Année Universitaire
2023-2024

Examen UE MU5MEAT2 - Acoustique Musicale
11 janvier 2024 - 2h

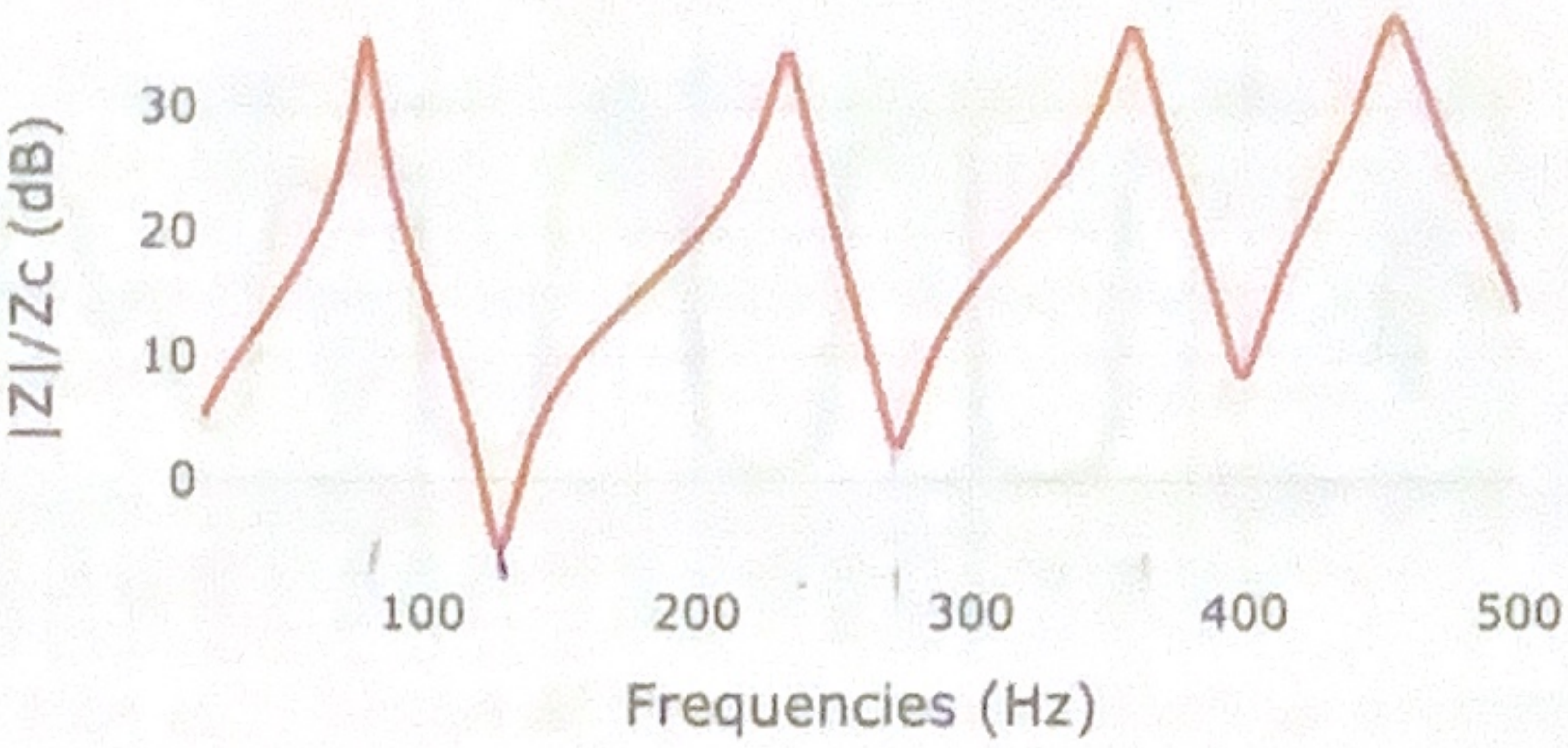
Master 2 Sciences pour l'Ingénieur / Informatique - Parcours ATIAM

Les documents ne sont pas autorisés. Les téléphones portables et autres systèmes communicants ainsi que les ordinateurs sont interdits. Le sujet est composé de trois exercices indépendants. Le barème est indicatif.

Exercice 1 : Impédance d'entrée - 4 points

Les questions sont indépendantes. On attend des réponses justifiées mais succinctes.

Q1 On considère ci-dessous le module de l'impédance d'entrée adimensionnée d'un instrument de musique à vent :



a Cette impédance tient-elle compte de pertes et pourquoi ?

b Quelles sont les fréquences (approchées) des notes a priori jouables si l'instrument est joué avec une embouchure de cuivre ?

c Quelles sont les fréquences (approchées) des notes a priori jouables si l'instrument est joué avec une tête de flûte ?

Q2 L'impédance d'entrée d'un instrument à vent est écrite analytiquement comme une fonction de plusieurs variables (nombre d'onde, paramètres géométriques, densité de l'air, vitesse du son).

a Citer une méthode permettant de calculer analytiquement l'impédance d'un instrument à partir de sa géométrie interne. Rappeler le principe de cette méthode.

b Est-il possible de prendre en compte l'influence du rayonnement de l'instrument sur l'impédance d'entrée par la méthode citée en question **a** ? Si oui, comment ?

c Quel moyen simple permet de modéliser les pertes visco-thermiques aux parois dans la méthode citée en question **a** ?

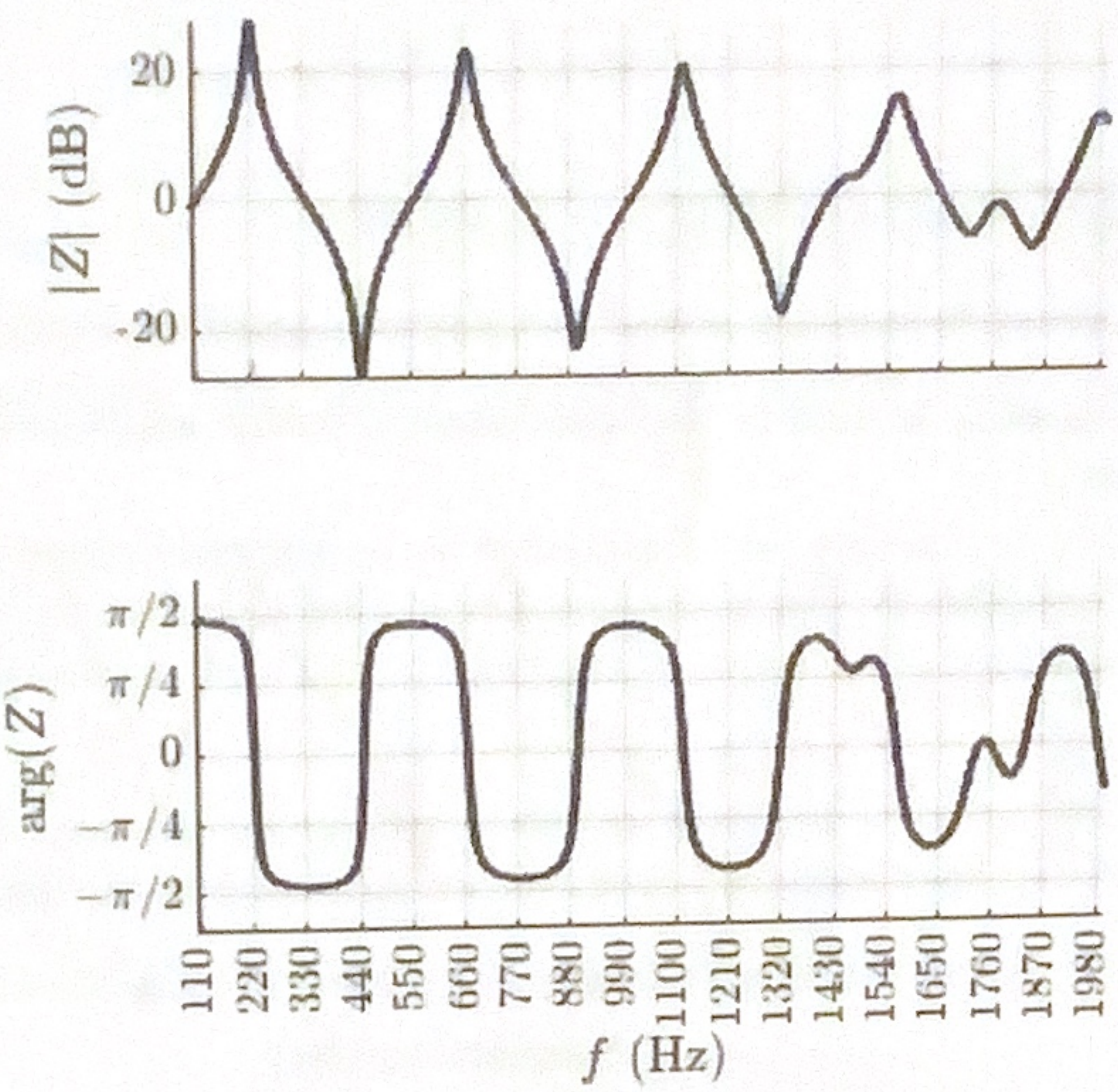
Q3 Rappeler le principe du capteur qui vous a permis de mesurer l'impédance d'entrée d'un instrument à vent en travaux pratiques.

Q4 Expérimentalement, pourquoi introduire un stack de pailles dans un résonateur permet d'augmenter l'importance des pertes visco-thermiques ?

Exercice 2 : Auto-oscillations - 9 points

Les questions sont indépendantes. On attend des réponses justifiées mais succinctes.

Voici une impédance d'instrument à anche simple :



Q1 Selon vous, autour de quelle(s) fréquence(s) cet instrument est-il potentiellement capable de jouer ?

Q2 Cet instrument est-il plutôt une clarinette, ou plutôt un saxophone ? Pourquoi ?

Q3 La fréquence de jeu est-elle entièrement déterminée par l'impédance ? Si non, de quoi dépend-elle ?

Q4 Qu'appelle-t-on les registres de l'instrument ?

Q5 On note p et u respectivement la pression et le débit adimensionnés à l'entrée de l'instrument, et P et U leurs contreparties fréquentielles. Voici l'expression dans le domaine fréquentiel de l'impédance d'entrée, tronquée à 1 mode :

$$Z(\omega) = \frac{P(\omega)}{U(\omega)} = \frac{j\omega A_1 + B_1}{\omega_1^2 + 2\xi_1\omega_1 j\omega - \omega^2}$$

où A_1, B_1, ξ_1 et ω_1 sont des constantes, et ω est la pulsation. Donner, dans ce cas, l'équation différentielle qui régit l'évolution temporelle de la pression en entrée du résonateur en fonction du débit.

Q6 À partir de vos connaissances, rappeler ou expliquer l'équation qui régit l'évolution de la position de l'anche adimensionnée, notée x. On pourra introduire pour cela le paramètre de contrôle γ, pression adimensionnée dans la bouche de l'instrumentiste, et d'autres paramètres pertinents.

Q7 On donne l'équation qui régit le débit entrant dans le résonateur

$$u = \zeta[x+1]^+ sign(\gamma - p)\sqrt{|\gamma - p|}$$

où ζ désigne le paramètre d'ouverture de l'anche adimensionné, et $[x+1]^+$ est la partie positive de l'ouverture de l'anche adimensionnée $x+1$, c'est-à-dire :

$$[x+1]^+ = \begin{cases} x+1 & \text{si } x+1 > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

À partir de quelle loi physique cette équation est-elle obtenue ? Est-elle linéaire ?

Q8 À partir de vos connaissances, que vaut environ la pression de souffle adimensionnée γ à partir de laquelle les oscillations peuvent apparaître dans l'instrument ?

Q9 On étudie le système au voisinage d'une bifurcation de Hopf

- **a** Qu'est-ce qu'une bifurcation de Hopf ?
- **b** Tracer sur un diagramme l'amplitude des oscillations en fonction du paramètre de bifurcation autour d'une bifurcation de Hopf directe (appelée aussi sur-critique)
- **c** Tracer sur un diagramme l'amplitude des oscillations en fonction du paramètre de bifurcation autour d'une bifurcation de Hopf inverse (appelée aussi sous-critique)
- **d** Discuter le caractère direct/inverse selon que les termes non linéaires amplifient ou pas l'instabilité linéaire.
- **e** Quelle conséquence le caractère direct/inverse d'une bifurcation de Hopf a sur les nuances de jeu possibles lorsqu'on fait varier le paramètre de bifurcation ?

Q10 On admet que dans un voisinage de la bifurcation de Hopf, un instrument de musique se comporte de manière similaire à ce système :

$$\ddot{p} - (r - gp^2)\dot{p} + p = 0$$

où r et g sont des paramètres de contrôle de l'instrumentiste et p la pression acoustique.

- **a** Comment interpréter la bifurcation de Hopf en termes d'amortissement positif/négatif ?
- **b** Ré-écrire l'oscillateur sous forme $\dot{X} = f(X)$ où X est un vecteur.
- **c** Trouver la solution d'équilibre du système obtenu.
- **d** Étudier la stabilité du système $\dot{X} = f(X)$ autour de la solution d'équilibre obtenue à la question précédente.

Q11 La simulation temporelle d'un modèle d'instrument de musique permet d'apporter des informations supplémentaires à celles apportées par le diagramme de bifurcation. Lesquelles ?

fréquence

Exercice 3 : Piano-Root - 7 points

À l'origine des célèbres piano électrique Fender-Rhodes, Harold Rhodes a développé un instrument à destination des soldats lors de la seconde guerre mondiale à partir de barres d'aluminium récupérées sur les bombardiers B-17. Ces premiers modèles ne comportaient pas les pickups électromagnétiques qui, à l'instar de la guitare électrique, ont permis l'ajout d'une amplification électronique au Fender-Rhodes. Dans cet exercice, on s'intéressera à cet instrument rudimentaire purement « acoustique » (sans électronique ni amplification) constitué, pour chaque note, d'une lame, de longueur l, en aluminium percutée par un marteau de piano dans une direction orthogonale à la plus grande dimension (longueur) de chaque lame.

Q1 Sachant que chaque lame de section rectangulaire est fixée à une extrémité et libre de vibrer à l'autre extrémité, déterminez les déformées modales et les fréquences propres des trois premiers modes. On rappelle que l'équation des poutres en flexion suivant la théorie d'Euler Bernoulli est :

$$EI\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho S\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0,$$

pour une poutre soumise à aucune force extérieure, avec E le module d'Young, I le moment d'inertie, ρ la masse volumique et S la section. Vous pourrez vous appuyer sur les solutions approchées des équations proposées en Annexe.

Q2 Quelles sont les paramètres qui permettent de déterminer la fréquence fondamentale souhaitée pour chaque note ? Est-ce que les fréquences sont harmoniques ? Est-ce important ?

Q3 Quel(s) impact(s) aura/auront la position de l'excitation le long de la lame depuis sa fixation jusqu'à son extrémité libre. Quelle position vous semble la plus adéquate ? Suivant quel(s) critère(s) ?

Q4 Citez les différents mécanismes participants à l'amortissement de la vibration de la lame. Précisez celui/ceux qui vous semble(nt) prépondérant(s) et indiquez la manière de le(s) inclure dans une modélisation de la lame qui permette de prévoir le temps de décroissance du premier mode.

Q5 Indiquez le diagramme de directivité du rayonnement attendu pour la vibration du premier mode d'une lame de l'instrument, en précisant les hypothèses retenues.

Q6 Afin d'en faire une prise de son, à quel endroit devez-vous placer votre microphone ? Justifiez votre réponse.

Annexe : quelques solutions et valeurs approchées

Équation caractéristique	Solutions $\beta_n l$
$\cos\beta_n l \cosh\beta_n l = 1$	$\frac{(2n+1)\pi}{2}$
$\cos\beta_n l \cosh\beta_n l = -1$	$\frac{(2n-1)\pi}{2}$
$\tan\beta_n l = \tanh\beta_n l$	$\frac{(4n+1)\pi}{4}$
$\tan\beta_n l + \tanh\beta_n l = 0$	$\frac{(4n-1)\pi}{4}$

Équation	σ_1	σ_2	σ_3
$\sigma_n = \frac{\cosh\beta_n l - \cos\beta_n l}{\sinh\beta_n l - \sin\beta_n l}$	0,98	1,00	0,99
$\sigma_n = \frac{\sinh\beta_n l - \sin\beta_n l}{\cosh\beta_n l + \cos\beta_n l}$	0,73	1,02	0,99
$\sigma_n = \frac{\sinh\beta_n l - \sin\beta_n l}{\cosh\beta_n l + \cos\beta_n l}$	0,98	1	1