

Segmentation Contours

Extraction de contours

Transformée de Radon et de Hough

Extraction de contours

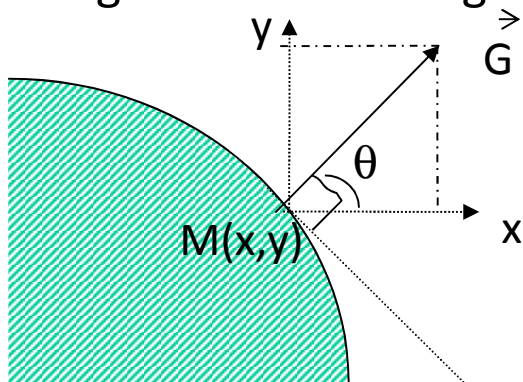
- Généralités

Une segmentation consiste à extraire des objets. Ces objets sont chacun constitués d'ensemble de pixels connexes possédant la (ou les) mêmes propriétés. Ces ensembles sont appelés des régions et leurs frontières sont les contours. La segmentation se partage en 2 domaines : la segmentation région et la segmentation contour.

- Opérateurs

Principe : Un contour correspond à un changement local très rapide de l'intensité.

Donc les opérateurs à prendre en compte sont ceux qui permettent d'obtenir le gradient de l'image (revoir les filtres passe-haut), en analogique :



$$\vec{G} = \nabla I(x, y) = \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \vec{u} + \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} \vec{v}$$
$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\left(\frac{\partial I}{\partial y} \right)}{\left(\frac{\partial I}{\partial x} \right)} \right) \quad |\nabla I(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y} \right)^2}$$

•Cas discret

Les points de contours sont obtenus en recherchant les maximums locaux dans la direction du gradient. Le passage au domaine discret implique :

- un pixel ne possédant que 8 voisins la recherche d'un maximum dans un voisinage local ne comportera que peu de directions => la direction est également discrétisée
- La non dérivabilité au point contour implique qu'il faut estimer ces dérivées.

La littérature propose de nombreux filtres, l'un des plus connus est Sobel (vu dans le chapitre filtrage linéaire spatial passe-haut), il marche très bien dans un contexte non bruité. D'autres opérateurs plus élaborés ont été développés pour gérer les cas pratiques d'images bruitées.

• Canny et Deriche

Hypothèses de Canny : Il raisonne en 1D, il modélise le contour à détecter par un échelon unité bruité par un bruit blanc Gaussien additif, de variance connue. Il raisonne en continu.

Contraintes : le filtre détecteur h doit maximiser les critères de bonne détection, de bonne localisation et d'unicité.

Σ : Critère de bonne détection : Le contour doit être détecté en minimisant les fausses détections

Λ : Critère de bonne localisation : la localisation du point contour doit être la plus précise possible

Critère d'unicité : Minimiser la détection de plusieurs contours pour un seul vrai contour, par exemple ne pas détecter de faux contours obtenus par des effets de rebonds

Ref : Canny, J., *A Computational Approach To Edge Detection*,
IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8(6):679–698, 1986

En maximisant le produit des 2 premiers critères sous la contrainte du troisième, Canny montre que la réponse impulsionnelle est la solution d'une équation différentielle dont une solution approchée est :

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{c} \frac{-\mathbf{x}}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\mathbf{x}^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{d\mathbf{g}(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{c} \cdot \exp\left(\frac{-\mathbf{x}^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{où } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \text{ est une gaussienne avec } \mathbf{c} : \text{constante normalisatrice}$$

La réponse au filtre 1D puis après généralisation au filtre 2D sera :

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \mathbf{I}(\mathbf{x}) * \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \frac{d(\mathbf{I}(\mathbf{x}) * \mathbf{g}(\mathbf{x}))}{d\mathbf{x}} \Rightarrow \begin{aligned} \mathbf{r}_x(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) * \mathbf{g}(\mathbf{y}) * \mathbf{h}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{r}_y(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) * \mathbf{g}(\mathbf{x}) * \mathbf{h}(\mathbf{y}) \end{aligned}$$

Indices de performance pratiques :

$$\Sigma \approx 1,06\sqrt{\sigma} \quad \Lambda \approx \frac{0,87}{\sqrt{\sigma}} \quad \Sigma \cdot \Lambda \approx 0,92$$

On remarque que σ permettra de régler le compromis entre bonne localisation et bonne détection

Implémentation discrète:

discrétisation du filtre gaussien \mathbf{g} →

discrétisation de \mathbf{h} →

$$g(k) = c \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left(-\frac{k^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{avec } k \in [-W, +W]$$

$$h(k) = -c \cdot k \cdot \exp\left(-\frac{k^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{avec } k \in [-W, +W]$$

\mathbf{c} est calculé de manière à ce que la dérivée d'un échelon unité soit également d'amplitude 1

- Avantages de Canny :

- Des opérateurs simples

- Inconvénients :

- Largeur du filtre dépendant du sigma

- La complexité du calcul est de $4W+2$ multiplications et $4W+2$ additions par pixel pour obtenir les 2 dérivées.

- Pour une image de taille $N*M$ il faut une image originale de taille $(N+2W)*(M+2W)$
=> gestion des bords

•Deriche

Même équation continue que dans le cas Canny, la solution choisie conduit aux fonctions 1D:

Lissage : $h(k) = C(1 + \alpha|k|)e^{-\alpha \cdot |k|}$

Dérivation $g(k) = D(1 - \alpha|k|) \cdot e^{-\alpha \cdot |k|}$

C est choisi tq $\sum_{-\infty}^{\infty} h(k) = 1$

D est choisi tq : $\sum_{-\infty}^{\infty} g(k) = 0$

Il s'agit de filtres RII

L'implémentation de ces filtres se fait par les équations de récurrences.

Exemple sur le **filtre de lissage h** :

$$h(k) = C(1 + \alpha|k|)e^{-\alpha \cdot |k|} = C(1 + \alpha k)e^{-\alpha \cdot k} \cdot \varepsilon(k) + C(1 - \alpha k)e^{+\alpha \cdot k} \cdot \varepsilon(-1 - k)$$

$$h(k) = h^+(k) + h^-(k) \quad H(z) = H^+(z) + H^-(z)$$

$$H^+(z) = TZ\{Ce^{-\alpha k} \varepsilon(k)\} + TZ\{C\alpha k e^{-\alpha k} \varepsilon(k)\}$$

$$H^+(z) = C \cdot \frac{1}{1 - e^{-\alpha} z^{-1}} + C \frac{\alpha e^{-\alpha} z^{-1}}{(1 - e^{-\alpha} z^{-1})^2} \quad \text{avec } |z| > e^{-\alpha}$$

$$H^+(z) = C \left[\frac{1 + e^{-\alpha} (\alpha - 1) z^{-1}}{1 - 2e^{-\alpha} z^{-1} + e^{-2\alpha} z^{-2}} \right] = \frac{Y^+(z)}{X(z)}$$

$$y^+(k) = Cx(k) + Ce^{-\alpha}(\alpha - 1)x(k-1) + 2e^{-\alpha}y^+(k-1) - e^{-2\alpha}y^+(k-2)$$

Par la même méthode retrouvez le calcul de $y^-(k)$:

$$y^-(k) = Ce^{-\alpha}(\alpha + 1)x(k+1) - Ce^{-2\alpha}x(k+2) + 2e^{-\alpha}y^-(k+1) - e^{-2\alpha}y^-(k+2)$$

$$y(k) = y^-(k) + y^+(k)$$

C est calculé tq : $H(z=1) = H^-(z=1) + H^+(z=1) = 1$

$$C = \frac{(1 - e^{-\alpha})^2}{1 + 2\alpha e^{-\alpha} - e^{-2\alpha}}$$

La même méthode permet d'obtenir les équations de récurrence du **filtre de dérivation g**,

En exercice, retrouvez les équations de récurrence pour le filtre g :

$$y^+(k) = x(k) - e^{-\alpha}(D\alpha + 1)x(k-1) + 2e^{-\alpha}y^+(k-1) - e^{-2\alpha}y^+(k-2)$$

$$y^-(k) = e^{-\alpha}(1 - D\alpha)x(k+1) - e^{-2\alpha}x(k+2) + 2e^{-\alpha}y^-(k+1) - e^{-2\alpha}y^-(k+2)$$

$$y(k) = y^-(k) + y^+(k)$$

D est calculé tq : $H(z=1) = H^-(z=1) + H^+(z=1) = 0$

$$D = \frac{1 - e^{-2\alpha}}{2\alpha e^{-\alpha}}$$

Implémentation discrète 2D

$$I'_i(i, j) = I(i, j) * \{g(j)\} * \{h(i)\}$$

$$I'_j(i, j) = I(i, j) * \{g(i)\} * \{h(j)\}$$

Attention gérer les bords des images, et bien poser les valeurs initiales des équations de récurrence

•Avantages de Deriche

–L'algorithme de Deriche implique 13 multiplications et 14 additions par pixel pour le calcul des 2 composantes du gradient.

–La complexité et donc le temps de calcul ne dépendent pas du choix de α qui règle l'effet de lissage

L'utilisation de ces filtres conduit aux indices de performance :

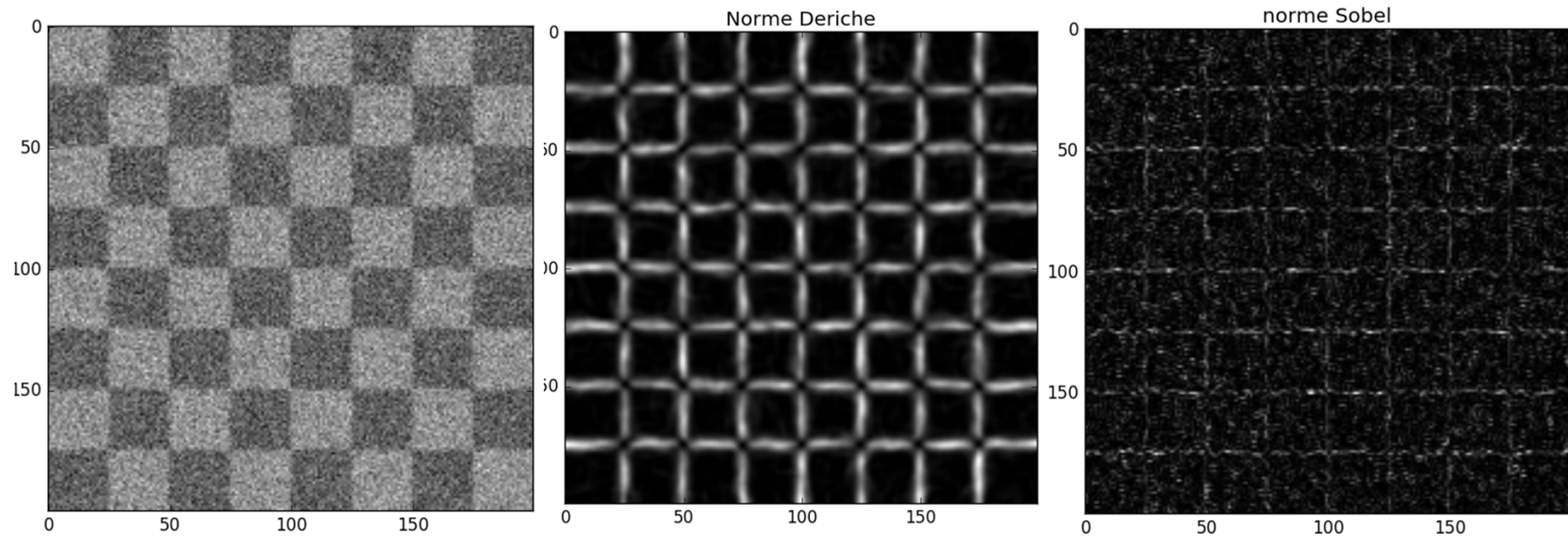
$$\Sigma \approx \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \quad \Lambda \approx \sqrt{2\alpha} \quad \Sigma.\Lambda \approx 2 \quad \alpha \text{ joue le rôle inverse de } \sigma \text{ dans le filtre de Canny}$$

Ref : **Fast Algorithms for Low-Level Vision** RACHID DERICHE

IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. **12**,pp. **78-87**

NO. 1. JANUARY 1990

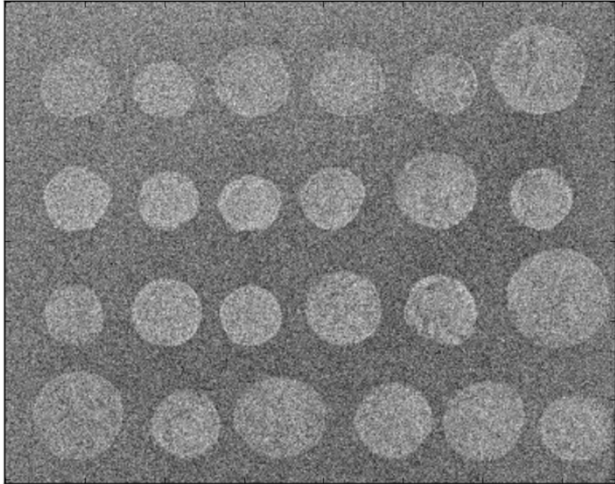
Exemple Résultats des filtres



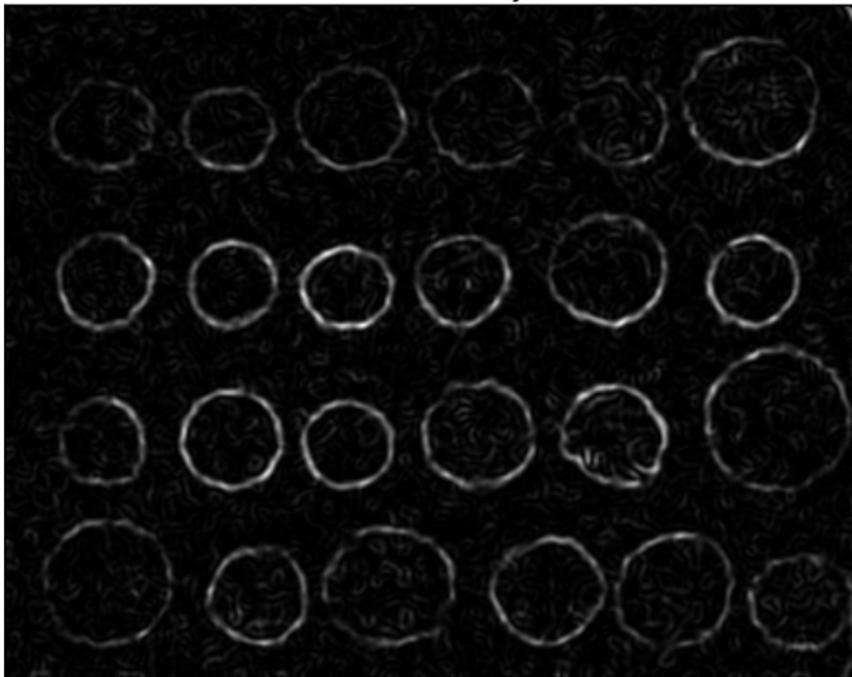
Bruit gaussien, $\sigma=0.5$, Deriche $\alpha=0.6$

Norme des gradients

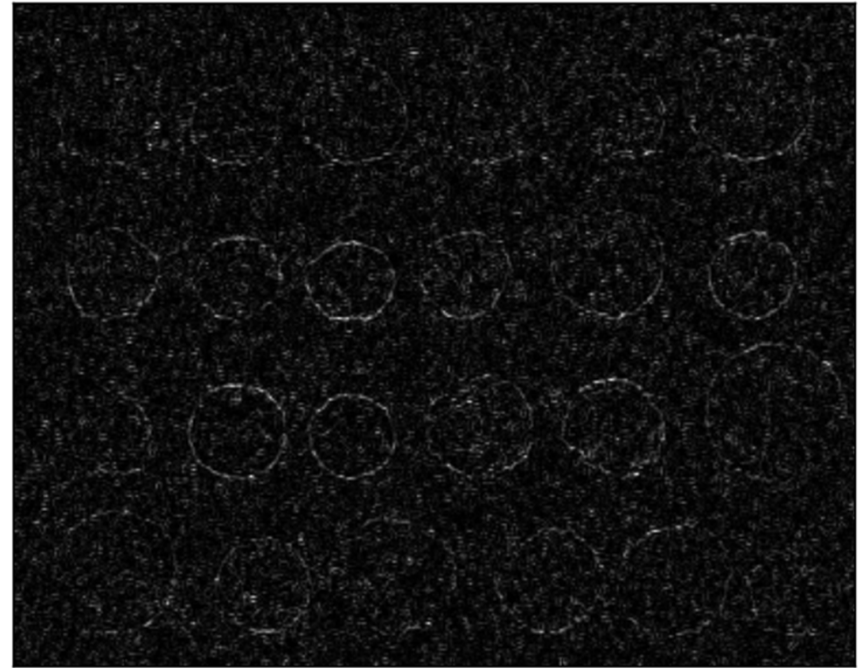
$\alpha = 0.6$ et $\sigma = 1/\alpha$



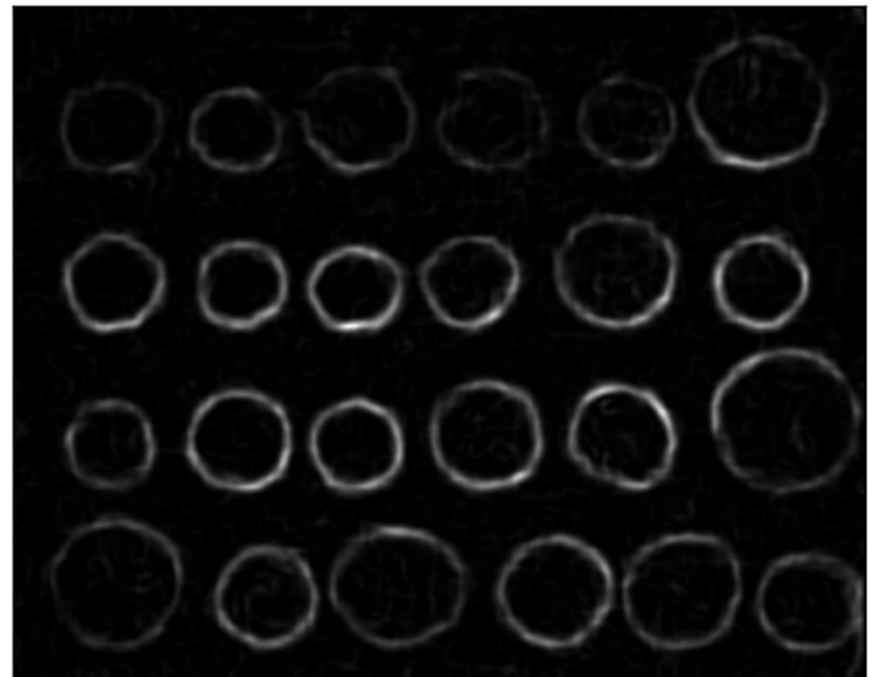
Norme Canny



norme Sobel



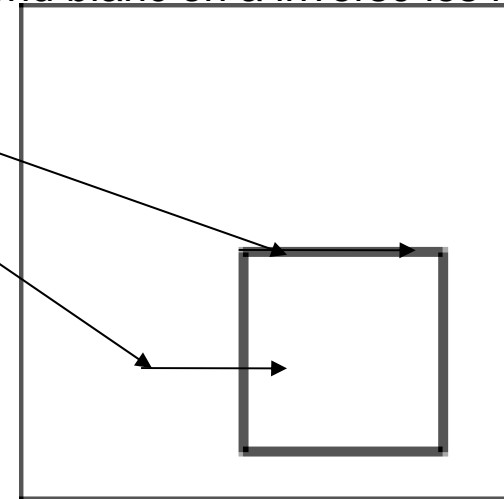
Norme Deriche



– Localisation du contour

• Les opérateurs vus précédemment nous permettent de calculer des gradients optimaux permettant d'extraire une dérivée d'un échelon unitaire dans un environnement bruité qui soit un signal d'amplitude unitaire à la position du contour. On obtient donc une image dont les pixels d'amplitude élevée correspondent à un contour. Or ces contours ont souvent une largeur très supérieure à 1. Il s'agit donc de dire si un pixel dans cette image est un point contour ou non (localisation du point puis décision binaire : seuillage). Pour ceci il existe de nombreux algorithmes (parfois lourds) qui permettent ce seuillage et l'obtention de contours d'épaisseur 1 pixel, et la fermeture des contours. Un contour peut s'interpréter comme une ligne de crête :

- des niveaux de gris toujours élevés (ici pour obtenir un fond blanc on a inversé les NG)
- de faibles dénivelés le long des lignes
- de forts dénivelés dans les autres directions



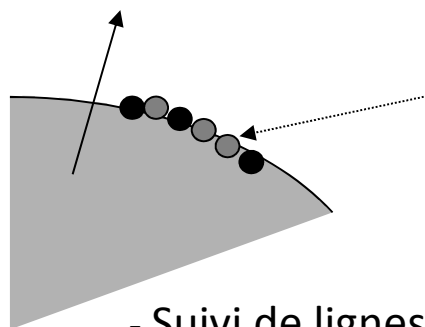
– Extraction des maximums locaux

» On compare la valeur du gradient au pixel M traité à celles de ses 2 voisins situés dans la direction du gradient à une distance unitaire de part et d'autre de M. Le point M est un maximum local si il est supérieur à celui de droite et de gauche (dans la direction du gradient toujours).

– Seuillage par hystérésis

» Quand on utilise un seul seuil, les fluctuations dû au bruit créent des trous dans les contours => on utilise un seuillage par hystérésis, on définit 2 seuils sh et sb avec $sh > sb$. Les maximums locaux dont la valeur est $> sh$ sont gardés ainsi que tous ceux dont le maximum local est $> sb$ et qui appartiennent à une composante connexe comprenant au moins une valeur $> sh$. Le risque de coupure d'un contour est alors moins important.

» Rappel : composante connexe : ensemble de pixels voisins en fonction du voisinage choisi (ex: 4-connexité, 8-connexité)



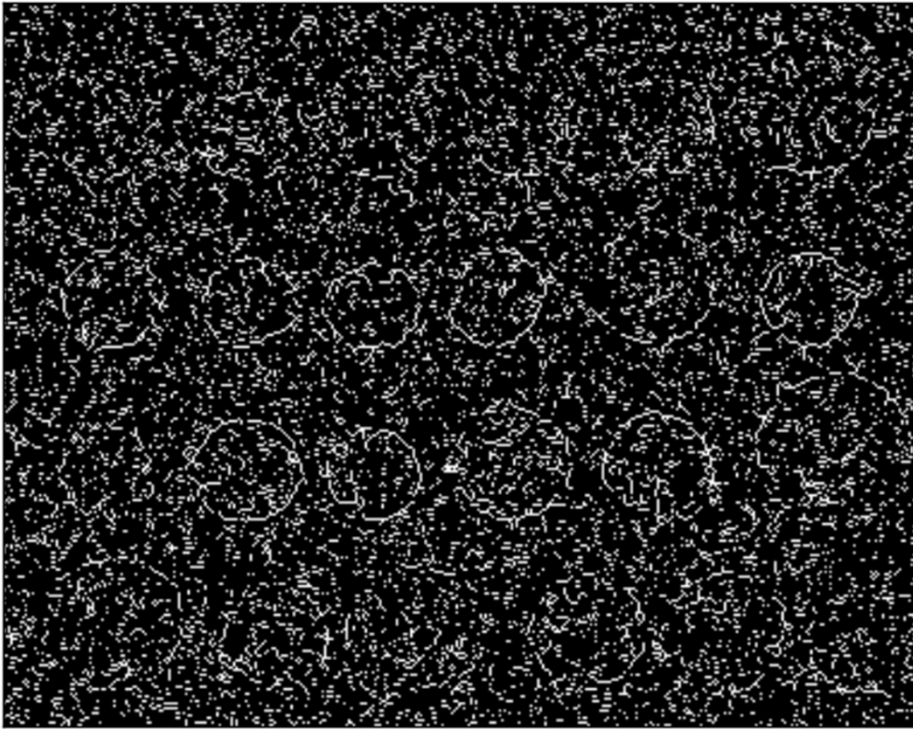
pixel dont le gradient est $> sb$ mais $< sh$, mais dont 1 voisin au moins a un gradient $> sh$

- Suivi de lignes de crêtes (méthode utilisant les outils de morphologie mathématique

- en complément viennent ensuite des algorithmes de fermeture de contours

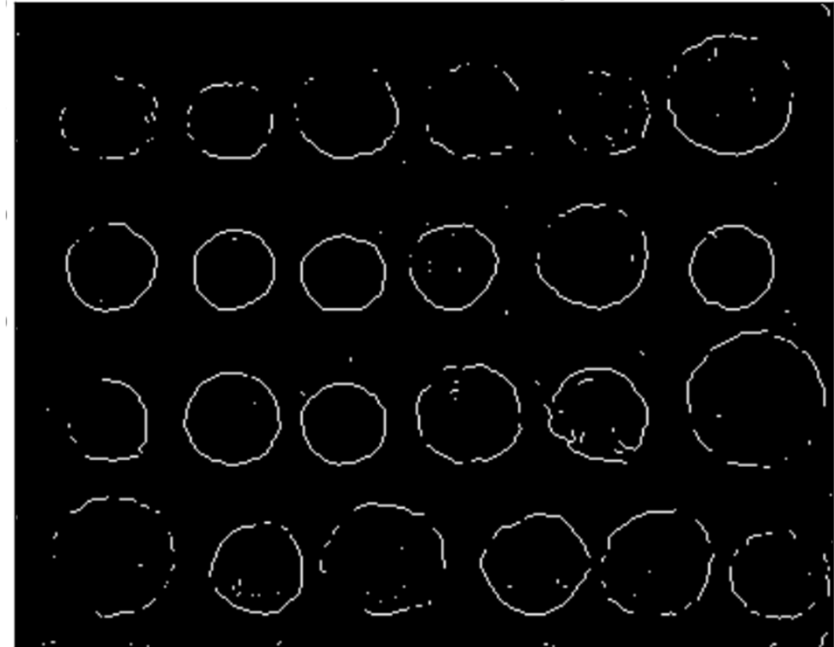
Détection des points contours

contour binaire Sobel

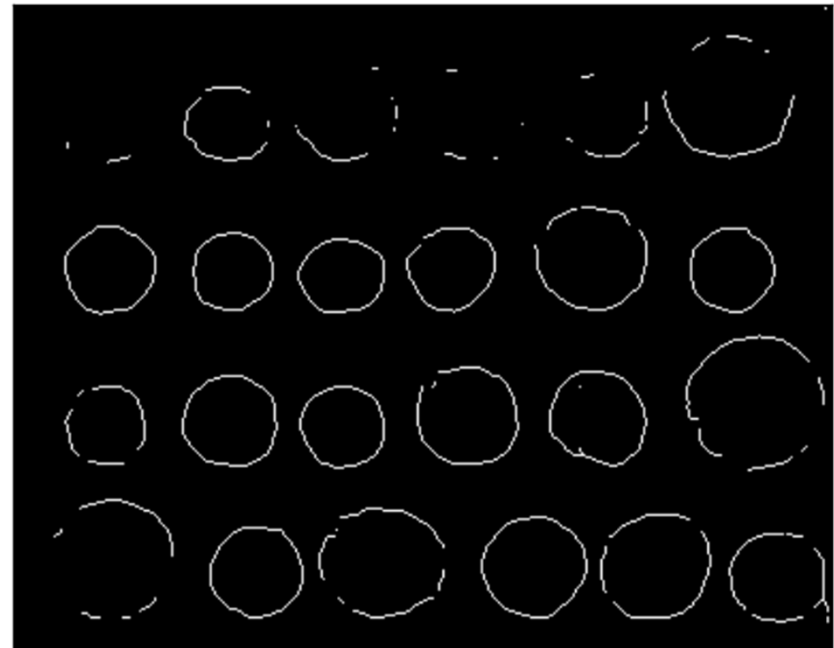


Détection par binarisation de la norme
puis squelettisation

contour binaire Canny

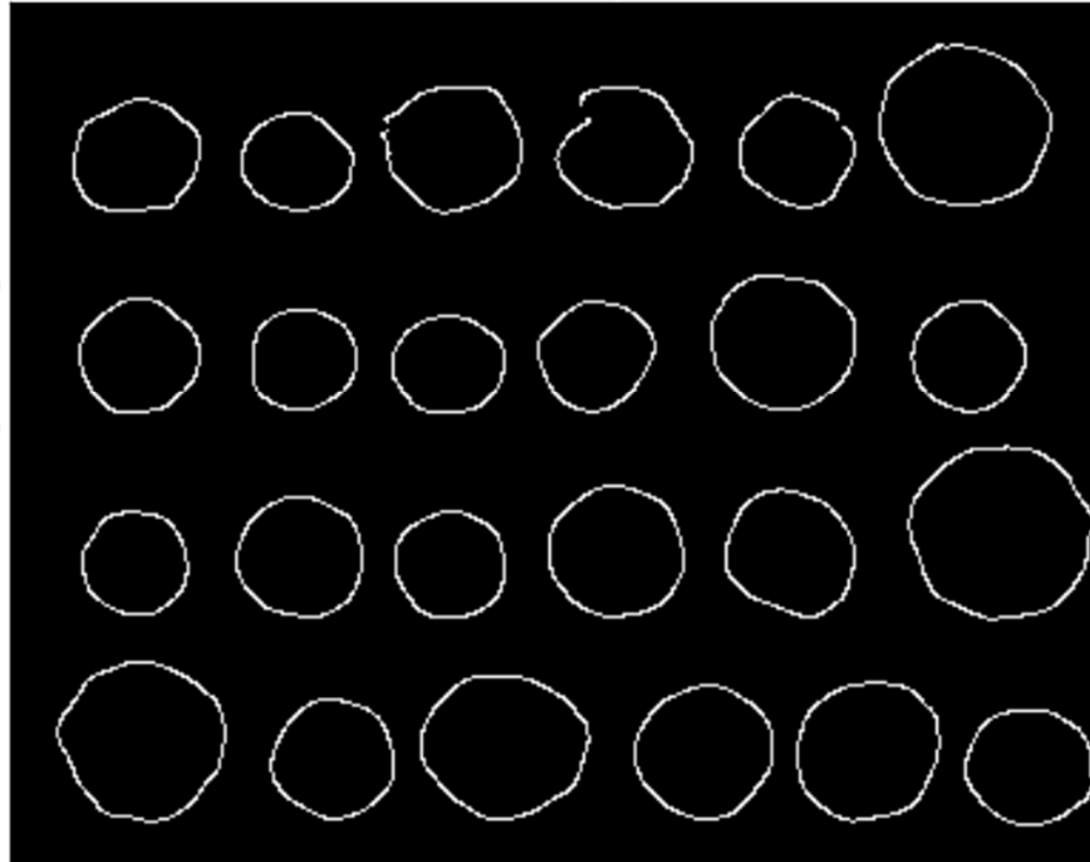


contour binaire Deriche



Détection point contour

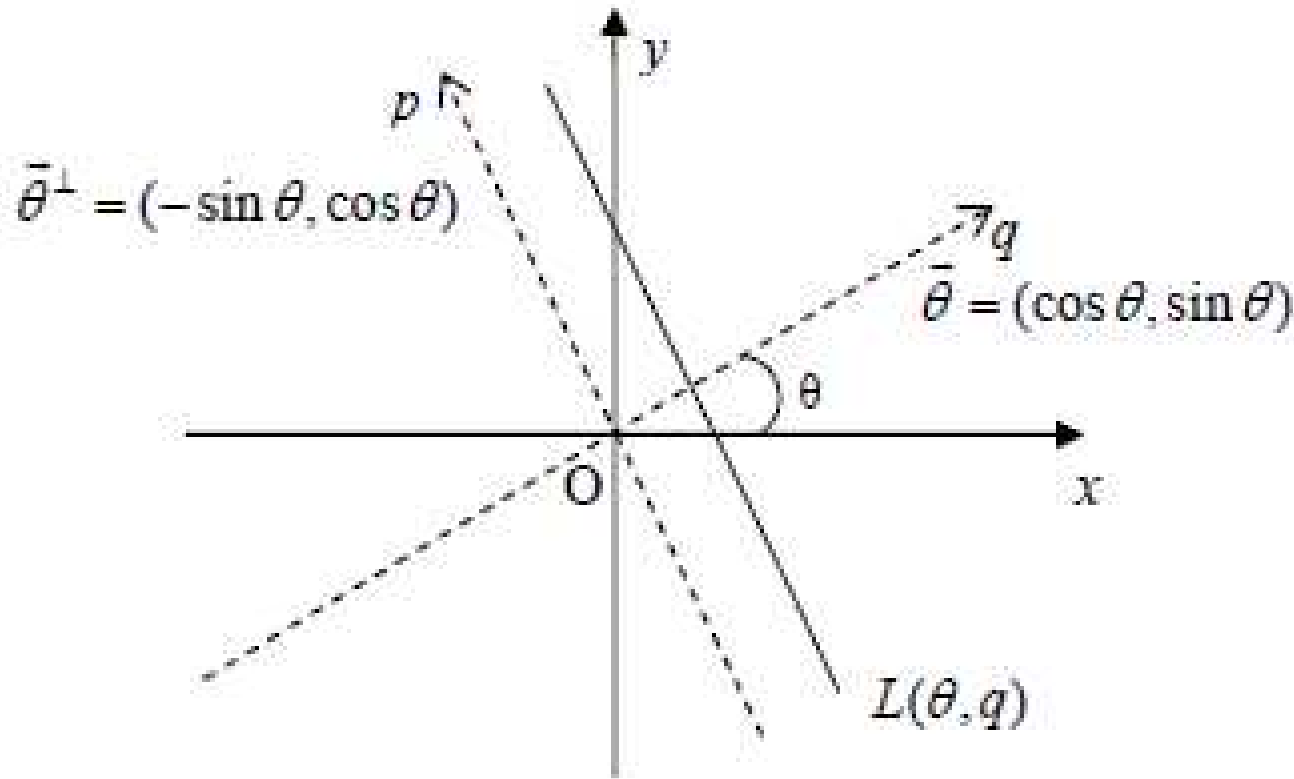
contours Canny officiel



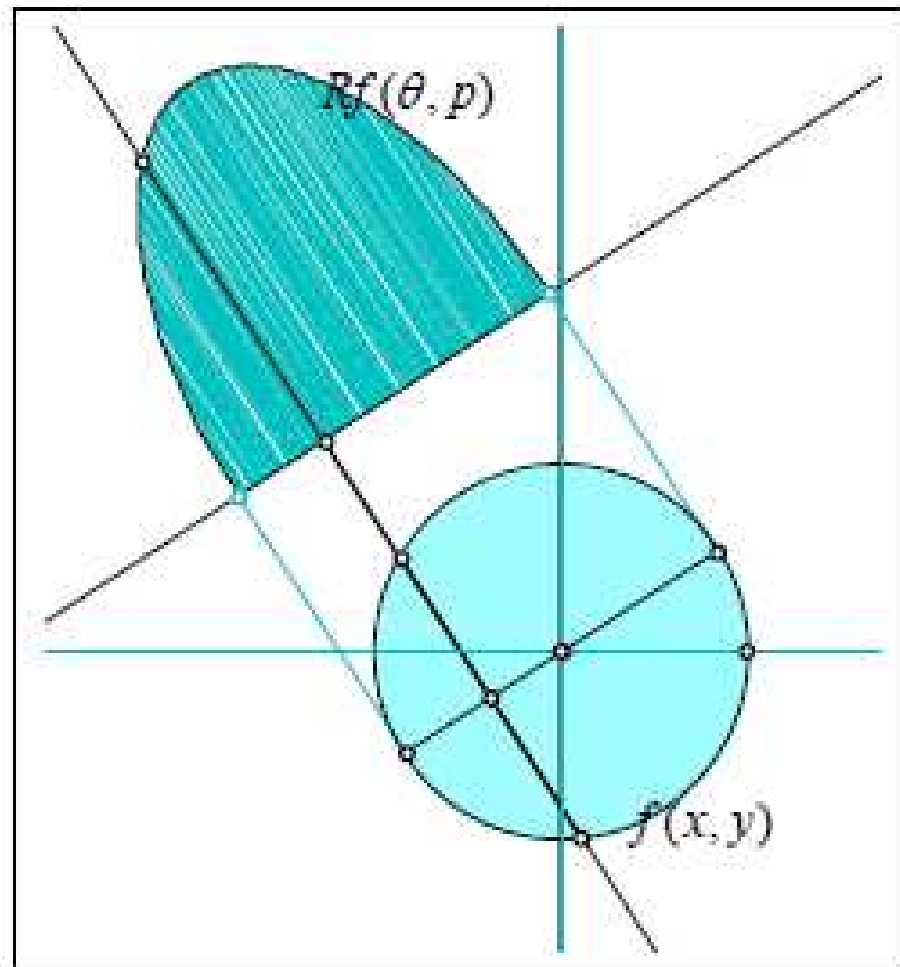
Binarisation de la norme et détection du point unique suivant l'algorithme de Canny

Transformée de Radon et de Hough

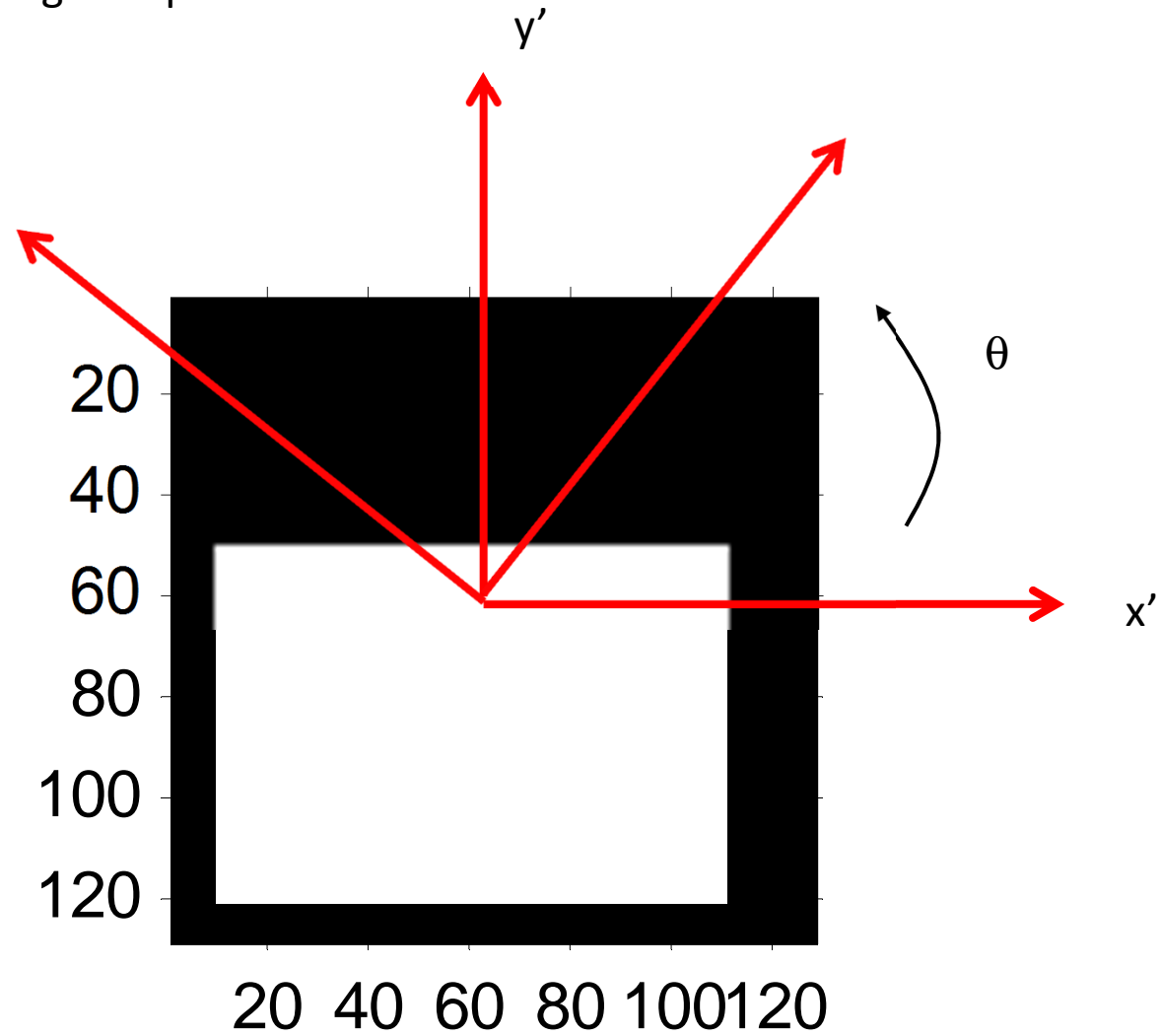
- Principe : projeter les données image sur une ligne (somme des intensités le long de la projection), faire cela suivant tous les angles.



- Exemple pour une projection

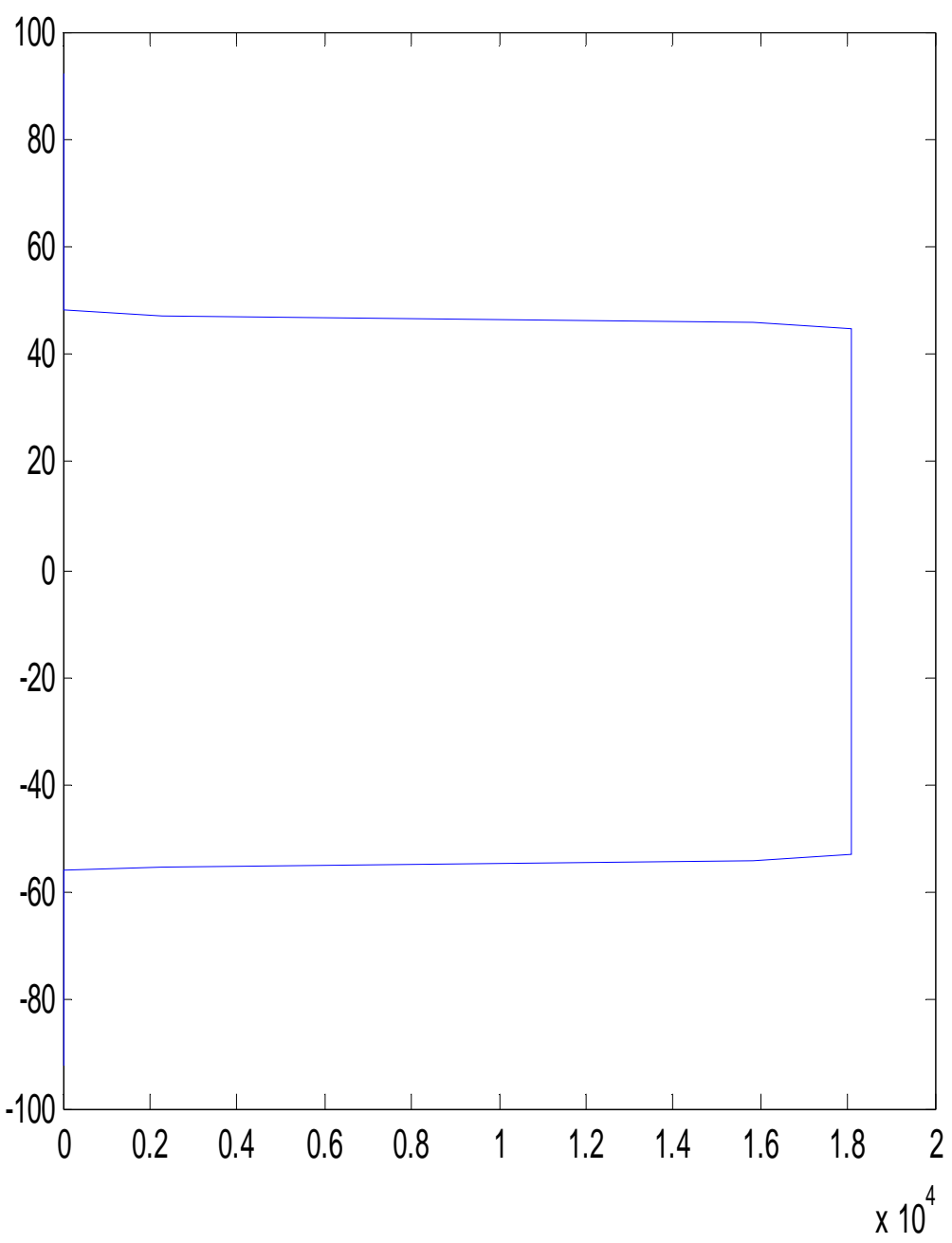


Exemple sur une image simple

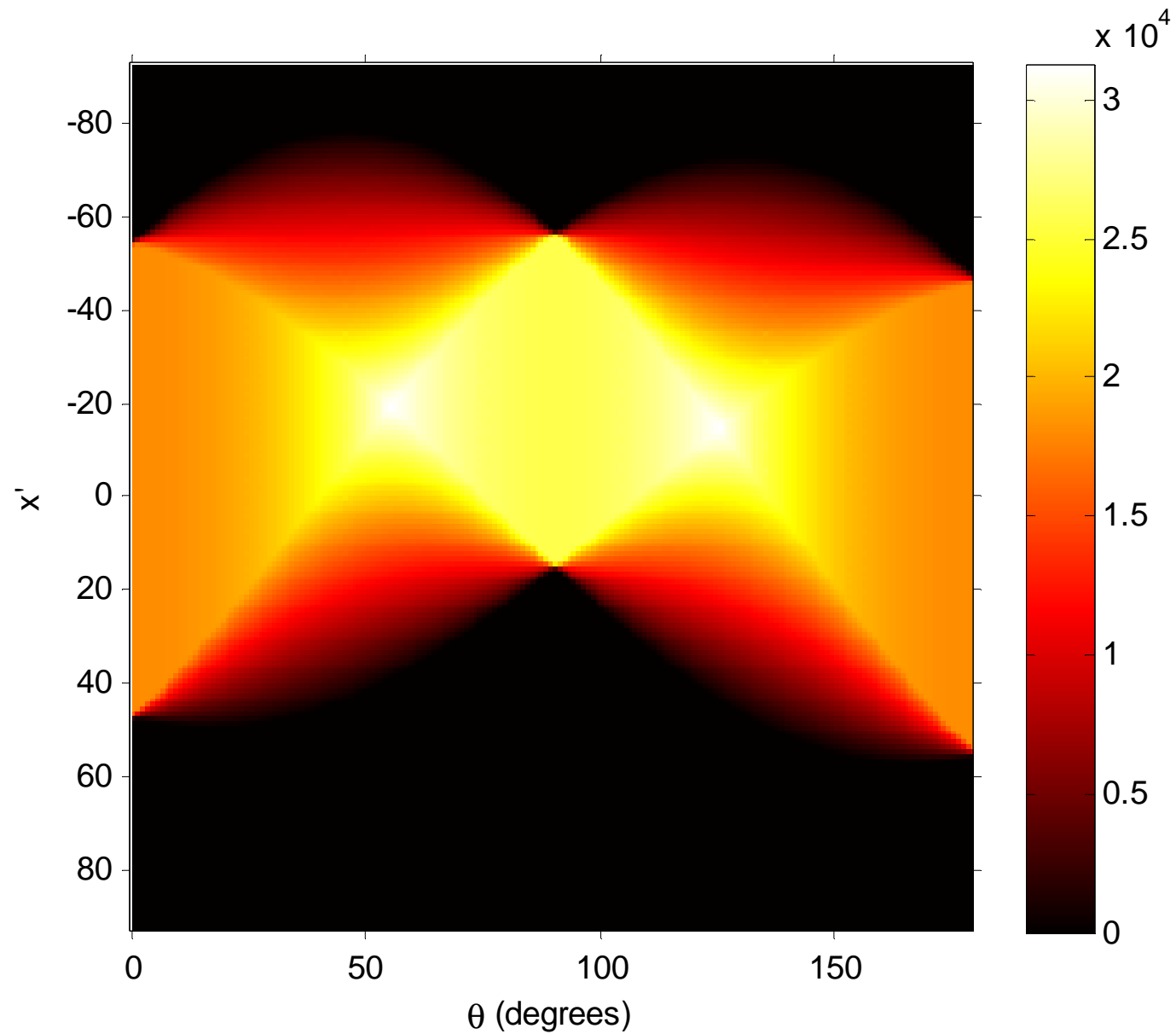


(Repère suivant matlab, positionné au centre de l'image)

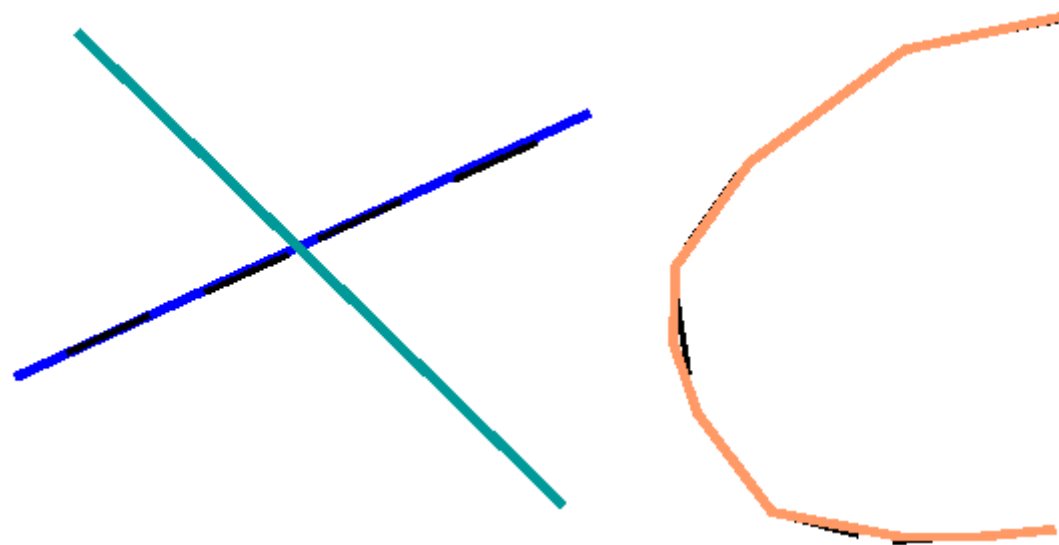
Transformée de Radon pour l'angle 0° .

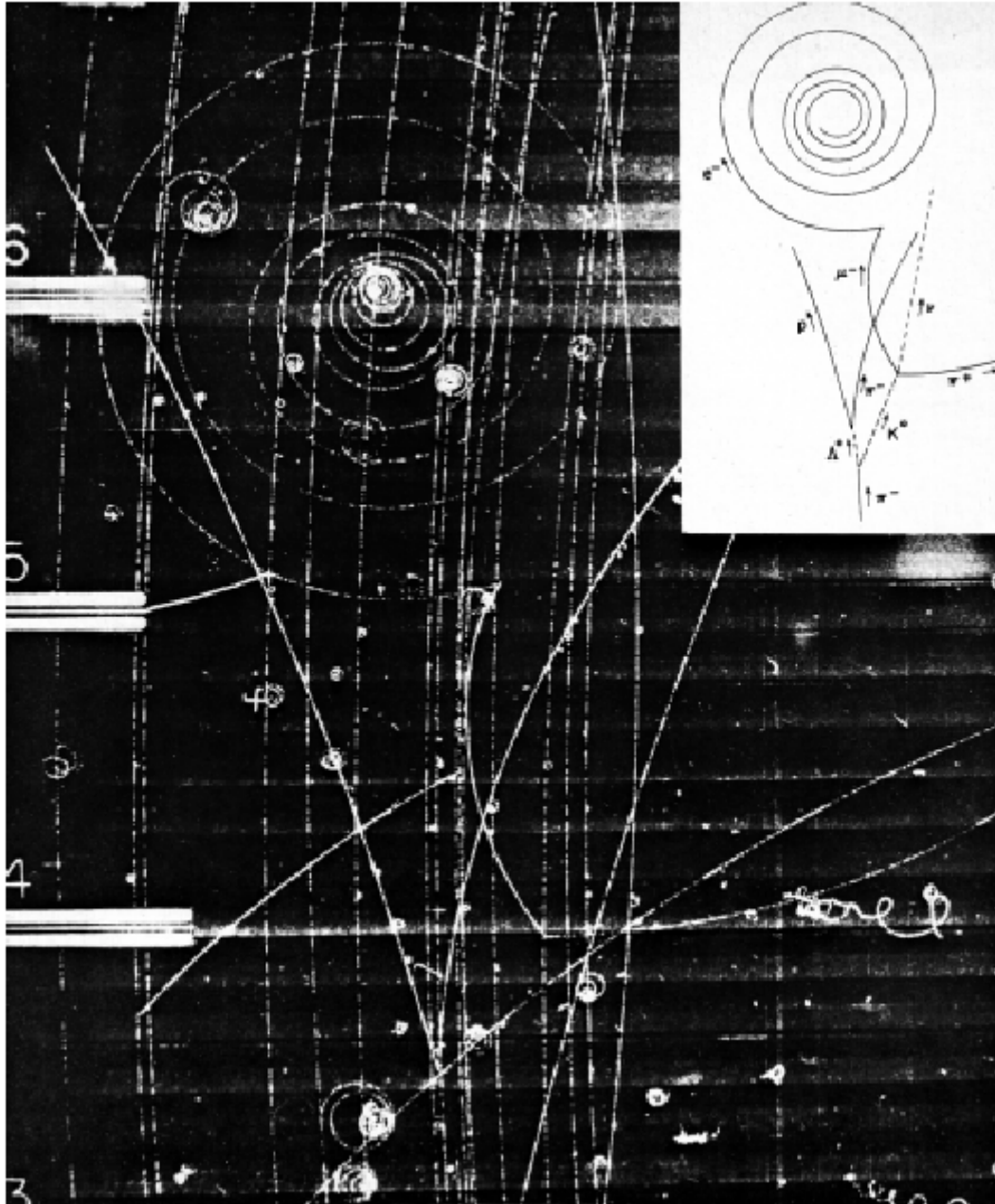


Transformée de Radon complète de l'image



- Cas particulier de la Transformée de Radon : la transformée de Hough
 - Buts:
 - Former une structure de ligne plus complète et plus compacte à partir d'arêtes reliées entre elles
- Accumuler des évidences sur l'existence d'une forme particulière telle qu'une droite, un cercle, une ellipse, etc.





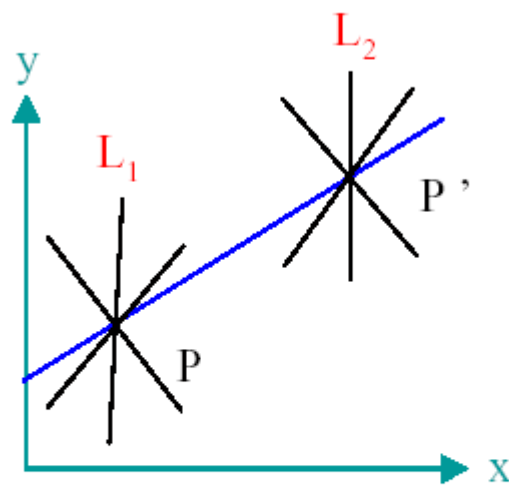
Historique

Méthode développée
par Paul Hough (1962)

- Brevetée par IBM
- Initialement conçue
pour faciliter la
détection automatique
des trajectoires
linéaires des particules
dans les accélérateurs

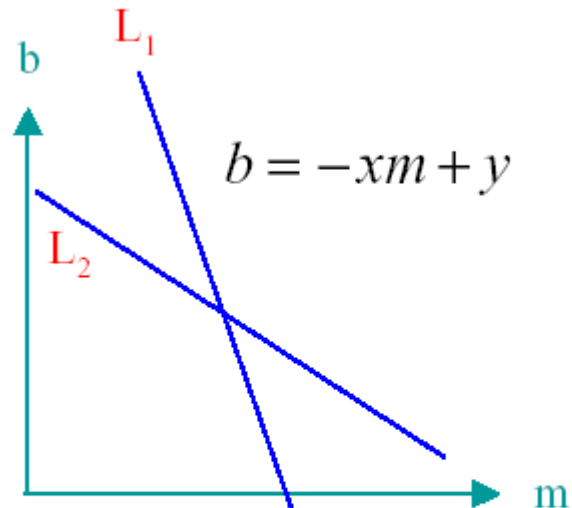
Principe de l'algorithme:

- Transforme une ligne d'équation $y=mx+b$ en un point dans l'espace de paramètres m et b .
- Chaque arête vote pour un candidat dans l'espace des paramètres.



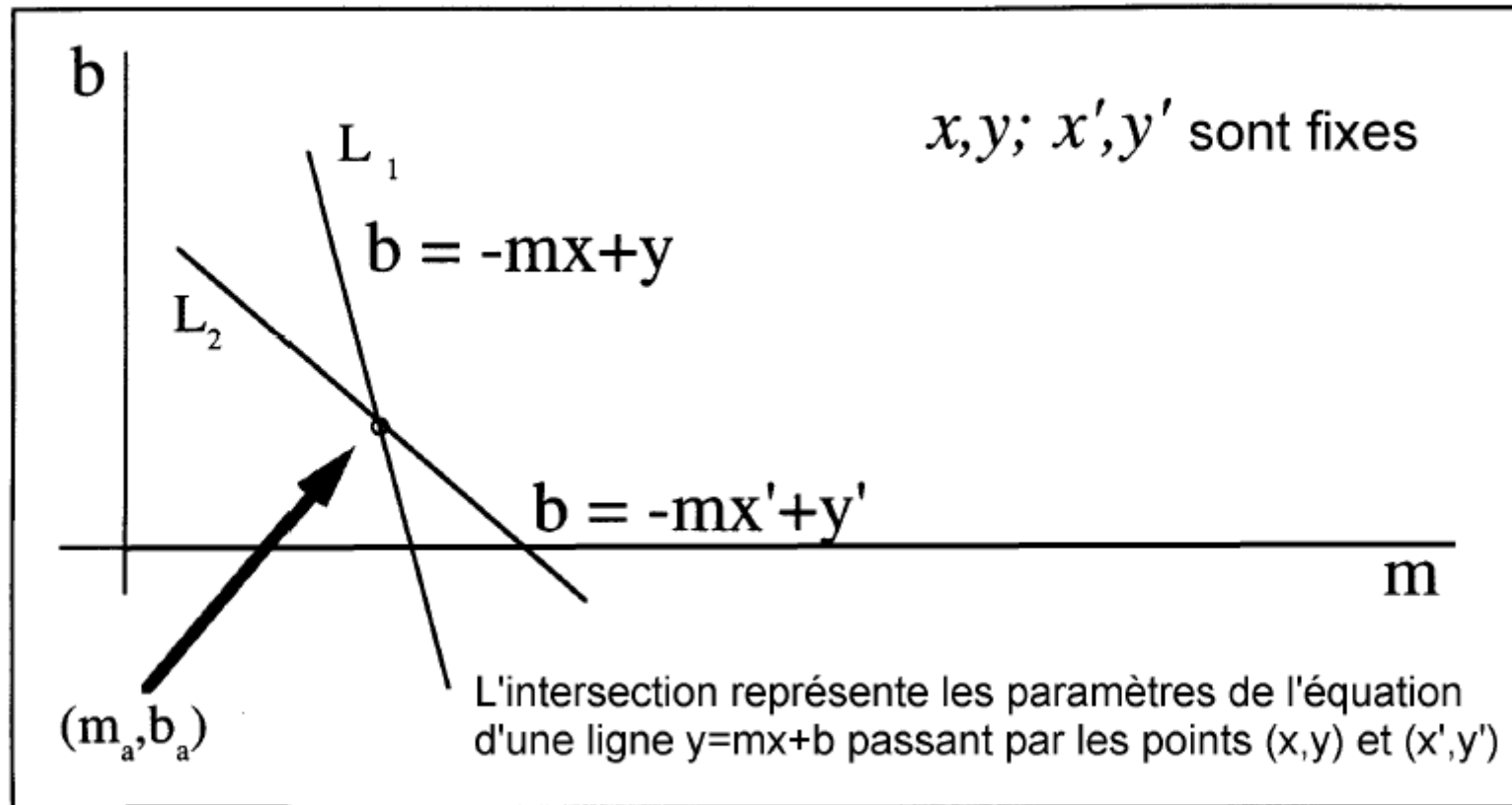
1 point
1 ligne
(déf. par 2 points)

\Rightarrow
 \Rightarrow



1 ligne
1 point
(inters. de 2 lignes)

Espace des paramètres



Problème de représentation: La valeur de m devient trop importante pour des arêtes presque verticales.

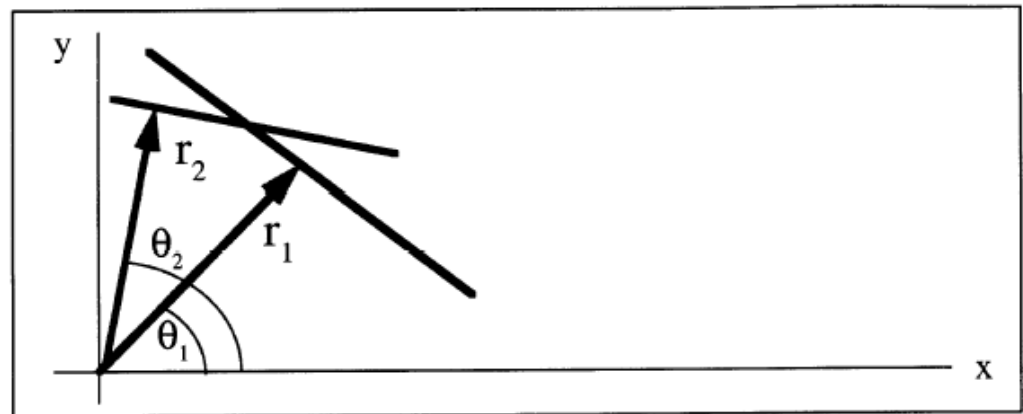
Algorithme modifié :

Paramètres: r, θ

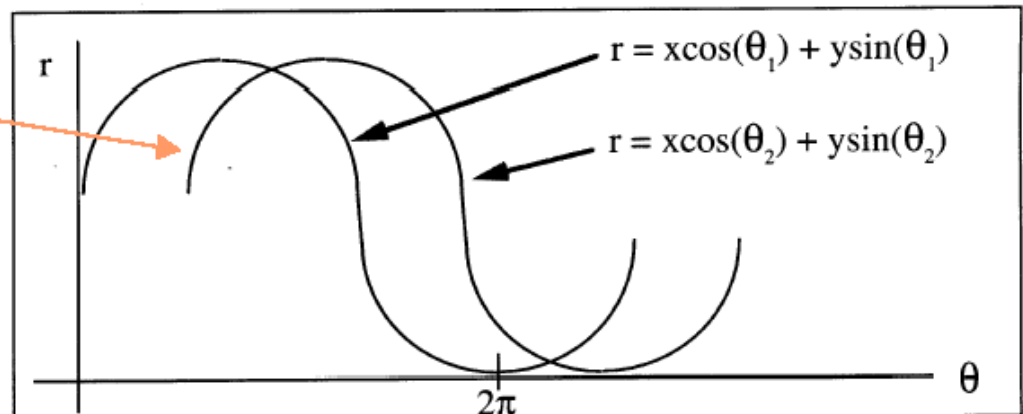
r : plus petite distance entre l'origine et la courbe

θ : angle entre l'axe des x et le vecteur r

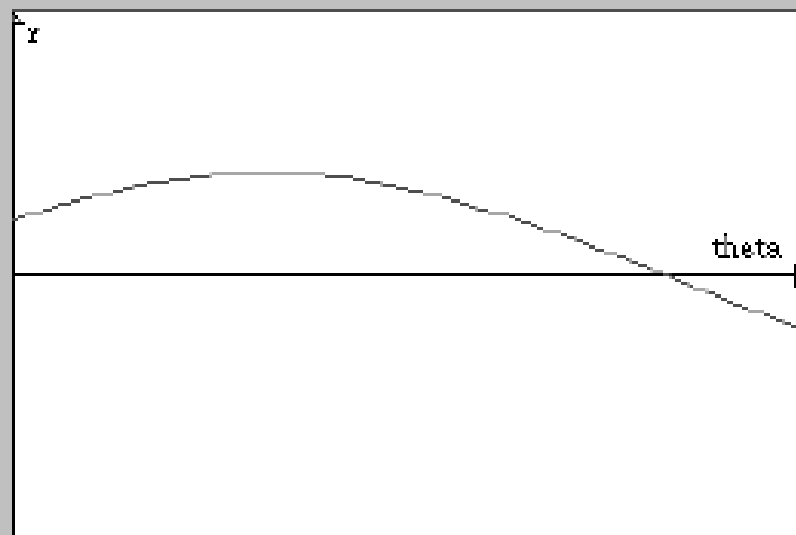
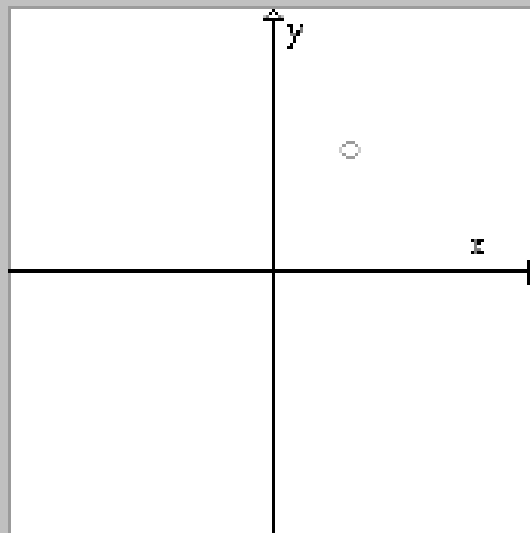
Algo. Identique, avec $H(r, \theta)$



Courbe générée
par l'ensemble
des droites
passant par un
point (x,y)

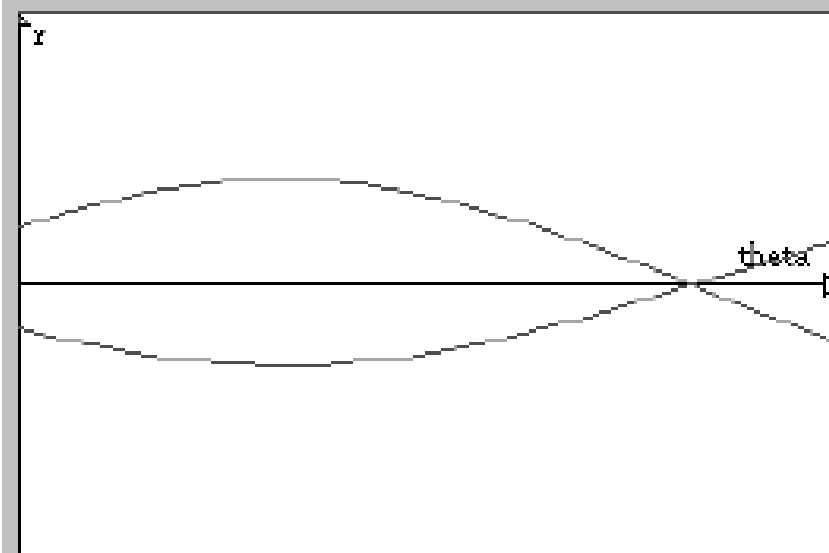
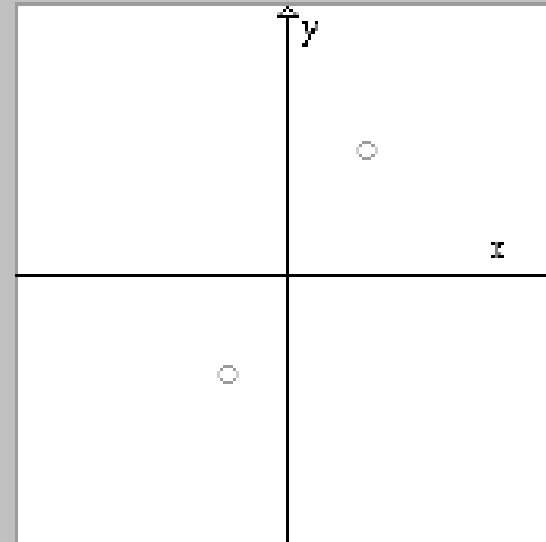


LIGNES DROITES

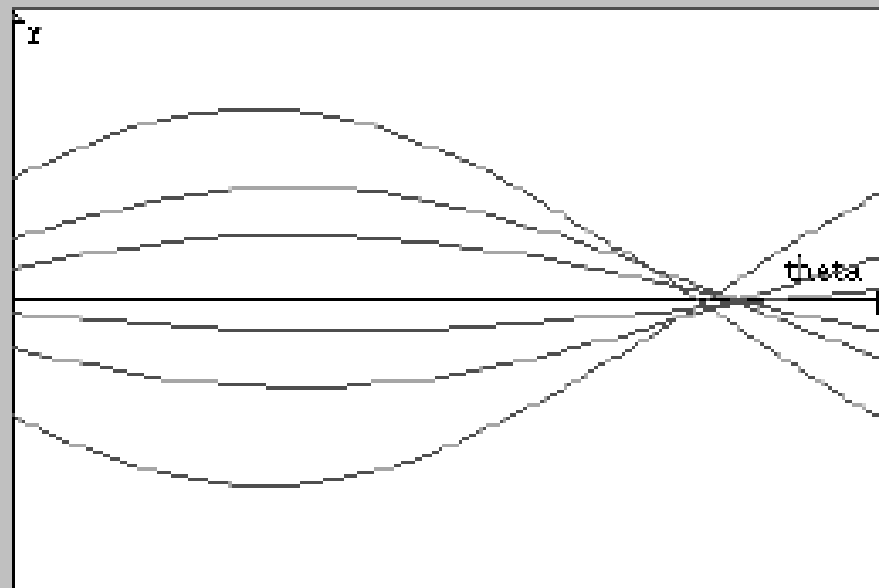
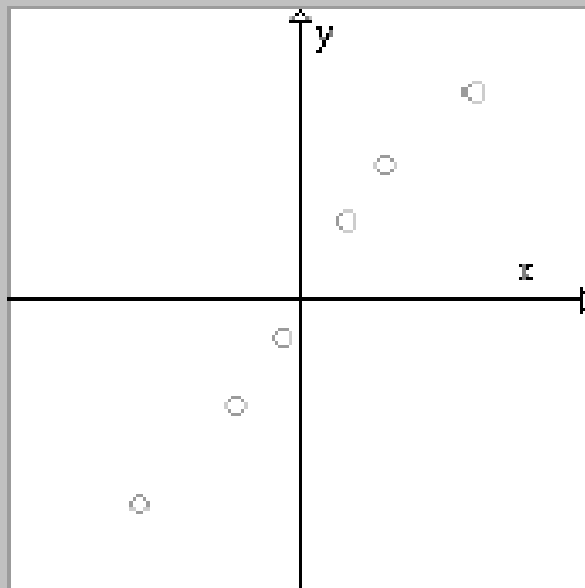


$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = r, 0 \leq \theta < \pi$$

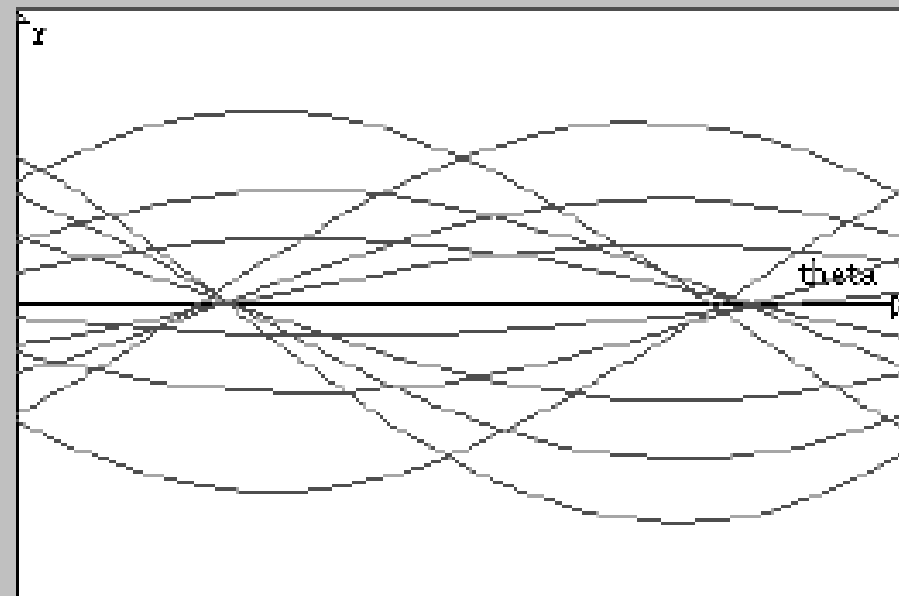
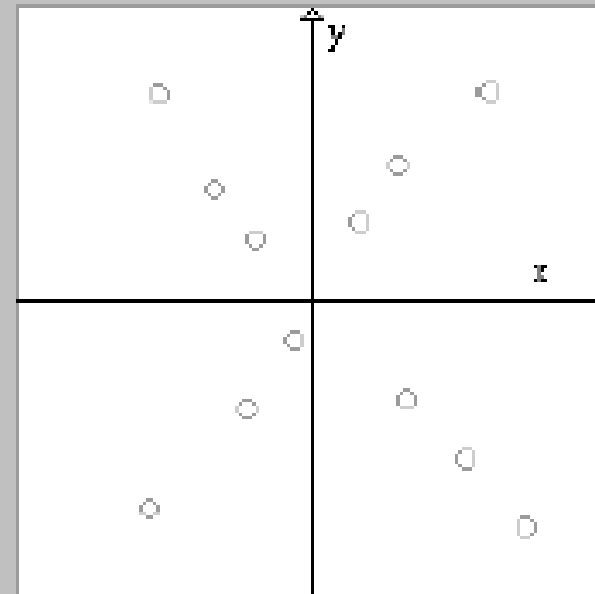
LIGNES DROITES



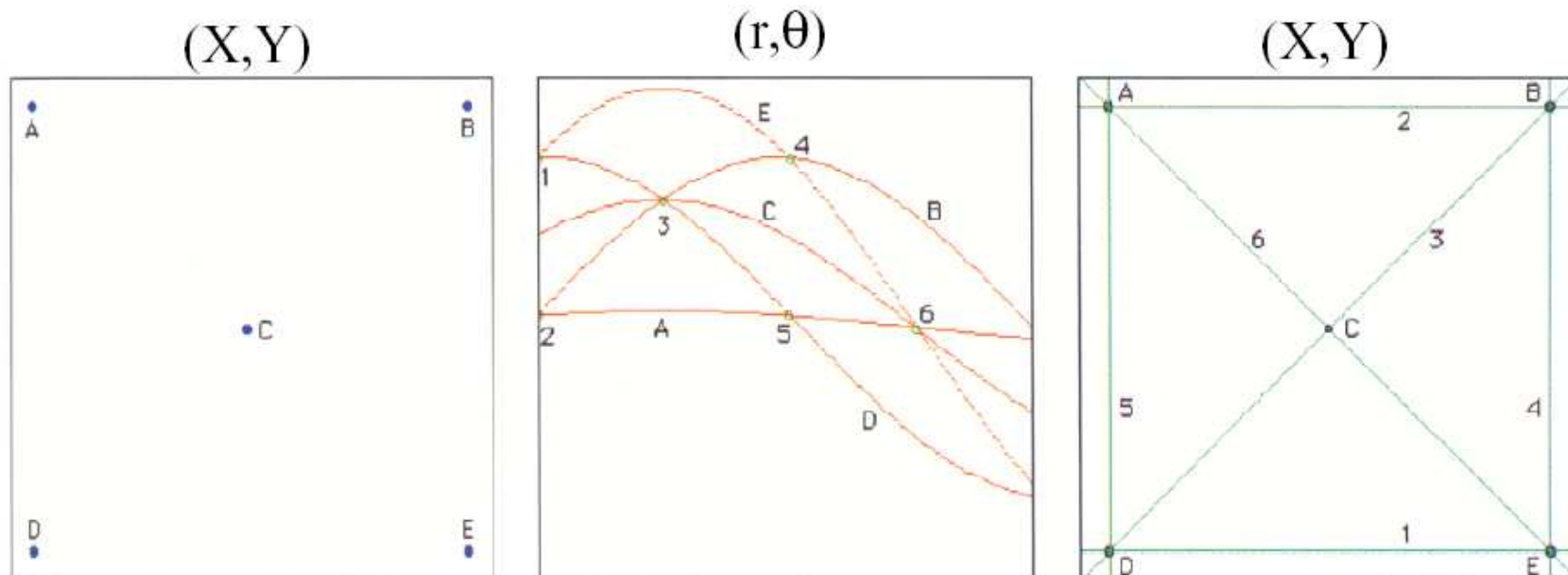
LIGNES DROITES



LIGNES DROITES



Exemple avec 5 points (2 droites de 3 points et 4 droites de 2 points)



Coordonnées des points :

A(0,2)

B(2,2)

C(1,1)

D(0,0)

E(2,0)

Application: Segmentation d'image

Image originale

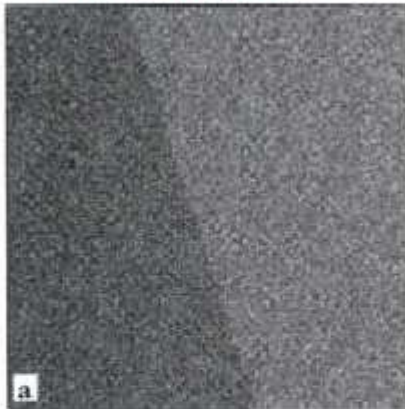
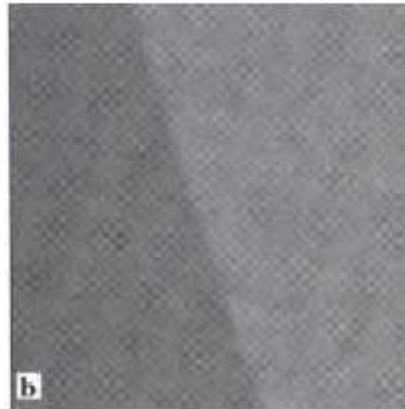
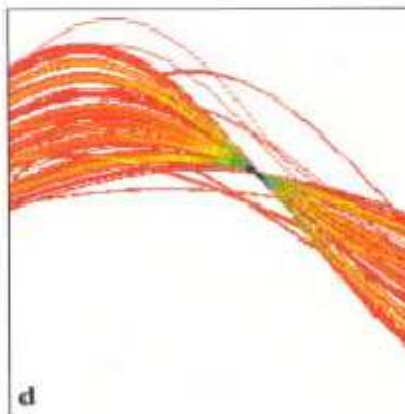
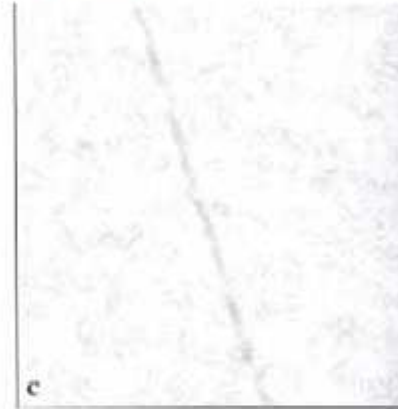


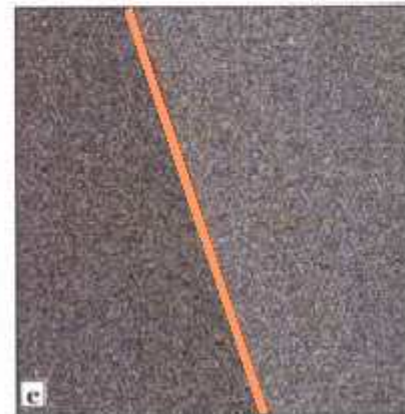
Image lissée



Sobel



Transformée de
Hough



Superposition de l'image originale
et de l'arête la plus significative

La transformée de Hough peut être appliquée à d'autres formes de courbes

Le principe demeure le même. On cherche à accumuler des évidences sur l'existence d'une forme particulière telle qu'une droite, un cercle, une ellipse, etc. Le bulletin de vote devient une matrice en N dimensions où N est le nombre de paramètres définissant la forme recherchée.

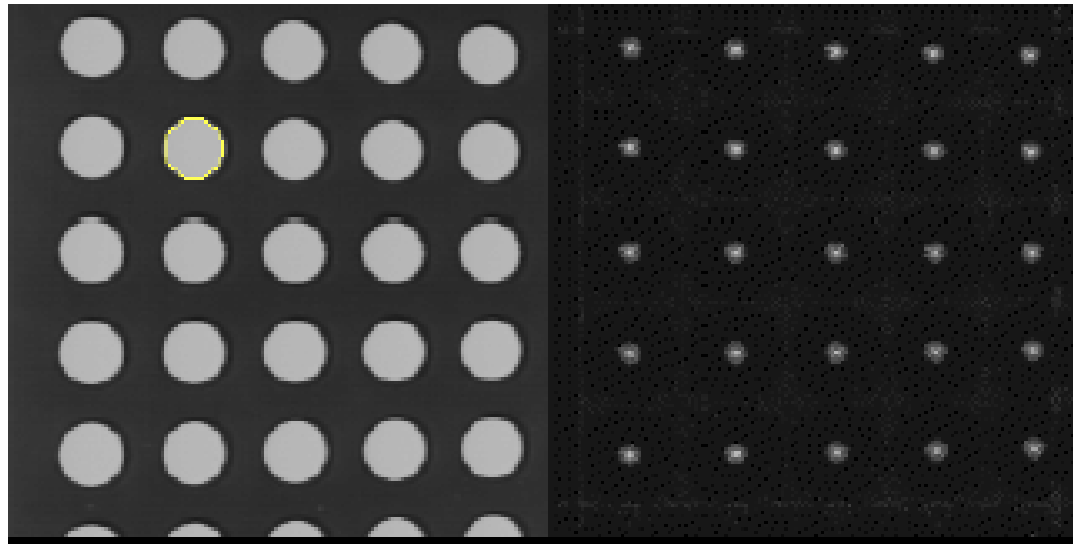
$$(\mathbf{x} - \mathbf{x}_c)^2 + (\mathbf{y} - \mathbf{y}_c)^2 = r^2$$

Cercle : 3 paramètres
position du centre (xc,yc)
r le rayon

$$\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_c}{\mathbf{A}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{y} - \mathbf{y}_c}{\mathbf{B}}\right)^2 = 1$$

Ellipse : 5 paramètres
position du centre (xc,yc)
axes A et B
angle θ

DETECTION D'ELLIPSES (1)



Ellipse d'équation:

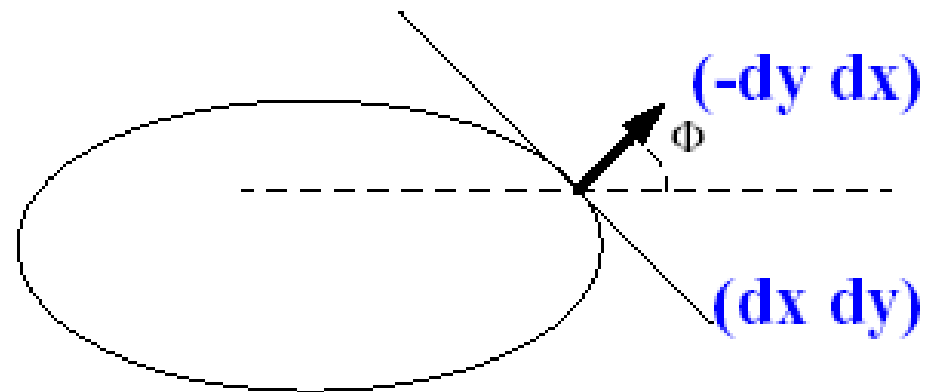
$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

d'où:

$$x_0 = x + a \cdot \cos(\theta)$$

$$y_0 = y + b \cdot \sin(\theta)$$

DETECTION D'ELLIPSES (2)



A chaque point de l'ellipse:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a} \cdot \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$

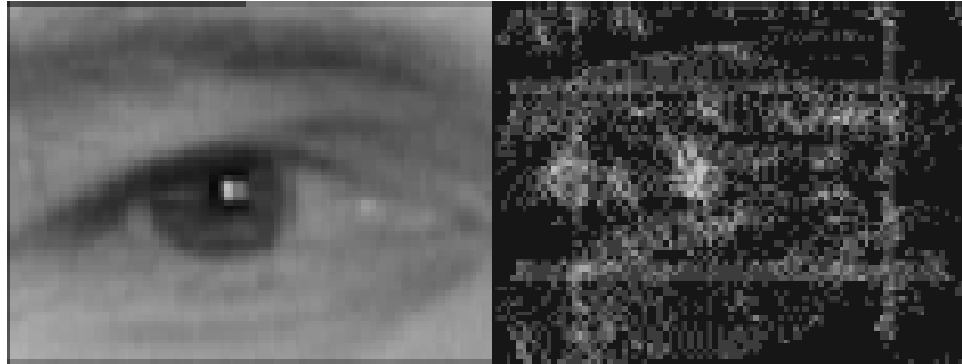
$$-\frac{dx}{dy} = \frac{a}{b} \cdot \tan(\theta)$$

--> On n'incrmente l'accumulateur que pour:

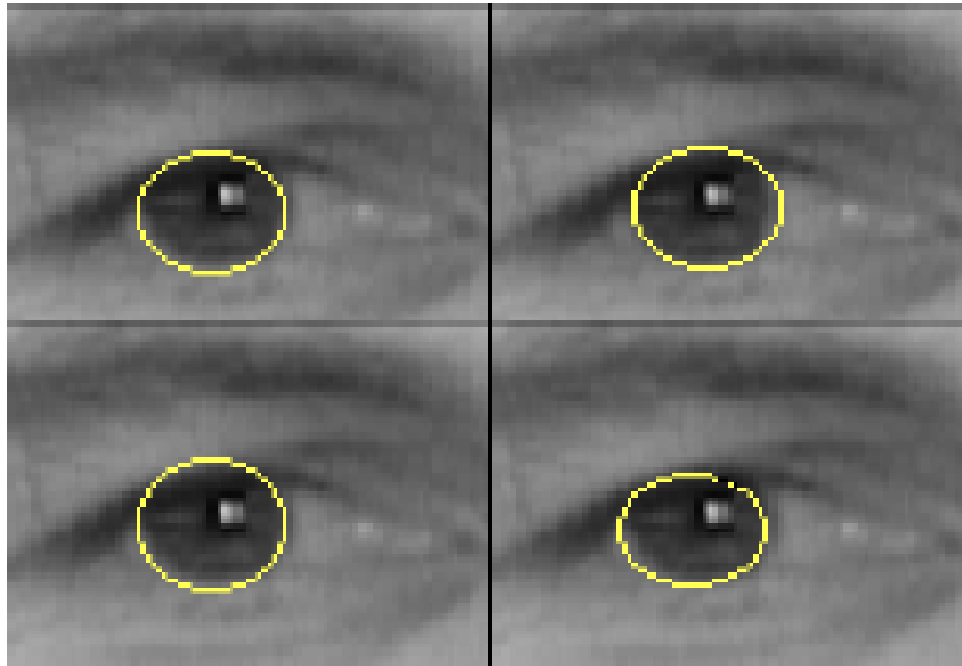
$$\theta = \text{atan}\left(\frac{b}{a} \tan(\Phi)\right)$$

DETECTION D'ELLIPSES (3)

Image et accumulateur:

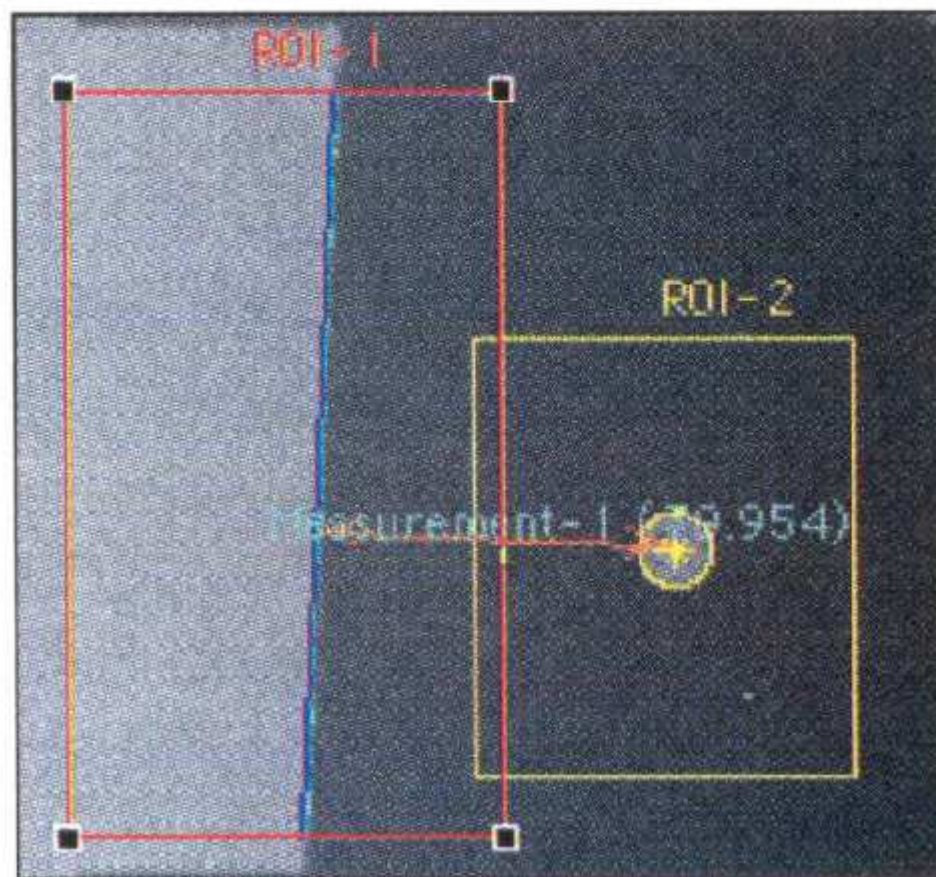


Quatre meilleurs candidats:



Application: reconnaissance automatique des formes et mesure des paramètres associés

Contrôle de la qualité: Mesure du diamètre d'un orifice et de sa distance au bord de la plaque



Application: identification de la structure cristalline d'une fibre minérale

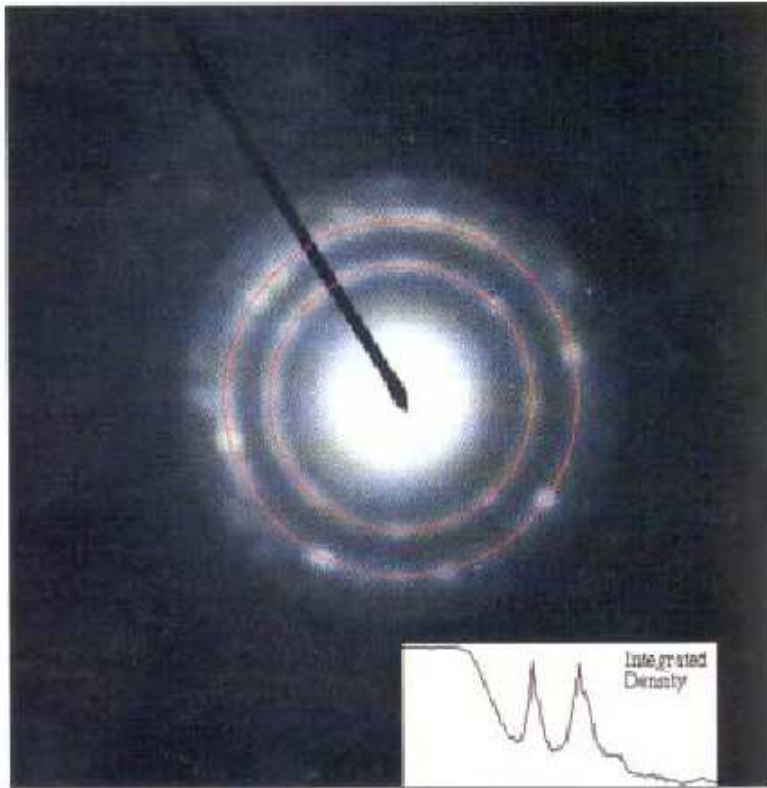


Figure de diffraction observée au microscope électronique.

- Notre système de vision identifie aisément le centre des anneaux.
- La méthode basée sur le calcul du centre de gravité est imprécise dû à la nature morcelée des anneaux.
- La transformée de Hough permet de localiser le centre et le rayon de chaque anneau.
- La corrélation de la coupe radiale avec une base de données minéralogiques permet d'identifier la nature de la fibre, e.g. de l'amiante!

Exercice

	5	6	7	8	9	10	11	12	13	x
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										
26										
27										
28										
29										
30										
31										
32										
33										
34										
35										
36										
37										
38										
39										
40										
41										
42										
43										
44										
45										
46										
47										
48										
49										
50										
51										
52										
53										
54										
55										
56										
57										
58										
59										
60										
61										
62										
63										
64										
65										
66										
67										
68										
69										
70										
71										
72										
73										
74										
75										
76										
77										
78										
79										
80										
81										
82										
83										
84										
85										
86										
87										
88										
89										
90										
91										
92										
93										
94										
95										
96										
97										
98										
99										
100										

Réaliser la Transformée de Hough sur cette image.

- 1) Pour un angle donné, déterminez les pts (x,y) qui ont le même rayon r.
- 2) En déduire l'accumulateur.
- 3) En déduire les lignes directrices de l'image.
- 4) Que faut-il faire pour finir d'extraire les contours précis de l'image?