

Instrument à percussion : accord ou pas d'accord ?



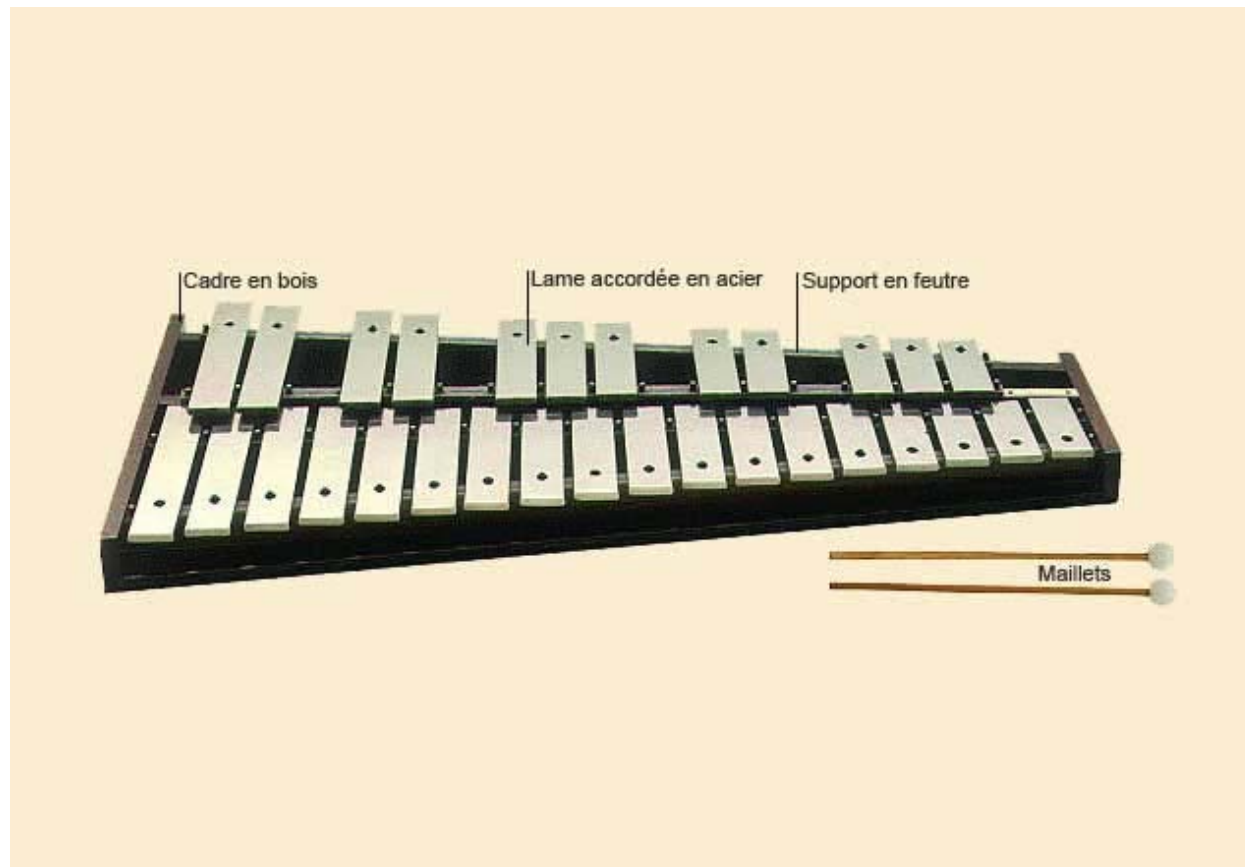
Benoît FABRE
Sorbonne Université
LAM-d'Alembert

Glockenspiel



Photo Gregory F. Maxwell

Glockenspiel



<http://www.instrumentsdumonde.fr/>

Quelle équation d'onde pour le milieu de résonance ?

	Force de rappel	Ordre de la dérivée spatiale
Corde	Tension	Ordre 2
Membrane		
Barre	Raideur	Ordre 4
Plaque		

Méthode modale

- équation des ondes $\rho(x)S(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right] = f(x,t)$,
 - + Conditions limites = modes :
- N'est donc pas une barre
mais un autre exemple !

$$y(x,t) = \sum_n \Phi_n(x) q_n(t)$$

écriture modale, par ex pour déterminer la force modale s'appliquant sur le mode m :

$$\sum_n \ddot{q}_n(t) \int_0^L \Phi_n(x) \Phi_m(x) \rho(x) S(x) dx - \sum_n q_n(t) \int_0^L \Phi_m(x) \frac{d}{dx} \left(T(x) \frac{d\Phi_n(x)}{dx} \right) dx = \int_0^L \Phi_m(x) f(x,t) dx$$

Méthode modale

- **Forces modales** (déterminent l'amplitude d'excitation de chaque mode, en fonction de la répartition spatiale de l'excitation) :

$$f_n(t) = \int_0^L f(x,t) \Phi_n(x) dx$$

- **Chaque mode** (caractérisé par 2 paramètres, pulsation modale et masse modale par exemple) **répond** :

$$\ddot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{f_n}{m_n} . \quad y_n(x,t) = Y_{n0} \Phi_n(x) \exp(i\omega_n t)$$

ω réel ou complexe ?

De la vibration dans le vide sans amortissement à la vibration d'un matériau réel dans l'air ?

- Amortissement
- Rayonnement

Amortissements

5 mécanismes d'amortissement :

- Thermo-élastique : échauffement/refroid. lié à la compression/dilat. + transfert thermique
 - * métaux (Matériau bonne conductivité thermique)
- Visco-élastique : retard de la déformation sur la contrainte
 - * Bois et polymères (tables d'harmonie et cordes)
- Frottement visqueux dans l'air : viscosité du fluide
 - * Mouvements importants (cordes)
- Rayonnement acoustique (voir plus loin)
- Couplage à la structure (support/table d'harmonie...)

Amortissements

Parmi les 5 mécanismes d'amortissement, **2 sont prépondérants** dans le cas de la barre de glockenspiel

- Thermo-élastique : échauffement lié à la compression + transfert thermique
- Visco-élastique : retard de la déformation sur la contrainte

$$E_c = E(1 + i\delta)$$

δ : angle de pertes

- Frottement visqueux dans l'air : viscosité du fluide
- Rayonnement acoustique (voir plus loin)
- Couplage à la structure (support/table d'harmonie...)

Timbales



Rythmes & Sons : Timbale Premier et Timbale Adams

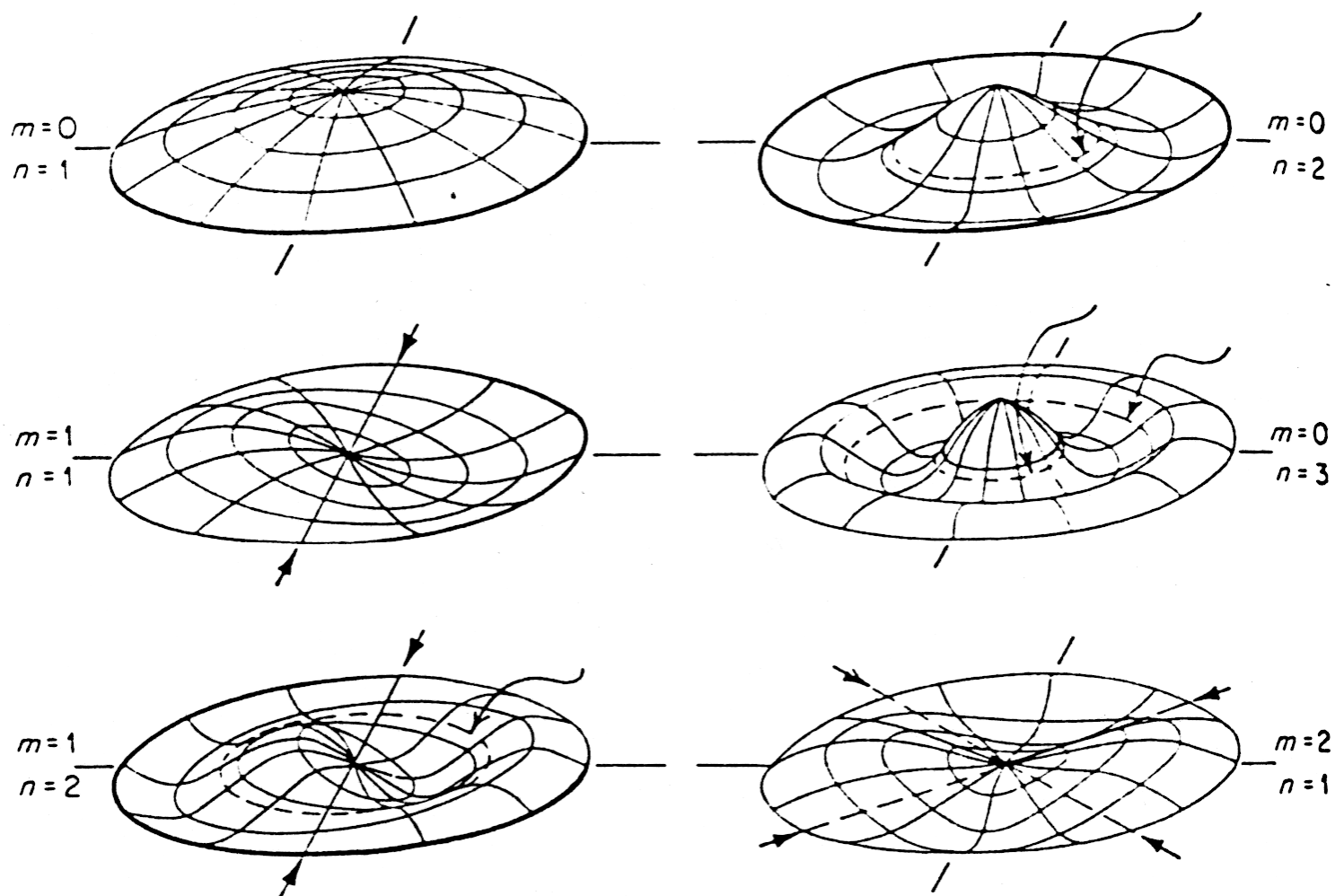
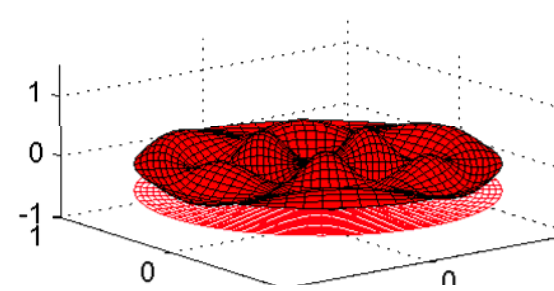
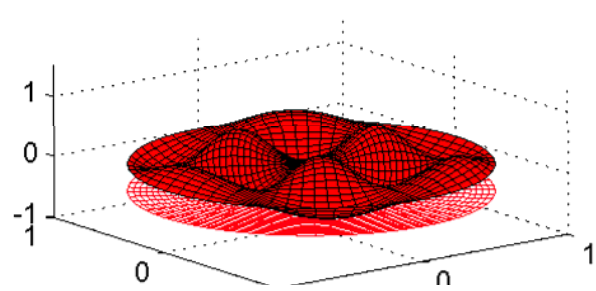
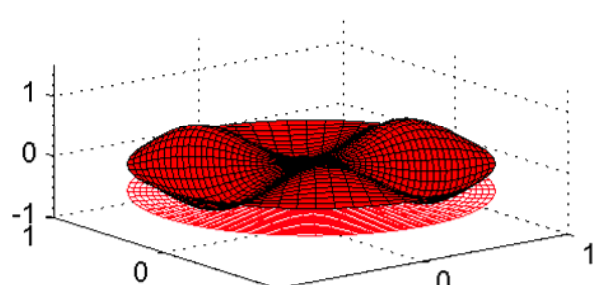
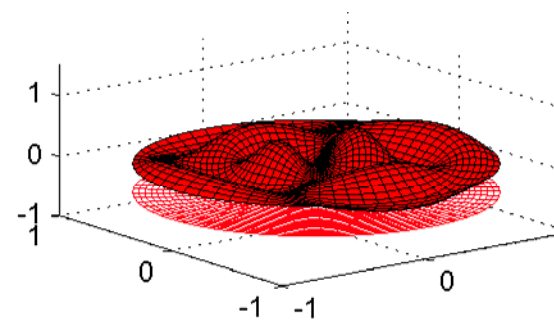
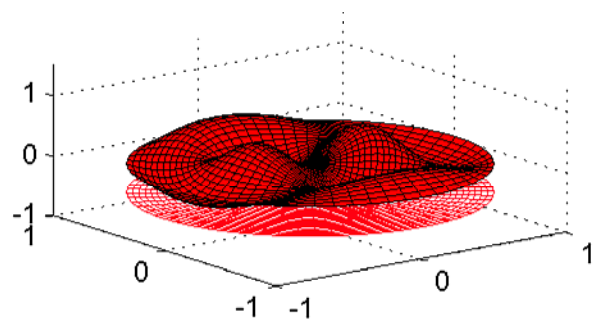
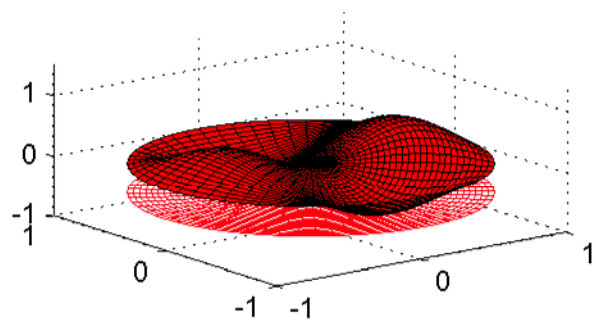
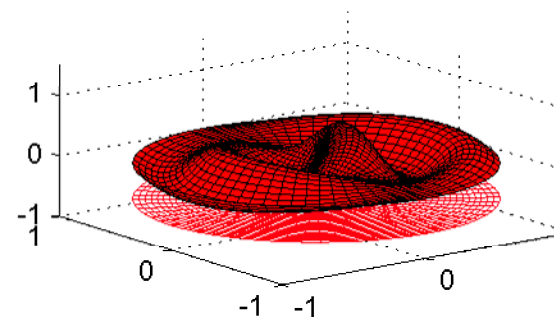
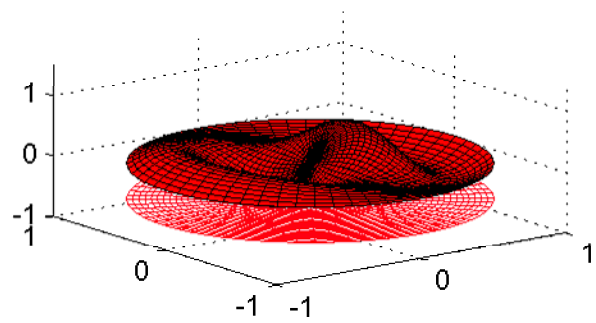
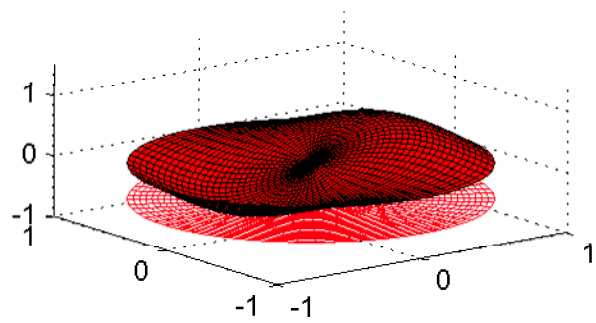
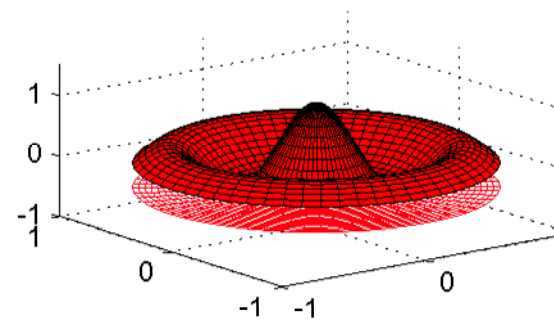
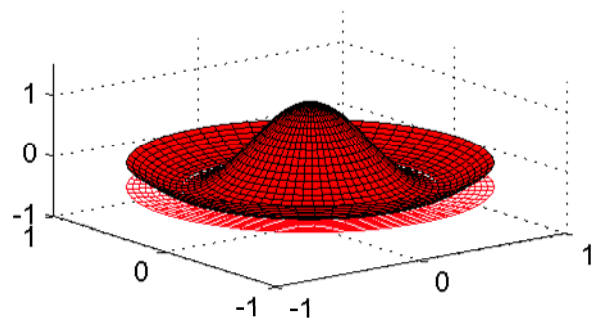
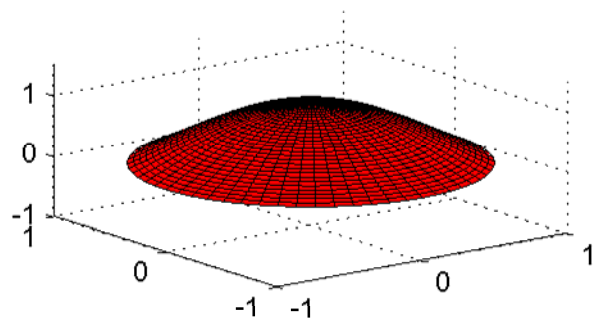


FIGURE 5.12

Shapes of some of the normal modes of vibration of the circular membrane. Arrows point to the nodal lines.



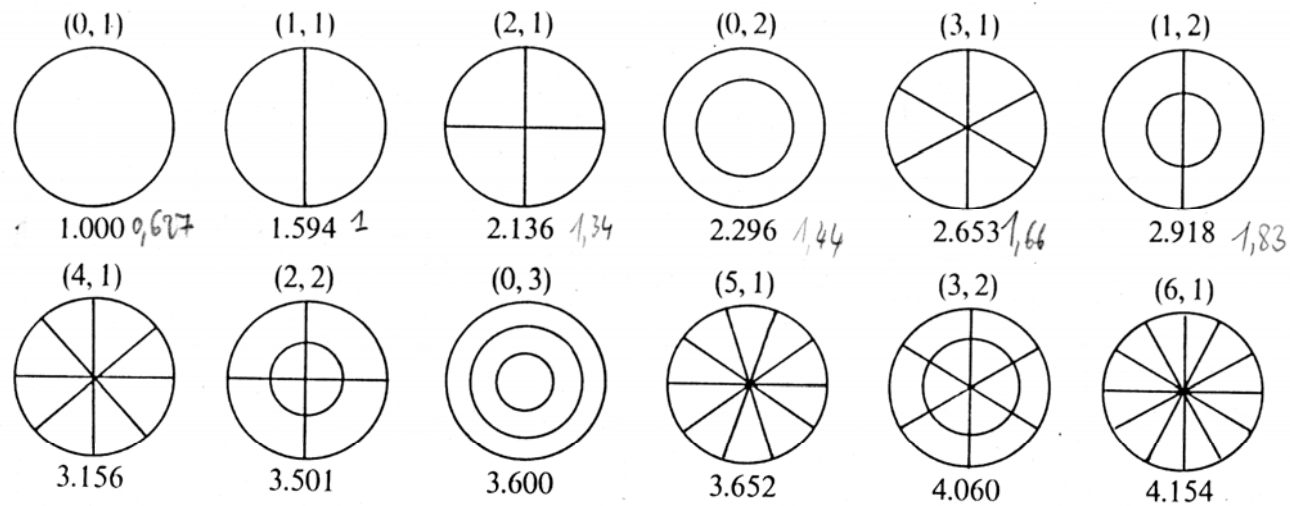
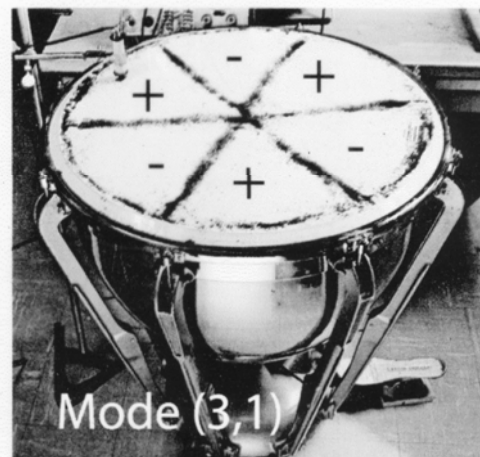
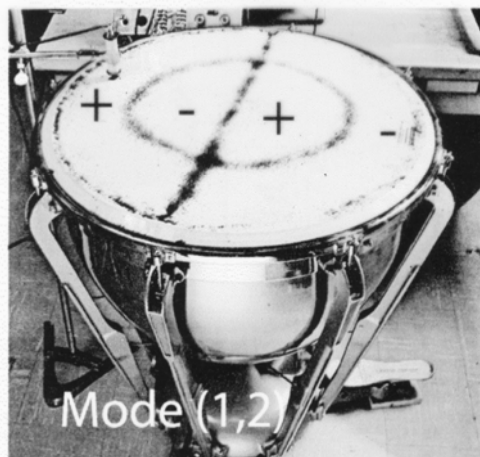
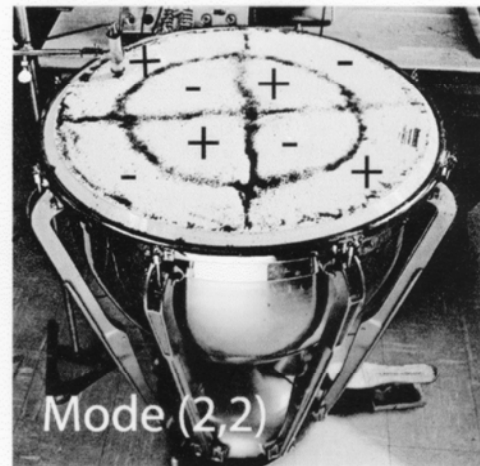
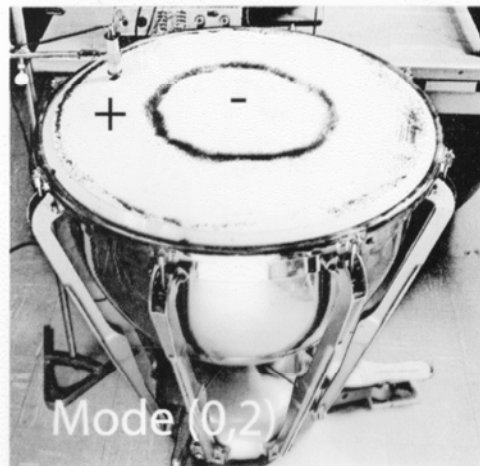
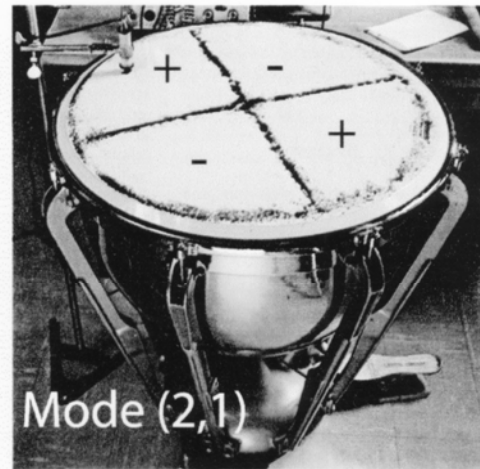
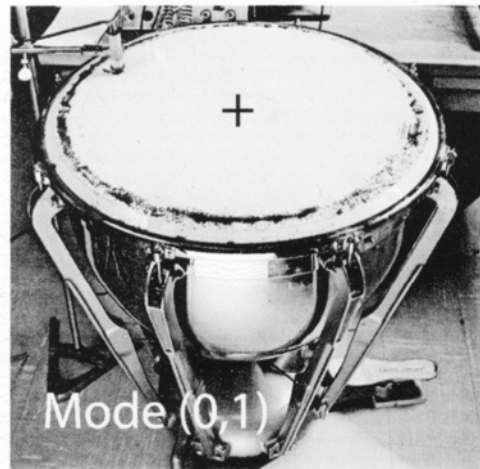


Fig. 3.6. First 14 modes of an ideal membrane. The mode designation (m, n) is given above each figure and the relative frequency below. To convert these to actual frequencies, multiply by $(2.405/2\pi a)\sqrt{T/\sigma}$, where a is the membrane radius.



- La charge acoustique peut être décrite comme une perturbation : l'organisation spatiale des modes *in vacuo* est conservée *in aero*

Charge acoustique de la membrane de timbale

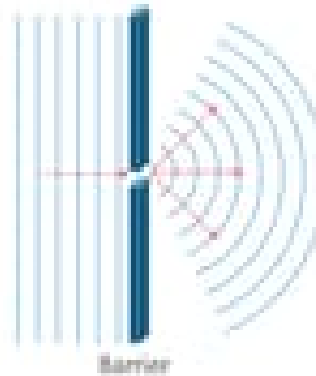
- Mode (0,1)
 - Face supérieure : une première approximation : piston plan
 - Face inférieure - cuve : compressibilité
- Mode (1,1)
 - Face supérieure : une première approximation : champ dipolaire
 - Face inférieure - cuve : masse d'air

Rayonnement d'une source plane

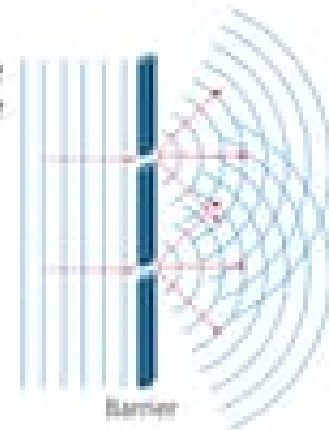
DIFFRACTION OF WAVES

- Régime de diffraction

Wave impinges on a narrow slit

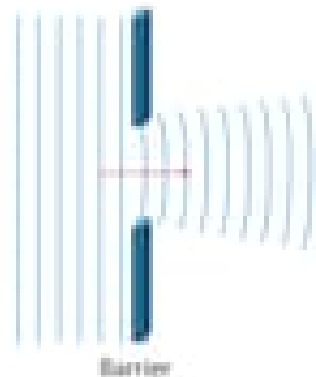


Wave interference

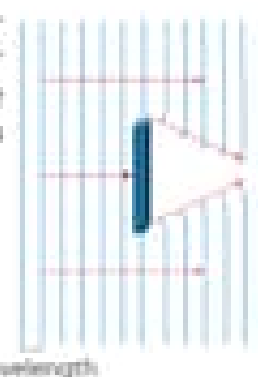


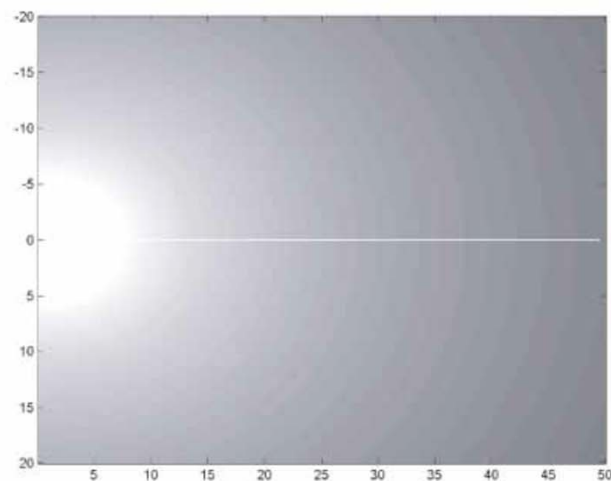
- Régime de transmission

Wave impinges on a broad slit

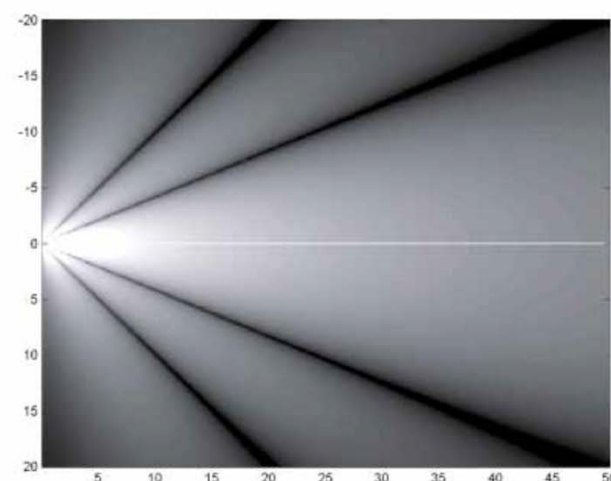


Barrier is longer than the wavelength

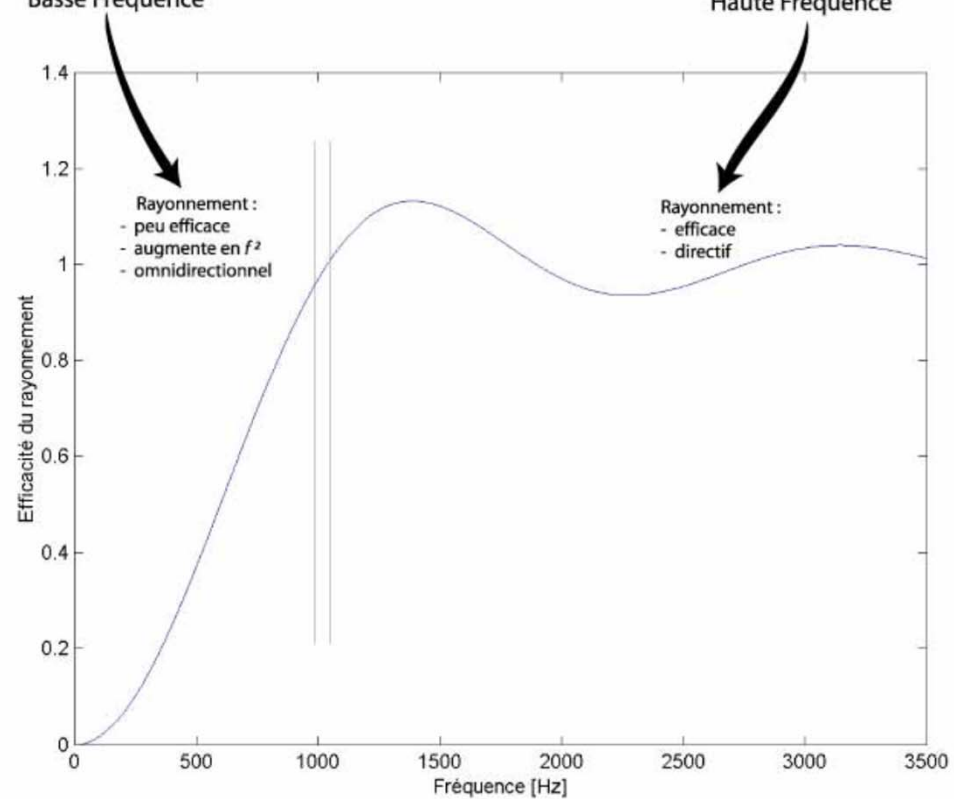




Basse Fréquence



Haute Fréquence



Impédance de rayonnement

- Ou comment le champ acoustique se traduit à la surface de la source:
 - Sphère pulsante de rayon a

$$Z_r = \frac{P(a)}{SV(a)} = \frac{\rho c}{S} \frac{jka}{1 + jka} = \frac{\rho c}{S} \left[\frac{k^2 a^2}{1 + k^2 a^2} + j \frac{ka}{1 + k^2 a^2} \right] = R_r + jX_r$$

- Disque plan de rayon a

$$Z_{R00} = \frac{\rho c}{S} \left[\frac{1}{2} (ka)^2 + j \frac{8}{3\pi} ka \right] + O[(ka)^3].$$

Développement valable en basses fréquences $ka \ll 1$

Re : puissance

Im : masse $\frac{8}{3}\rho a^3$

Impédance de rayonnement d'un piston plan

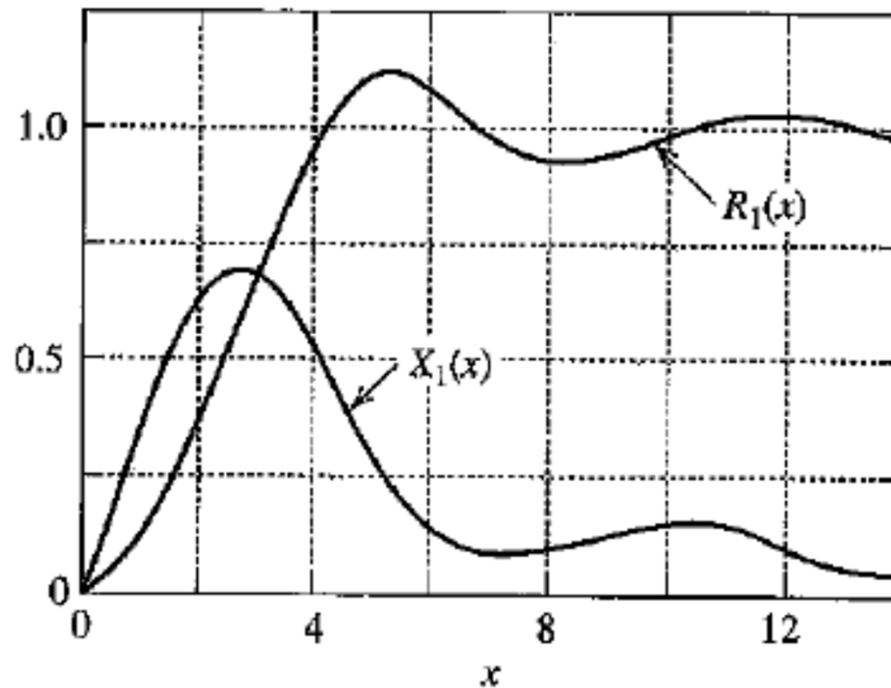


Figure 7.5.2 Radiation resistance and reactance for a plane circular piston of radius a radiating sound of wave number k ($x = 2ka$).

Charge acoustique de la membrane de timbale

- Mode (0,1)

Timbale 32,8cm, peau 0,262kg/m²
tendue à 3990N/m
 $f_{01} = 144$ Hz

- Face supérieure :

- impédance de rayonnement \sim piston
 - Partie imaginaire dominante \rightarrow masse ajoutée
 - par comparaison vide $f_{01} \searrow$
 - Partie réelle (secondaire) \rightarrow amortissement supplément

$f_{01} = 104$ Hz

- Face inférieure - cuve :

- compressibilité adiabatique
 - Terme de rappel supplémentaire à la tension membrane
 - $f_{01} \nearrow$

$f_{01} = 122$ Hz

Charge acoustique de la membrane de timbale

- Mode (1,1)
 - Face supérieure :
 - impédance de rayonnement \sim dipôle
 - Partie imaginaire \rightarrow masse ajoutée
 - par comparaison vide f_{11} \searrow
 - Face inférieure - cuve :
 - Volume constant \rightarrow pas d'effet de compressibilité
 - Masse d'air ballotée
 - f_{11} \searrow

Calculer l'influence de la charge acoustique

- cf Christian (fn de Green)

			$c_m/c_a = 0.360$		$T = 3990 \text{ N/m}$	
			With kettle		Without kettle	
Mode	Ideal	Ideal	f_{mn}		f_{mn}	
mn	f_{mn} (Hz)	f_{mn}/f_{11}	(Hz)	f_{mn}/f_{11}	(Hz)	f_{mn}/f_{11}
01	143	0.63	131	0.87	89	0.54
11	228	1.00	150	1.00	165	1.00
21	306	1.34	227	1.51	237	1.44
02	328	1.44	253	1.68	257	1.55
31	380	1.66	299	1.99	308	1.92
12	417	1.83	352	2.34	343	2.08
41	452	1.98	370	2.46	377	2.28
22	501	2.20	411	2.74	424	2.57
51	522	2.29	434	2.93	445	2.69
32	581	2.55	492	3.28	501	3.04
61	591	2.61	507	3.38	512	3.10
13	605	2.66	507	3.38	525	3.18
42	658	2.89	570	3.80	578	3.50

- Cuve modélisée par un cylindre : diamètre égal à celui de la peau + volume équivalent
- Rayonnement face supérieure : écran infini (au niveau de la membrane)
- F^n de Green calculée par décomposition modale (dans la cuve) et fonction retard (face sup)

Christian & al : JASA 1984, calcul de l'influence de la charge acoustique par Green

Effects of air loading on timpani membrane vibrations

The Journal of the Acoustical Society of America **76**, 1336 (1984)

			$c_m/c_a = 0.360$		$T = 3990 \text{ N/m}$	
			With kettle		Without kettle	
Mode mn	Ideal f_{mn} (Hz)	Ideal f_{mn}/f_{11}	f_{mn} (Hz)	f_{mn}/f_{11}	f_{mn} (Hz)	f_{mn}/f_{11}
01	143	0.63	131	0.87	89	0.54
11	228	1.00	150	1.00	165	1.00
21	306	1.34	227	1.51	237	1.44
02	328	1.44	253	1.68	257	1.55
31	380	1.66	299	1.99	308	1.92
12	417	1.83	352	2.34	343	2.08
41	452	1.98	370	2.46	377	2.28
22	501	2.20	411	2.74	424	2.57
51	522	2.29	434	2.93	445	2.69
32	581	2.55	492	3.28	501	3.04
61	591	2.61	507	3.38	512	3.10
13	605	2.66	507	3.38	525	3.18
42	658	2.89	570	3.80	578	3.50

- Cuve modélisée par un cylindre : diamètre égal à celui de la peau + volume équivalent
- Rayonnement face supérieure : écran infini (au niveau de la membrane)
- F^n de Green calculée par décomposition modale (dans la cuve) et fonction retard (face sup)

Christian & al : JASA 1984

calcul de l'influence de la charge acoustique en utilisant le formalisme des fonctions de Green

Instrument à percussion : accord ou pas d'accord ?



Benoît FABRE
Sorbonne Université
LAM-d'Alembert