

Devoir Maison UE FpA - Acoustique

Partie Acoustique

Master 2 Sciences, Technologies, Santé - Parcours ATIAM

Exercice 1

Le but de cet exercice est de trouver que l'expression de la réponse impulsionnelle à l'entrée d'un résonateur cylindrique fermé/ouvert de longueur l vaut :

$$p(x,t) = Z_c u_s \left[\delta(t) - 2\delta(t - 2l/c) + 2\delta(t - 4l/c) - 2\delta(t - 6l/c) + \cdots \right]$$
 (1)

où Z_c est l'impédance caractéristique des ondes planes, c la vitesse du son et δ le symbole de Kronecker. Nous allons suivre la même démarche que celle que nous avons vue en cours pour un résonateur aux conditions aux limites quelconques, et une source de débit u_s à une position x_s dans l'instrument. Ici, on considère que la source est en $x_s = 0$, et que la propagation se fait selon le mode plan. On néglige la dissipation dans le guide, et l'impédance de rayonnement est nulle.

Les questions 1./, 2./, 3./ et 5./ sont indépendantes.

- 1. Rappeler la définition de la réponse impulsionnelle.
- 2. Ecrire la ou les ondes primaires.
- 3. Que valent les fonctions de réflexion aux extrémités gauche et droite du cylindre? En déduire l'expression de l'opérateur g_{ar} par lequel il faut convoluer les ondes primaires après chaque aller-retour dans le tube, dans ce cas précis.
- **4.** En déduire que la réponse impulsionnelle à l'entrée du résonateur est donnée par l'équation (1).
- 5. Finalement, interpréter les différents termes de l'équation 1, en décrivant ce qui se passe dans le résonateur pour une source de pression en t=0 à x=0.

Exercice 2

On souhaite chercher les modes et les fréquences propres d'un tuyau cylindrique fermé à l'entrée (x = 0) et ouvert à la sortie (x = l). Les pertes dans le tuyau sont ignorées. Les questions sont indépendantes.

- 1. A quelle condition la propagation dans le tuyau peut-elle être considérée linéaire?
- 2. Ecrire l'équation (linéaire) des ondes en coordonnées cartésiennes 3D en utilisant l'opérateur Laplacien puis les dérivées partielles.
- **3.** A quelle condition traiter la propagation dans le cylindre avec une équation des ondes 1D n'est pas une approximation?
- **4.** Que proposez-vous comme conditions aux limites en pression pour représenter le caractère fermé/ouvert du cylindre, et expliquez pourquoi?

5. On cherche les solutions à variables séparées de l'équation aux dérivées partielles

$$\partial_x^2 p(x,t) - \frac{1}{c_0^2} \partial_t^2 p(x,t) = 0.$$

- Expliquez pourquoi par rapport à l'objectif annoncé au début de l'exercice.
- Que proposez-vous comme forme à donner à la solution recherchée?
- 6. Trouver les solutions à variables séparées de l'équation aux dérivées partielles

$$\partial_x^2 p(x,t) - \frac{1}{c_0^2} \partial_t^2 p(x,t) = 0$$

avec comme conditions aux limites

$$\partial_x p(x=0,t) = 0 \,\forall t \text{ et } p(x=l,t) = 0 \,\forall t.$$

En déduire que l'ouverture d'un trou en x = l/3 modifie le premier mode sans modifier le second mode.