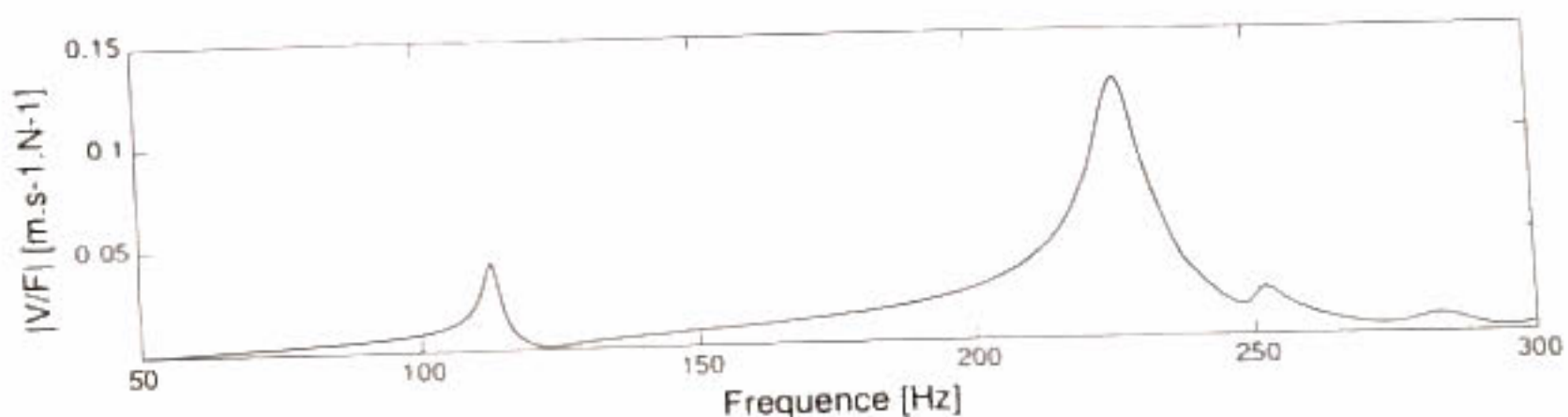


FIGURE 2 – Mesure de la Fonction de Réponse en Fréquence co-localisée au milieu du chevalet.

Q4 Instrument complet

- a) Exprimez la force exercée par la corde en fonction des fréquences propres et de l'amortissement en compte le couplage avec la membrane via la mobilité (\dot{z}_m/F). On supposera que la corde est pincée en x_0 , d'une hauteur h avec un doigt de largeur a et sans vitesse initiale. La corde sera considérée comme parfaitement souple (tension T , longueur L). Le rôle du chevalet dans cette modélisation pourra être explicité.
- b) Expliquez comment l'accordage des différents éléments constituant l'instrument aura une influence sur le son de l'instrument.

Exercice 2 : Clarilow - 7 points

M. BestMaker veut construire un nouvel instrument à vent qui ressemble à la clarinette : la *Clarilow*. Dans toute la suite, sauf mention contraire, on considère la propagation d'ondes planes uniquement.

Les questions Q1, Q2, Q4, Q5, Q6 sont indépendantes.

- Q1 Son souhait initial est de fabriquer un instrument cylindrique de longueur l , qui serait joué avec une anche (voir Figure 3). On note S la section du tuyau et a son rayon.



FIGURE 3 – Clarilow avec tube cylindrique PVC.

- a) Quelle formule simple (on néglige dissipation et rayonnement) lui suggérez-vous de choisir pour choisir la longueur l de son instrument en fonction de la fréquence f de la note souhaitée ?
- b) Quelle est la correction de longueur à considérer pour prendre en compte les effets du rayonnement ? La réponse attendue utilisera la notion d'impédance de rayonnement, et une approximation basse fréquence.
- c) En déduire si la longueur estimée du cylindre PVC est plus grande ou plus petite si on prend en compte le rayonnement.
- λ d) Même question en prenant maintenant en compte la dissipation dans le guide cylindrique (et en ignorant le rayonnement). Argumentez.
- λ Q2 Pour pouvoir jouer plusieurs notes avec son instrument cylindrique, M. Bestmaker décide d'y percer des trous (voir Figure 4).



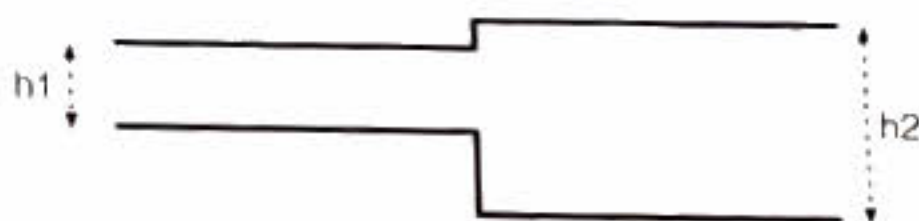
FIGURE 4 – *Clarilow* avec tube cylindrique PVC et un nombre de trous arbitraire et sans relation avec les questions posées ci-dessous.

- a) Donnez l'expression de la position des trous l_n sur le cylindre (comptée depuis l'entrée) pour avoir une fréquence de jeu F_n . On assimile toujours en première approximation les fréquences de résonance aux fréquences des notes produites. On considère de la dissipation dans le guide et l'effet du rayonnement (cylindre non bafflé).
- b) Expliquez pourquoi pour jouer tous les demi-tons du premier registre, M. Bestmaker doit percer 18 trous s'il veut déboucher un nouveau trou à chaque demi-ton.

X Q3 Qu'est-ce qui aurait changé par rapport à la question précédente (longueur du cylindre l , expression de la position des trous l_n et nombre de trous nécessaire si on veut déboucher un nouveau trou à chaque demi-ton) si M. Bestmaker avait voulu en faire une flûte avec la même tessiture ?

Q4 Les premiers essais de la *clarilow* (avec anche) montrent que pour toutes les notes le spectre des sons produits est dominé par les harmoniques impairs de la fréquence de la note jouée. Comment expliquez vous ce phénomène ?

Q5 Pour explorer d'autres timbres, M. Bestmaker décide de tester d'autres formes de résonateur. Il commence par associer deux cylindres en série : longueurs l_1 et l_2 , sections S_1 et S_2 , diamètres h_1 et h_2 , à parois rigides et parfaitement réfléchissantes. On ignore ici dissipation et rayonnement. L'anche se place au niveau de l'extrémité gauche sur le schéma ci-dessous :



- X a) On suppose qu'une onde plane est incidente dans le cylindre 1 (propagation de gauche à droite). L'effet de la discontinuité est d'exciter plusieurs modes de cavité dans le cylindre 2. Jusqu'à quelle fréquence le mode plan est-il le seul à être propagatif dans le cylindre 2 ? Par la suite, on supposera que seul le mode plan se propage.
- X b) On se place à l'entrée du cylindre 1 (extrémité gauche sur le schéma ci-dessus).
- Rappelez le principe de la méthode de l'impédance ramenée
 - Déduisez-en l'expression de l'impédance d'entrée de ce nouveau résonateur (on supposera que l'impédance de rayonnement du cylindre 2 est nulle).
 - Montrez que les fréquences de résonance sont données par $\tan kl_1 \tan kl_2 = S_2/S_1$
- c) On se place au niveau de la discontinuité de section, et on considère que l'autre extrémité du cylindre 1 (son entrée) est fermée, puisque c'est là où se place l'anche.
- Montrez que l'impédance acoustique est continue au passage de la discontinuité.
 - Écrivez les impédances de chaque cylindre au niveau de la discontinuité.
 - Déduisez-en à nouveau que l'équation pour les fréquences propres est donnée par :

$$\tan kl_1 \tan kl_2 = S_2/S_1$$

(on supposera que l'impédance de rayonnement du tuyau 2 est nulle).

Q6 Malgré toutes les études sur le dimensionnement du résonateur par l'estimation de ses fréquences de résonance (cf. questions précédentes), M. Bestmaker est frustré : quand il construit l'instrument et le teste, les fréquences de jeu qu'il mesure sont différentes des fréquences de résonance du résonateur.

- a) Quelle est l'origine de ce phénomène ?
- b) Quel type d'oscillateur conseilleriez-vous à M. Bestmaker pour décrire, même de manière simplifiée, la production du son par son instrument ?
- c) Soucieux de réaliser des instruments jouables par des enfants, M. Bestmaker cherche à identifier une caractéristique du résonateur à modifier pour obtenir des sons qui nécessitent des pressions minimales dans la bouche plus basses. Que lui conseillez-vous ?
- d) Si les musiciens qui essayent l'instrument fabriqué éprouvent des difficultés à jouer pianissimo, que peut-on en déduire sur le type de bifurcation subie par l'instrument lors de l'émission du son ?

Exercice 3 : Piano-Root - 7 points

M. BestMaker souhaite aussi produire des petits instruments à clavier qui s'apparentent à un piano. Il s'inspire du travail de Harold Rhodes, le concepteur du célèbre piano électrique Fender-Rhodes. En effet, les tout premiers modèles développés par Rhodes pendant la seconde guerre mondiale étaient réalisés, à destination des soldats, à partir de barres d'aluminium récupérées sur les bombardiers B-17. Ces premiers modèles ne comportaient pas les pickups électromagnétiques qui, à l'instar de la guitare électrique, ont permis l'ajout d'une amplification électronique au Fender-Rhodes.

M. Bestmaker reprend ainsi l'idée d'un instrument purement "acoustique", le *Piano-Root*, sans électronique ni amplification et cherche à optimiser le fonctionnement et le rayonnement de son instrument, constitué, pour chaque note, d'une lame en aluminium percutée par un marteau de piano. Les marteaux viennent percuter les lames dans une direction orthogonale à la plus grande dimension (longueur) de chaque lame.

- Q1 Sachant que chaque lame de section rectangulaire est fixée à une extrémité et libre de vibrer à l'autre extrémité, rappelez l'expression de la fréquence du premier mode de la lame en faisant apparaître les termes qui permettent à M. Bestmaker de dimensionner la lame pour obtenir la fréquence souhaitée pour chaque note.
- Q2 Indiquez de quelle manière l'excitation de la lame évolue selon la position longitudinale de la frappe entre sa fixation et son extrémité libre. Quelle position suggérez-vous à M. Bestmaker ?
- Q3 Citez les différents mécanismes participant à l'amortissement de la vibration de la lame. Précisez celui/ceux qui vous semblent prépondérants et indiquez la manière de les inclure dans une modélisation de la lame qui permette de prévoir le temps de décroissance du premier mode.
- Q4 Indiquez le diagramme de directivité du rayonnement attendu pour la vibration du premier mode d'une lame de l'instrument, en précisant les hypothèses retenues.
- Q5 Indiquez, de manière qualitative, l'influence des parties réelles et imaginaires de l'impédance de rayonnement de la lame sur sa vibration.
- X Q6 Proposez une borne supérieure pour la partie imaginaire de l'impédance de rayonnement d'une telle lame.
- Q7 Parmi les différents paramètres de dimensionnement de la lame que vous avez cités à la première question, quels sont ceux qui permettraient à M. Bestmaker d'augmenter le rayonnement acoustique d'une lame ?
- X Q8 Proposez un dispositif simple qui permette d'améliorer le rayonnement d'une lame.