SCIENCES SORBONNE UNIVERSITÉ

Année Universitaire
2020-2021

Examen UE MU5MEAT2 - Acoustique Musicale
7 janvier 2021 - 3h

Master 2 Sciences pour l'Ingénieur / Informatique - Parcours ATIAM

Les documents sont autorisés. Les téléphones portables et autres systèmes communicants ainsi que les ordinateurs sont interdits.

L'inventivité des hommes, l'esthétique musicale et la volonté de compositeurs ont produit, au fil du temps, des instruments de grandes dimensions et donc produisant des sons à la limite du domaine audible ! Nous vous proposons d'en étudier certaines caractéristiques dans ce sujet. Nous nous intéresserons à la grosse caisse d'orchestre, au cor des Alpes et à l'Octobasse, voir figure 1.

(a) (b) (c)

FIGURE 1 – (a) grosse caisse d'orchestre, (b) Cor des Alpes, (c) Octobasse

Le sujet est composé de trois exercices indépendants. Le barème est donné à titre indicatif. Une copie par partie est demandée.

Exercice 1 : Grosse Caisse - 7 points

La grosse caisse d'orchestre est la percussion qui émet le son le plus grave de l'orchestre, avec des composantes de l'ordre de la dizaine de Hertz. Elle se règle mais ne s'accorde pas (note indéterminée) et se joue frappée avec une mailloche. Son fût cylindrique court et de gros diamètre est fermé par deux membranes homogènes : une « peau de frappe » et une « peau de résonance ». Le diamètre de la grosse caisse est voisin de 90 cm pour les hauteurs de fut d'environ 50 cm. = 0,9 m 50 cm

Q1 Modes de la « peau de frappe »

- **a** Rappelez les expressions des déformées modales et des fréquences des trois premiers modes (par ordre de fréquence croissante) de la « peau de frappe », si elle est placée dans le vide.
- **b** Précisez les valeurs numériques des coefficients sans dimension dans les expressions des fréquences modales, et déduisez-en les rapports entre la fréquence du second mode et la fréquence du premier mode et entre la fréquence du troisième mode et la fréquence du premier mode.
- **c** Indiquez les paramètres mécaniques de la membrane que le concepteur de l'instrument peut ajuster pour contrôler la fréquence du premier mode.

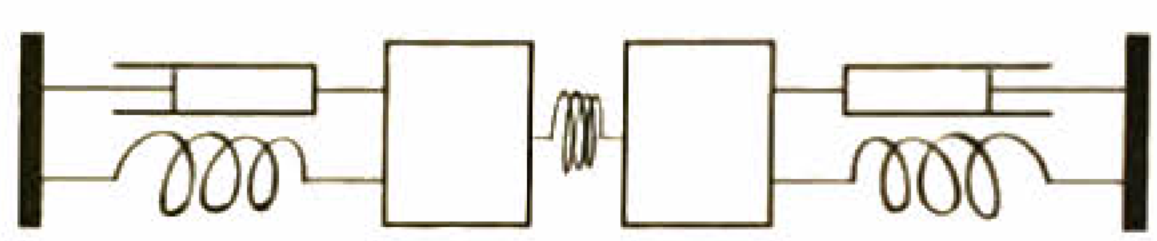
Q2 Proposez un modèle pour la cavité, qui permette de relier les déplacements des peaux et la pression acoustique à l'intérieur de la cavité. Précisez les hypothèses retenues.

Q3 En faisant l'hypothèse que la « peau de résonance » est bloquée (déplacement nul), et en négligeant les amortissements et le rayonnement de la face externe de la « peau de frappe », indiquez qualitativement la direction dans laquelle la fréquence du premier mode évolue, par rapport au cas dans le vide. mode (0,1) cf restructurato

Q4 On étudie dans cette question le rayonnement du système et son influence sur la vibration, tout en conservant l'hypothèse d'une « peau de résonance » bloquée. Cette étude est limitée au premier mode.

- **a** Indiquez la géométrie du champ rayonné attendu dessin feuille pdf cf feuille copie double restructurato.
- **b** Proposez une expression très simple qui exprime l'allure générale de l'impédance de rayonnement, en précisant les grandeurs entre lesquelles elle exprime le rapport
- **c** Proposez un modèle qui permette d'intégrer l'influence du rayonnement de la face externe de la « peau de frappe » sous la forme d'une perturbation de la masse surfacique de la peau dans l'expression de la fréquence du premier mode. Utilisez ce modèle pour indiquer (1) qualitativement la direction dans laquelle la fréquence du premier mode évolue, par rapport au cas précédent (2) une constante d'amortissement de la première résonance du système

Q5 Les deux peaux sont maintenant libres de se déformer. En supposant que le fût est très court (très faible volume interne), la modélisation du premier mode du système est proposée sous la forme présentée sur la figure ci-dessous. Indiquez pour chaque élément du modèle les paramètres qui permettent au facteur de le contrôler.



Q6 On suppose dans cette question que les deux peaux (« frappe » et « résonance ») sont identiques et montées de manière similaire. Donnez l'allure globale de la directivité de l'ensemble du système sur son premier mode.

Exercice 2 : Cor des Alpes - 7 points

Le cor des Alpes est un instrument de musique à vent, à embouchure, de la famille des cuivres. C'est une longue trompe, souvent en épicéa, qui mesure environ 3,6 m, mais les plus longs peuvent mesurer jusqu'à 20 m. Plusieurs compositeurs se sont intéressés à cet instrument tels Léopold Mozart, Brahms, ou Globokar.

Q7 L'instrument se joue en faisant vibrer les lèvres contre l'embouchure. Quel type de condition limite peut-on écrire à l'entrée de la colonne d'air lorsque les lèvres sont plaquées sans que l'instrument ne soit joué ? En conséquence, à quoi correspondent les fréquences de résonances sur l'impédance d'entrée de l'instrument ?

Q8 Dans un premier temps, nous considérons que l'instrument est cylindrique (et non conique), et toujours ouvert à son extrémité aval comme le cor des Alpes. Quelle est la condition limite la plus simple que l'on peut écrire au niveau du pavillon ouvert ? Rappelez l'expression des fréquences de résonance f_n en fonction des caractéristiques géométriques et de la vitesse du son (on ignore les pertes visco-thermiques et le rayonnement) ?

Q9 On s'intéresse maintenant au rayonnement de l'instrument. En considérant le modèle du piston plan :

a Rappelez l'expression de l'impédance de rayonnement Z_r d'un cylindre non bafflé.
b Expliquez comment peut-on déduire de l'expression de Z_r que l'énergie rayonnée est plus importante pour les hautes fréquences.
c Expliquez comment peut-on déduire de l'expression de Z_r que les effets du rayonnement sur la justesse de l'instrument peuvent s'exprimer en basses fréquences comme une correction de longueur Δl dont on donnera l'expression.

Q10 On considère maintenant que le cor des Alpes est un tronc de cône entre $x = x_1$ et $x = x_2$ de longueur $l = x_2 - x_1$ (la pointe du cône manquant est en $x = 0$). Les sections d'entrée et de sortie ont pour surface S_1 et S_2 respectivement. L'impédance d'entrée peut alors s'écrire $Z_e(\omega) = j\frac{\rho c}{S_1}\frac{\sin kl \sin\theta_1}{\sin(kl+\theta_1)}$ avec $\theta_1 = \arctan(kx_1)$, où ρ est la densité de l'air, c la vitesse du son dans l'air, $k = \omega/c$ le nombre d'onde.

a Quelle relation peut-on écrire qui caractérise (de manière implicite) les fréquences de résonance f_n ?
b Pour un cône presque complet comme c'est le cas du cor des Alpes ($x_1 << l$), on peut écrire $kx_1 \simeq \theta_1$ dans la gamme de fréquences jouables. En déduire l'expression des fréquences de résonance f_n en fonction des caractéristiques géométriques et de la vitesse du son.
c Entre un cor des Alpes cylindrique et un cor des Alpes conique, la note la plus grave jouable est-elle identique pour des instruments de même longueur l ?

Chaud

Q11 On admet que pour certaines valeurs de paramètres, l'analyse du modèle couplé {lèvres+ colonne d'air} montre que la production d'une note (quand la pression quasi-statique dans la bouche du musicien p_b varie) correspond à une bifurcation de Hopf directe de l'équilibre.

a Que peut-on en déduire sur la capacité du modèle à produire un crescendo progressif ?
b Le scenario est-il identique lors du decrescendo quand le musicien fait décroître p_b ?

Q12 Les instrumentistes experts peuvent jouer avec le cor des Alpes une douzaine de notes différentes alors que l'instrument ne possède ni piston, ni coulisse. Un modèle couplé lèvres+colonne d'air utilisé pour faire de la synthèse sonore se comporte de manière similaire.

a D'où vient cette possibilité ?
b Si l'instrumentiste produit une note de la gamme (tous les paramètres étant fixes dans le temps), peut-on dire que cette note correspond à un régime périodique stable ?
c Avec le modèle utilisé pour la simulation numérique, on peut observer, pour certaines valeurs des paramètres du modèle, qu'il est néanmoins possible de produire plusieurs notes (de fréquences proches des différentes fréquences de résonance de la colonne d'air). Que faut-il modifier entre deux simulations pour obtenir une note différente ?

Exercice 3 : Octobasse - 7 points

L'octobasse est le plus grand et le plus grave des instruments de la famille des instruments à cordes. Il possède 3 cordes de 2,06 m, accordée en C0 (16,35 Hz), G0 (24,5 Hz) et C1 (32,70 Hz). L'instrument est tellement grand (3,87 m) que pour modifier la longueur vibrante des cordes, l'instrumentiste doit actionner des leviers et que pour jouer, il doit se tenir sur une estrade (voir figure 1).

Q13 On considère une corde parfaitement souple, non amortie, de tension constante T_s, de masse volumique ρ_s, de section d_s et longueur L_s fixée entre le sillet et le chevalet, effectuant un mouvement uniquement selon l'axe x. y

a Donnez l'équation à laquelle le déplacement y_s de la corde obéit. Expliciter tous les termes en fonction des données du problème (dont la célérité).

b Déterminez l'expression des déformées modales et des pulsations propres. La manière dont ces expressions sont obtenues est attendue à cette question avec la définition de la norme choisie.

Q14 On considère maintenant une corde avec les mêmes caractéristiques qu'à la question précédente mais, cette fois-ci, munie de raideur et amortie, de module d'Young E, de moment quadratique de section droite $I = \frac{\pi d^4}{64}$, de résistance mécanique visqueuse R, d'angles de perte viscoélastique δ_{ve} et thermoélastique δ_{te}.

a Donnez l'équation à laquelle le déplacement y_s de la corde obéit. Explicitez tous les termes en fonction des données du problème.

b Donnez l'expression des fréquences propres et des facteurs de qualité des modes de la corde.

c On définit le facteur d'inharmonicité B comme

$$f_n = n f_0 \sqrt{1 + Bn^2}$$

avec f_n les fréquences propres associées au mode n et f_0 la fréquence fondamentale. Exprimez B en fonction de E, ρ, f_0 et des caractéristiques géométriques de la corde. Comment l'inharmonicité entre les partiels sera influencée par les caractéristiques géométriques de la corde ?

Q15 La corde est maintenant couplée au chevalet d'admittance Y_B. Comment ce couplage va-t-il affecter l'inharmonicité de l'instrument ?

Q16 En considérant uniquement les partiels de rangs élevés. Comparez le rapport de l'inharmonicité de la corde de C1 de l'octobasse à celui de la corde de C1 de la contrebasse (pour une contrebasse à 5 cordes) au rapport de l'inharmonicité des cordes C1 et C0 de l'octobasse. Qu'en concluez-vous ?
On considérera des cordes (contrebasse et octobasse) en boyau de boeuf (E=6 GPa, ρ_s=1320 Kg/m^3) de diamètre 7,94 mm (C0, octobasse), 4,76 mm (C1, octobasse) et 1,5 mm (C1, contrebasse).
La longueur vibrante d'une corde de contrebasse est d'environ de 1 m.