# Travaux Dirigés n°1

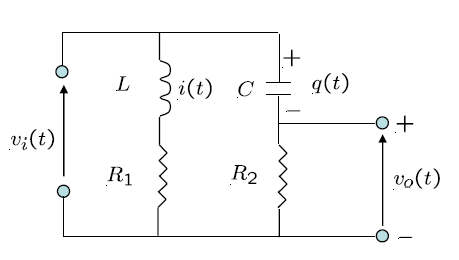
## Exercice 1

On considère le circuit électrique représenté par la figure ci-dessous. On suppose que les états du système sont :

- le courant i dans l’inductance

- la charge q dans le condensateur

L’entrée du système est la tension *v.*



*Vc*

*VR*

1. Donner la représentation d’état du système quand la sortie est la tension aux bornes de la résistance R2, VR.
2. Donner la représentation d’état du système quand la sortie est la tension aux bornes de la capacité C, Vc
3. Donner le schéma analogique correspondant à la question 2.
4. Calculer la fonction de transfert de ce système quand la sortie est Vc.
5. Le système est-il stable ? Commandable ? Observable par Vc? Quel est l’ordre d’une réalisation minimale ?

## Exercice 2

Soit le système défini par l’équation différentielle suivante :



y est la variable de sortie et u est la variable d’entrée.

1. Donner une représentation d’état du système
2. Donner le schéma analogique du système
3. Calculer la fonction de transfert du système

## Exercice 3 : On utilisera Matlab

Soit le système mécanique suivant :



Trouver les équations différentielles régissant le système en mouvement. y1 et y2 sont les déplacements des deux masses m1 et m2 autour de leur point d’équilibre respectifs, u1 et u2 sont deux forces extérieures.

En déduire une représentation d’état.

Application numérique : m1=m1=1kg ; f=1 unité S.I. ; k1=1 ; k2=2 unités S.I.

1. On dispose des 2 entrés u1 et u2. Le système est-il commandable ?
2. Même question si on ne dispose que de l’entrée u1.
3. Même question si on ne dispose que de l’entrée u2.
4. On mesure les sorties y1 et y2. Le système est-il observable ?
5. Même question si on ne mesure que y1.
6. Même question si on ne mesure que y2.
7. Quel est le comportement dynamique du système ? Est-il stable ? Est-oscillant ?
8. Donner le schéma analogique du système.
9. Peut-on calculer une commande par retour d’état telle que le système en boucle fermée soit non oscillant et revienne à sa position d’équilibre en moins de 10 secondes ?
10. Faire le schéma Simulink correspondant.
11. Peut-on réaliser cette commande ? Comment ?

# Travaux Dirigés n°2

Soit le système décrit par l’équation différentielle :



On pose 

Donner l’équation d’état du système.

Calculer le polynome caractéristique du système. En déduire les pôles du systême.

D’après la nature et la valeur des pôles, décrivez le comportement dynamique de ce système.

Calculer la matrice de transition :

* Par diagonalisation de la matrice A
* Par la transformation inverse de Laplace

A l’instant initial t=0, l’état . La commande u est nulle pour tout t, autrement dit, le système fonctionne en régime libre. Calculer la réponse du système pour t >0.

# Travaux dirigés n°3

*(On pourra utiliser Matlab pour répondre aux questions).*

## Exercice n°4 (1h)



1. Donner la représentation d’état associée aux variables d’état x1, x2, x3, x4 du système ci-dessus.
2. Etudier la commandabilité et l’observabilité. Quel est l’ordre d’une réalisation minimale ?
3. On considère le changement de base suivant :



* 1. Montrer que les vecteurs de la matrice de changement de base sont les vecteurs propres de la matrice A du système étudié et indiquer les valeurs propres correspondantes.
  2. Construire le schéma analogique dans la nouvelle base et conclure.

# Travaux Dirigés n°4 : commande par retour d’état

*On pourra utiliser Matlab pour répondre aux questions.*

Le système à étudier est un système de régulation de température d’une enceinte thermique, dont l’objectif est de réduire l’influence des variations de température extérieure (e) sur la température de l’enceinte.

Le système est composé d’une chaudière où règne une température 1, située à l’intérieur de l’enceinte où règne une température . Le fluide circulant dans la chaudière a une masse M1 et une certaine capacité calorifique C1. La chaudière est commandée par un système de chauffage, qui génère une quantité de chaleur P. Une quantité de chaleur, proportionnelle à la différence de température entre la chaudière et l’enceinte, est dissipée vers l’enceinte à travers une résistance thermique R1 [(1-)/R1]. Dans l’enceinte circule un fluide de capacité calorifique C2 et de masse M2. Une quantité de chaleur, proportionnelle à la différence de température entre l’enceinte et l’extérieur, est dissipée vers l’extérieur à travers une résistance thermique R2.

P

1

1

e



L’équation différentielle exprimant la variation de température d’un élément thermique s’exprime de la manière suivante :

Masse x capacité calorifique x variation de température en fonction du temps = quantité de chaleur entrante-quantité de chaleur dissipée.

1. Mettre le système sous forme de représentation d’état. On suppose que la variable mesurée est la température dans l’enceinte.
2. On prendra comme application numérique M1=M2=1, C1=C2=1, R1=1/2, R2=1/3 unités SI. Faire le schéma analogique correspondant.
3. Calculer les valeurs propres du système.
4. Etudier la commandabilité du système
5. *Proposer une commande par retour d’état telle que les valeurs propres du système ne boucle fermé soient (-5 ;-6). Faire le schéma analogique correspondant. Calculer le gain statique de la fonction de transfert /e, avec le retour d’état. Conclusion ?*
6. Proposer une structure de commande avec retour d’état et asservissement. Donner le schéma analogique.
7. Calculer le retour d’état qui fixe les valeurs propres du système à (-4,-5,-6).
8. Montrer, en calculant le gain statique de/e en boucle fermée, qu’une augmentation soudaine de e est bien rejetée
9. On mesure la température . Proposer un observateur d’état permettant d’estimer la température 1.

# Asservissement en position d’une bille sur une barre par commande par retour d’état et observateur.

# Description du système physique

Le système physique étudié se compose d’une barre rigide portant un rail, mobile autour d’un axe horizontal, et d’une bille roulant sur le rail. L’inclinaison de la barre peut être modifiée grâce à un moteur à courant continu, relié à la barre par l’intermédiaire d’un engrenage entraînant un système de câbles.



Le moteur à courant continu est asservi en position de manière à ce que, sur une valeur de tension délivrée par le correcteur, il applique l’angle correspondant à la barre. Le moteur asservi en position se comporte comme un actionneur pour le système. La dynamique de l’asservissement est très rapide par rapport à la dynamique du système bille sur rail. La fonction de transfert reliant l’angle du moteur, et donc l’angle du rail, s’apparente donc à un gain.



Les deux rails sur lesquels roule la bille sont résistifs et fournissent une tension , (k1=7).

La bille sur le rail obéit à la loi  ; Kb=6

Le système bille sur rail, le moteur asservi en position et le capteur de mesure de la position de la bille sur le rail se trouvent dans le fichier bille\_re\_v7.mdl.

**Etude théorique**

1. Donner une représentation d’état de ce système et étudier sa commandabilité.

2. Proposer une structure d’asservissement de position telle que les 3 points suivants soient vérifiés :

- la position x est asservie à une référence r

- l’erreur en régime permanent pour une entrée en échelon est nulle

- les valeurs propres du système en boucle fermée soient égales à des

Calculer le retour d’état correspondant en prenant des =-1 puis des =-2. Donner le schéma analogique de cet asservissement. Vérifier que l’erreur statique est nulle en calculant le gain statique en boucle fermée.

3. Pour implanter le système de commande étudié, il est nécessaire d’estimer la vitesse de la bille que l’on ne peut pas mesurer. Vérifier que le système est observable. Proposer un observateur qui permette d’estimer l’état du procédé. Calculer le gain de l’observateur en fixant sa dynamique à o=-5 puis o=-10.

**Simulation sur Matlab/Simulink**

La mise en œuvre de la commande par retour d’état se fait à partir du fichier simulink « bille\_re\_v7.mdl » fourni.

1. Commande par retour d’état à 3 variables d’état

Implémenter la commande à trois variables d’état, sans l’observateur. On supposera que la vitesse de la balance est mesurée. Analyser le comportement dynamique et statique du système pour les 2 réglages de des. Visualiser la commande u. Analyser l’effet de la saturation de courant à 16 A sur les performances.

Introduire une perturbation d’angle de type échelon en amont du système. (basculer le chiffre en vert du bloc « perturbation d’angle » de 1 à 2). Analyser le rejet de perturbation.

Introduire une perturbation de position de type échelon en aval du système (basculer le chiffre en vert du bloc « perturbation de position» de 1 à 2). Analyser le rejet de perturbation.

Conclure sur les 2 systèmes de commande et sur les différents réglages. Quelle solution vous semble la meilleure ? Pourquoi ?

1. Observateur d’état

Construire l’observateur d’état à l’aide d’intégrateurs, de gains et de sommateurs, sans l’intégrer dans la boucle de commande, dans un premier temps. Analyser le comportement des variables estimées pour les 2 réglages de l’observateur proposés. On gardera l’ajout de la perturbation en position.

1. Commande par retour d’état avec observateur d’état

On introduit maintenant l’observateur dans le retour d’état à 3 variables. Le retour d’état est réalisé à partir de l’estimation de la vitesse et de la position. Analyser les performances du système en boucle fermée. Discuter de l’influence de l’observateur sur les performances de la commande en boucle fermée.

On ajoute maintenant du bruit sur le capteur y. Sur le fichier simulink, il suffit d’ouvrir le bloc barre/bille et de basculer le chiffre en vert du bloc « ajout de bruit» de 1 à 2. Analyser l’effet de l’ajout de bruit sur les performances en boucle fermée. Tester les 2 réglages de l’observateur.

Au lieu de l’observateur, utiliser maintenant le bloc dérivateur pour estimer la vitesse de la bille. Réaliser la commande à l’aide cette estimée. La position est calculée à partir du capteur y. Analyser les performances en boucle fermée. Conclure sur l’intérêt de l’observateur.