

Signal and Systems : discrete- time signals

–

Traitement numérique du signal

Xidian University

rl@xidian.edu.cn

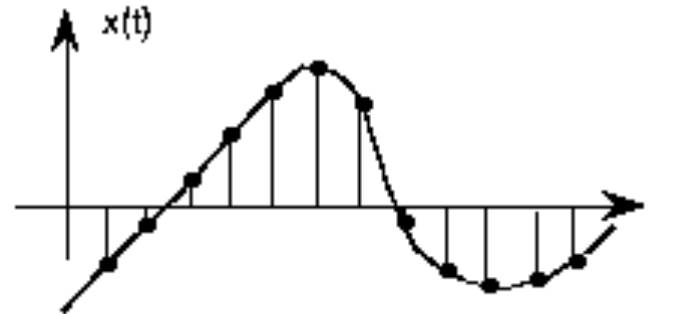
Plan du cours

- I. Rappels de traitement du signal
- II. Signaux échantillonnés
- III. Signaux numériques et transformée de Fourier Discrète
- IV. Conversion analogique numérique et bruit de quantification
 - 1. Influence de la quantification
 - 2. Bruit de quantification
 - 3. Choix du nombre de bits de la quantification

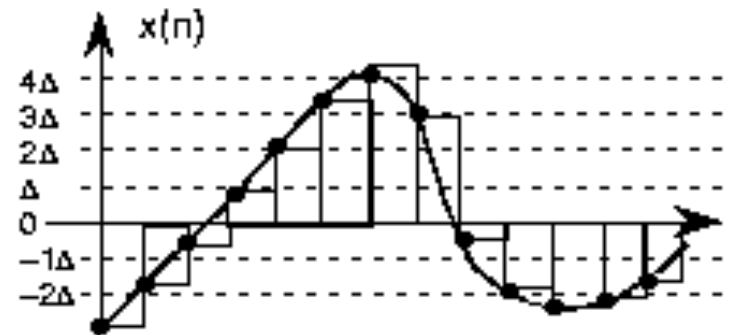
1. Influence de la quantification

- Etape d '**échantillonnage** puis de **quantification**

échantillonnage



quantification



Influence de la quantification

- Tout le développement théorique précédent sur l'estimation du spectre d'un signal analogique $x(t)$ suppose que les calculs réalisés (TFD, corrélation, simples multiplications...) soient exacts.
- Ces calculs étant numériques, ils ont lieu après la quantification qui peut générer une perte d'information.
- Comment quantifier cette perte d'information?

Influence de la quantification

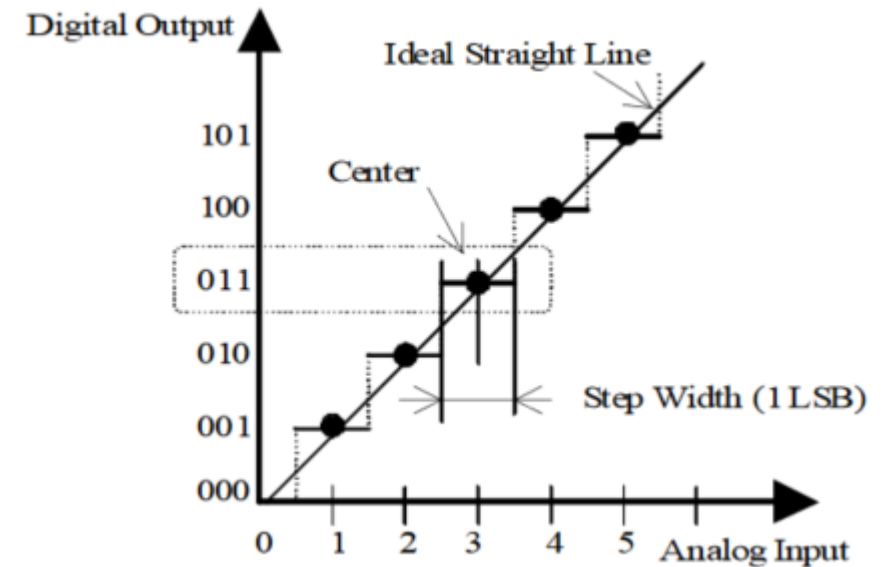
- A chaque niveau de tension est associé une valeur binaire codée sur n bits.
- n bits vont permettre de distinguer 2^n niveaux de tension répartis sur la tension de pleine échelle V .

- On a ainsi un pas de quantification:

$$q = \frac{V}{2^n}$$

- Exercice : calculer q pour une tension de 5V et un codage sur 8 bits.

- Réponse: $q = \frac{5}{2^8} = 19,5 \text{ mV}$

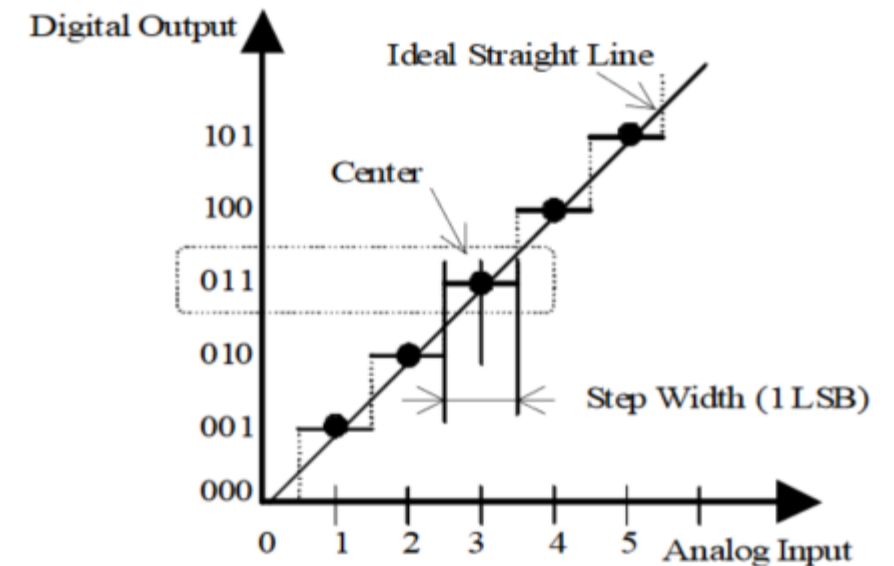


Influence de la quantification

- On a ainsi un pas de quantification:

$$q = \frac{V}{2^n}$$

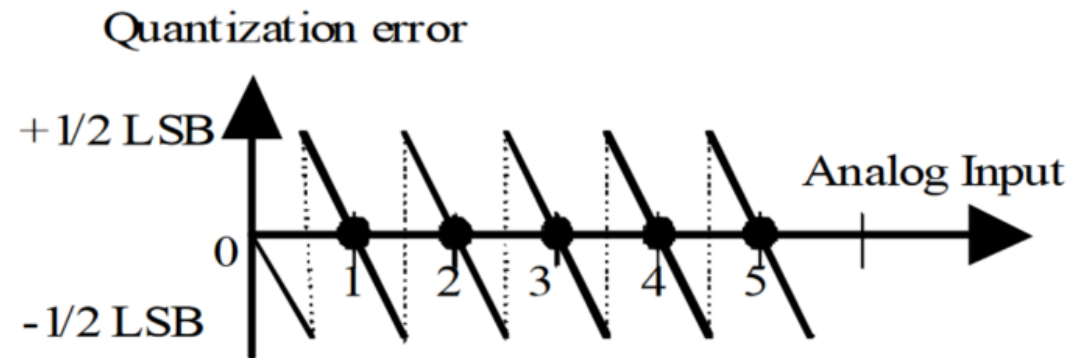
- Ce pas de quantification est appelé le **quantum** ou **LSB** (Least Significant Bit) et correspond à la résolution du convertisseur (CAN ou ADC en anglais)
- Le signal quantifié est alors un multiple de ce quantum:
- $x_k^Q = Nq$



2. Bruit de quantification

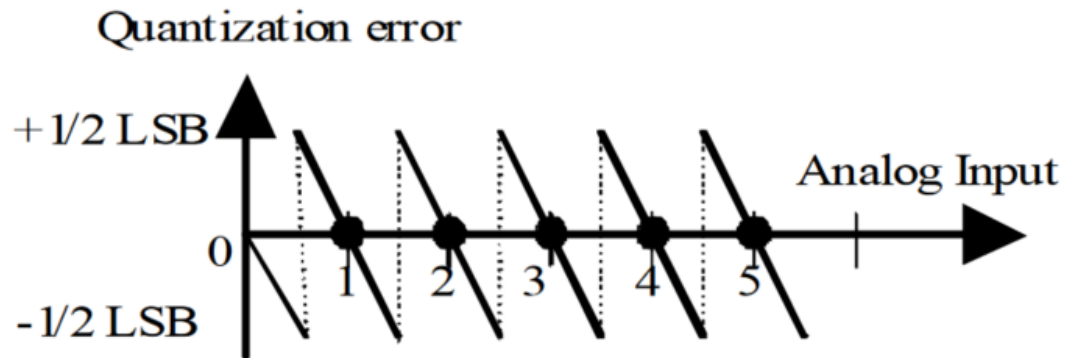
- On peut modéliser l'erreur de quantification comme un bruit b_k venant s'ajouter au signal.

$$x^Q(t) = x(t) + b(t)$$



Bruit de quantification

- Si on suppose que dans l'intervalle $\left[-\frac{q}{2}, \frac{q}{2}\right]$, toutes les valeurs de bruit sont équiprobables, c'est-à-dire si le bruit est uniforme, on peut facilement calculer sa puissance



$$P_b = \frac{q^2}{12}$$

3. Choix du nombre de bits de la quantification

- Connaissant la puissance du bruit dû à la quantification, on peut calculer le rapport signal sur bruit (SNR en anglais)

$$SNR_{dB} = 10 \times \log_{10} \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} = 10 \times \log_{10} \frac{P_x}{P_b}$$

- Calculer le SNR pour un signal sinusoïdal parcourant la pleine échelle du convertisseur (V)

Choix du nombre de bits de la quantification

- Connaissant la puissance du bruit dû à la quantification, on peut calculer le rapport signal sur bruit (RSB ou SNR en anglais)

$$SNR_{dB} = 10 \times \log_{10} \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} = 10 \times \log_{10} \frac{P_x}{P_b}$$

- On sait que $P_b = \frac{q^2}{12} = \frac{\left(\frac{V}{2^n}\right)^2}{12}$
- Pour un signal sinusoïdal parcourant la pleine échelle du convertisseur (V),

$$P_x = \frac{\left(\frac{V}{2}\right)^2}{2} = \frac{V^2}{8}$$

- On a donc:

$$SNR_{dB} = 6,02n + 1,76$$

- **Augmenter la résolution de 1 bit revient à augmenter le SNR de 6 dB.**

Pour leur aide sur la construction de ce cours, merci à :

- Gérard Scorletti, Professeur des Universités à l'Ecole Centrale de Lyon
- Eric Blanco, Maître de Conférences à l'Ecole Centrale de Lyon
- Julie Fontecave, Maître de Conférences à Polytech' Grenoble
- Nathalie Guyadier, Maître de Conférences à Polytech' Grenoble
- Denis Pellerin, Professeur des Universités à Polytech' Grenoble

Bibliographie

- M. Bellanger, *Traitement numérique du signal, Théorie et pratique.*
- G. Binet, *Traitement Numérique du Signal, Signaux et systèmes discrets*
- J. Max and J-L. Lacoume, *Méthode et techniques de traitement du signal.*