

PHYSIQUE DES SEMICONDUCTEURS

P. Lorenzini

Polytech'Nice Sophia

Dept. Électronique

Objectifs du cours

- Comprendre l'intérêt des semi-conducteurs dans la fabrication des composants électroniques
- Maîtriser des mécanismes de transports électroniques et des phénomènes physiques régissant le fonctionnement des composants discrets de l'électronique.
- Maitriser le fonctionnement DC et AC de la jonction PN

Plan du cours (18 h – 2 contrôles min)

1. Structure cristalline et cristallographie
2. Diffraction d'une onde par un cristal
3. mécanique quantique / ondulatoire : l'équation de Schrödinger
4. Les électrons quasi libres : le modèle de Sommerfeld
5. Les électrons dans une structure périodique : le modèle de Bloch – Brillouin
6. Courant dans les solides : cas particulier des semi-conducteurs
mécanique statistique : la fonction de Fermi Dirac et la fonction de Maxwell – Boltzmann
7. Semi-conducteur à l'équilibre
8. Dopage des semi-conducteurs
9. Semi-conducteur hors équilibre: courant dans les semi-conducteurs
Jonction PN

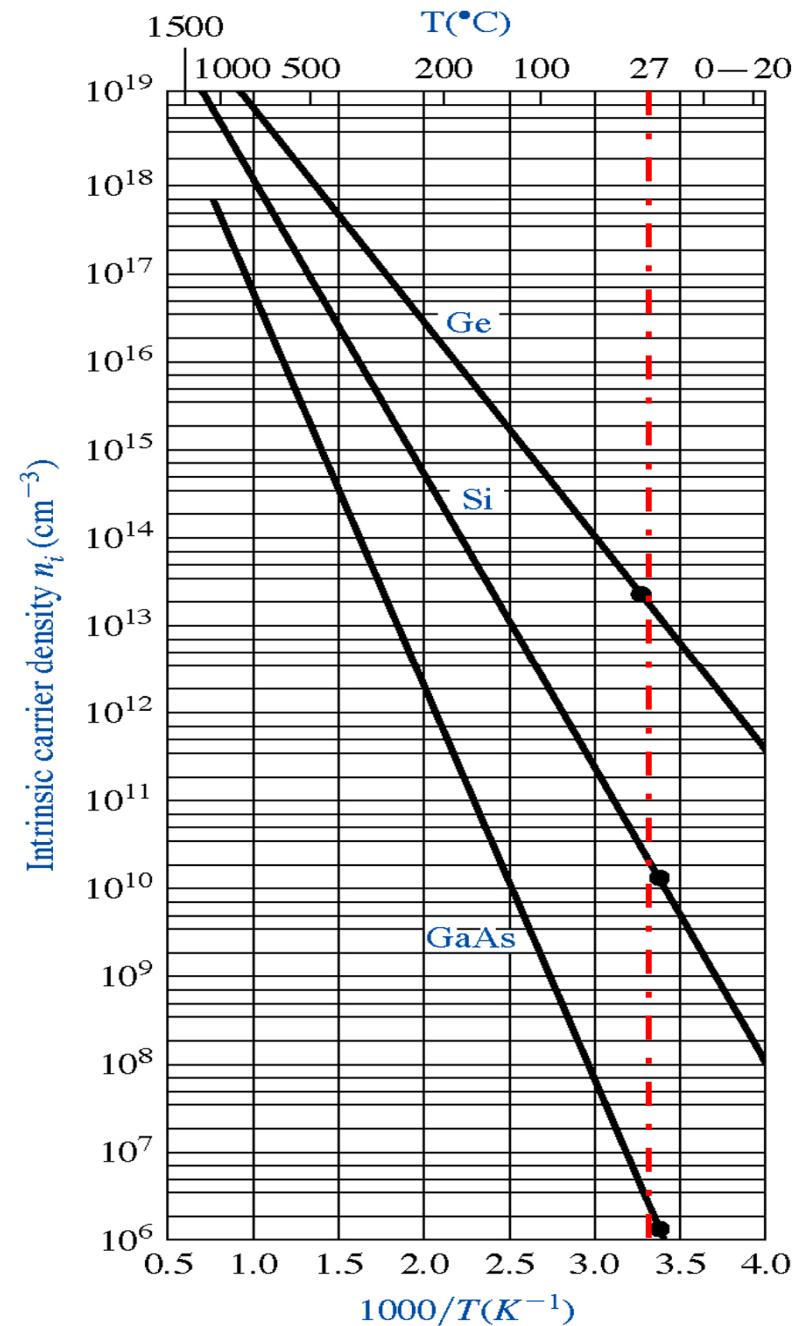
Références bibliographiques

- C. Kittel, « physique de l'état solide », dunod université, 5° ed., 1983
- H. Mathieu, « Physique des semiconducteurs et des composants électroniques », dunod, 5° ed., 2004
- J. Singh, « semiconductors devices: an introduction », Mc.Graw Hill, 1994
- D.A.Neamen, « semiconductor physics and devices: basic principles », Mc.Graw Hill, 2003
- Cours de Physique des semiconducteurs, Pr. Rouzeyre, Université de Montpellier II, 1985
- McMurry and Fay, « Chemistry », Prentice Hall; 4th edition (April 7, 2003) (les figures du chapitre 1 proviennent majoritairement de cet ouvrage)

Variation $n_i(T)$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

- Dans un SC intrinsèque:
 - n_i n'est pas constant
 - n_i est d'autant plus grand que:
 - E_g est petit
 - Température élevée



Dopage du semiconducteur

- Va permettre de changer et surtout contrôler les propriétés électriques du SC
- Introduction d'impuretés (dopants) qui vont modifier la relation $n = p$:
 - Impuretés de type donneur $\Leftrightarrow n > p \Leftrightarrow$ type n
 - Impuretés de type accepteur $\Leftrightarrow p > n \Leftrightarrow$ type p

La position des espèces chimiques dopantes dans le tableau de Mendeleïev et la position des atomes constitutants le réseau cristallin hôte définissent le rôle des impuretés

Semi-conducteur intrinsèque

- Variation exponentielle de la densité de porteurs
- Si $n_i > 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, le matériau inadapté pour des dispositifs électroniques.

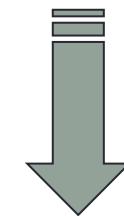
■ Remarque:

- Le produit np est indépendant du niveau de Fermi



Expression valable même si semi-conducteur dopé

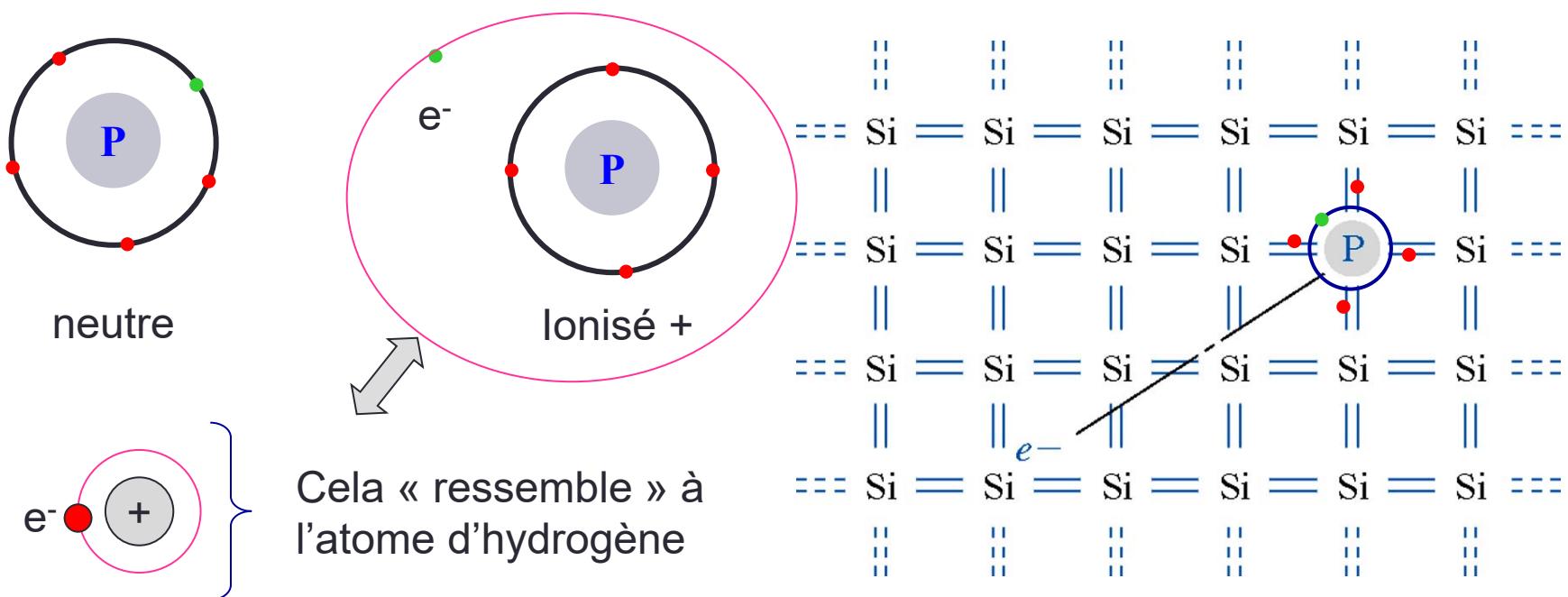
→ *SC à grands « gap »*
Type SiC, GaN, Diamant



Introduction du dopage

Dopage du semiconducteur

- Considérons le cas du SC Silicium (col IV)
 - Introduisons des atomes dopants de la colonne V:
 - Par ex N, As ou P \Leftrightarrow 5 électrons périphériques *ie* un de « trop » / au Si.



Dopage du semiconducteur

- Atome colonne V : analogie avec l'atome d'hydrogène
 - Le « cinquième » électron n'appartient pas à la BV !
 - Le « cinquième » électron n'appartient pas à la BC !
 - Où est il énergétiquement ?
- Modèle de l'hydrogène « modifié »:
 - L'électron ne se déplace pas dans le vide
 - L'électron est affecté d'une masse « effective »

Niveau d'énergie dus aux impuretés.

- Force

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{vide}} \frac{q^2}{r^2}$$

- Potentiel

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{vide}} \frac{q^2}{r}$$

- Énergie

$$E_n = -\frac{mq^4}{2n^2(4\pi\epsilon_0\epsilon_{vide}\hbar)^2}$$

- Rydberg

$$R = \frac{mq^4}{2(4\pi\epsilon_0\epsilon_{vide}\hbar)^2} = 13,6eV$$

On doit remplacer:

- ϵ_{vide} par ϵ_{sc}
- m par m^* .



$$R_y^* = R_y \frac{1}{\epsilon_{sc}^2} \frac{m^*}{m_0}$$

Niveau « donneur » dans la Bande Interdite.

- Application pour le Silicium ($\epsilon_{Si}=12$)
 - Dans notre cas E est l'énergie qu'il faut apporter à l'électron pour l'amener dans la bande de conduction
 - $E = E_C - E_D = R_y^*/n^2 = R_y^*$

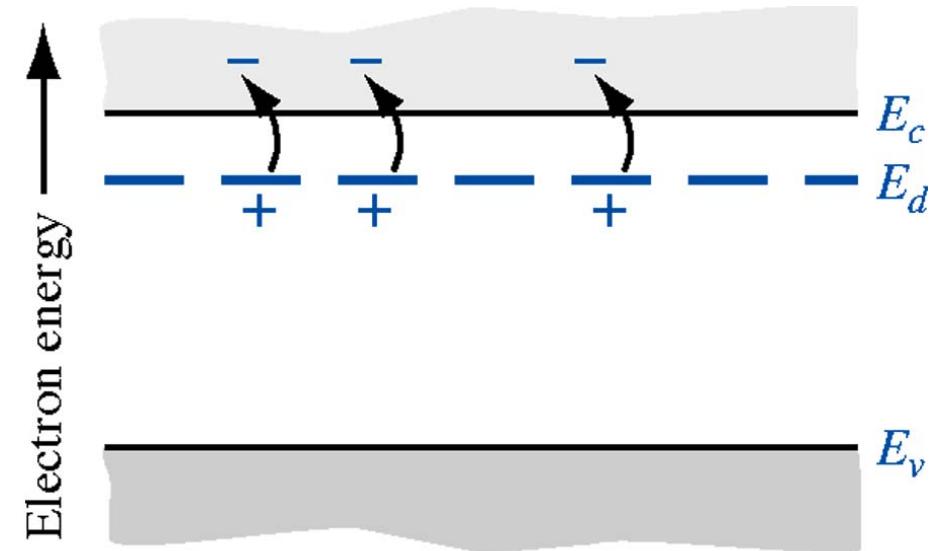
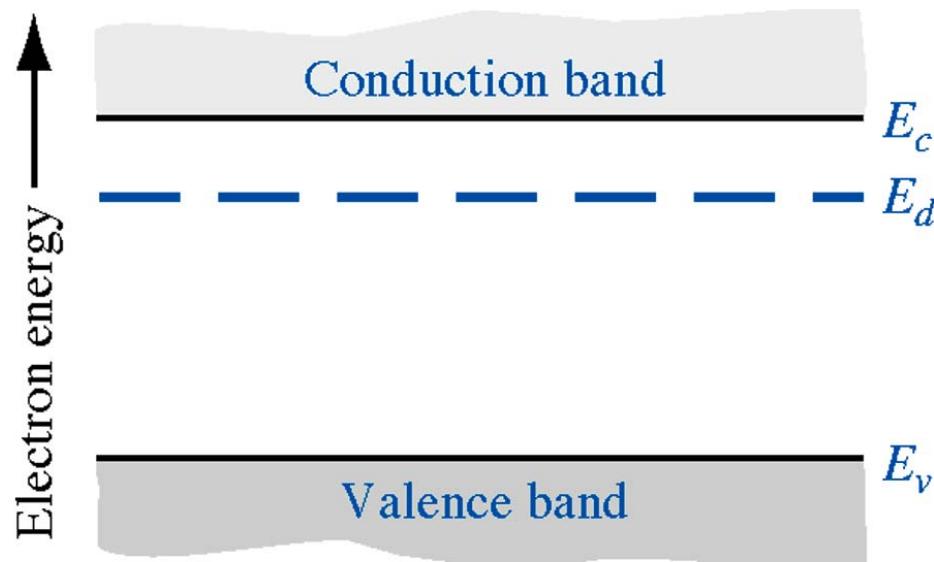
$$R_y^* = 13,6 \frac{1}{(12)^2} \frac{0,5 \times m_0}{m_0} \approx 40 \text{ meV}$$

- Expérimentalement on trouve:
 - P => 44 meV
 - As => 49 meV
 - Sb => 39 meV
 - Bi => 67 meV

Niveau « donneur » dans la Bande Interdite.

- Résumé:
 - Tant que le « 5ème » électron lié à P (basse température) \Leftrightarrow état d'énergie E_D et son « orbite » est localisée près de l'atome
 - Lorsque on « l'amène » sur E_C \Leftrightarrow changement de son état quantique (lié => état quantique décrit par l'onde de Bloch) \Leftrightarrow il peut se propager dans tout le cristal \Leftrightarrow il participe à la conduction
- SC composés (« compounds SC)
 - GaAs ou InP (III-V)
 - VI à la place de As => Se, Te
 - IV à la place de Ga => Si, C, Sn
 - $m^* = 0,05 m_0 \Leftrightarrow E_C - E_D = 5 \text{ meV} !!$

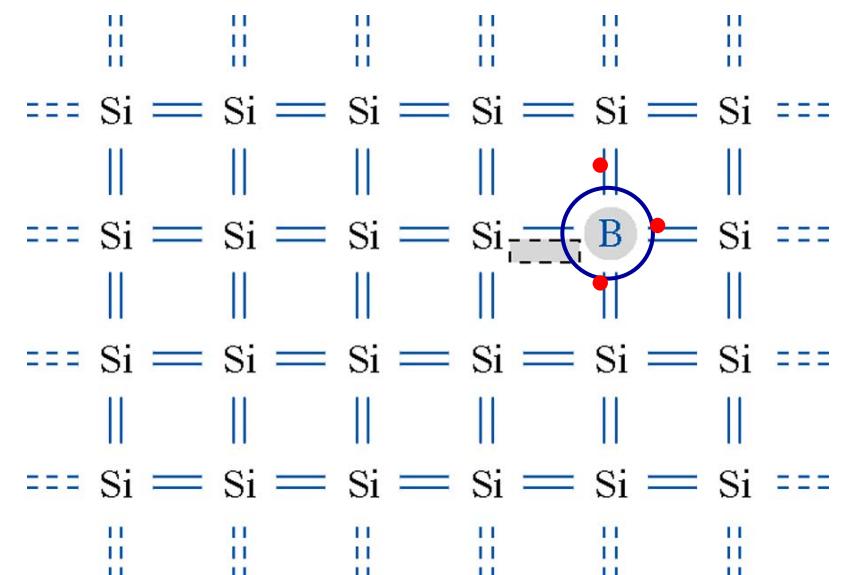
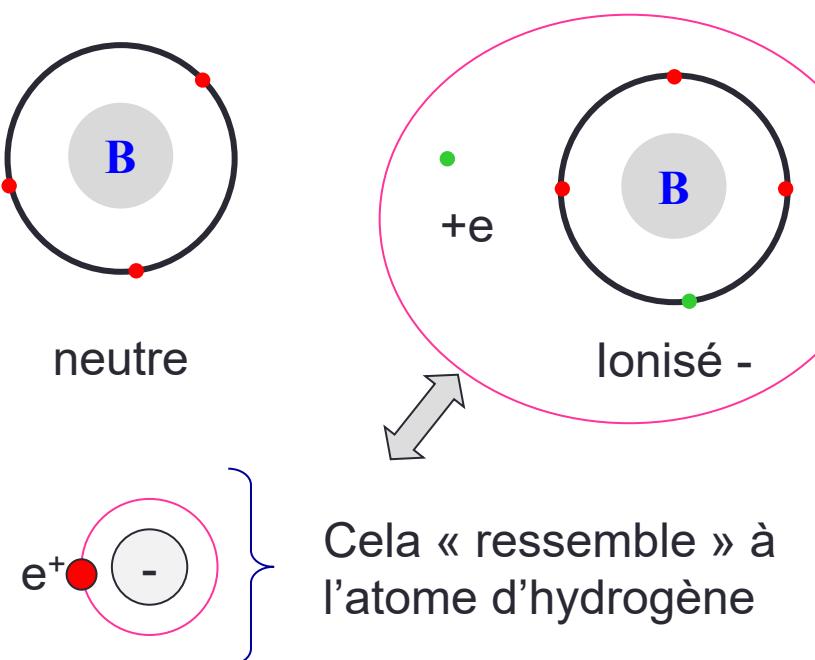
Niveau « donneur » dans la Bande Interdite.



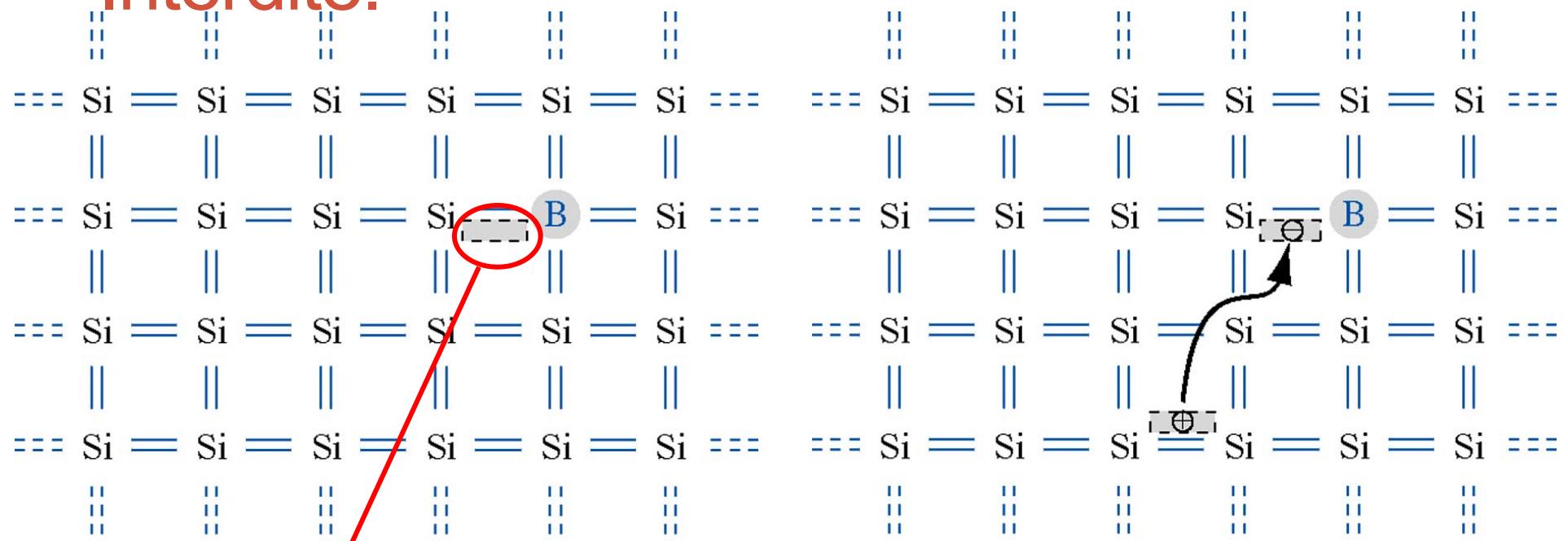
- On remarque que l'on a créé des électrons dans la bande de conduction sans la présence de trous dans la bande de valence $\Leftrightarrow n >> p$.
- La BV est pleine \Leftrightarrow ne conduit pas!

Niveau « accepteur » dans la Bande Interdite.

- Considérons le cas du SC Silicium (col IV)
 - Introduisons des atomes dopants de la colonne III:
 - Par ex B, Al ou Ga \Leftrightarrow 3 électrons périphériques *i.e* un de « moins » / au Si.



Niveau « accepteur » dans la Bande Interdite.



État quantique libre : le niveau de cet état quantique est très proche de la bande de valence. Même calcul que pour le « donneur »

Calcul de la position du niveau énergétique E_d ou E_a

- Le problème « ressemble » au modèle de l'atome d'hydrogène:

$$E_n = \frac{m_0 e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} = \frac{13.6}{n^2} eV$$

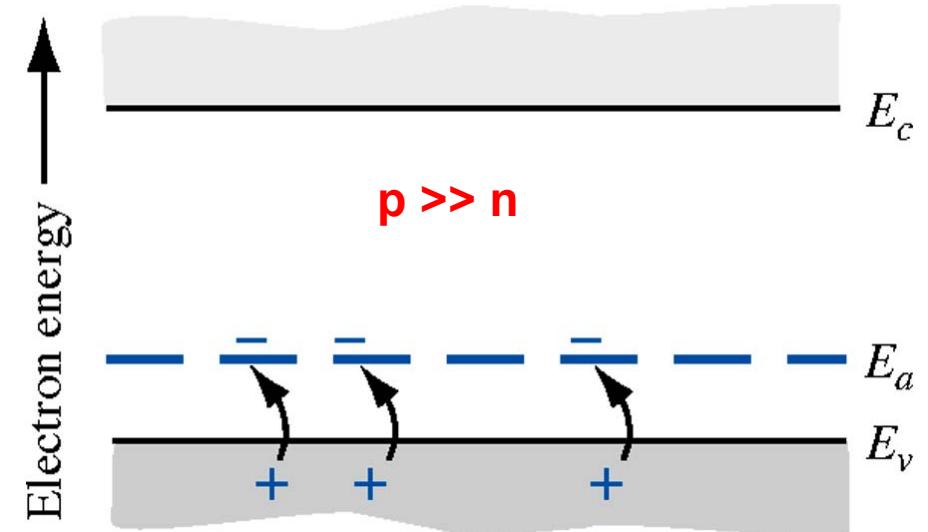
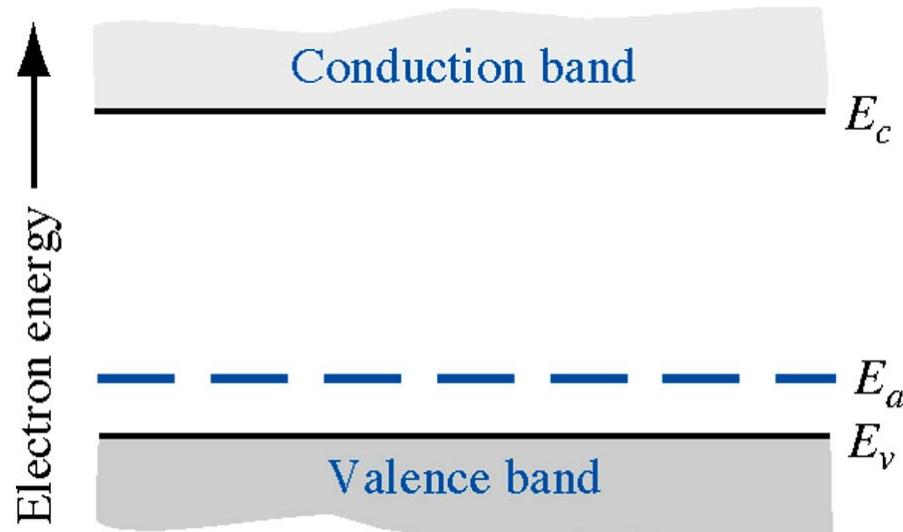
- Introduction du Rydberg « modifié » :

$$E_d = E_C - 13.6 \left(\frac{m^*}{m_0} \right) \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right)^2$$

Semiconductor	Impurity (Donor)	Shallow Donor Energy (meV)	Impurity (Acceptor)	Shallow Acceptor Energy (meV)
GaAs	Si	5.8	C	26
	Ge	6.0	Be	28
	S	6.0	Mg	28
	Sn	6.0	Si	35
Si	Li	33	B	45
	Sb	39	Al	67
	P	45	Ga	72
	As	54	In	160
Ge	Li	9.3	B	10
	Sb	9.6	Al	10
	P	12.0	Ga	11
	As	13.0	In	11

Exemple de dopants et leurs énergies

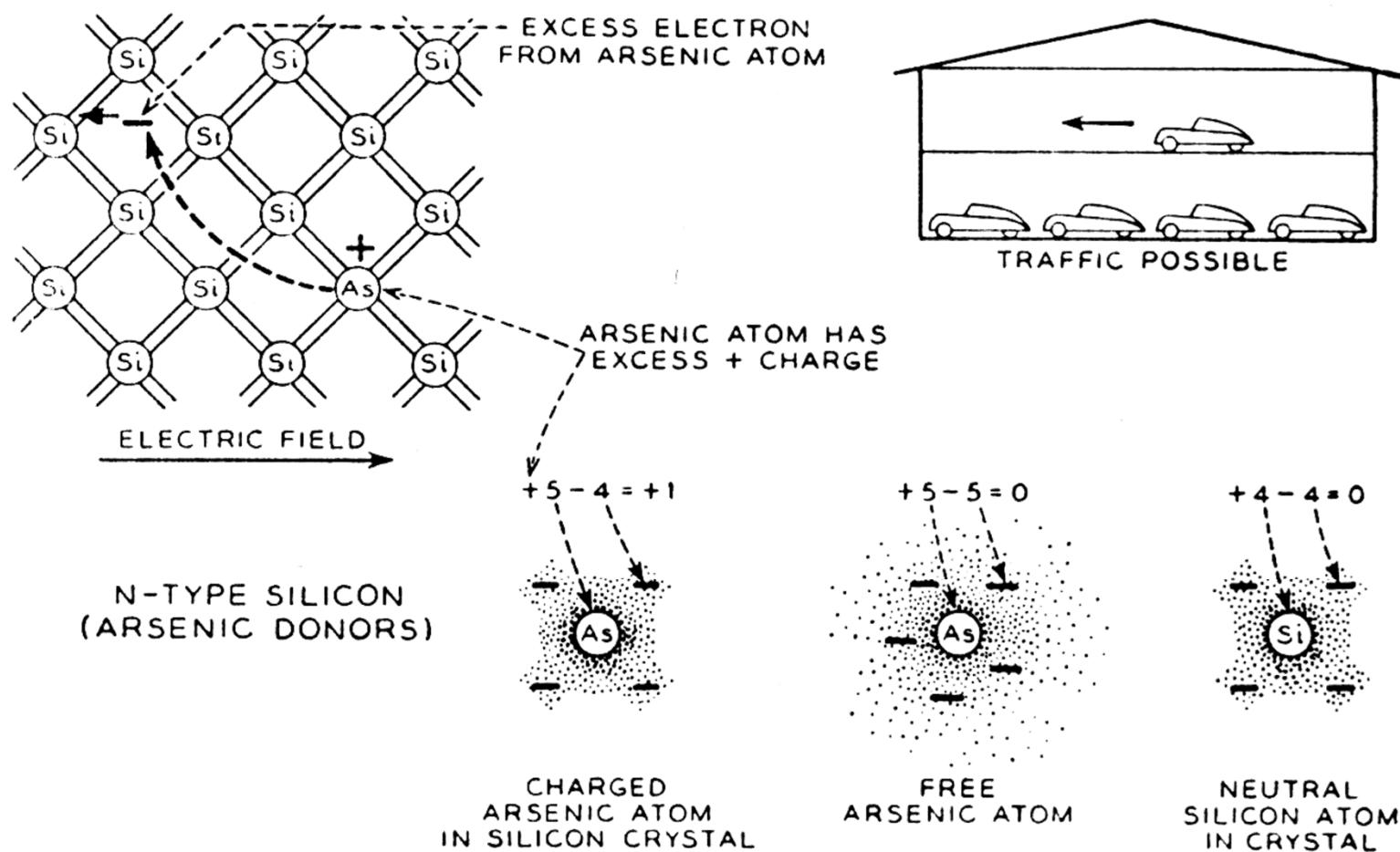
Niveau « accepteur » dans la Bande Interdite.



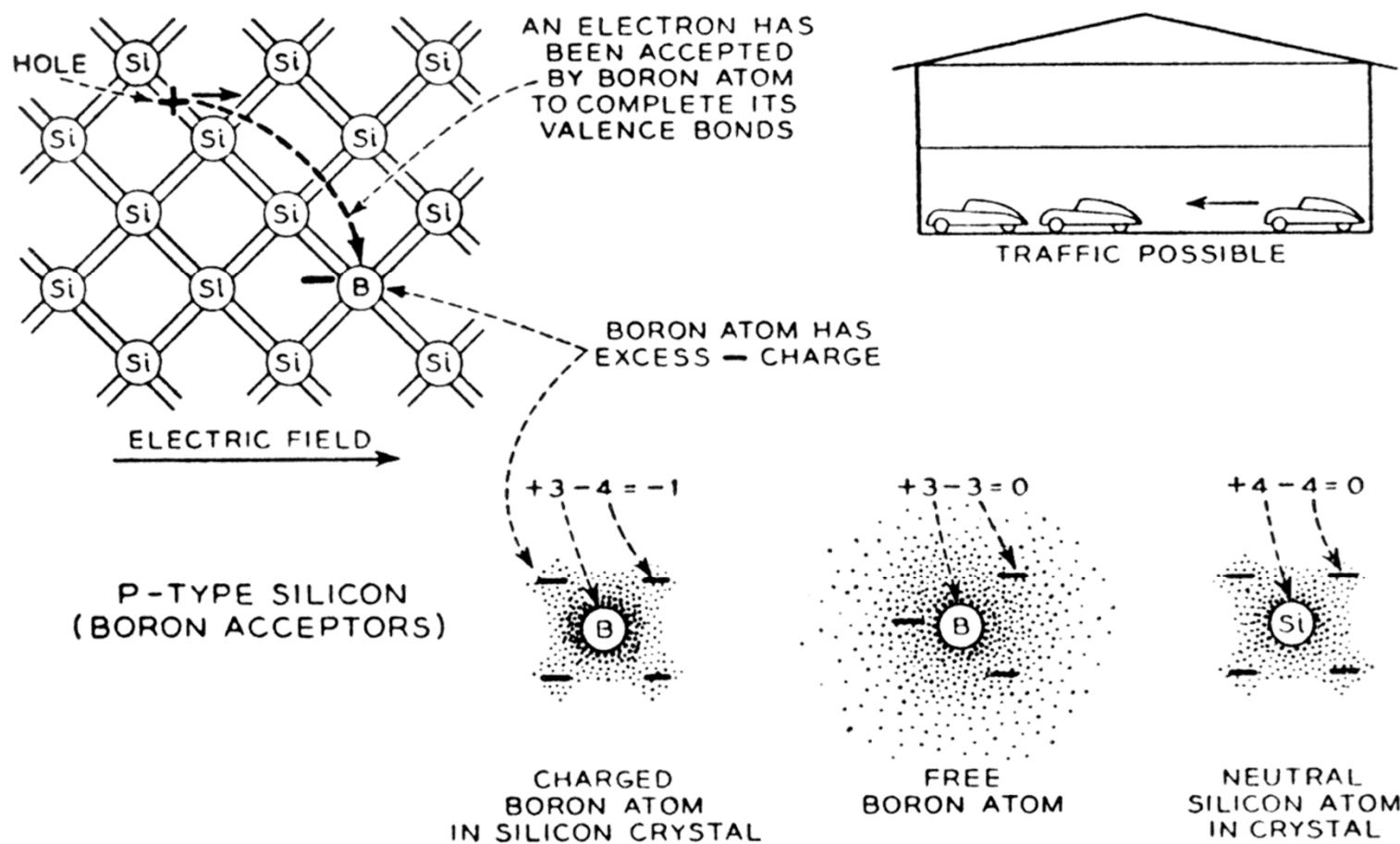
$$E_a - E_V = \frac{13,6}{\epsilon_{sc}^2} \frac{m_v^*}{m_0}$$

- Expérimentalement on trouve:
 - B => 45 meV
 - Al => 57 meV
 - Ga => 65 meV
 - In => 160 meV

Dopage d'un SC: type *n*



Dopage d'un SC: type *p*



Statistique des donneurs et des accepteurs

- États donneurs:

- Prob. d'occupation un peu différente:

$$f_D(E) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

- Le facteur $\frac{1}{2}$?

- P : $3s^23p^3 \Leftrightarrow$ 2 électrons s et 2 électrons p participent à la liaison \Rightarrow 1 électron p sur le niveau E_d (le 5°!). Cet électron possède 1 spin particulier (up ou down).
 - Une fois cet électron « parti », la case (le niveau) vide peut capturer un spin up **ou** down \Leftrightarrow le mécanisme de capture est augmenté / à l'émission

$$f_D(E) > f(E)$$

Statistique des donneurs et des accepteurs

- États donneurs:
 - Densité d'électrons sur E_D ?

$$n_D = N_D \times f_D(E_D) = \frac{N_D}{1 + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

- Soit encore:

$$n_d = N_d - N_d^+$$

Statistique des donneurs et des accepteurs

- États accepteurs:
 - On ne peut capturer que l'électron qui a le bon « spin » mais on peut libérer n'importe lequel \Leftrightarrow

$$f_A(E) = \frac{1}{1 + 2 \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$



$$f(E) = \frac{1}{1 + g \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

g : facteur de dégénérescence

$1 :$ $2 \text{ ou } 4 :$ $\frac{1}{2} :$	intrinsèque accepteur donneur
---	--

Statistique des donneurs et des accepteurs

- États accepteurs:
 - Densité d'électrons sur E_A ?

$$n_A = N_A \times f_A(E_A) = \frac{N_A}{1 + 4 \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)}$$

- Soit encore:

$$p_A = N_A - n_A = N_A - N_A^- = \frac{N_A}{1 + \frac{1}{4} \exp\left(\frac{E_F - E_A}{kT}\right)}$$

Ionisation complète et gel des porteurs

- Équation de neutralité:

- Charges positives = charges négatives

$$e[p + N_D^+] = e[n + N_A^-]$$

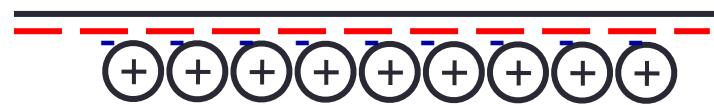
- Simplifions le problème: $N_A = 0$ (type n)

$$n - p = N_D^+$$

$$N_C \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right] - N_V \exp\left[\frac{-(E_F - E_v)}{kT}\right] = \frac{N_D}{1 + 2 \exp(-\frac{E_D - E_F}{kT})}$$

la densité de porteurs en Fct de T?

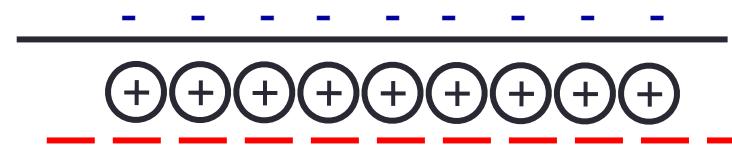
- BT



Freeze out (« gel des porteurs »)

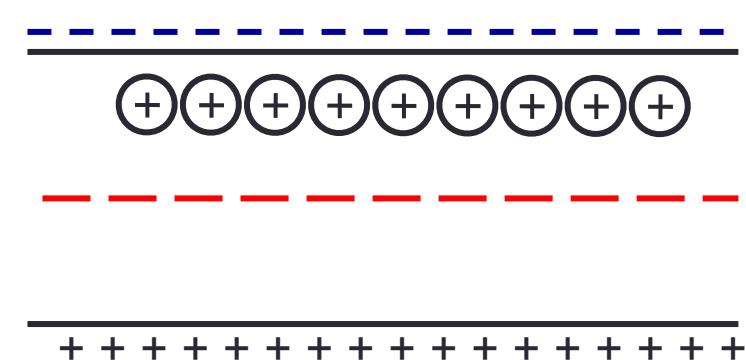
- T « intermédiaire »

Épuisement des donneurs

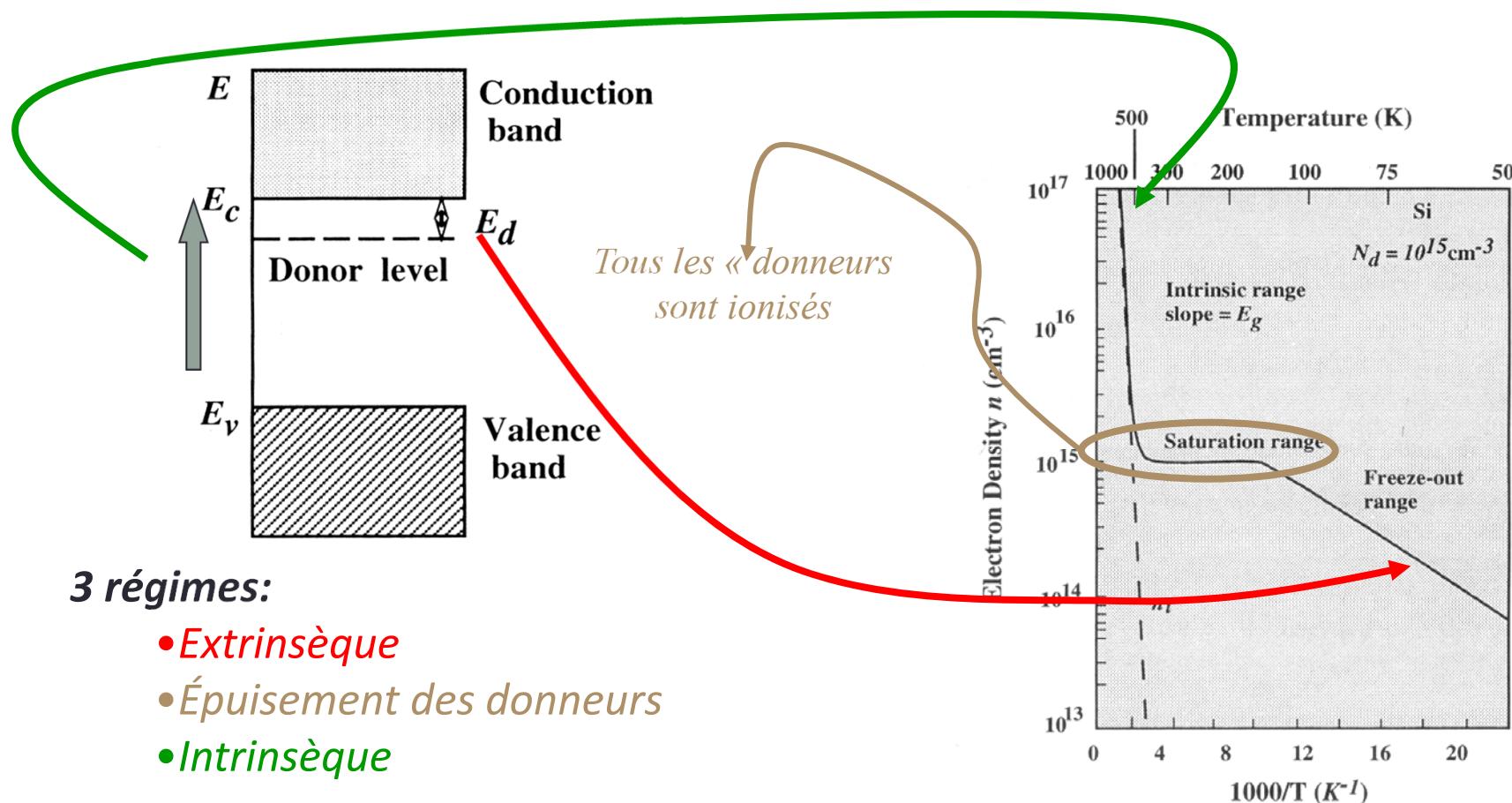


- « Haute » Température

intrinsèque



Variation de la conduction d'un semi-conducteur dopé en fonction de la température



Niveau de Fermi $E_F(T)$

- « découpage » du pb en domaine de température:
 - TBT: on néglige la densité de trous ($p=ni^2/N_d$) , oui mais jusqu'à quelle température ?

$$n_i \ll N_D \quad \Leftrightarrow \quad kT \ll \frac{E_g}{2 \ln[(NcNv)^{1/2} / N_D]}$$

Ordre de grandeur : kT autour de $Eg/10$ (pour N_d de l'ordre de 10^{17} cm^{-3})



$$N_C \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right] - \frac{N_D}{1 + 2 \exp(\frac{E_D - E_F}{kT})} = 0$$

Niveau de Fermi $E_F(T)$

$$\longrightarrow E_F = E_D + kT \ln \left\{ \frac{1}{4} \left[-1 + \left(1 + 8 \frac{N_d}{N_c} e^{(E_c - E_d)/kT} \right)^{1/2} \right] \right\}$$

- $kT \ll E_c - E_d$

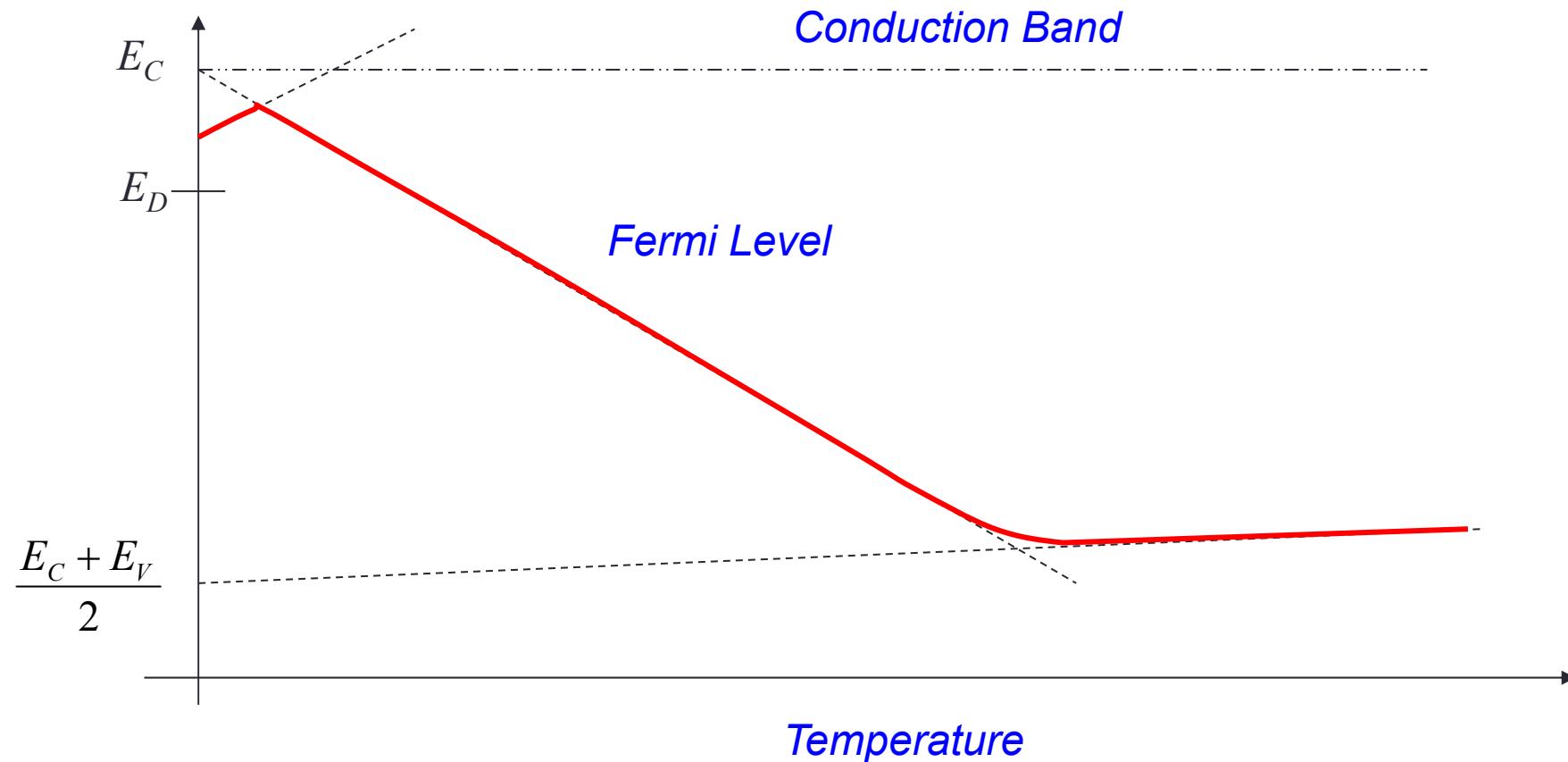
$$E_F = \frac{E_c + E_d}{2} + kT \ln \frac{2N_d}{N_c} , \quad E_F(T=0) = \frac{E_c + E_d}{2} \quad E_F^{\max} \Rightarrow N_c = N_d$$

- $E_c - E_d < kT < E_g$

\longrightarrow (DL de la racine)

$$E_F = E_c - kT \ln \frac{N_c}{N_d}$$

E_F fonction de la Température



Distribution à l'équilibre des porteurs

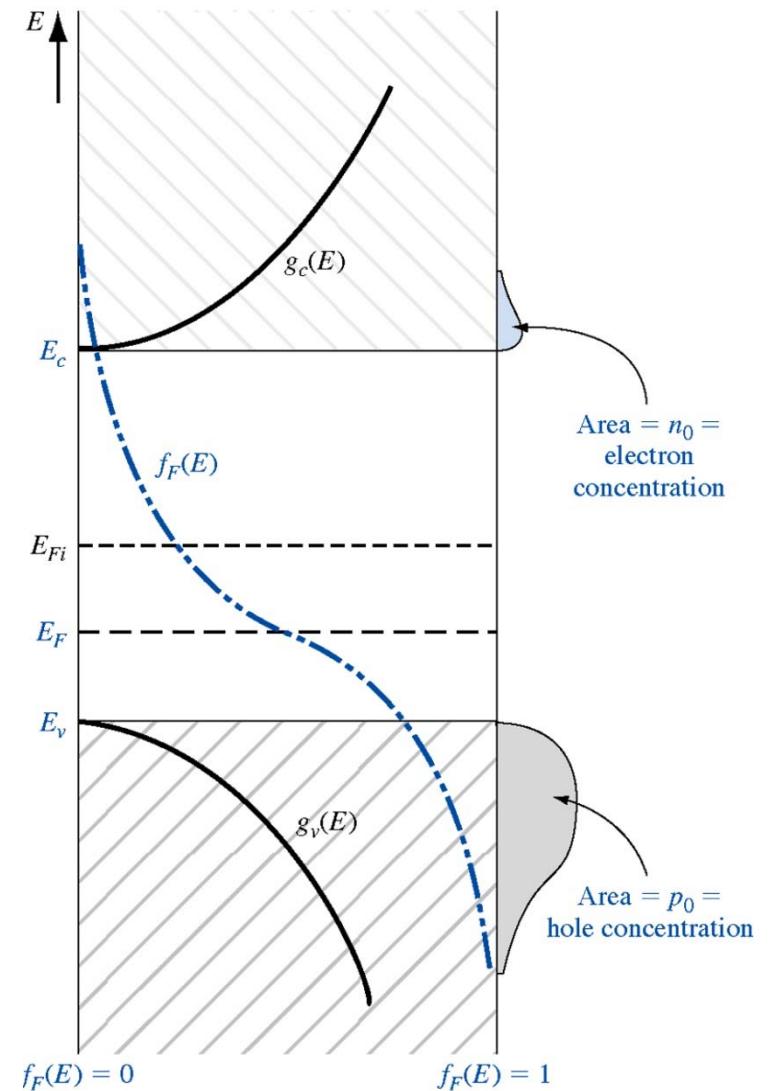
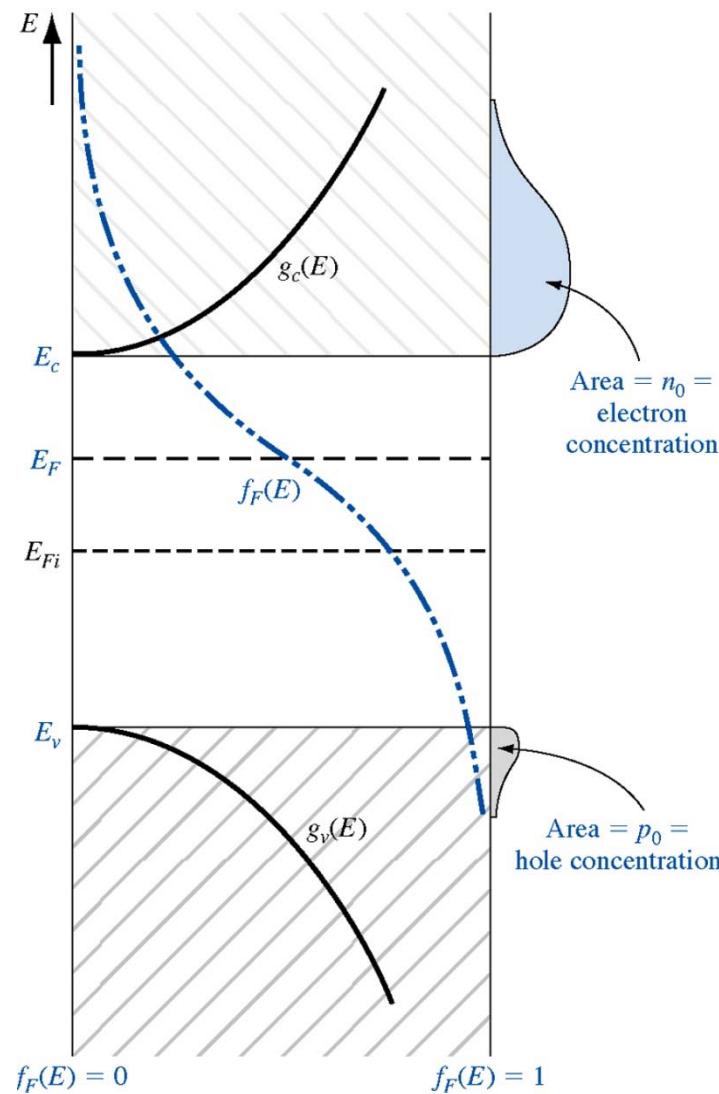
$$n_0 = N_c \exp\left[-\frac{(E_c - E_f)}{kT}\right] = N_c \exp\left[-\frac{(E_c - E_{fi}) - (E_f - E_{fi})}{kT}\right]$$

$$n_0 = N_c \exp\left[-\frac{(E_c - E_{fi})}{kT}\right] \exp\left[-\frac{(E_{fi} - E_f)}{kT}\right]$$

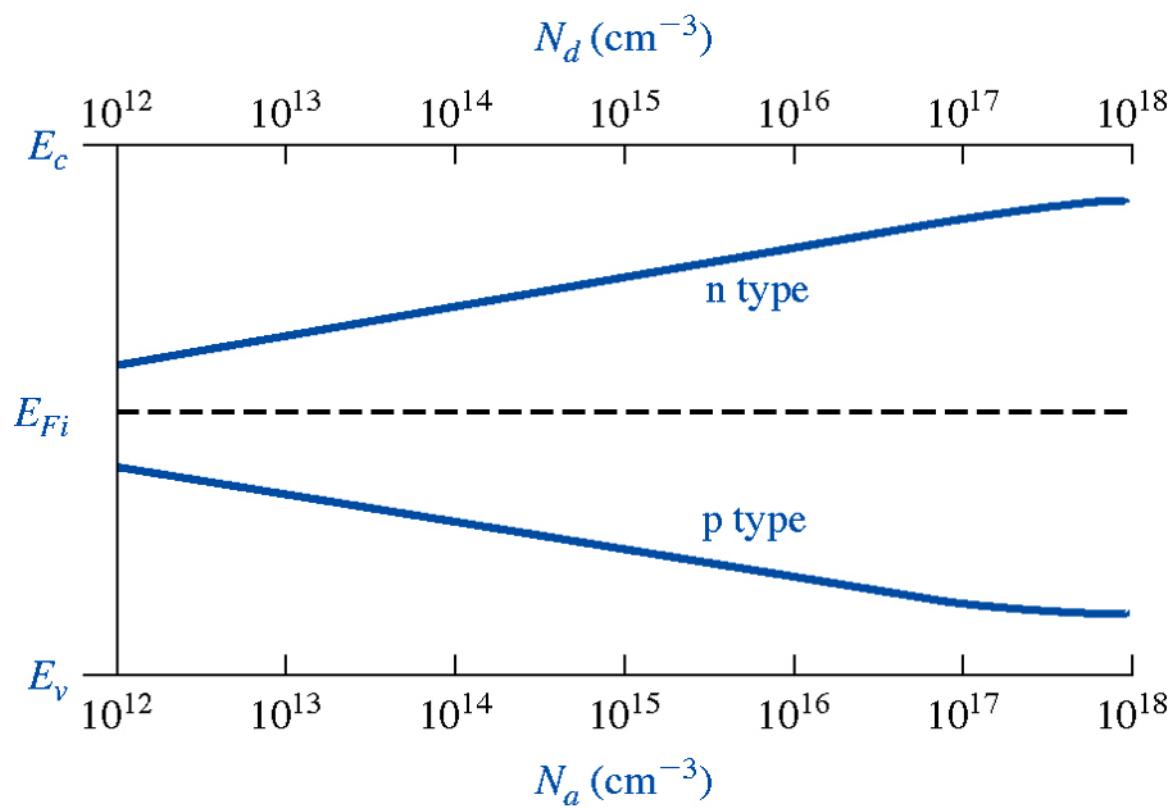
$$n_0 = n_i \exp\left[-\frac{(E_{fi} - E_f)}{kT}\right]$$

$$p_0 = n_i \exp\left[-\frac{(E_f - E_{fi})}{kT}\right]$$

Niveau de Fermi dans un SC extrinsèque

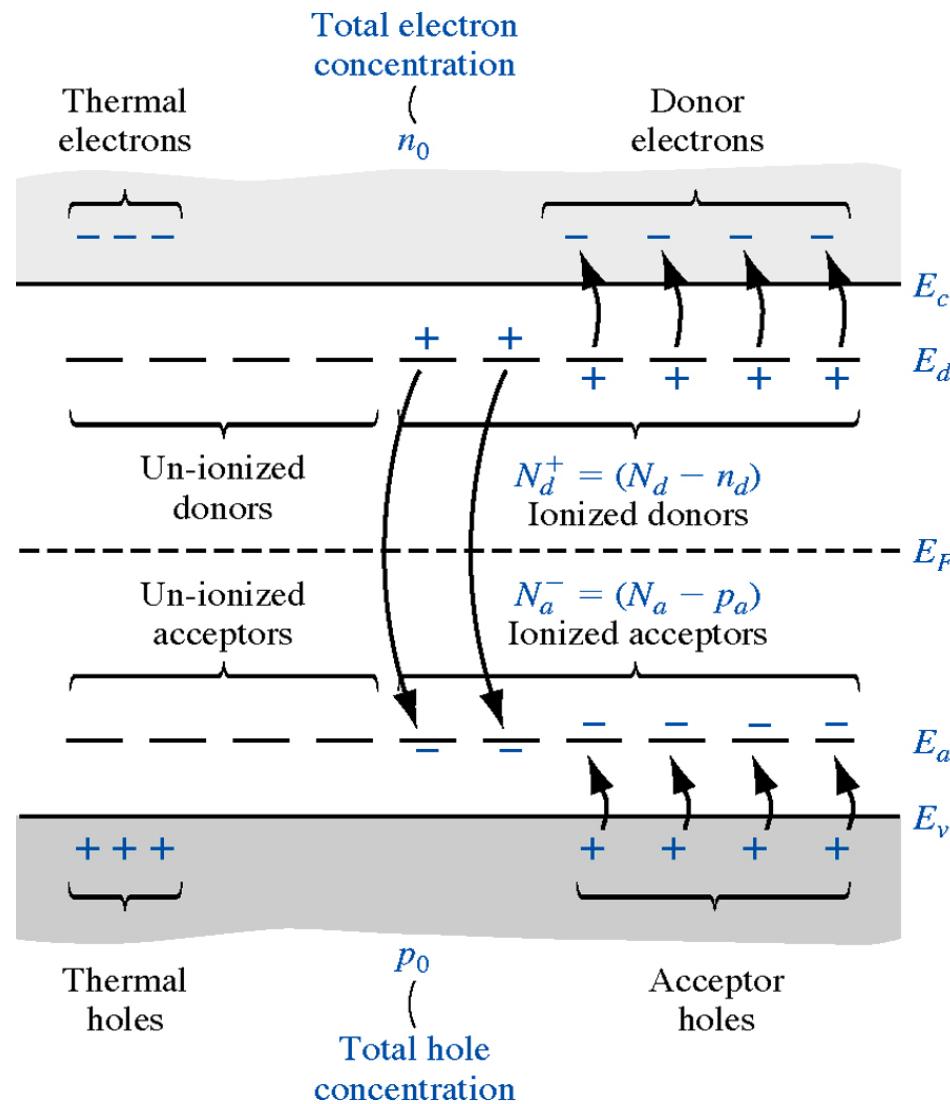


Niveau de Fermi dans un SC extrinsèque



Concentration de h^+ et d' e^- à l'équilibre

Si il existe des donneurs, un peu plus compliqué!



Concentration de h^+ et d' e^- à l'équilibre

- *Neutralité électrique:*

$$n_0 + N_A^- = p_0 + N_D^+$$

- *Ionisation totale:*

$$n_0 + N_A = p_0 + N_D \quad \text{avec} \quad p_0 = \frac{n_i^2}{n_0}$$

- *Soit:*

$$n_0^2 - (N_D - N_A)n_0 - n_i^2 = 0$$

- *On obtient:*

$$n_0 = \frac{(N_D - N_A)}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$

Différence $E_f - E_{fi}$

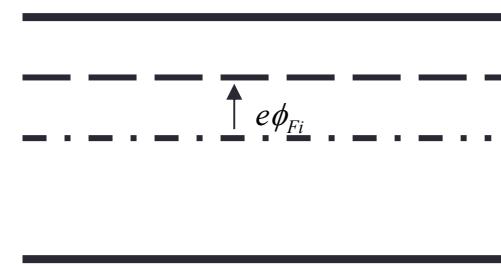
- Au lieu d'exprimer E_f en fonction de N_c et N_v , on peut écrire:

$$E_f - E_i = kT \ln \left(\frac{N_d}{n_i} \right)$$

type n

type p

$$E_i - E_f = kT \ln \left(\frac{N_a}{n_i} \right)$$



Différence $E_f - E_{fi}$

- On peut alors exprimer les densité d'électrons et de trous à *l'équilibre* par:

$$n = n_i e^{(E_F - E_{Fi})/kT} = n_i e^{e\phi_{Fi}/kT}$$

$$p = n_i e^{-(E_F - E_{Fi})/kT} = n_i e^{-e\phi_{Fi}/kT}$$

Équations de Boltzmann

avec:

$$e\phi_{Fi} = E_F - E_{Fi} > 0$$

type n

$$e\phi_{Fi} = E_F - E_{Fi} < 0$$

type p

CHAPITRE 11

Le semiconducteur hors équilibre

Plan:

- Recombinaison et génération
- Courants dans les SC
- Équation de densité de courants
- Équations de continuité
- Longueur de Debye
- Équation de Poisson
- Temps de relaxation diélectrique

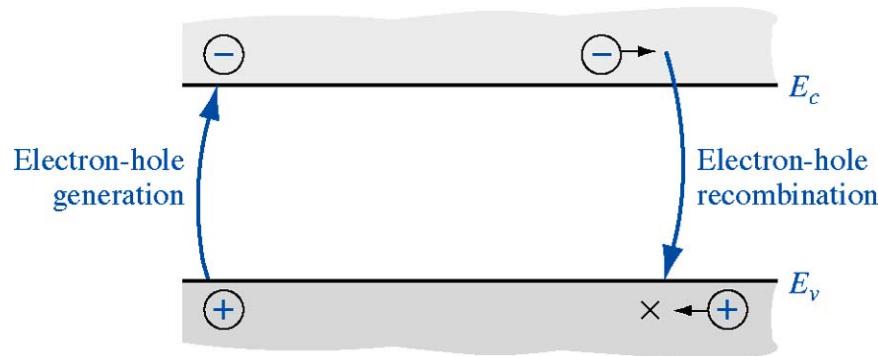
Phénomènes de Génération - Recombinaison

- Loi d'action de masse:
 - À l'équilibre thermodynamique: $np = n_i^2$
 - Hors équilibre: apparition de phénomènes de Génération - Recombinaison en excès
 - création ou recombinaison de porteurs : *rate*
Unité $[g]=[r]=\text{s}^{-1}\text{cm}^{-3}$
 - Taux net de recombinaison:

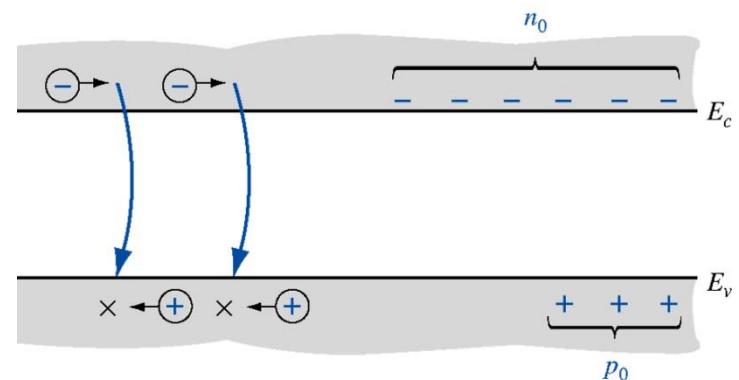
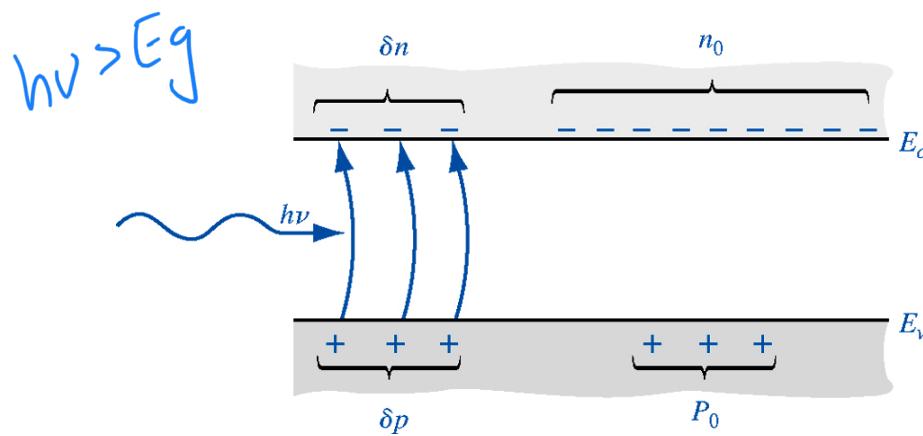
$$g' - r' = g + g_{th} - r' = g - r \quad \text{avec} \quad r = r' - g_{th}$$

externe interne

Phénomènes de Génération - Recombinaison



À l'équilibre le taux de génération g est égal au taux de recombinaison r
Si $T=0K$, $g = r = 0$.



Recombinaison: 2 « chemins » possibles (1)

type n: $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} = n$ $n_i = 10^{10} (\text{Zok})$

$$p = \frac{n_i^2}{\tau_h} = 10^2 \text{ cm}^{-3} \quad \Delta n = \Delta p = 10^{11}$$

- Recombinaison directe électron-trou
 - Processus fonction du nombre d'électron et de trous

τ_p : life time, durée de vie

$$r_p = \frac{\Delta p}{\tau_p} \qquad r_n = \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

- Exemple: type n +excitation lumineuse en faible injection (
ie $\Delta n = \Delta p \ll n_0$)

$$p = p_0 + \underline{\Delta p}$$

$$n = \underline{n_0} + \Delta n \approx n_0$$

- *En régime de faible injection le nombre de porteurs majoritaires n'est pas affecté.*

$$p = 10^2 + 10^{11} = 10^{11} = \Delta p. \quad n = 10^{18} + 10^{11} = 10^{18} = n_0.$$

Recombinaison: 2 « chemins » possibles (2)

- Recombinaison par centres de recombinaison:
 - En général ces centres se trouvent en milieu de bande interdite
 - Le taux de recombinaison s'écrit:

$$r = \frac{1}{\tau_m} \frac{np - n_i^2}{2n_i + p + n}$$

Équation de Shockley-Read

où τ_m est caractéristique du centre recombinant

- Si les 2 processus s'appliquent:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_m} + \frac{1}{\tau_{n(p)}}$$

Recombinaison: 2 « chemins » possibles (3)

- Si semi-conducteur peu dopé: on applique SR
- Si semi-conducteur dopé n:

$$r_p = \frac{\Delta p}{\tau} \quad \text{Avec} \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_m} + \frac{1}{\tau_p}$$

- Si région « vide » de porteurs (ex: ZCE)

$$r = \frac{1}{\tau_m} \frac{\cancel{n}_p - n_i^2}{2n_i + \cancel{n} + \cancel{n}}$$

$$r = -\frac{n_i}{2\tau_m} < 0$$

Taux net de génération.
Création de porteurs

Type P

Excitation lumineuse

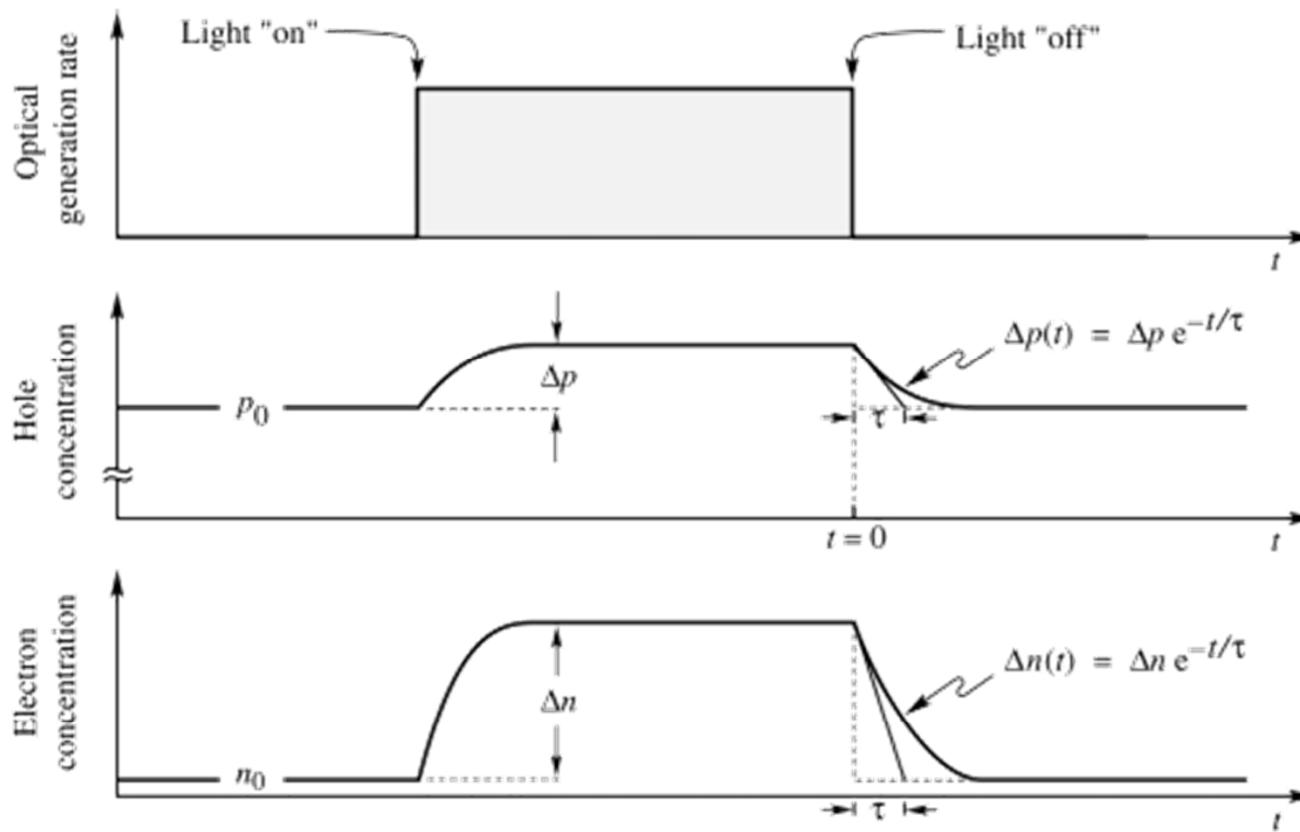


Fig. 1.2. Carrier concentration as a function of time before, during, and after an optical excitation pulse. The semiconductor is assumed to be p-type and thus it is $p_0 \gg n_0$. Electrons and holes are generated in pairs, thus $\Delta p = \Delta n$. Under low-level excitation shown here, it is $\Delta n \ll p_0$. In most practical cases the equilibrium minority carrier concentration is extremely small so that $n_0 \ll \Delta n$.

Recombinaison radiative et non radiative

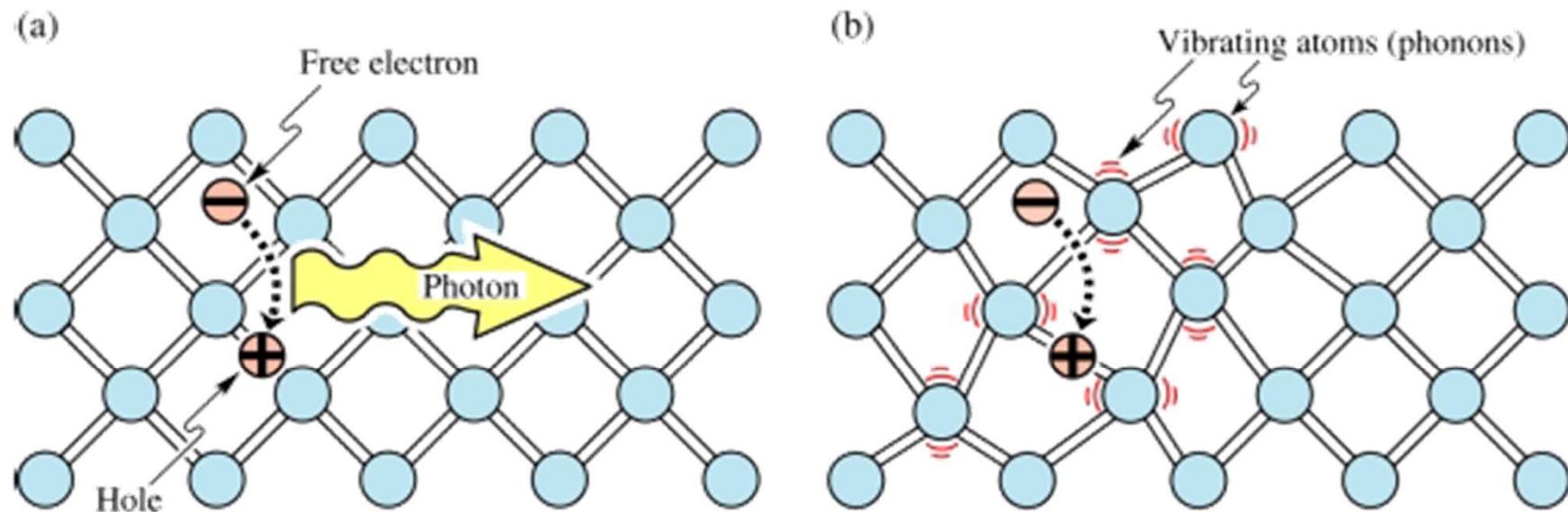


Fig. 1.5. (a) Radiative recombination of an electron-hole pair accompanied by the emission of a photon with energy $h\nu \approx E_g$. (b) In non-radiative recombination events, the energy released during the electron-hole recombination is converted to phonons (adopted from Shockley, 1950).

Recombinaisons de surface

Nonradiative recombination at surfaces

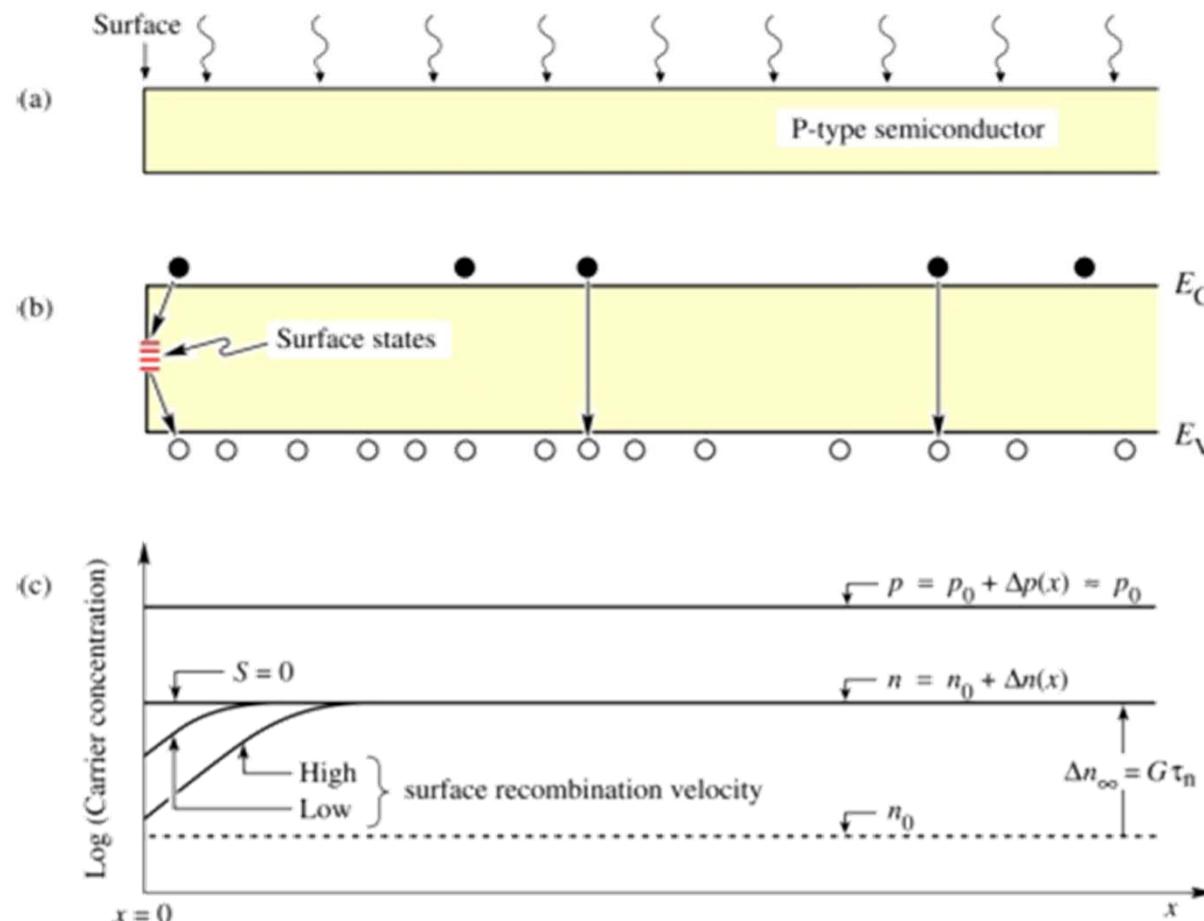


Fig. 1.9. (a) Illuminated p-type semiconductor, (b) band diagram, and (c) minority and majority carrier concentration near the surface assuming uniform carrier generation due to illumination. The excess carrier concentrations are Δn and Δp .

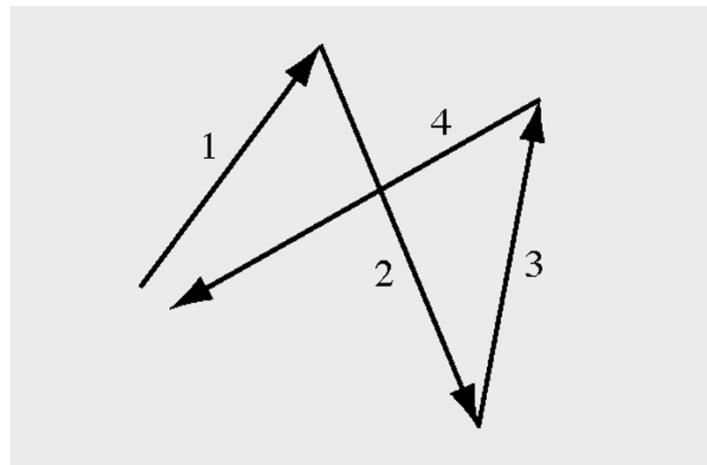
Courants dans les SC

- Courant de conduction: présence de champ électrique
 - Si $E=0$, vitesse des électrons=vitesse thermique (10^7 cm/s) mais => vitesse **moyenne** nulle car chocs (« scattering ») avec le réseau + impuretés.
 - Libre parcours moyen (« mean free path »):

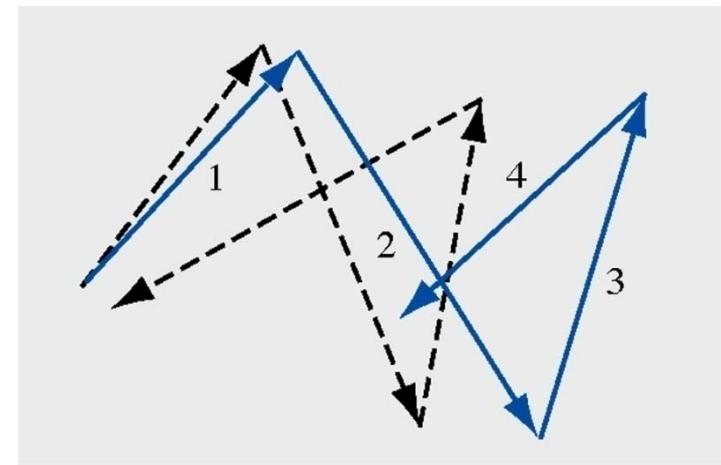
$$l = v_{th} \cdot \tau \approx 100 \text{ \AA}^\circ$$

$$\tau \approx 0.1 \text{ ps}$$

Vitesse de dérive (« drift velocity »)



(a)



(b)

Courants dans les SC

- Courant de conduction: présence de champ électrique
 - Entre deux chocs, les électrons sont accélérés uniformément suivant
 - Accélération:

$$\gamma = -qE / m^*$$

- Vitesse:

$$v = -qE\tau / m^* = \pm \mu E$$

- Mobilité:

$$\mu = |q\tau / m^*|$$

Si : $1500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
GaAs: $8500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
 $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$: $11000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$

Courants dans les SC

- La densité de courant de conduction s'écrit:

- Pour les électrons:

$$\vec{J}_{cn} = -ne\vec{v}_n = ne\mu_n \vec{E}$$

- Pour les trous:

$$\vec{J}_{cp} = +pe\vec{v}_p = pe\mu_p \vec{E}$$

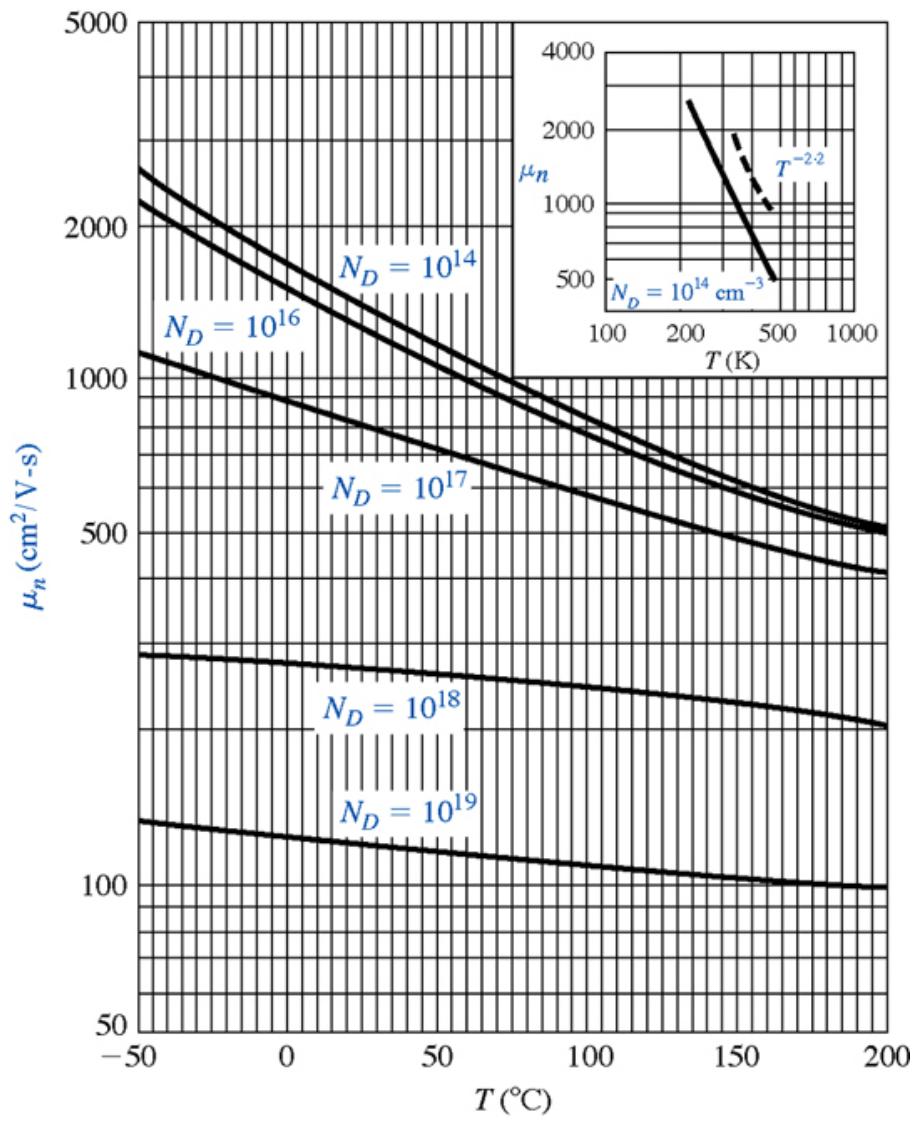
- Pour l'ensemble:

$$\vec{J}_{ctotal} = \vec{J}_n + \vec{J}_p = (ne\mu_n + pe\mu_p) \vec{E}$$

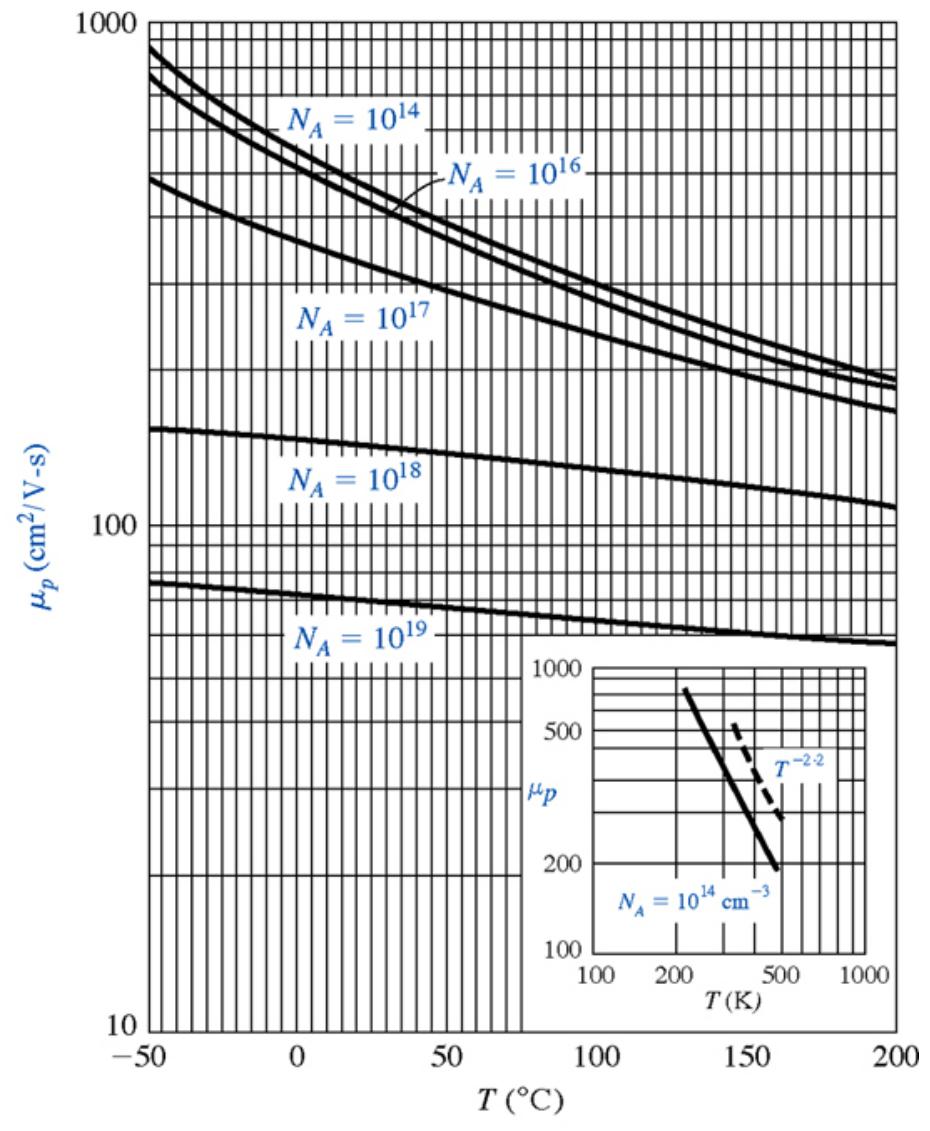
Courants dans les SC

- Importance de la mobilité sur les composants
 - Mobilité la plus élevée possible
 - => vitesse plus grande pour un même E
 - Facteurs limitants:
 - Dopage
 - Défauts (cristallins, structuraux, ...)
 - Température
 - Champ électrique de saturation + géométrie

Variation mobilité en fonction de la température

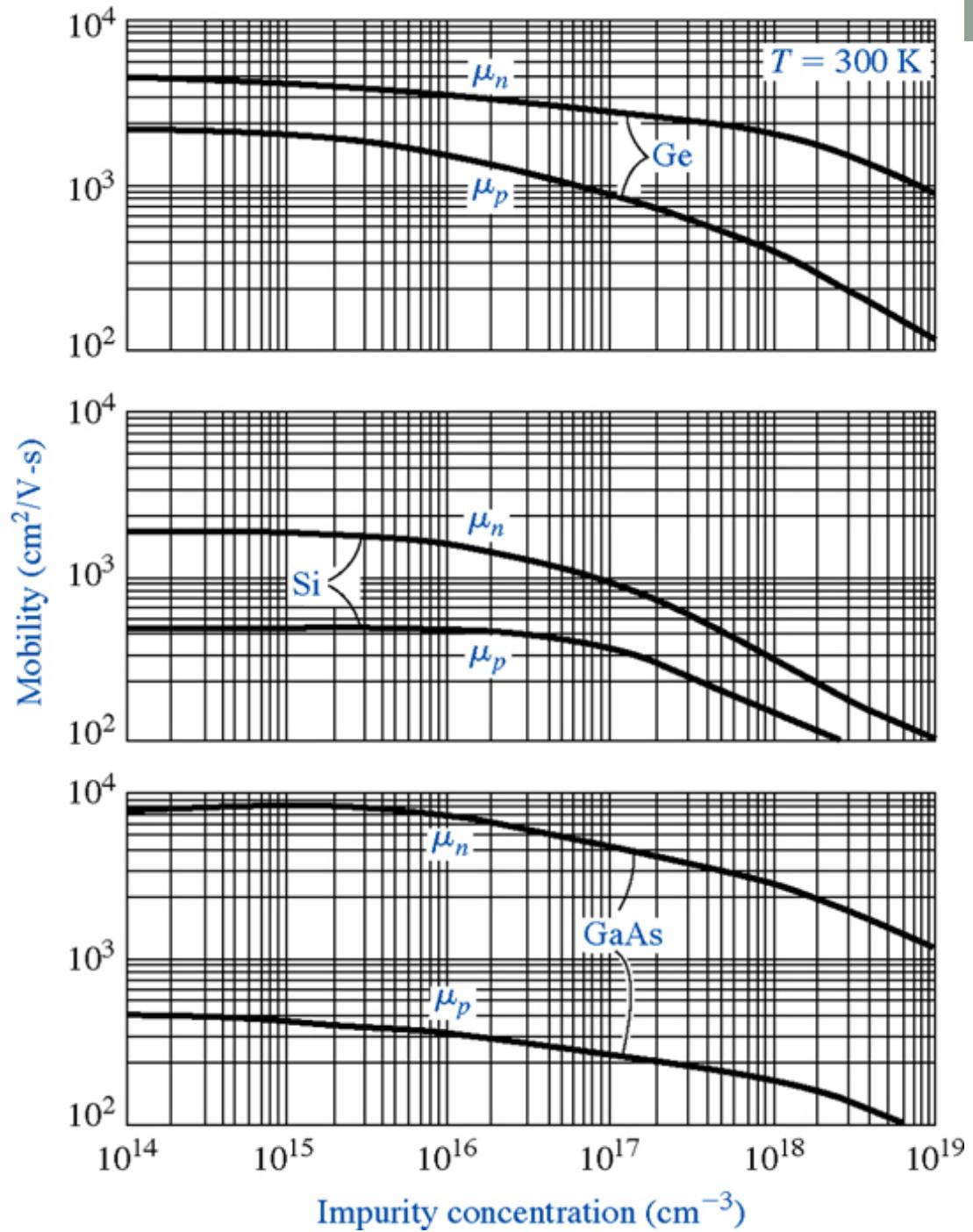


(a)



(b)

Variation de la mobilité en fonction de la concentration en dopants



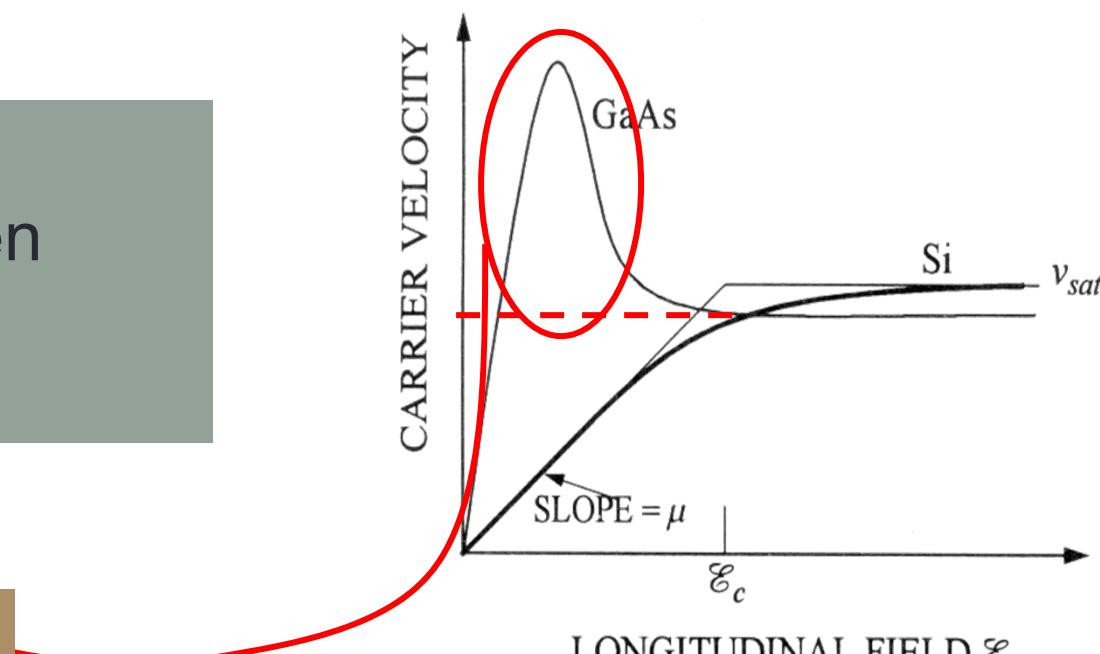
Courants dans les SC

- Vitesse de saturation des électrons
- La relation linéaire vitesse – champ valide uniquement pour:
 - Champ électrique pas trop élevé
 - Porteurs en équilibre thermique avec le réseau
- Sinon:
 - Au-delà d'un champ critique, saturation de la vitesse
 - Apparition d'un autre phénomène: « velocity overshoot » pour des semiconducteurs multivallée.
 - Régime balistique: pour des dispositifs de dimensions inférieures au libre parcours moyen ($0.01\mu\text{m}$)

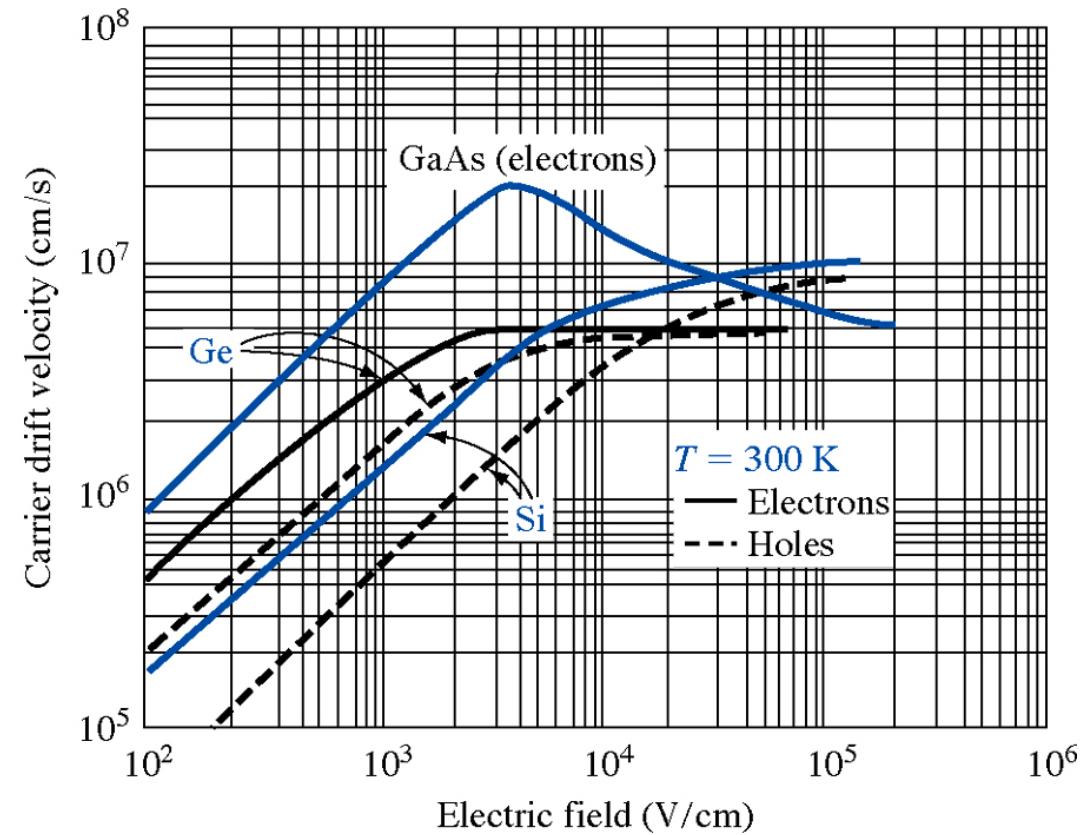
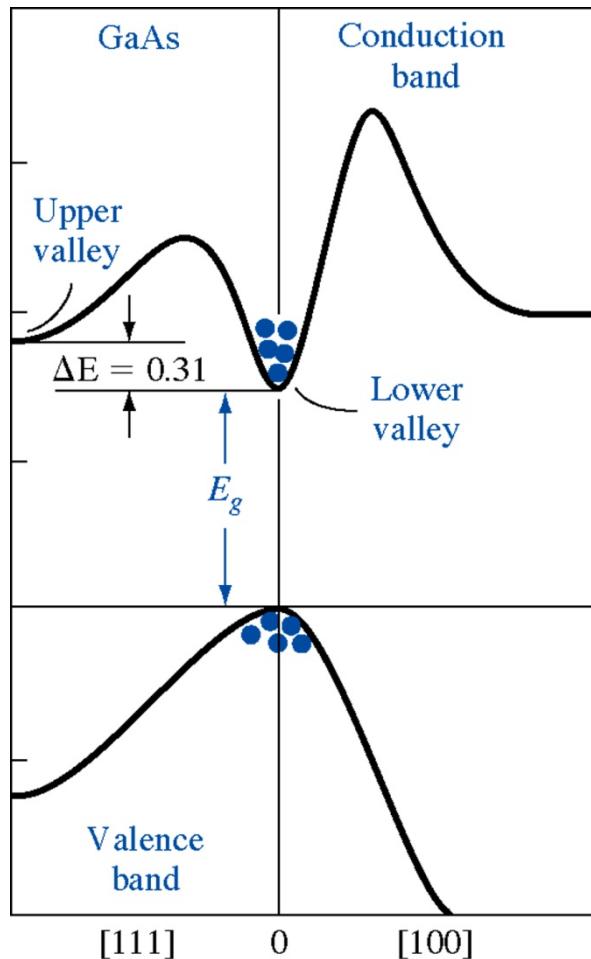
Vitesse de saturation

Différents comportement en fonction du SC

Survitesse
(*« overshoot »*)



Survitesse dans le cas de SC multi vallées



Courants dans les SC

- Courant de diffusion:
 - Origine: gradient de concentration
 - Diffusion depuis la région de forte concentration vers la région de moindre [].
 - 1° loi de Fick:

$$n_D^x = -D_n \frac{dn}{dx}$$

nb d'e⁻ qui diffusent par unité de temps et de volume (flux)

$$p_D^x = -D_p \frac{dp}{dx}$$

nb de h⁺ qui diffusent par unité de temps et de volume (flux)

Courants dans les SC

- Courant de diffusion: somme des deux contributions (électrons et trous):

$$J_{diff} = e(-n_D^x + p_D^x) = eD_n \frac{dn}{dx} - eD_p \frac{dp}{dx}$$

- Constante ou coefficient de diffusion

$$[D_{n,p}] = \text{cm}^2/\text{s.}$$

Courants dans les SC

- Courant total: somme des deux contributions (si elles existent) de conduction et diffusion:

$$\begin{aligned} J_T &= J_{cond} + J_{diff} = J_n + J_p \\ J_T &= (ne\mu_n + pe\mu_p)E + e(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx}) \end{aligned}$$

- D et μ expriment la faculté des porteurs à se déplacer. Il existe une relation entre eux: *relation d'Einstein*:

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e}$$

Équations de continuité – longueur de diffusion

- G et R altèrent la distribution des porteurs donc du courant

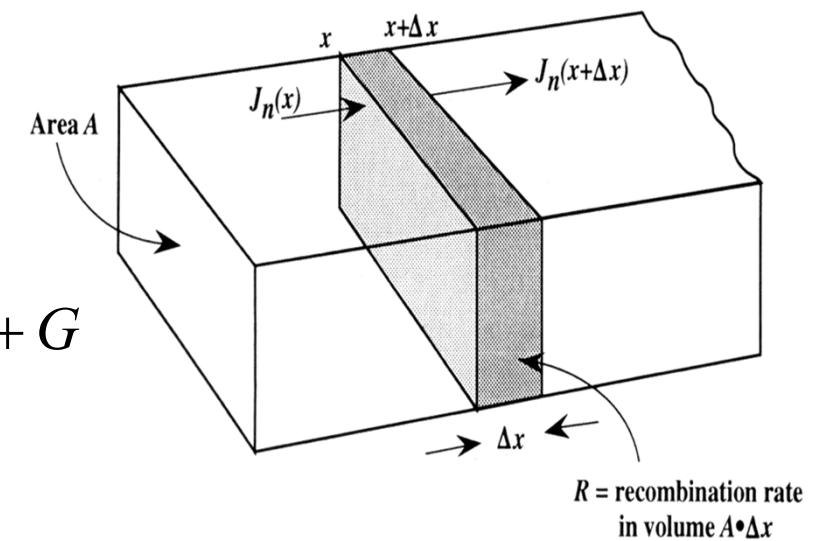
$$A\Delta x \frac{dn(x,t)}{dt} = A \left[\frac{J_n(x + \Delta x)}{e} - \frac{J_n(x)}{e} \right] - R + G$$

$$A\Delta x \frac{dn(x,t)}{dt} \cong A \frac{dJ_n(x)}{dx} \frac{\Delta x}{e} - R + G$$

- On obtient alors les **équations de continuité** pour les électrons et les trous:

$$\frac{dn(x,t)}{dt} = \frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} - r_n + g_n$$

$$\frac{dp(x,t)}{dt} = -\frac{1}{e} \frac{dJ_p}{dx} - r_p + g_p$$



Équations de continuité – longueur de diffusion

- *Exemple:* cas où le courant est ***exclusivement du à de la diffusion:***

$$J_n(\text{diff}) = eD_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_p(\text{diff}) = -eD_p \frac{dp}{dx}$$



$$\frac{dn}{dt} = D_n \frac{d^2n}{dx^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

$$\frac{dp}{dt} = D_p \frac{d^2p}{dx^2} - \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

Équations de continuité – longueur de diffusion

- En régime stationnaire, les dérivées par rapport au temps s'annulent:

$$\frac{d^2(n - n_0)}{dx^2} = \frac{n - n_0}{D_n \tau_n} = \frac{n - n_0}{L_n^2}$$

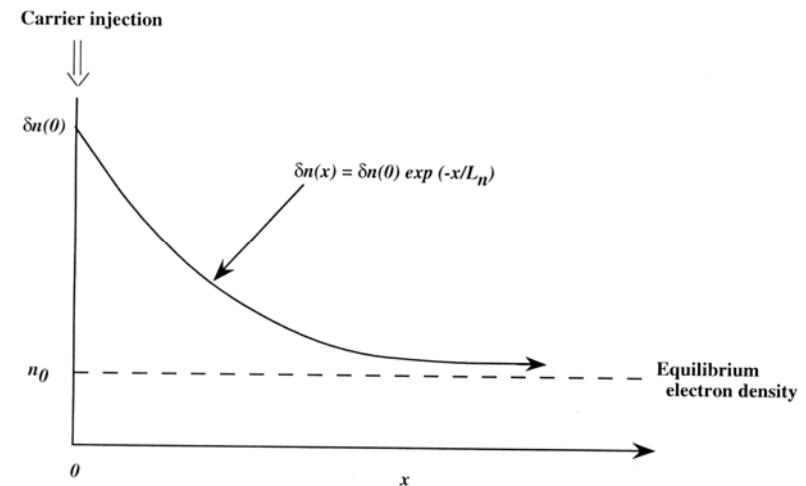
$$\frac{d^2(p - p_0)}{dx^2} = \frac{p - p_0}{D_p \tau_p} = \frac{p - p_0}{L_p^2}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

- Solutions:

$$\Delta n(x) = (n(x) - n_0) = \Delta n(0) e^{-x/L_n}$$



- Longueur de diffusion:** représente la distance moyenne parcourue avant que l'électron ne se recombine avec un trou (qq microns voire qq mm)
- L_n ou $L_p \gg$ aux dispos VLSI
- R et G jouent un petit rôle sauf dans qq cas précis* (Taur et al)

Équation de Poisson

- Elle est dérivée de la première équation de Maxwell. Elle relie le potentiel électrique et la densité de charge:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{dE}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{sc}}$$

- Dans les SC, deux types de charges (fixes et mobiles):

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \left[p(x) - n(x) + N_D^+(x) - N_A^-(x) \right]$$



*Charge mobiles
(électrons et trous)*



*Charges fixes
(dopants ionisés)*

Longueur de Debye

- Si on écrit l'équation de Poisson dans un type n en exprimant n en fonction de ϕ_{Fi} :

$$\frac{d^2\Phi_{Fi}}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \left[N_d(x) - n_i e^{e\Phi_{Fi}/kT} \right]$$

- Si $N_d(x) \Rightarrow N_d + \Delta N_d(x)$, alors Φ_{Fi} est modifié de $\Delta\Phi_{Fi}$

en remarquant que: $V(x) = \Phi_{Fi} + cte$

$$\frac{d^2\Delta\phi_{Fi}}{dx^2} - \frac{e^2 N_d}{\epsilon_{sc} kT} \Delta\phi_{Fi} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \Delta N_d(x)$$

Longueur de Debye

- Signification physique?
 - Solution de l'équation différentielle du 2° degré:

$$\Delta\phi_{Fi} = A \exp - \frac{x}{L_D} \quad \text{avec} \quad L_D = \sqrt{\frac{\epsilon_{sc} kT}{e^2 N_D}}$$

- La « réponse » des bandes n'est pas *abrupte* mais « prend » quelques L_D (si $N_d=10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $L_D=0.04\mu\text{m}$). Dans cette région, *présence d'un champ électrique* (neutralité électrique non réalisée)

Temps de relaxation diélectrique

- Comment évolue dans le temps la densité de *porteurs majoritaires* ?
 - Équation de continuité (R et G négligés):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial J_n}{\partial x} \quad \text{or} \quad J_n = \sigma E = E / \rho_n \quad \text{et} \quad \frac{\partial E}{\partial x} = -en / \epsilon_{sc}$$

d'où

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n}{\rho_n \epsilon_{sc}}$$

Solution: $n(t) \propto \exp(-t / \rho_n \epsilon_{sc})$

$$\tau = \rho_n \epsilon_{sc}$$

Temps de relaxation diélectrique (10^{-12} s)

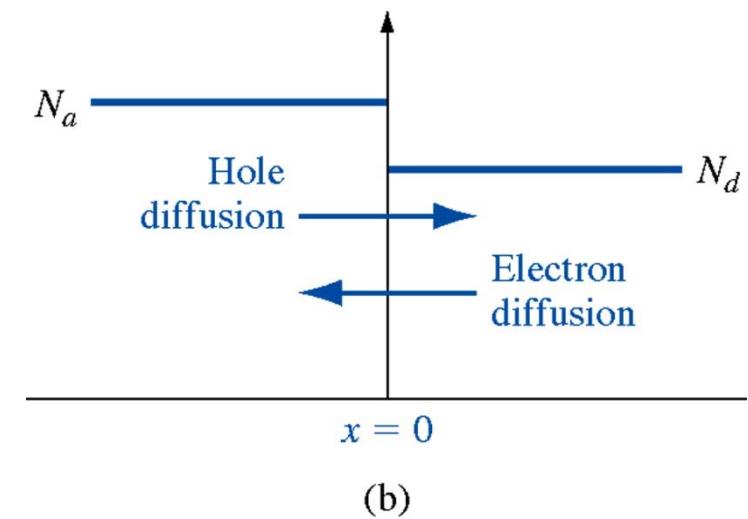
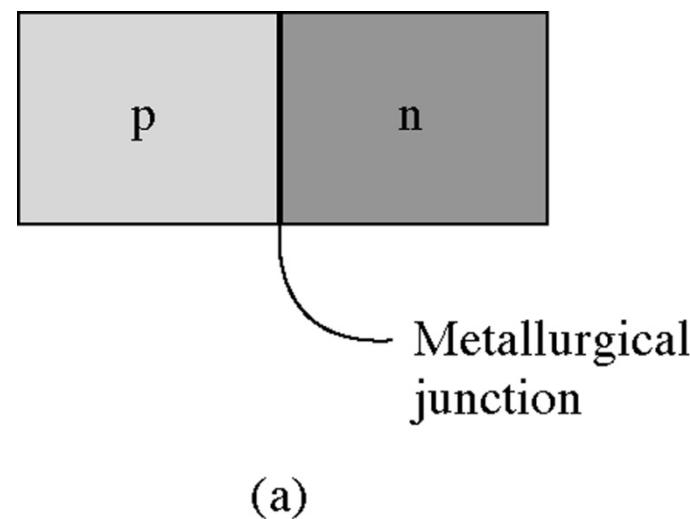
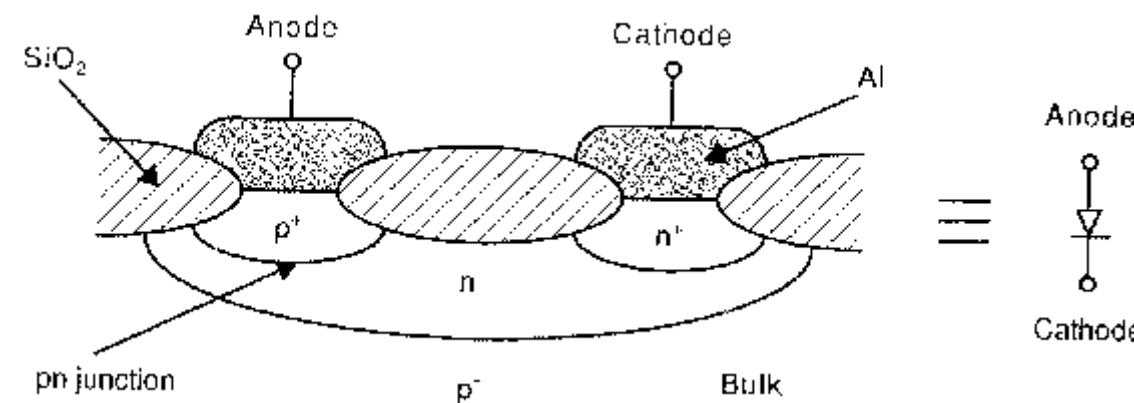
CHAP 12

Homo-jonction à semi-conducteur

Homojonction PN

- Composant à réponse non linéaire
- Dispositifs redresseur ou « rectifier devices »
- 2 types pour arriver au « même » résultat:
 - Jonction PN (notre propos)
 - Jonction à contact Schottky (chapitre suivant)

Mécanisme de formation de la jonction PN



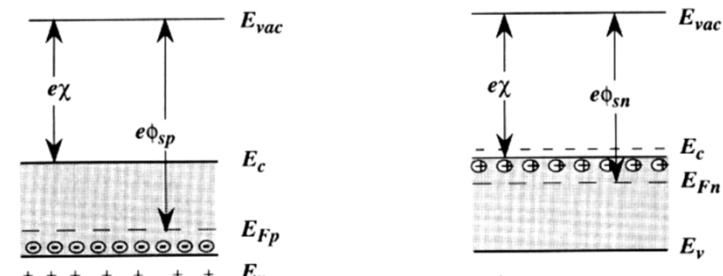
Mécanisme de formation de la jonction PN

• *Processus de mise à l'équilibre*

1^o phase : processus de diffusion

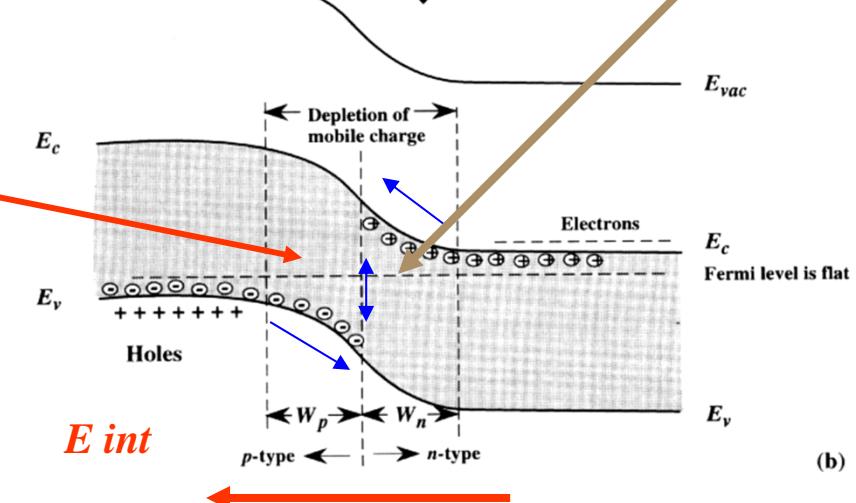
*2^o phase : Apparition d'un E interne:
équilibre la diffusion*

*Niveau de Fermi aligné:
équilibre thermodynamique*



(a)

*Recombinaison de
paires e-h*



(b)

- *Tension de diffusion V_D ou « built in potential V_{bi} »*

- Définition : différence de potentiel entre la région N et la région P

$$V_D = V_{bi} = V_N - V_P$$

Equation du courant de trous: $J_p(x) = e \left[\mu_p p(x) E(x) - D_p \frac{dp(x)}{dx} \right] = 0$

Soit encore $\frac{\mu_p}{D_p} E(x) = \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx}$ ou $\frac{-e}{kT} \frac{dV(x)}{dx} = \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx}$

En intégrant de la région P à la région N: $V_D = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{p_p}{p_n}\right)$

Soit finalement: $V_D = V_{bi} = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$

• Champ, potentiel et largeur de zone d'espace (1)

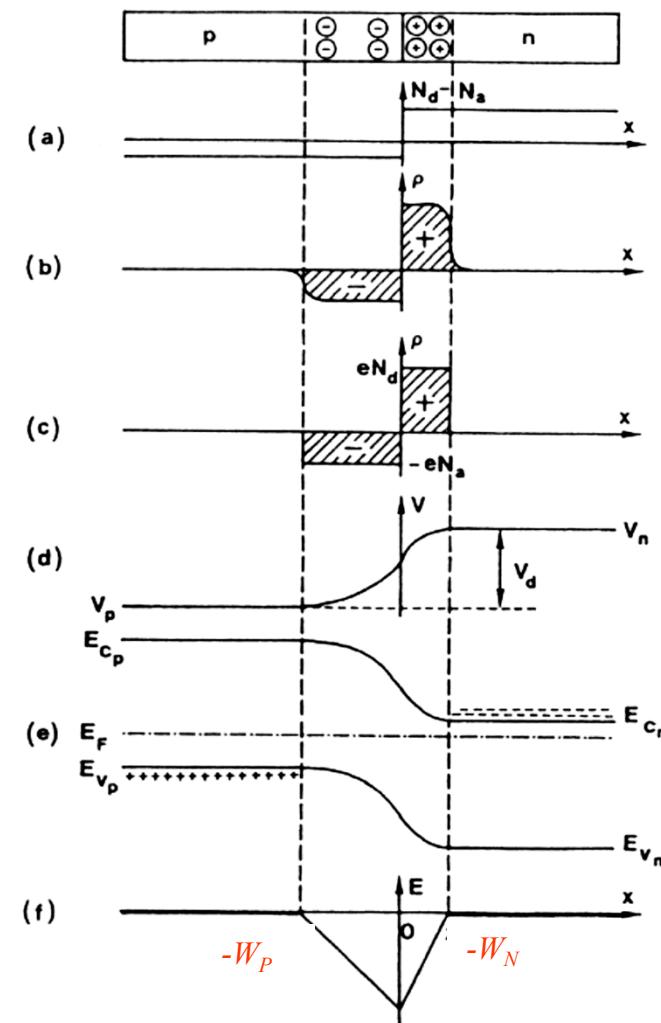
• *Equation de Poisson:*

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{sc}}$$

■ *Dans la région N et P:*

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} N_D \quad 0 < x < W_N$$

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = +\frac{e}{\epsilon_{sc}} N_A \quad -W_P < x < 0$$



•Champ, potentiel et largeur de zone d'espace (2)

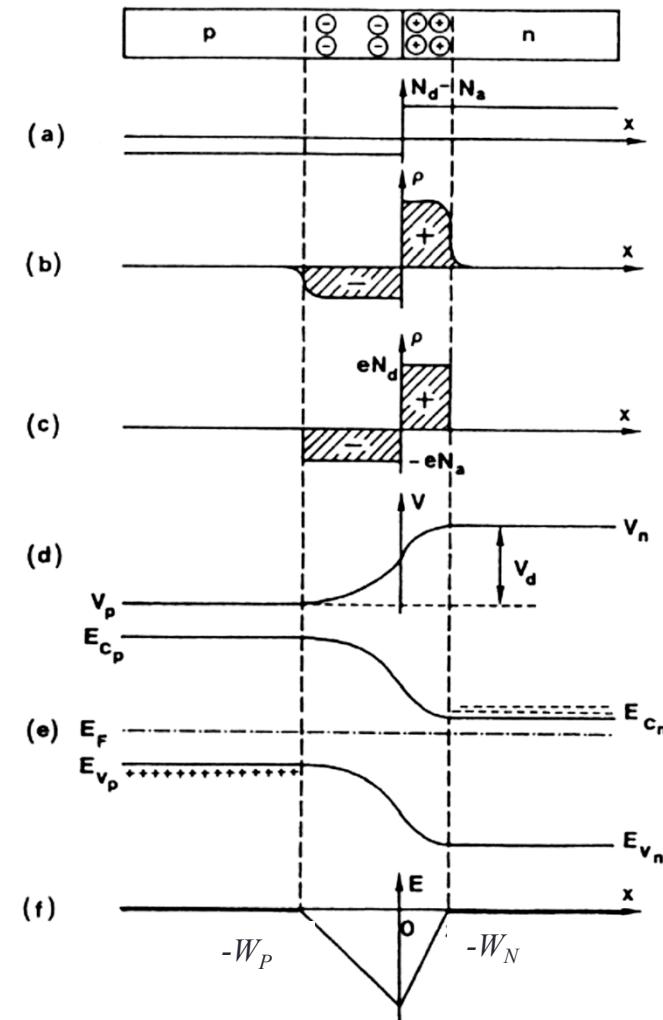
- Champ électrique $E(x)$

$$E_n(x) = +\frac{eN_D}{\epsilon_{sc}}(x - W_N) \quad E_P(x) = -\frac{eN_A}{\epsilon_{sc}}(x + W_P)$$

- Continuité du champ en $x=0$:

$$N_D W_N = N_A W_P$$

$$E_M = -\frac{eN_D W_N}{\epsilon_{sc}} = -\frac{eN_A W_P}{\epsilon_{sc}}$$



•Champ, potentiel et largeur de zone d'espace (3)

■ Potentiel électrique $E(x)$

$$V_n(x) = -\frac{eN_D}{2\varepsilon_{sc}}(x - W_N)^2 + V_n$$

$$V_p(x) = \frac{eN_A}{2\varepsilon_{sc}}(x + W_P)^2 + V_p$$

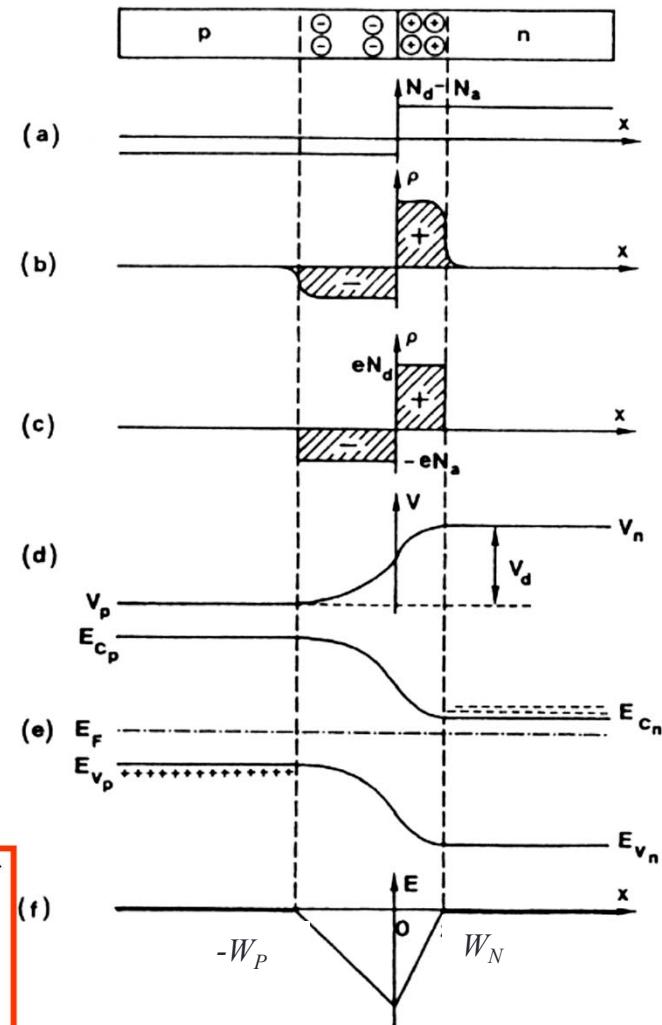
■ Zone de charge d'espace (ZCE)

$$V_n(0) = V_p(0) \Rightarrow -\frac{eN_D W_n^2}{2\varepsilon_{sc}} + V_n = \frac{eN_A W_p^2}{2\varepsilon_{sc}} + V_p$$

$$W_p(V_{bi}) = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{sc}}{e} \frac{N_D}{N_A(N_A + N_D)} V_{bi}}$$

$$W_n(V_{bi}) = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{sc}}{e} \frac{N_A}{N_D(N_A + N_D)} V_{bi}}$$

$$W(V_{bi}) = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{sc}}{e} \frac{N_D + N_A}{N_A N_D} V_{bi}}$$



Attention: tout ce que l'on vient de voir était pour $V=0$. Lorsque la diode est polarisée par une tension V sur P, V_{bi} doit être remplacée par $V_{bi} - V$

Jonction PN sous polarisation

- Cette polarisation va rompre l'équilibre entre les forces de diffusion et de conduction: => apparition d'un courant ?

- Hypothèses simplificatrices:
 - ZCE vide de porteurs
 - Faible injection
 - Approximation de Boltzmann
 - Toute la tension V_A appliquée sur la jonction
 - Pas de phénomènes de Génération - Recombinaison

Jonction PN sous polarisation

À l'équilibre, courant nul \Leftrightarrow deux composantes (diff et cond) s'opposent. Pris à part , l'ordre de grandeur de ces composantes 10^4 A/cm^2 (soit 1A pour diode typique) or en faible injection I est de l'ordre de qq mA à qq 10 mA

- **Approximation de Boltzmann:** L'approximation de Boltzmann consiste à dire que la résultante des courants étant *faible devant les composantes de ce courant*, on considère que l'on est encore en quasi-équilibre et donc que l'équation du courant est encore valide en remplaçant V_d par $V_d - V_a$:

$$\frac{-e}{kT} \frac{dV(x)}{dx} = \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx}$$

Densité de porteurs injectés à la frontière de la ZCE

- Si $V_A = 0$

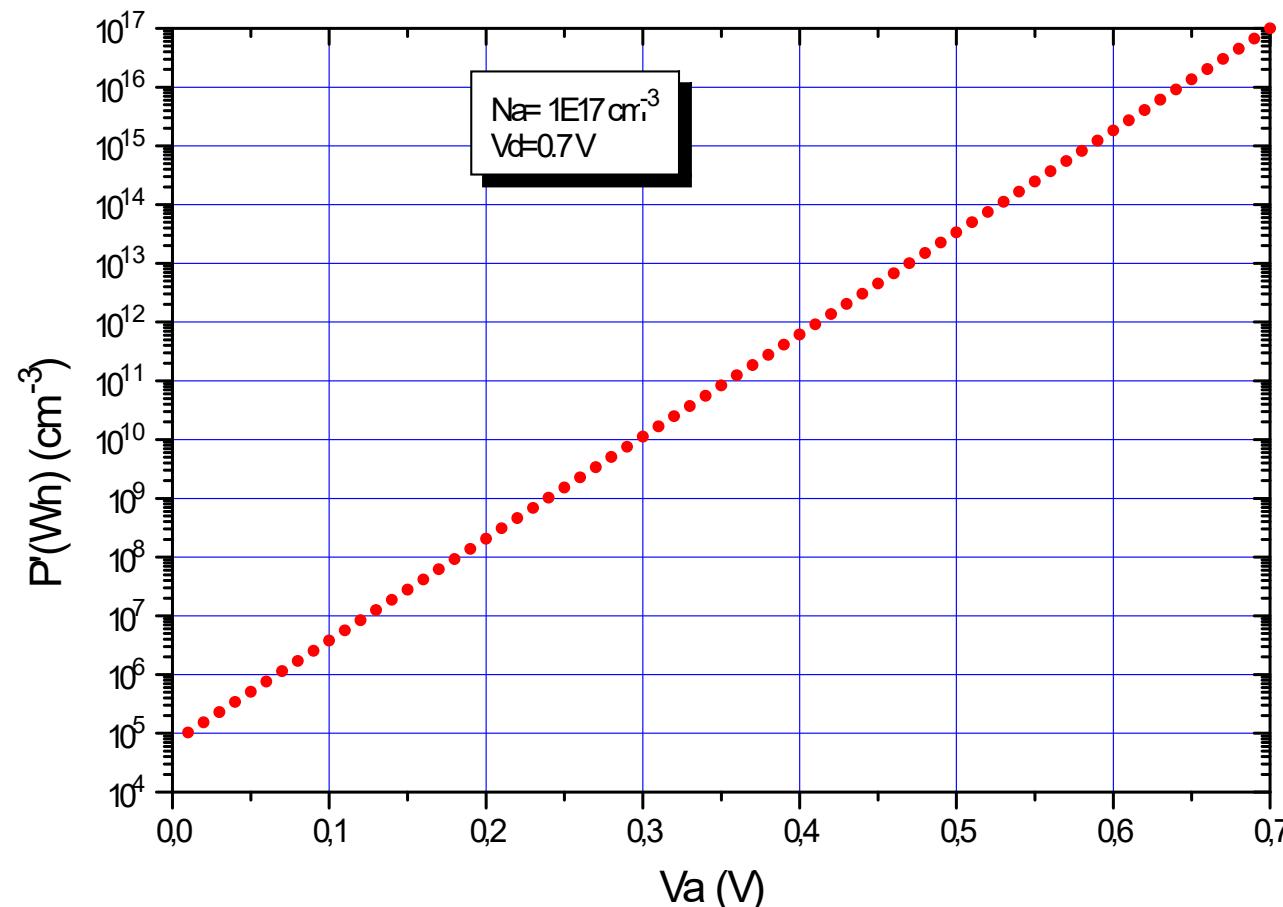
$$\frac{p(W_N)}{p_p} = \frac{p_n}{p_p} = \exp\left(-\frac{eV_{bi}}{kT}\right)$$

- Si $V_A \neq 0$ $\frac{p'(W_N)}{p_p} = \frac{p'_n}{p_p} = \exp\left(-\frac{e(V_{bi} - V_A)}{kT}\right) = \frac{p_n}{p_p} \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right)$

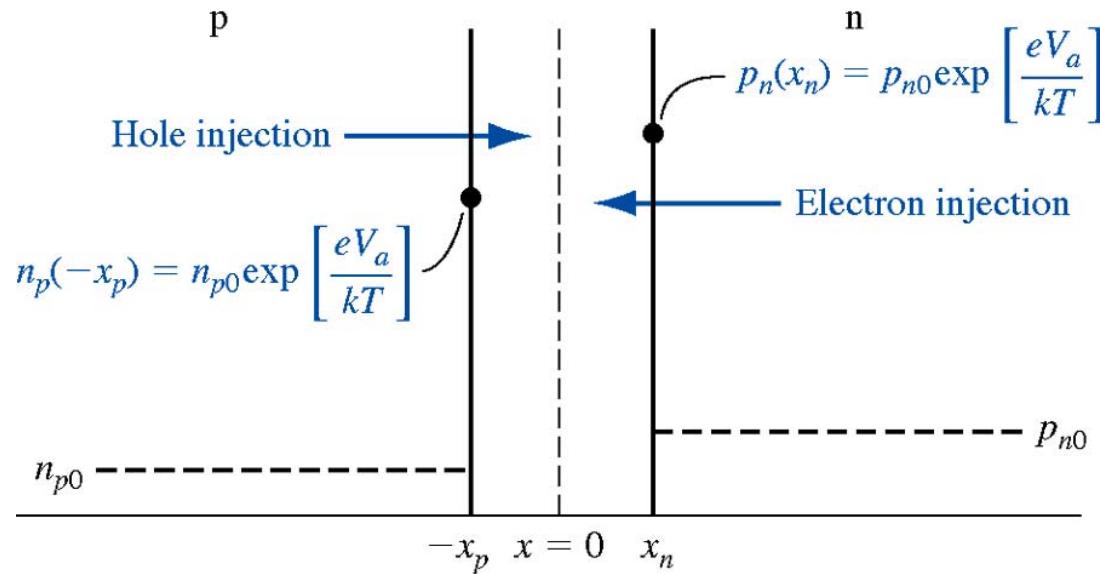
$$p'_n = p_n \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right) = \frac{n_i^2}{N_D} \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right) \quad n'_p = n_p \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right) = \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right)$$

$$n'_p * p_p = p'_n * n_n = n_i^2 \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right)$$

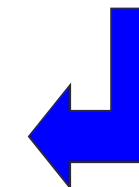
Variation de la densité de trous injectés en fonction de V_a



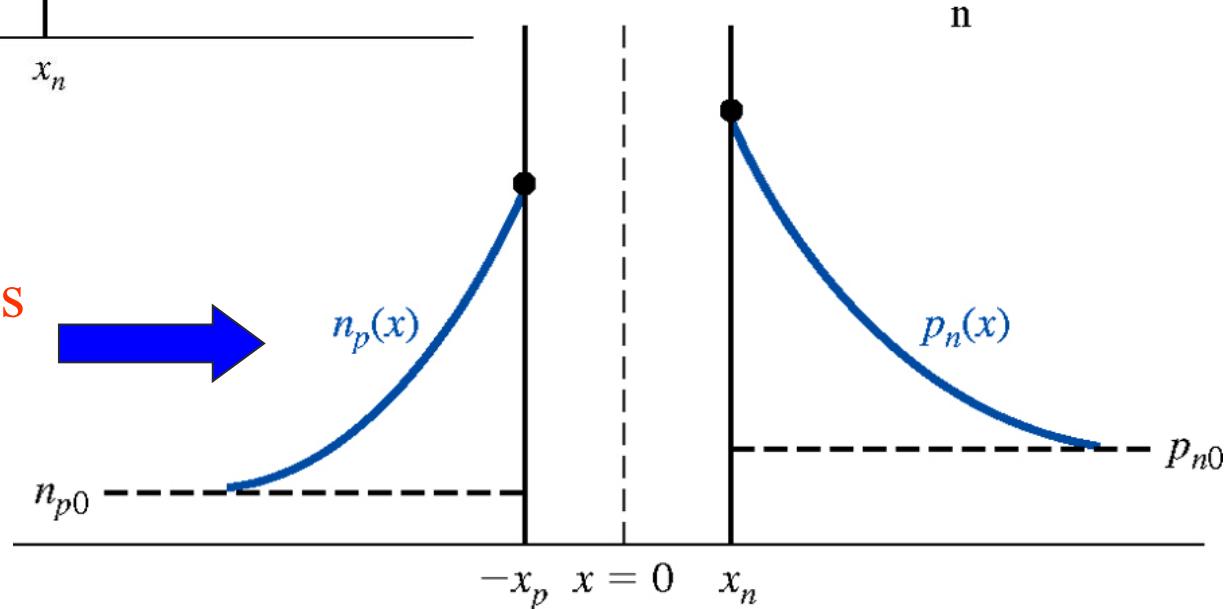
Injection de porteurs



En polarisation directe,
phénomènes de diffusion



Une fois injectés, les
porteurs diffusent



Distribution des porteurs dans les régions neutres

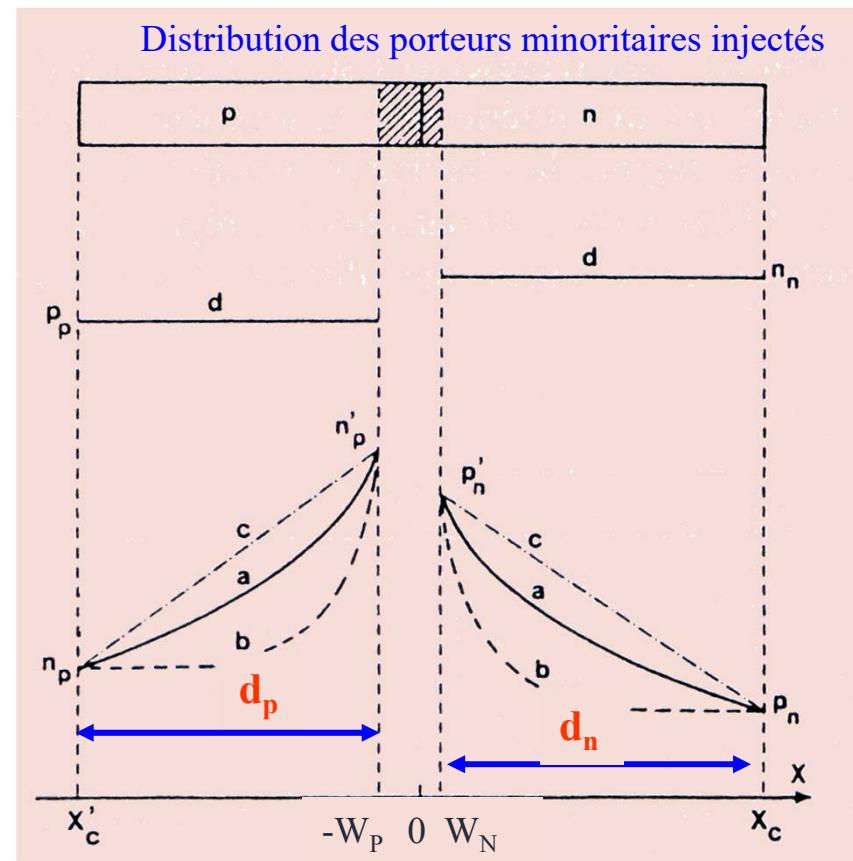
- Une fois les porteurs injectés, ils vont diffuser dans la région neutre et se recombiner avec les porteurs majoritaires

$$J_p(x) = -eD_p \frac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p - p_n}{\tau_p}$$

- La distribution va être fonction de la géométrie de la région

$$p - p_n = A e^{-x/L_p} + B e^{+x/L_p}$$

- Les paramètres discriminatoires : la **longueur de diffusion** $L_{Dn,p}$ des électrons et des trous et la **largeur des régions neutres** $d_{n,p}$



a: région qcq, b: longue, c:courte,

Distribution des porteurs dans les régions neutres

- Régions longues ($d_{n,p} \gg L_{p,n}$)

$$p'(x) - p_n = p_n (e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1) e^{(W_N - x)/L_p}$$

$$n'(x) - n_p = n_p (e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1) e^{(x + Wp)/L_n}$$

- Régions courtes ($d_{n,p} \ll L_{p,n}$)

$$p'(x) - p_n = \frac{p_n}{d_n} (e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1) (x_c - x)$$

$$n'(x) - n_p = \frac{n_p}{d_p} (e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1) (x'_c + x)$$

- Régions qcq

$$p'(x) - p_n = \frac{p_n}{sh(\frac{d_n}{L_p})} (e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1) sh\left[\frac{(x_c - x)}{L_p}\right]$$

$$n'(x) - n_p = \frac{n_p}{sh(\frac{d_p}{L_n})} (e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1) sh\left[\frac{(x' + x'_c)}{L_n}\right]$$

Courant de porteurs minoritaires dans les régions neutres

- La distribution connue, on peut facilement calculer le courant qui est un **courant de diffusion**:

$$J_p(x) = -eD_p \frac{dp(x)}{dx} \quad J_n(x) = eD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

- Hypothèse : **pas de Phénomènes de G-R dans la ZCE**

$$J(V) = J_p(-W_p) + J_n(W_p) = J_p(W_n) + J_n(-W_p)$$

- On obtient la formule classique:

$$J(V) = J_S(e^{eV/kT} - 1)$$

*J_S est le courant de saturation de la diode,
ou courant inverse théorique*

Courant de porteurs minoritaires dans les régions neutres

- Régions courtes

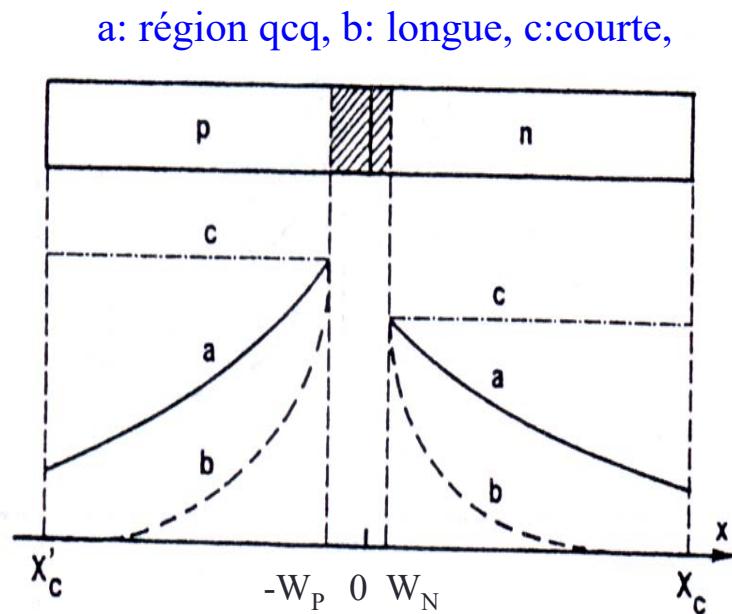
$$J_S = \frac{en_i^2 D_P}{N_D d_n} + \frac{en_i^2 D_n}{N_A d_p}$$

- Régions longues

$$J_S = \frac{en_i^2 D_P}{N_D L_P} + \frac{en_i^2 D_n}{N_A L_n}$$

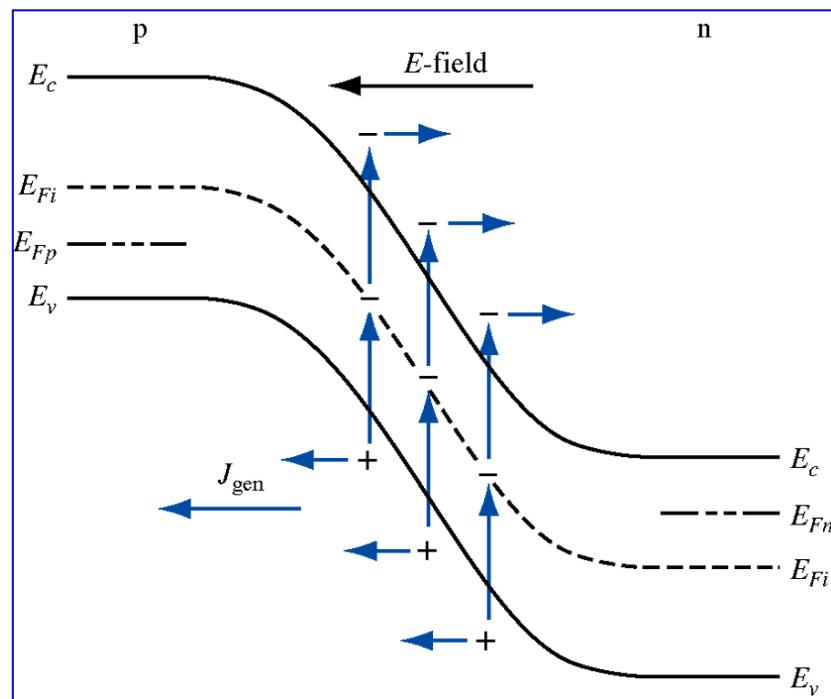
- Régions qcq

$$J_S = \frac{en_i^2 D_P}{N_D L_P \operatorname{th}\left(\frac{d_n}{L_P}\right)} + \frac{en_i^2 D_n}{N_A L_n \operatorname{th}\left(\frac{d_p}{L_n}\right)}$$

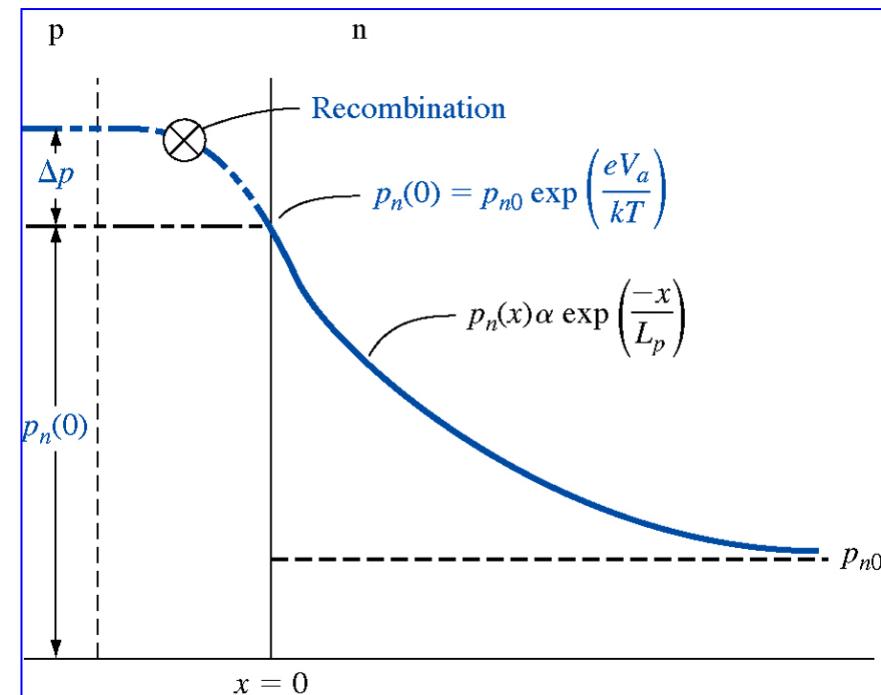


Courant de porteurs minoritaires

Génération –recombinaison dans la ZCE



Génération en inverse



Recombinaison en direct

La diode réelle : Phénomènes de génération-recombinaison dans la ZCE

- On affine le modèle \Leftrightarrow on tient compte de la G-R dans la ZCE
- Mécanisme connu (Shockley-Read)

$$r = \frac{1}{\tau} \frac{pn - n_i^2}{2n_i + p + n}$$

- On sait également que $p(W_N)n(W_N) = p(W_P)n(W_P) = n_i^2 \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right)$
- Si on suppose np constant dans la ZCE et $\gg n_i^2$ (en polarisation directe), le taux r est max pour $n=p$, soit encore

$$r_{\max} = \frac{n_i}{2\tau} \exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right)$$

La diode réelle : Phénomènes de génération-recombinaison dans la ZCE

- Le courant de génération recombinaison dans la ZCE s'écrit alors:

$$\cancel{\frac{dn}{dt}} = \frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} + \cancel{g} - r \Leftrightarrow 0 = \frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} - r \Rightarrow dJ_n = erdx \quad J_{GR} = e \int_{W_P}^{W_N} r dx$$

- En polarisation inverse ($pn \ll n_i^2$), le taux est négatif ($r = -\frac{n_i}{2\tau} < 0$) et devient un taux net de génération
- En polarisation directe , le taux est $r_{max} = cte$ et le courant est un courant de recombinaisons.

La diode réelle : Phénomènes de génération-recombinaison dans la ZCE

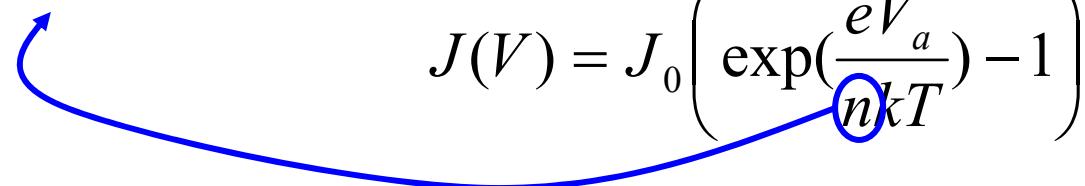
- Le courant de génération recombinaison dans la ZCE s'écrit alors:

$$J_{GR} = J_{GR}^0 \left(\exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right) - 1 \right) \quad J_{GR}^0 = \frac{en_i}{2\tau} W_T$$

- Le courant global en intégrant cet effet s'écrit:

$$J(V_a) = J_S \left(\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right) + J_{GR}^0 \left(\exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right) - 1 \right)$$

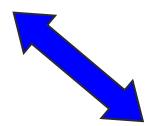
- Facteur d'idéalité:



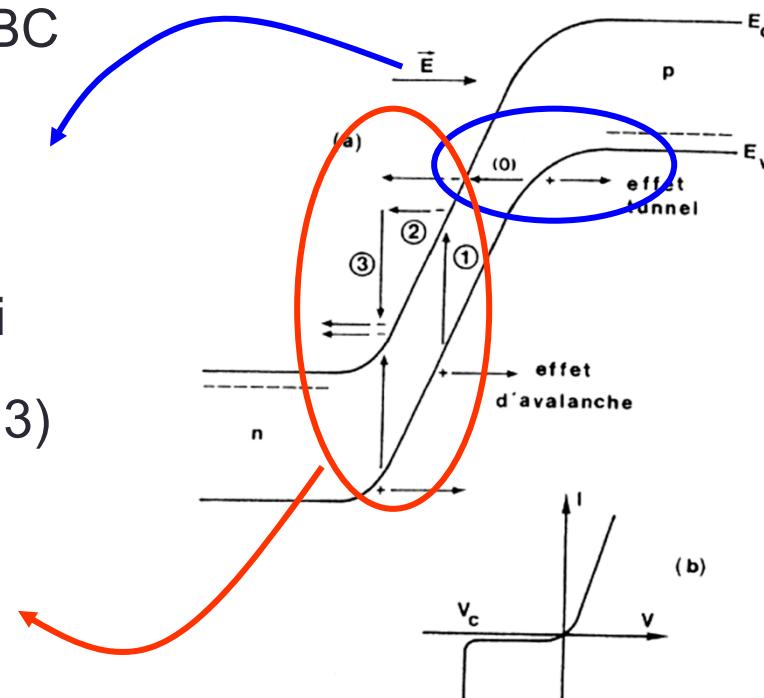
$$J(V) = J_0 \left(\exp\left(\frac{eV_a}{nkJ}\right) - 1 \right)$$

Diode en polarisation inverse: claquage de la jonction

- Effet thermique
- **Effet Zener:**
 - Passage direct de la BV à la BC par effet tunnel (0) si champ électrique supérieur à $E_{critique}$
- **Effet Avalanche:**
 - Avant le « tunneling », accélération des électrons qui excitent par impact des électrons de BV vers BC (1,2,3) etc....



$$V_{BD} = \frac{\epsilon E_C^2}{2eN_B}$$



- Perçage ou « punchthrough »

Jonction en régime dynamique: capacités de la jonction

- Capacité associée à charges
- 2 types de charges dans la jonction
 - Fixes (les dopants ionisés) dans la ZCE
 - Mobiles (les e^- et h^+) injectés en direct
- 2 types de capacités
 - Capacité de transition ou de la jonction
 - Capacité de diffusion ou stockage

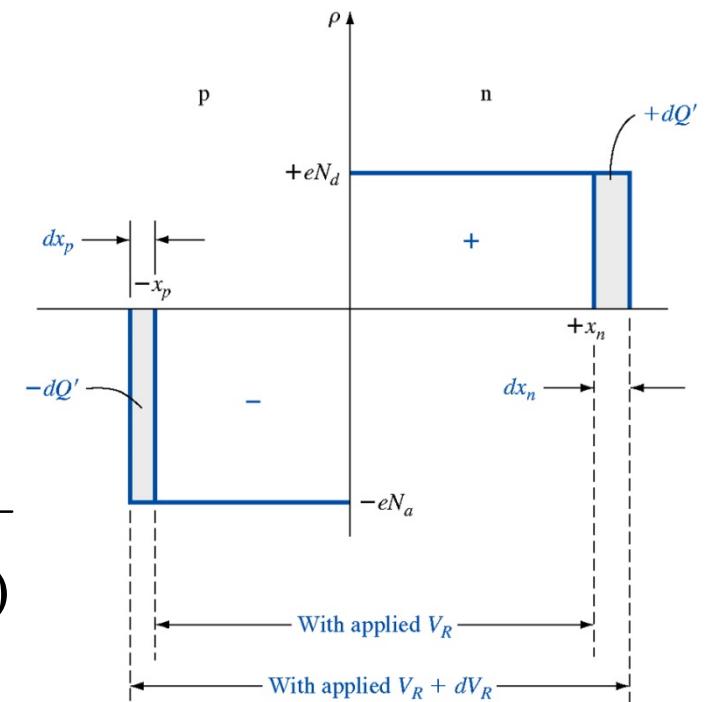
Capacité de transition ou de jonction

Elle est simplement associée à la charge Q contenue dans la ZCE

$$|Q| = eAN_AW_P = eAN_DW_N$$

$$C_T = \left| \frac{dQ'}{dV} \right|$$

$$W_p(V_d + V_A) = \sqrt{\frac{2\epsilon_{sc}}{e} \frac{N_D}{N_A(N_A + N_D)} (V_d - V_A)}$$

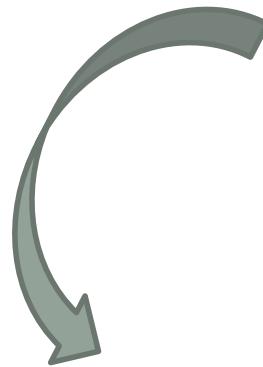


Soit:

$$C_T = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{2e\epsilon}{(V_D - V_A)}} \frac{N_A N_D}{(N_A + N_D)} = \frac{A\epsilon}{W_T}$$

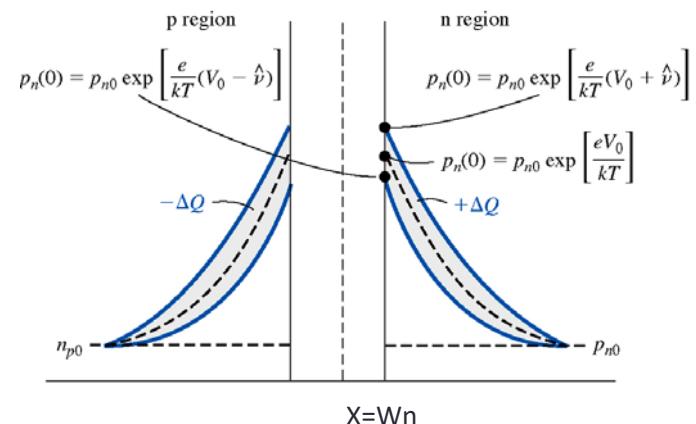
Capacité de diffusion ou de stockage

- Traduit le retard entre la tension et le courant
- Associée aux charges injectées dans les régions neutres:



$$Q_{Sp} = \tau_p J_p(Wn)$$

$$Q_{Sp} = e(p'(0) - p_n)L_P \left[\coth\left(\frac{d_n}{L_P}\right) - \frac{1}{\sinh\left(\frac{d_n}{L_P}\right)} \right]$$



$$Q_{Sp} = A \int_{W_N}^{X_C} e(p'(x) - p_n) dx$$

Densité de trous excédentaires
dans la région neutre N

Capacité de diffusion ou de stockage

- *L'expression précédente peut se mettre sous la forme:*

$$Q_{Sp} = \tau_{(p)} J_P(W_N) \quad \text{avec} \quad \tau_{(p)} = \tau_P \left(1 - \frac{1}{ch\left(\frac{d_n}{L_P}\right)} \right)$$

- L'expression du temps peut être simplifiée en fonction de la « géométrie » de la diode:

- *Diode courte:* $\tau_{(p)} = \tau_t = \frac{d_n^2}{2D_P}$ \leftrightarrow temps de transit
- *Diode longue :* $\tau_{(p)} = \tau_P$ \leftrightarrow durée de vie

Capacité de diffusion ou de stockage

- Cette étude dans la région N est valable dans la région P, et en final on obtient:

$$Q_S = Q_{Sn} + Q_{Sp} = \tau_{(n)} J_n(-W_P) + \tau_{(p)} J_p(W_N)$$

Soit à partir de : $C_S = \frac{dQ_S}{dV}$

$$C_S = C_{Sn} + C_{Sp} = \frac{e}{kT} K(\tau_{(n)} I_n + \tau_{(p)} I_p)$$

Facteur qui dépend de la géométrie

(2/3 \Leftrightarrow courte)

(1/2 \Leftrightarrow longue)

Capacité de diffusion ou de stockage

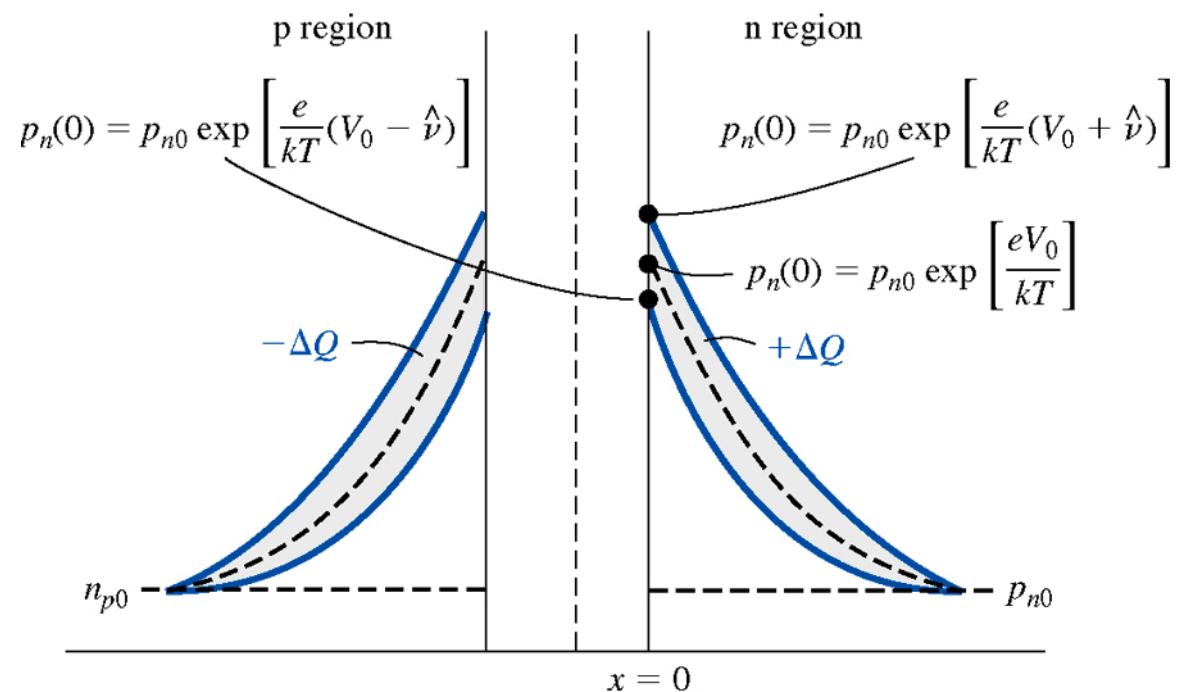
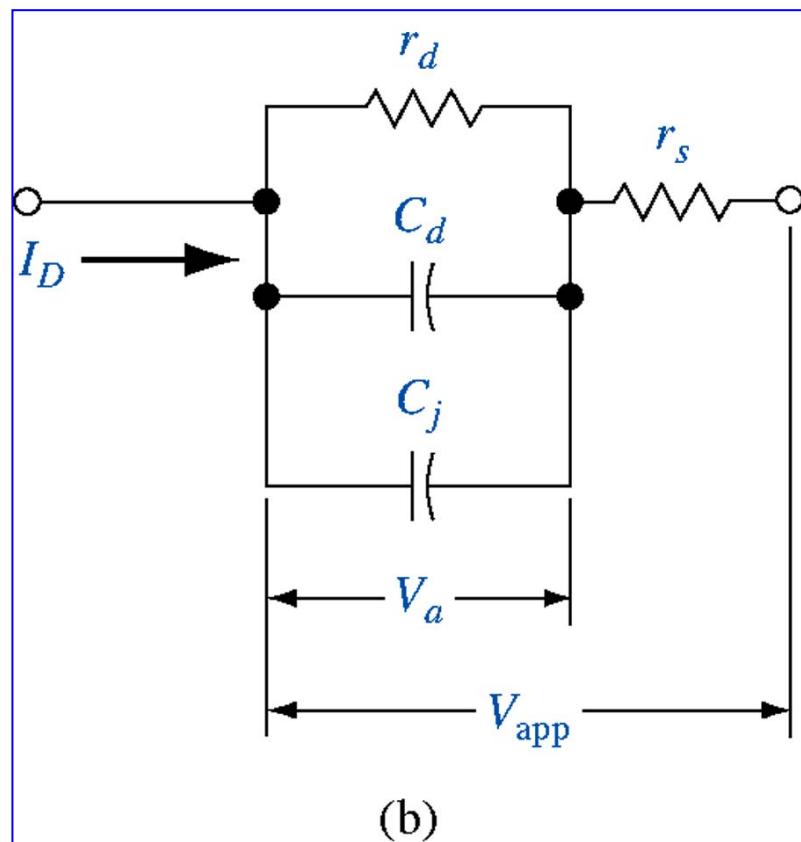


Schéma équivalent jonction pn



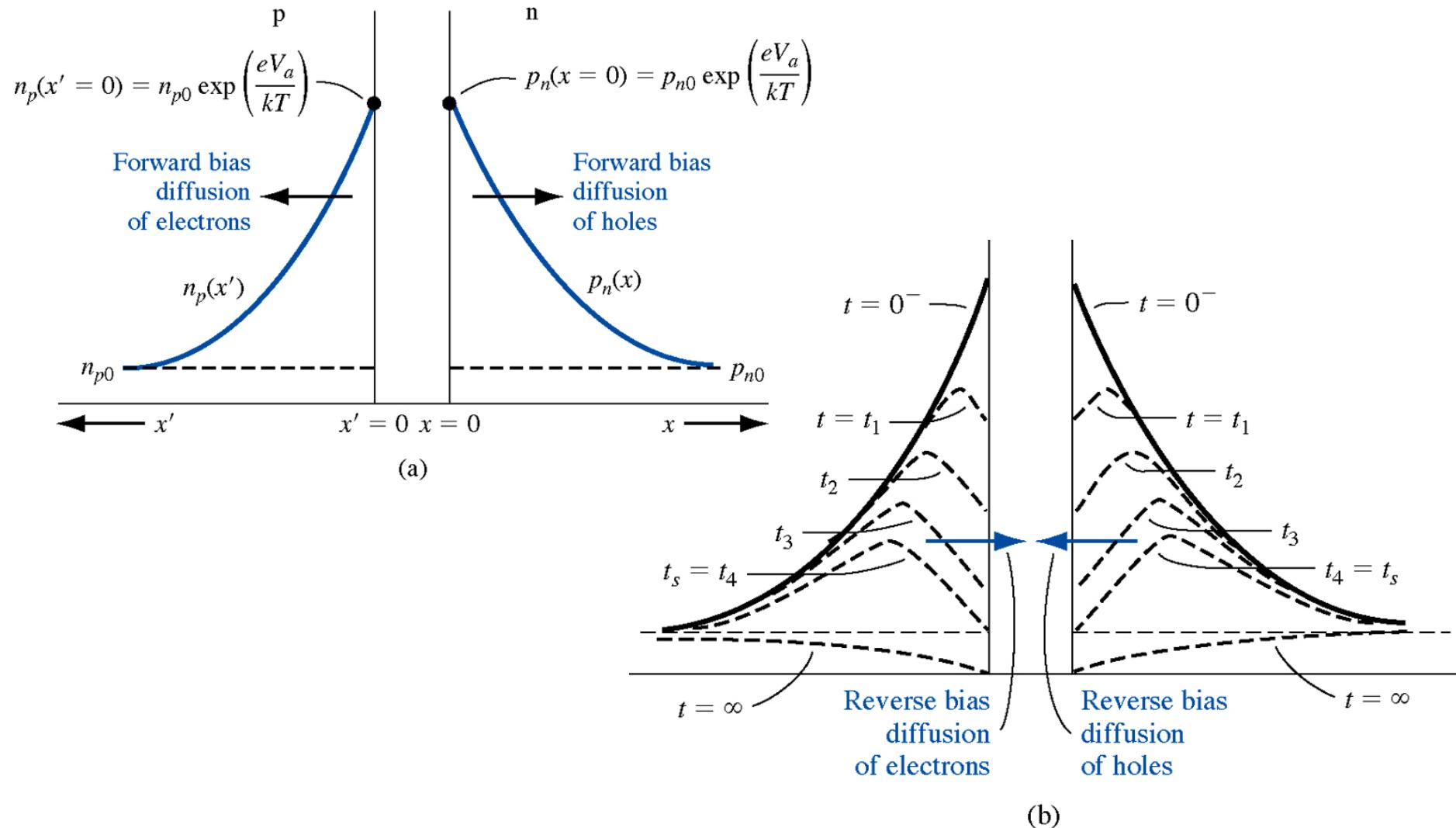
$$r_d = \frac{dV}{dI} = \frac{kT}{e} \frac{1}{I} \text{ résistance dynamique}$$

$$C_d = C_s = C_{Sn} + C_{Sp} = \frac{e}{kT} K(\tau_{(n)} I_n + \tau_{(p)} I_p) \text{ capa de diffusion}$$

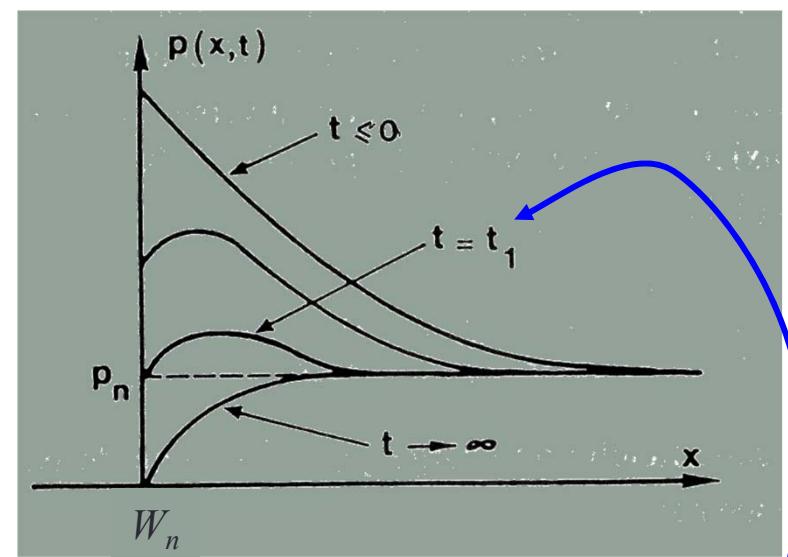
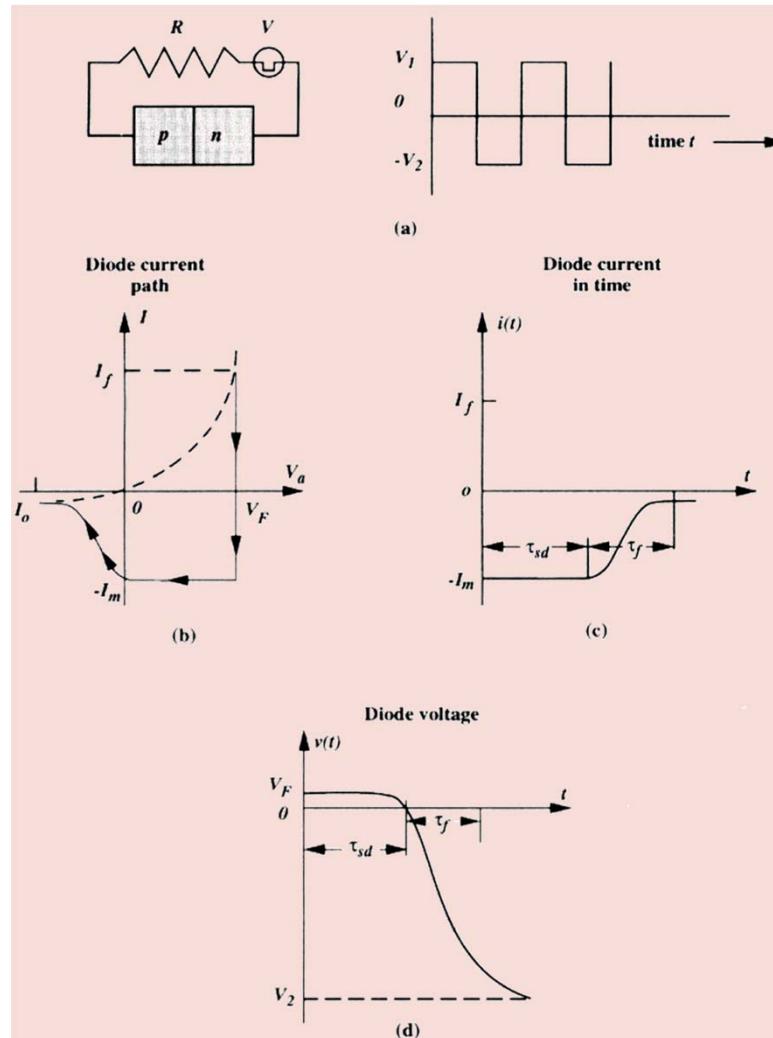
$$C_T = C_J = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{2e\epsilon}{(V_D - V_A)}} \frac{N_A N_D}{(N_A + N_D)} = \frac{A\epsilon}{W_T} \text{ capa de jonction}$$

r_s résistance série

Jonction PN en commutation



Jonction PN en commutation



Tant que l'excédent de trous en W_n est positif

\Leftrightarrow Diode polarisée en direct

$$p'_n - p_n = p_n \left(e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1 \right)$$

$\tau_{sd} \Leftrightarrow$ Temps de stockage ie $p'(W_N) = p_n$

Jonction PN en commutation

- Problème majeur dans les composants à porteurs minoritaires:

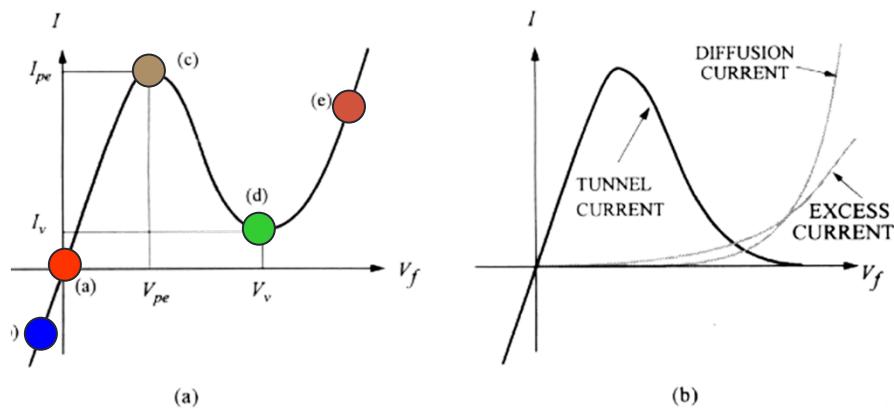
- Expression du temps de stockage:

$$\tau_{sd} \cong \tau_p \left[\ln\left(1 + \frac{I_f}{I_m}\right) - \ln\left(1 + \frac{I_f}{I_f + I_m}\right) \right]$$

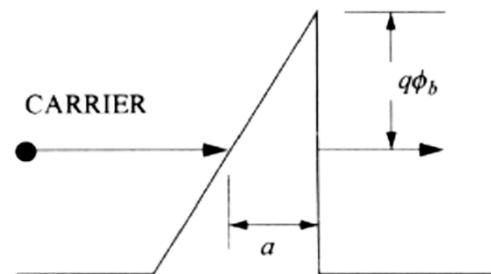
- Expression du temps de descente

$$\tau_f \cong 2.3 \left[\frac{\tau_F \delta + RC_j}{1 + \delta} \right] \text{ avec } \delta = \frac{I_f}{I_f + I_m}$$

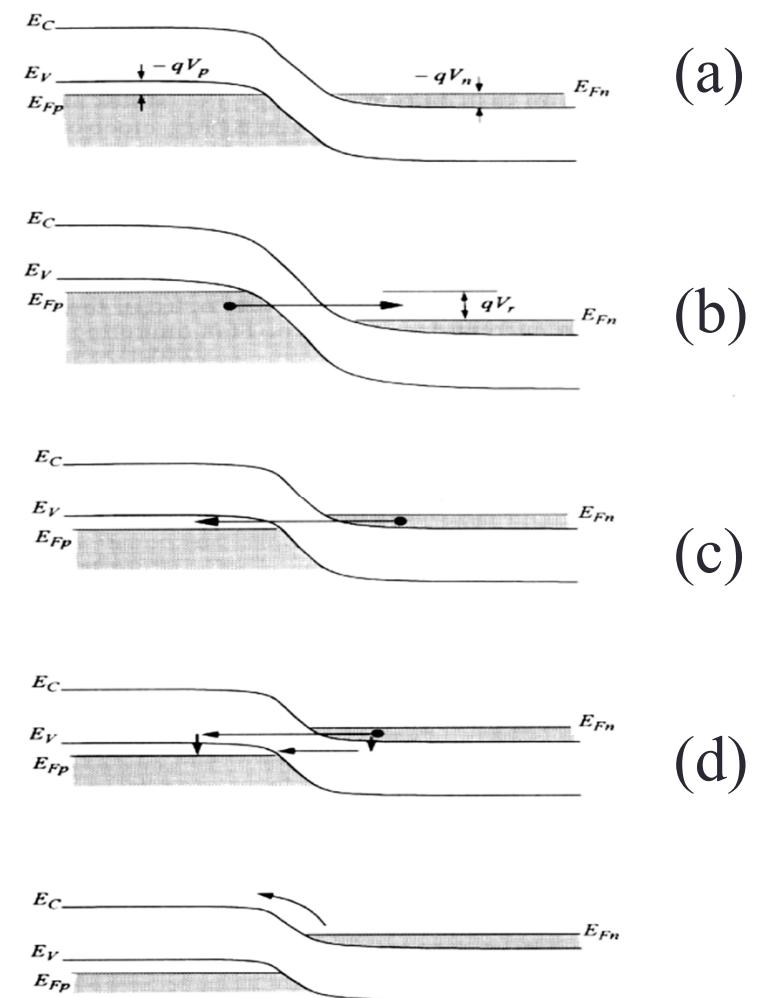
Diode Tunnel – diode Backward



$$I_t = I_{pe} \left(\frac{V_a}{V_{pe}} \right) \exp \left(1 - \frac{V_a}{V_{pe}} \right)$$

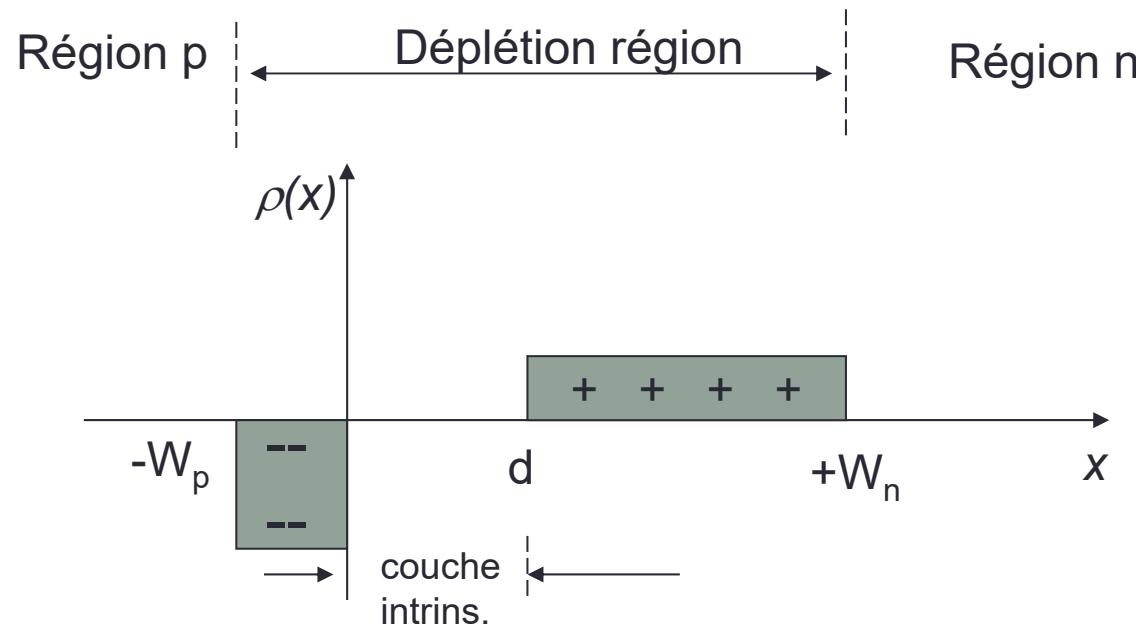


$$T_t \approx \exp \left(- \frac{4a\sqrt{2m^* e \phi_b}}{3\hbar} \right)$$



Diodes PIN

- Dispos VLSI modernes \Leftrightarrow très fort champ électrique
- Pb d'avalanche et effet de porteurs chauds
- Solutions:
 - Réduction du champ par augmentation de la ZCE
 - Incorporation d'une couche « non dopée » dite intrinsèque d'où le nom !



Diodes PIN

champ max (dans la zone intrinsèque)

$$E_m = -\frac{eN_A x_p}{\epsilon_{Si}} = -\frac{eN_D (x_n - d)}{\epsilon_{Si}}$$

Tension de diffusion ("built in potential")

$$V_{bi} = \frac{|E_m|}{2} (x_p + x_n + d) = \frac{|E_m|}{2} (W_d + d)$$

largeur de la ZCE

$$W_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_{Si}}{e} \frac{(N_A + N_D)}{N_A N_D} V_{bi} + d^2} = \sqrt{W_{d0}^2 + d^2}$$

capacité

champ électrique

$$\frac{C_T}{C_{T0}} = \frac{W_{d0}}{W_d} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d^2}{W_{d0}^2}}} \quad \frac{E_m}{E_{m0}} = \frac{W_d}{W_d + W_{d0}} = \sqrt{1 + \frac{d^2}{W_{d0}^2}} - \frac{d}{W_{d0}}$$

