

Test 1 Automatic S5 (jeudi 23 Septembre) (durée 1h10mn maximum)

Une fiche A4 recto-verso manuscrite – Pas de téléphone portable- Pas de calculatrice

Nom :

Prénom :

N'étudiant :

Exercice 1 : Le schéma fonctionnel, figure 1, représente la chaîne directe du procédé d'une enceinte à chauffage. Il est constitué d'un bloc servomoteur, d'une vanne, de l'échangeur et de l'enceinte, et d'un capteur de température.

Le modèle de l'échangeur et de l'enceinte, qui permet d'obtenir la température $T^o(t)$, est décrit par un comportement du second ordre de la forme : $F_3(p) = \frac{T^o(p)}{Q(p)} = \frac{k_e}{(1+\tau_e p)^2}$

Le modèle du servomoteur est donné par l'équation différentielle suivante :

$$\tau_m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} = k_p u(t) \quad (\text{on considère que } x(0) = \frac{dx(0)}{dt} = 0)$$

La fonction de transfert de la vanne, qui permet de régler le débit $q(t)$, est assimilable à un simple gain de valeur k_v , soit : $F_2(p) = \frac{Q(p)}{X(p)} = k_v$

L'organe de mesure de la température (qui donne la sortie mesurée) est un capteur linéaire de gain k_c , $F_4(p) = k_c$.

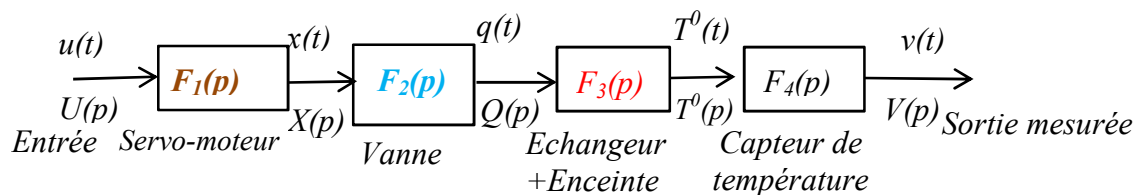


Figure 1. Schéma fonctionnel de l'enceinte de chauffage

1°)- Donner l'expression de $F_1(p)$

Réponse : On applique la transformée de Laplace à l'équation :

$$\tau_m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} = k_p u(t),$$

on trouve

$$F_1(p) = \frac{X(p)}{U(p)} = \frac{k_p}{p(\tau_m p + 1)}$$

2°)- Calculer la fonction de transfert de l'ensemble du procédé qui permet de passer du schéma figure 1 au schéma de la figure 2

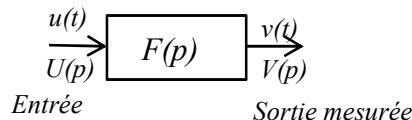


Figure 2 Schéma fonctionnel équivalent à la figure 1

Réponse :

$$F(p) = F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_4(p), \text{ soit } F(p) = \frac{k_p k_v k_c k_e}{p(\tau_m p + 1)(1 + \tau_e p)^2}$$

3°)- Donner l'ordre de $F(p)$ ainsi que ses pôles.

Réponse : L'ordre est : 4 ,

Les pôles sont : 4 pôles $p_1 = 0, p_2 = -\frac{1}{\tau_m}, p_3 = p_4 = -\frac{1}{\tau_e}$

4°)- Le schéma fonctionnel de l'asservissement de la température $T^o(t)$ est donné en figure 3 ($K > 0$):

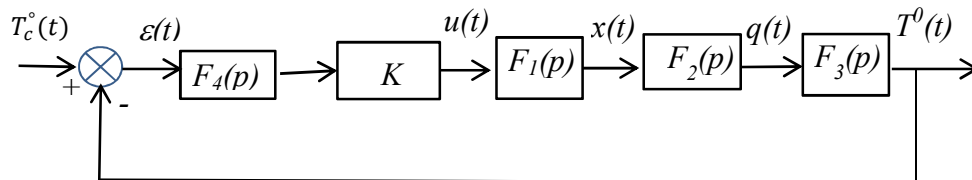


Figure 3 Boucle d'asservissement

a)- Que représentent les différents signaux: $T_c^o(t)$, $T^0(t)$, $u(t)$, $\varepsilon(t)$, $v_c(t)$ et $v(t)$.

Réponse :

$T_c^o(t)$: la consigne

$T^0(t)$: température

$u(t)$: le signal de commande délivré par le gain K

$\varepsilon(t)$: erreur entre la consigne et la sortie mesurée

$v_c(t)$: sortie de F_4 ,

$v(t)$: température mesurée

b)- Donner les expressions des fonctions de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée et donner l'ordre de chaque fonction de transfert.

Réponse :

- La Fonction de Transfert en Boucle Ouverte est : $FTBO = K F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_4(p)$

- Ordre de la FTBO : 4

- La Fonction de Transfert en Boucle Fermée est : $FTBF = \frac{T^o(p)}{T_c^o(p)} = \frac{K F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_4(p)}{1 + K F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_4(p)}$

$$FTBF = H(p) = \frac{K k_p k_v k_c k_e}{\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^3 + (\tau_m + 2\tau_e) p^2 + p + K k_p k_v k_c k_e}$$

- Ordre de la FTBF : 4

c)- Calculer l'erreur $\varepsilon(p)$ lorsque la consigne $T_c^o(t)$ est de type échelon

Réponse : (donner le détail du calcul)

Erreur=entrée-sortie, soit :

$$\varepsilon(p) = T_c^\circ(p) - T^\circ(p) = T_c^\circ(p) - H(p)T_c^\circ(p) = (1 - H(p))T_c^\circ(p)$$

Soit : $\varepsilon(p) = (1 - H(p))T_c^\circ(p)$

$$T_c^\circ(p) = \frac{1}{p}, \text{ échelon (on peut prendre échelon unité)}$$

$$\varepsilon(p) = \left(1 - \frac{K k_p k_v k_c k_e}{\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^3 + (\tau_m + 2\tau_e) p^2 + p + K k_p k_v k_c k_e} \right) \frac{1}{p}$$

$$\varepsilon(p) = \left(\frac{\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^3 + (\tau_m + 2\tau_e) p^2 + p + K k_p k_v k_c k_e - K k_p k_v k_c k_e}{\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^3 + (\tau_m + 2\tau_e) p^2 + p + K k_p k_v k_c k_e} \right) \frac{1}{p}$$

$$\varepsilon(p) = \frac{(\tau_m \tau_e^2 p^3 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^2 + (\tau_m + 2\tau_e) p + 1) p}{(\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^3 + (\tau_m + 2\tau_e) p^2 + p + K k_p k_v k_c k_e) p}$$

On trouve alors

$$\varepsilon(p) = \frac{\tau_m \tau_e^2 p^3 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^2 + (\tau_m + 2\tau_e) p + 1}{(\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^3 + (\tau_m + 2\tau_e) p^2 + p + K k_p k_v k_c k_e)}$$

d)- Que vaut l'erreur en régime permanent (c'est-à-dire : $\varepsilon(\infty)$)

Réponse : (donner le détail du calcul)

On applique le théorème de la valeur finale : $\varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p)$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \left(\frac{\tau_m \tau_e^2 p^3 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^2 + (\tau_m + 2\tau_e) p + 1}{(\tau_m \tau_e^2 p^4 + (2\tau_m \tau_e + \tau_e^2) p^3 + (\tau_m + 2\tau_e) p^2 + p + K k_p k_v k_c k_e)} \right)$$

$$\varepsilon(\infty) = 0$$

Exercice 2 :

Question 1 : Compléter les phrases suivantes :

- Si un système est de type apériodique alors son coefficient d'amortissement ξ est >1 et ce système admet des pôles **réels**
- Si un système est de type critique alors son coefficient d'amortissement ξ est égal à **0** et ce système admet **des pôles doubles**
- Si un système est de type oscillatoire alors son coefficient d'amortissement ξ est <1 , et ce système admet **des pôles complexes conjugués**.

Question 2:

- a- La forme canonique de la fonction de transfert d'un système du premier est (cocher la bonne ou les bonnes réponses)

☒ $\frac{2}{1+p}$

☐ $\frac{2}{2+p}$

☒ $\frac{2}{1+\frac{p}{2}}$

- b- Soit la fonction de transfert suivante, d'un système linéaire du second :

$$M(p) = \frac{18}{9p^2 + 36p + 27}$$

- Mettre $M(p)$ sous forme canonique :

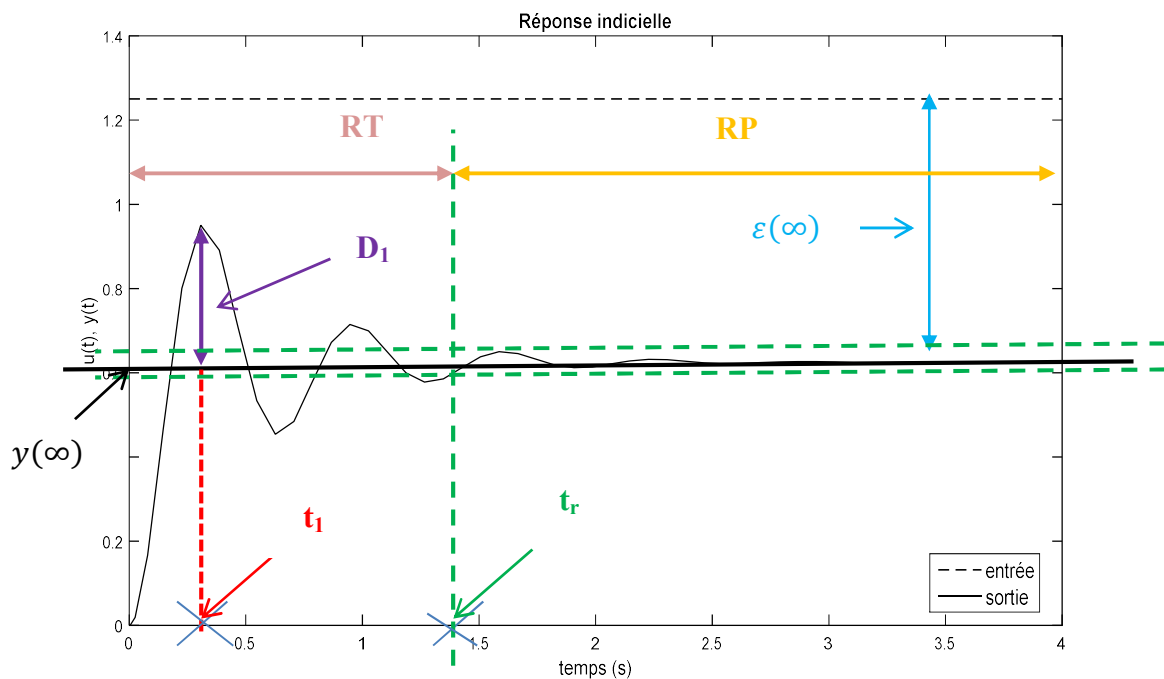
$$M(p) = \frac{\frac{18}{9}}{p^2 + \frac{36}{9}p + \frac{27}{9}} \text{ soit : } M(p) = \frac{\frac{2}{3} \cdot 3}{p^2 + 4p + 3} = \frac{K \omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$$

- Donner la valeur du gain, la valeur de l'amortissement et la valeur de la pulsation naturelle :

Gain= $K=\frac{2}{3}$, Amortissement= $\xi = \frac{4}{2\sqrt{3}} = 1,15$

pulsation naturelle= $\omega_n = \sqrt{3}$ rad/s

Question3: Indiquer graphiquement sur la figure ci-dessous : l'erreur, le régime permanent (RP) et le régime transitoire (RT), le premier dépassement (D1), l'instant du 1^{er} dépassement t_1 , la valeur finale, le temps de réponse t_r



Question 4 : Quel diagramme représente la figure 4 ci-dessous ??

La figure ci-dessous représente le diagramme de Bode

Indiquer graphiquement sur la figure ci-dessous : le **facteur de surtension**, la **pulsation de résonance ω_r**

