

明治大学 理工学部

2024 年度

卒業論文

カレントミラーを組み合わせた折り  
返し型アナログ乗算回路の出力範囲  
を拡大する回路構成

学生番号：1512201217

電気電子生命学科

小島 光

指導教員：和田 和千

実家住所：〒124-0006 東京都葛飾区堀切 8-8-3-306

電話番号：070-3614-1189

# 概要

フォトリソグラフィの学習・計算の際に必要なアナログ的な積和演算を可能とする乗算回路の構成を提案する。KCL を利用することで、多数の信号の和を電流的に実現することができるが、信号線を共有するため和の出力振幅は単体の乗算回路と共有される。即ち、積和演算回路の出力振幅は乗算回路単体の出力振幅と等しくなり、和をとる信号の数が多くなればなるほど乗算回路一つあたりの入力範囲が限られてしまうため信号対雑音比 (S/N 比) の劣化が懸念される。そこで、従来のギルバート乗算回路を応用した乗算回路を提案しギルバート乗算回路同様、アナログ信号の乗算ができることを、小信号解析を用いて確認した。また、乗算器が動作する条件として、MOSFET が遮断しない条件を使い出力範囲を示した。そして、今後集積化を行い出力範囲拡大ができていることを確認するための素子値を設計し、パッケージでの測定を踏まえたシミュレーションを行った。

# 目次

第1章 序論	1
第2章 ギルバート乗算回路	3
2.1 回路構成	3
2.2 小信号解析	4
2.2.1 動作点の変動	4
2.2.2 小信号等価回路	6
2.3 出力範囲	8
第3章 カレントミラーを組み合わせた折り返し型アナログ乗算回路	10
3.1 回路構成	10
3.2 小信号解析	14
3.3 出力範囲	14
3.4 シミュレーションによる確認	14
謝辞	15

# 第1章 序論

現在、機械学習の分野ではディープラーニングが盛んに研究され、とくに時系列データを扱うためには各ノードが次の層への結合のみを持つ順伝搬型 (feed-forward) ではなく以前の層への結合も持つリカレントニューラルネットワーク (RNN) と呼ばれる方式が使われている。しかし、一般のディープラーニングにおいて、現実的な精度を得るためには多くの隠れ層を必要とするがその学習は必ずしも現実的な計算量では終わらない。これは多数の隠れ層を持つニューラルネットワークでは、ノード間の結合が非線形な活性化関数で定義されるため、教師データに対する数値解析的なフィッティングしかできないことに起因する。そこで、学習効率を上げる方法として RNN を物理現象によって再現したりザバが登場した。

このリザバからの複数の出力の積和演算をすることで特徴量を抽出することができる。特に、学習するのはリザバではなく積和演算の重みのみであるため学習コストを低減させることができる。今回、光で入出力を行うフォトニックリザバにおいては高速な画像認識に用いることができる可能性が報告されている。しかしながら、現状では出力の光を光のまま積和演算することは難しいためフォトダイオードによって電気に変換し積和演算・並びに学習を行うことが検討されている。ここで、積和演算が画像認識速度のボトルネックにならないよう高速な処理が必要なため今回はアナログ信号の積和演算を行うギルバート乗算回路を使用することが本学で検討されていた。ギルバート乗算回路を用いる積和演算では図 1.1 に示すよう、出力信号に対してギルバート乗算回路で重みづけを行い、出力信号をまとめることで電流的に和をとる。即ち、各乗算器の出力振幅が積和演算回路の出力振幅の上限となるため、積和演算を行う信号の数が増えるとその分入力範囲が限られる。これにより信号対雑音比 (S/N 比)

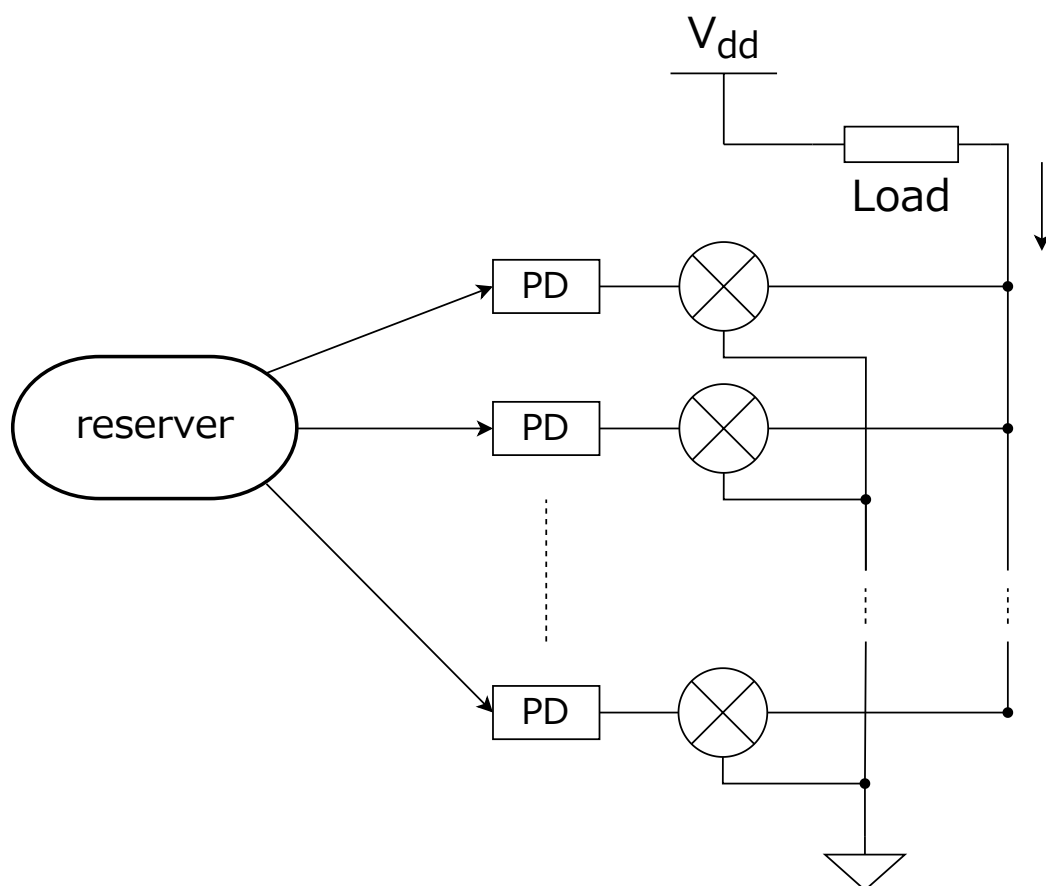


図 1.1: 積和演算回路の構成

の劣化が懸念される。

本研究では、S/N 比向上のため乗算回路単体の出力振幅を拡大する構成を提案する。本論の構成は以下のとおりである。まず 2 章で検討していたギルバート乗算回路構成を示し、小信号解析を行うことでその特性を確認する。さらにその現実的な出力範囲を導出する。3 章において提案する回路構成についての基本的な方針を示し、小信号解析において提案回路がギルバート乗算回路同様、アナログ信号の乗算が可能であることを明らかにする。また、その出力範囲を導出しギルバート乗算回路に対し出力範囲を広げられることを示し、シミュレーション上でも確認する。最後に、4 章で結論並びに今後の展望について述べる。

## 第2章 ギルバート乗算回路

## 2.1 回路構成

まず、図 2.1 に現在広く使用されているギルバート乗算回路の回路図を示す。ギルバート乗算回路は  $v_{in}$  と  $V_{CTRL}$  に差動で信号を入力することで二つの入力

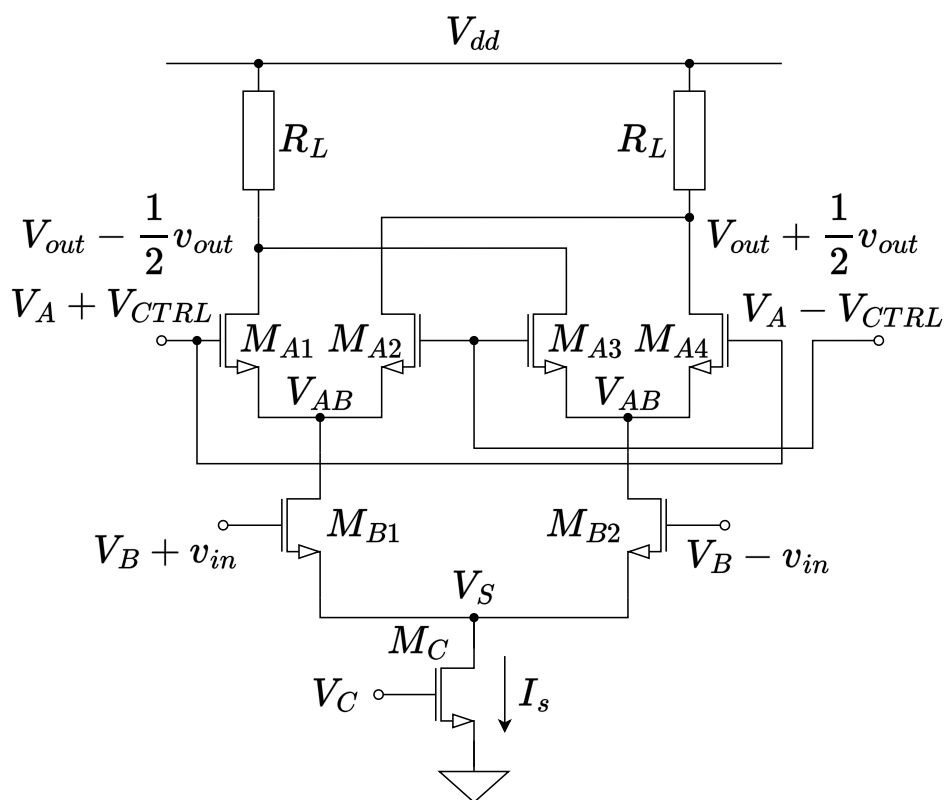


図 2.1: ギルバート乗算回路

信号に比例した電圧出力を差動で出力することができる。ここで、 $M_B$  の差動対は入力信号に比例した電流を  $M_A$  のソースから引き込む。さらに  $M_A$  の動作

点が制御電圧  $V_{CTRL}$  に比例して変動することに注意すると負荷抵抗に流れる電流が二つの入力に比例していることが分かる。詳細は次節にて導出する。

## 2.2 小信号解析

### 2.2.1 動作点の変動

小信号解析を行うにあたり  $M_A$  の扱いが問題となる。小信号解析では MOSFET の出力が線形に近似できるような小信号入力に対して行うが、動作点が変わると線形な近似が合わなくなる。この問題を扱うために、まず図 2.2 に示す差動ゲート接地の差動対について考える。

一般に、MOSFET のドレイン電流は二乗則に従い、ゲートソース間電圧  $V_{GS}$ 、しきい電圧  $V_{th}$  と形状などによって決まる固有の係数  $K$  を用いて

$$I_D = K(V_{GS} - V_{th})^2 \quad (2.1)$$

と表せる。さらに、MOSFET のトランスコンダクタンスはドレイン電流をゲートソース間電圧で偏微分したものであるので差動成分が 0、つまり  $V_{diff} = 0$  のときトランスコンダクタンスを  $g_m$  とすると式 (2.1) を用いて

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}}$$

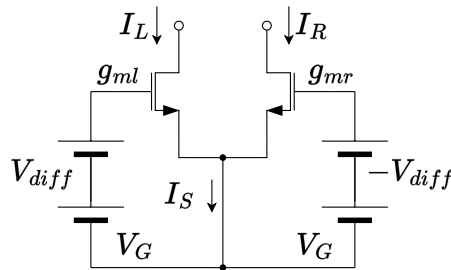


図 2.2: ゲート接地の差動対

$$= 2K(V_{GS} - V_{th}) \quad (2.2)$$

となる。次に差動成分  $V_{diff} \neq 0$  のとき、左右の MOSFET のトランスコンダクタンスは

$$\begin{aligned} g_{ml} &= 2K \{(V_G + V_{diff}) - V_{th}\} \\ &= g_m + 2KV_{diff} \\ g_{mr} &= 2K \{(V_G - V_{diff}) - V_{th}\} \\ &= g_m - 2KV_{diff} \end{aligned}$$

と計算できるので、 $2KV_{diff} \equiv \Delta g_m$  とおけば

$$g_{ml} = g_m + \Delta g_m \quad (2.3)$$

$$g_{mr} = g_m - \Delta g_m \quad (2.4)$$

と求められた。したがって、ゲート接地増幅回路ではゲート電圧に比例したトランスコンダクタンスを得ることができる。



### 2.2.2 小信号等価回路

次に小信号等価回路を考えるが、ここでギルバート乗算回路は差動対の組み合わせでできているため、半回路を考えることで回路全体の小信号解析を行うことができる。そこで図 2.1 の  $M_{A1}, M_{A2}, M_{B1}$  についての半回路は  $V_S$  が交流的に接地されていることに留意すると、図 2.3 に示すようになる。この時、接点  $AB$  に KCL を用いると

$$\begin{aligned}
 g_{mB}v_{in} + g_{dB}v_{AB} &= (g_m + \Delta g_m)(-v_{AB}) + g_{dA}(v_{outm} - v_{AB}) \\
 &\quad + (g_m - \Delta g_m)(-v_{AB}) + g_{dA}(v_{outp} - v_{AB}) \\
 v_{AB} &= -\frac{g_{mB}}{2g_m + 2g_{dA} + g_{dB}}v_{in}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

と書ける。さらに、完全差動回路であることを踏まえると  $i_3 = -i_2$ 、 $v_{outp} = -v_{outm}$  という関係が成り立つ。また最終的な出力電圧を  $v_{out} := v_{outp} - v_{outm}$  と定義する。これに留意して負荷抵抗  $R_L$  に流れる電流  $i_{outm}$  は

$$\begin{aligned}
 i_{outm} &= i_1 + i_2 \\
 &= (g_m + \Delta g_m)(-v_{AB}) + g_{dA}(v_{outm} - v_{AB}) \\
 &\quad - \{(g_m - \Delta g_m)(-v_{AB}) + g_{dA}(v_{outp} - v_{AB})\}
 \end{aligned}$$

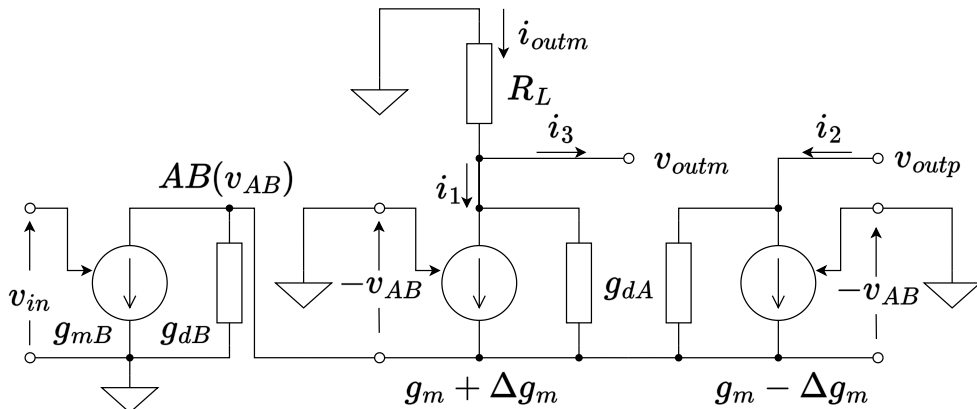


図 2.3: ギルバート乗算回路の小信号半回路

$$= -2(\Delta g_m v_{AB} + g_{dA} v_{out}) \quad (2.6)$$

と表せる。オームの法則を用いると

$$\begin{aligned} v_{out} &= \{(0 - R_L i_{outp}) - (0 - R_L i_{outm})\} \\ &= \frac{4R_L}{1 + 2R_L g_{dA}} \Delta g_m v_{AB} \end{aligned}$$

と計算できる。ここで、 $g_m \gg g_{dA}, g_{dB}$  を仮定し 2.2.1 の結果と式 (2.5) を用いると出力電圧は

$$v_{out} = \frac{8KR_L}{1 + 2R_L} \cdot \frac{g_{mB}}{2g_m} \cdot V_{CTRL} \cdot v_{in} \quad (2.7)$$

と表すことができる。ここで、 $V_{CTRL}$  と  $K$  はそれぞれ  $M_A$  に与える制御電圧とトランスコンダクタンス係数である。以上より、小信号を入力した際には出力として入力電圧  $v_{in}$  と制御電圧  $V_{CTRL}$  に比例した電圧を得る、すなわち乗算ができることが確かめられた。

## 2.3 出力範囲

次にギルバート乗算回路の出力範囲を考える。適切に乗算が行える条件は MOSFET が遮断領域に入らないことであるとする、制約条件として各 MOSFET においてしきい電圧  $V_{th}$  が一定であるとする

$$\begin{cases} V_{GS} - V_{th} < V_{DS} \\ V_{th} < V_{GS} \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.8a) \\ (2.8b) \end{matrix}$$

を満たす必要がある。ただし、 $V_{GS}$ 、 $V_{DS}$ 、 $V_{th}$  はゲートソース間電圧、ドレインソース間電圧、しきい電圧である。これを図 2.1 の各 MOSFET に用いると

$$M_A : \begin{cases} V_A + V_{CTRL} - V_{AB} - V_{th} < V_{out} - \frac{1}{2}v_{out} - V_{AB} \\ V_{th} < V_A - V_{CTRL} - V_{AB} \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.9a) \\ (2.9b) \end{matrix}$$

$$M_B : \begin{cases} V_B + v_{in} - V_S - V_{th} < V_{AB} - V_S \\ V_{th} < V_B - v_{in} - V_S \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.10a) \\ (2.10b) \end{matrix}$$

$$M_C : \begin{cases} V_C - V_{th} < V_S \\ V_{th} < V_C \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.11a) \\ (2.11b) \end{matrix}$$

と表現することができる。 $M_A, M_B$  の.a 不等式には両辺にソース電位が含まれているのでそれを消去すると

$$M_A : \begin{cases} V_A + V_{CTRL} - V_{th} < V_{out} - \frac{1}{2}v_{out} \\ V_{th} < V_A - V_{CTRL} - V_{AB} \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.12a) \\ (2.12b) \end{matrix}$$

$$M_B : \begin{cases} V_B + v_{in} - V_{th} < V_{AB} \\ V_{th} < V_B - v_{in} - V_S \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.13a) \\ (2.13b) \end{matrix}$$

とまとめられる。さらに式 (2.11) より

$$0 < V_S \quad (2.14)$$

である。次に式 (2.12) から  $V_A$  を消去すると

$$V_{AB} + 2V_{CTRL} < V_{out} - \frac{1}{2}v_{out} \quad (2.15)$$

$$(2.16)$$

であり、また式 (2.13) から  $V_B$  を消去すると

$$V_S + 2v_{in} < V_{AB} \quad (2.17)$$

と分かる。以上より、式 (2.15),(2.15) から

$$V_S + 2v_{in} + 2V_{CTRL} < V_{out} - \frac{1}{2}v_{out} \quad (2.18)$$

である。さらに、出力電圧は電源電圧からも制約を受けるので

$$V_{out} + v_{out} < V_{dd} \quad (2.19)$$

であり、出力範囲を  $v_{range}$  とすると式 (2.18) と合わせ

$$0 < v_{range} < V_{dd} - (V_S + 2V_{CTRL} + 2v_{in}) \quad (2.20)$$

と考えることができる。

# 第3章 カレントミラーを組み合わせた折り返し型アナログ乗算回路

## 3.1 回路構成

序論で述べた S/N 比向上のための方針として、折り返しカスコードの構成をとることが考えられる。図 3.1 に折り返しカスコード型の乗算回路を示す。この構造では出力電圧は  $M_p$  と電流源の pMOSFET で分圧するため、入力電圧分出力振幅が広がることが予測される。しかし左右それぞれにバイアス電流を流すため消費電流が増加する。さらに pMOSFET を小信号に使用するため

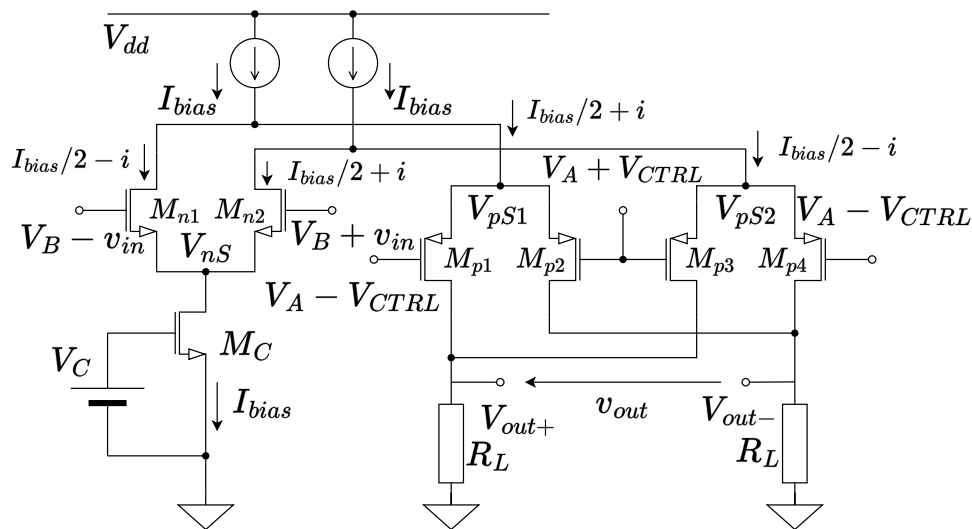


図 3.1: 折り返しカスコード型乗算回路

どうしても nMOSFET のみのギルバート乗算回路よりも遮断周波数が下がってしまうことが考えられる。RHOM 0.18 $\mu$  m Process にてギルバート乗算回路と折り返しカスコード型の乗算回路をバイアス電流が同じになるように設計したときのそれぞれの素子値を表 3.1、表 3.2 に示す。またこの素子値におけるシミュレーションでの周波数特性を図 3.2、図 3.3 にそれぞれ示す。今回の設計ではトランスコンダクタンスも揃っているのに利得は同程度であるが、遮断周波数は 1 桁程度落ちてしまっている。本論文での目的は S/N 比を向上させるために出力範囲を拡大することであるが、フォトニックリザバに用いることを想定すると周波数特性が構造的にギルバート乗算回路よりも悪化するのは避けたい。そこで pMOSFET を使用せずに信号の折り返しを行うことで出力範囲を拡大できるのではないかと考え、これを実現する回路を図 3.4 に示す。

$M_U, M_L$  はともに電流源として用いており、定電流  $I_{Lbias}$  を入力 MOSFET である  $M_B$  とカレントミラーの参照電流を流す  $M_{MB}$  で分流する。これにより、入力の差動対によって  $v_{in}$  に比例した信号電流を符号を逆転させ  $M_{MB}$  に流す。

表 3.1: 比較用に設計したギルバート乗算回路

Gilbert		Value
$M_A$	Channel Length	0.72 $\mu$ m
	Channel Width	4.27 $\mu$ m
	Multifinger	10
$M_B$	Channel Length	0.72 $\mu$ m
	Channel Width	4.27 $\mu$ m
	Multifinger	20
$M_C$	Channel Length	0.72 $\mu$ m
	Channel Width	11.6 $\mu$ m
	Multifinger	40
$V_{dd}$		1.8 V
$V_A$		1.59 V
$V_B$		1.09 V
$V_C$		0.65 V
$R_L$		300 $\Omega$

表 3.2: 設計した折り返しカスコード型乗算回路

Folded Cascode		Value
$M_A$	Channel Length	0.72 $\mu$ m
	Channel Width	4.27 $\mu$ m
	Multifinger	10
$M_B$	Channel Length	0.72 $\mu$ m
	Channel Width	4.27 $\mu$ m
	Multifinger	20
$M_C$	Channel Length	0.72 $\mu$ m
	Channel Width	11.6 $\mu$ m
	Multifinger	40
$V_{dd}$		1.8 V
$V_A$		1.59 V
$V_B$		1.09 V
$V_C$		0.65 V
$R_L$		300 $\Omega$

カレントミラーのコピー側である  $M_{MA}$  には  $M_{MB}$  と  $M_{MA}$  の形状比と  $v_{in}$  に比例した電流を流すことができる。これにより制御電圧を印加し、 $M_A$  に流れるバイアス電流を変動させる。 $M_A$  はゲート接地増幅回路であり、2.2.1 節での議論からトランスコンダクタンスは  $V_{CTRL}$  に比例しており、負荷抵抗に流れる電流を  $V_{in}$  と  $V_{CTRL}$  に比例したものにする事ができる。負荷抵抗によって電流を電圧に変換することができるという。このような想定のもと、図 3.4 の構成を考えた。

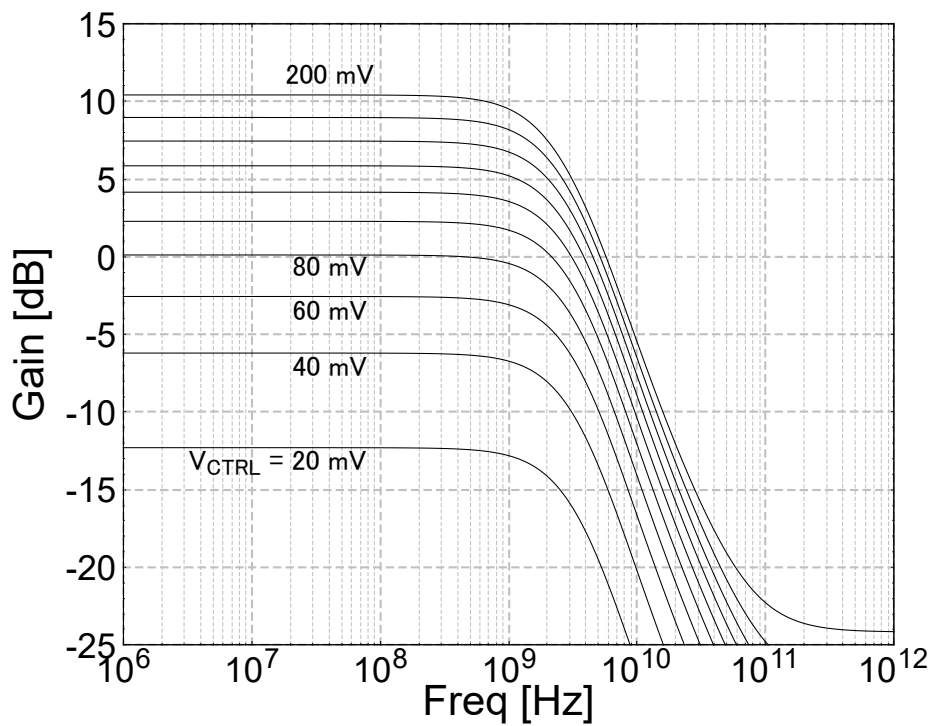


図 3.2: ギルバート乗算回路の周波数特性

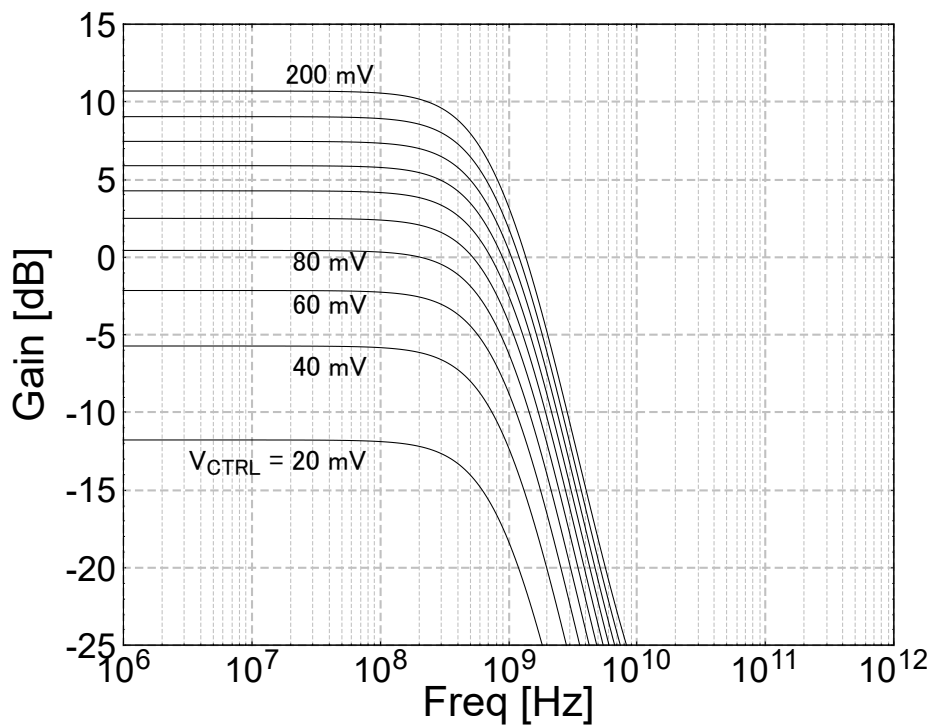


図 3.3: 折り返しカスコード型の周波数特性

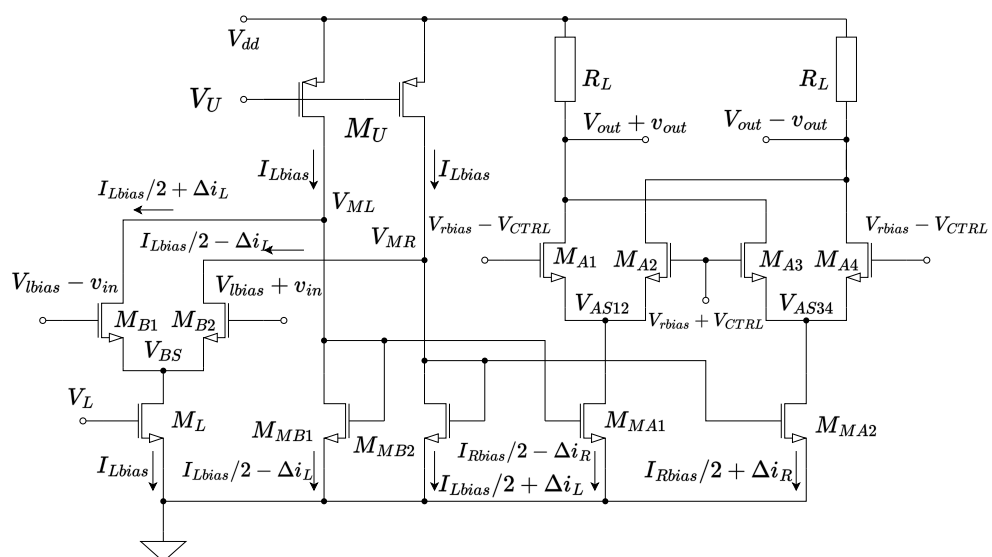


図 3.4: カレントミラーを組み合わせた折り返し型乗算回路



## 3.2 小信号解析

前節では今回提案する構成によって乗算ができると考える理由を述べたが、本節では小信号解析により提案回路によって乗算が可能であることを示す。

図 3.4 の小信号半回路を図 3.5 に示す。

## 3.3 出力範囲

## 3.4 シミュレーションによる確認

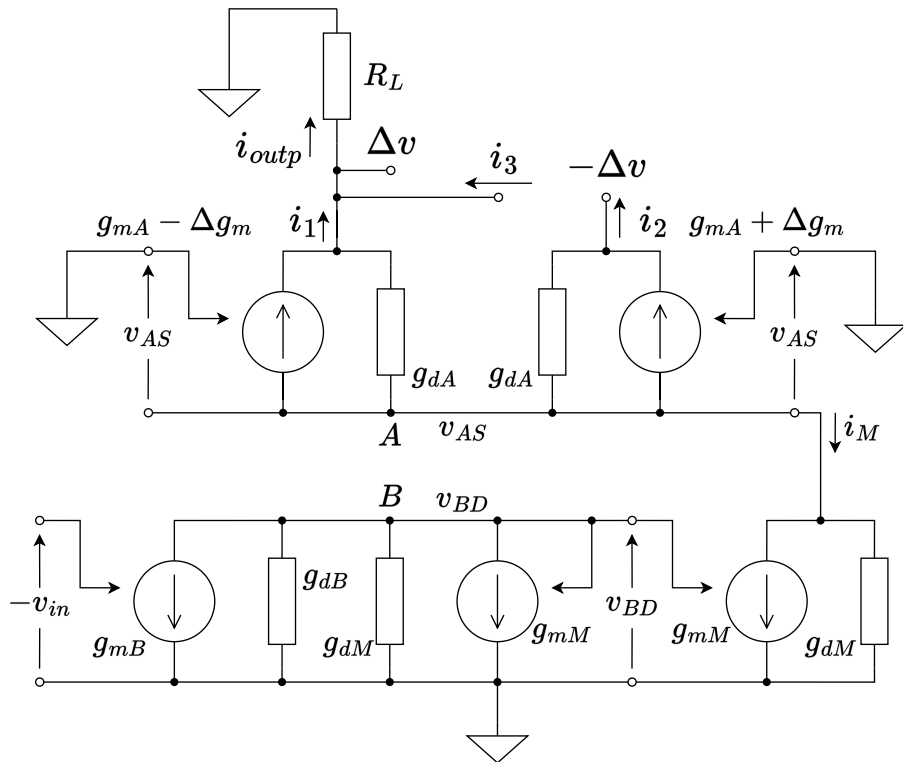


図 3.5: カレントミラーを組み合わせた折り返し型アナログ乗算回路の小信号半回路

# 謝辞

本研究を遂行するにあたり，大変手厚く御指導頂いた本学電気電子生命学科和田和千准教授に深く感謝する．併せて，本論文の執筆にあたり有益なる御助言を頂いた同学科通信伝送グループの井家上哲史教授，関根かをり教授，中村守里也准教授に深く感謝する．また，日頃の研究において，議論を通じて多くの御助言を頂いた波動信号処理回路研究室諸氏に厚く感謝する．

2024年2月日  
明治大学 理工学部 電気電子生命学科 4年  
波動信号処理回路研究室  
小島 光