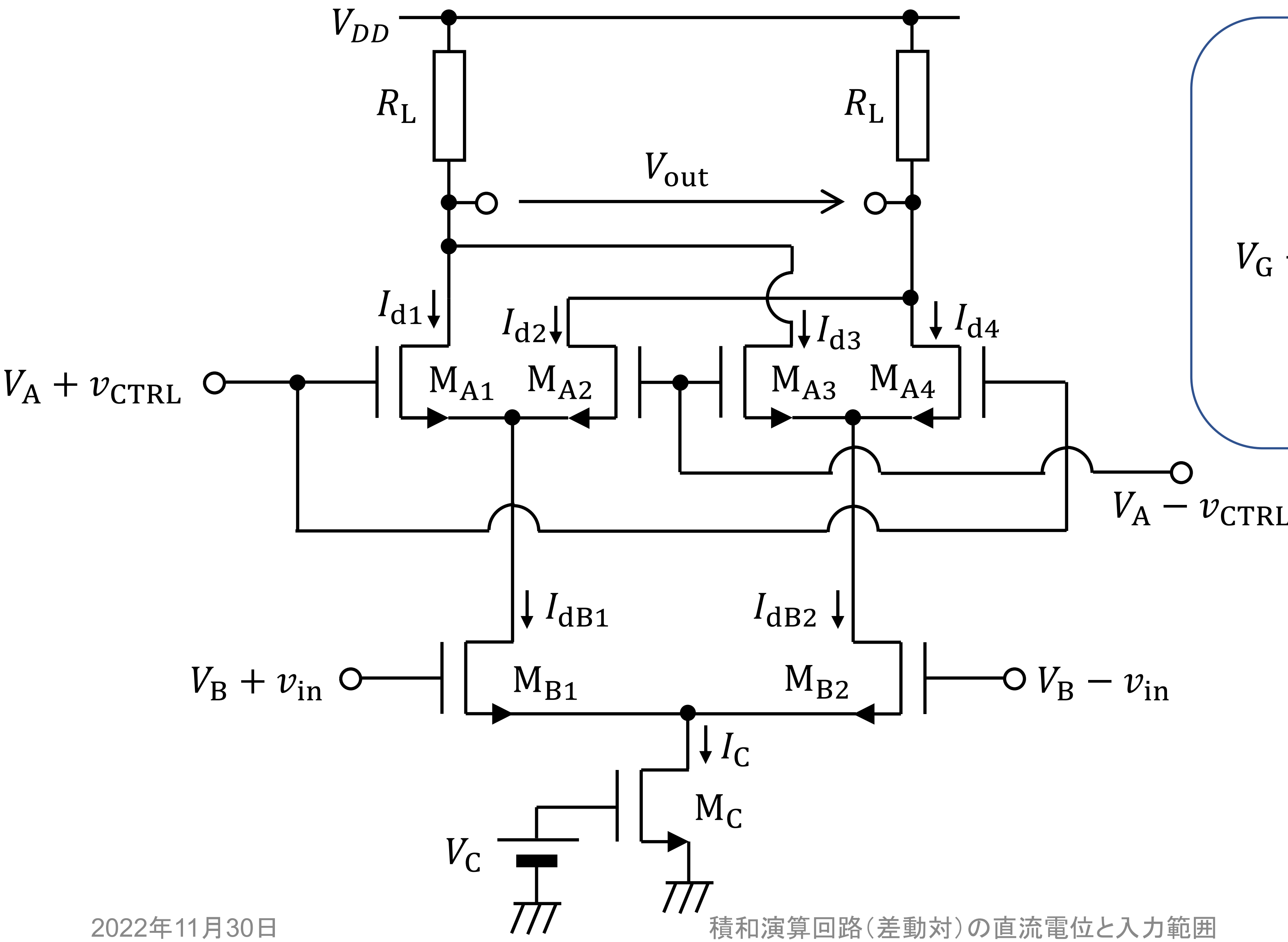
# ギルバート乗算回路の直流特性

2023年2月6日（月）5限

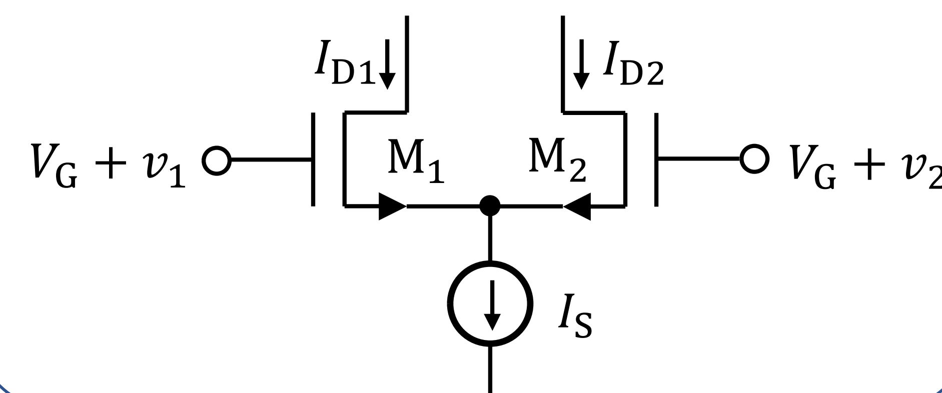
和田

再掲

# ギルバート乗算回路

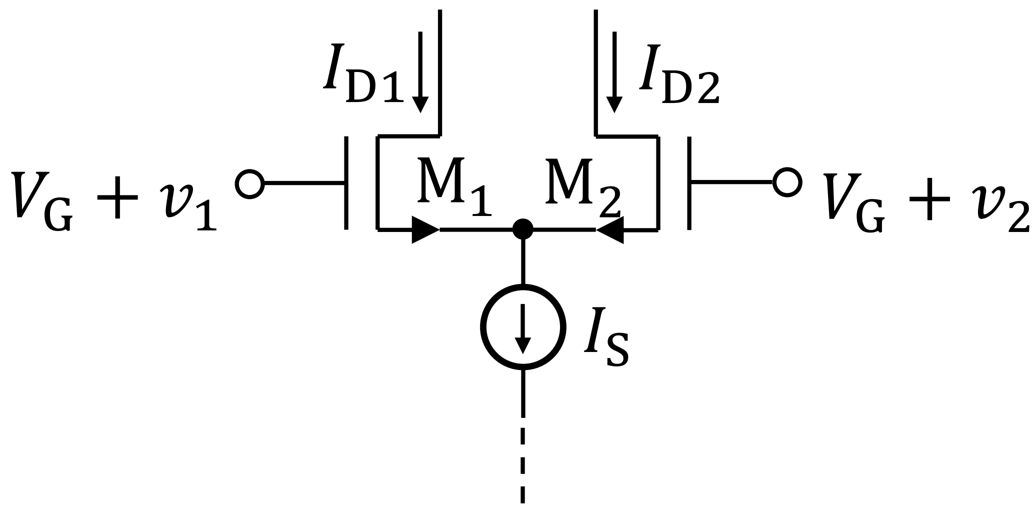



基本は差動対



再掲

# 付録：必要条件②の詳細解析




$$I_{D1} = K(V_G + v_1 - V_S - V_{th})^2$$
$$I_{D2} = K(V_G + v_2 - V_S - V_{th})^2$$
$$I_{D1} + I_{D2} = I_S$$

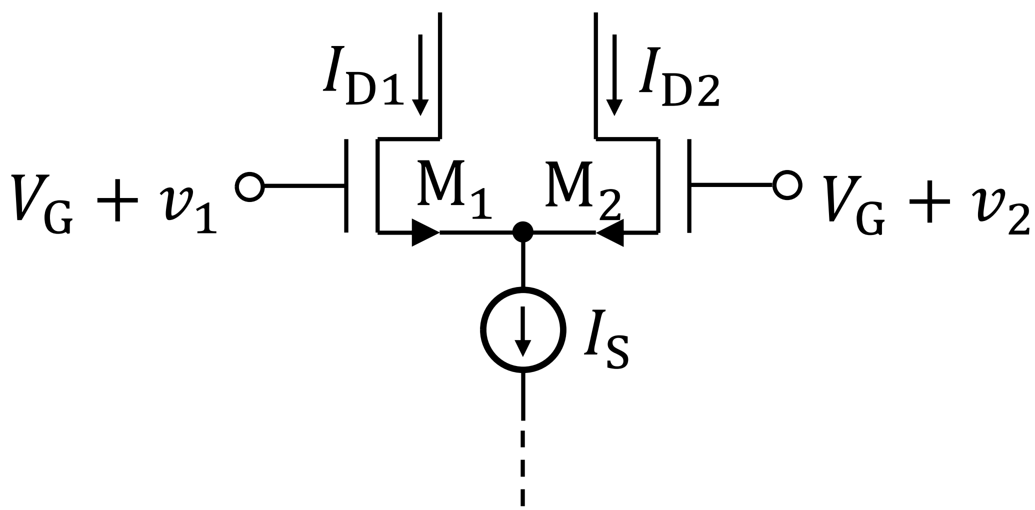
$$I_{D1} + I_{D2} = I_S \implies \begin{cases} I_{D1} = \dfrac{I_S}{2} + \Delta I_D \\ I_{D2} = \dfrac{I_S}{2} - \Delta I_D \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} \dfrac{I_S}{2} + \Delta I_D = K(V_G + v_1 - V_S - V_{th})^2 \\ \dfrac{I_S}{2} - \Delta I_D = K(V_G + v_2 - V_S - V_{th})^2 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{I_S}{2} + \Delta I_D} - \sqrt{\frac{I_S}{2} - \Delta I_D} = \sqrt{K}(v_1 - v_2)$$

再掲

# 付録：必要条件②の詳細解析




$$\sqrt{\frac{I_S}{2}+\Delta I_D}-\sqrt{\frac{I_S}{2}-\Delta I_D}=\sqrt{K}(v_1-v_2)$$

$$I_S-2\sqrt{\left(\frac{I_S}{2}\right)^2-(\Delta I_D)^2}=K(v_1-v_2)^2$$

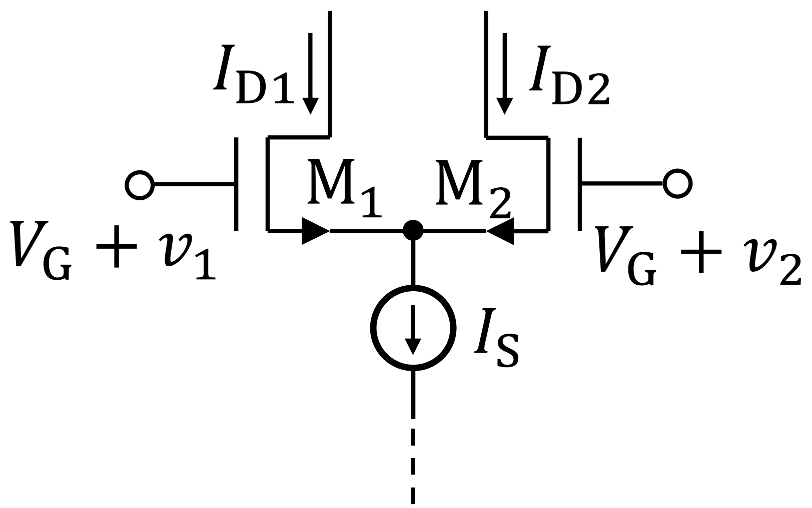
$$(\Delta I_D)^2=\frac{I_S K}{2}(v_1-v_2)^2-\frac{K^2}{4}(v_1-v_2)^4$$

$$\frac{I_S}{2}-\Delta I_D=0 \iff \left[\frac{K}{2}(v_1-v_2)^2-\frac{I_S}{2}\right]^2=0$$

よって，遮断しない条件は $|v_1-v_2| \leqq \sqrt{\dfrac{I_S}{K}}$

再掲

# 付録：必要条件②の詳細解析




$$I_{D1} = K(V_G + v_1 - V_S - V_{th})^2$$
$$I_{D2} = K(V_G + v_2 - V_S - V_{th})^2$$
$$I_{D1} + I_{D2} = I_S$$

図下の3式より

$$K(V_G + v_1 - V_S - V_{th})^2 + K(V_G + v_2 - V_S - V_{th})^2 = I_S$$

を満たしている。これを $V_S$ の方程式として得。

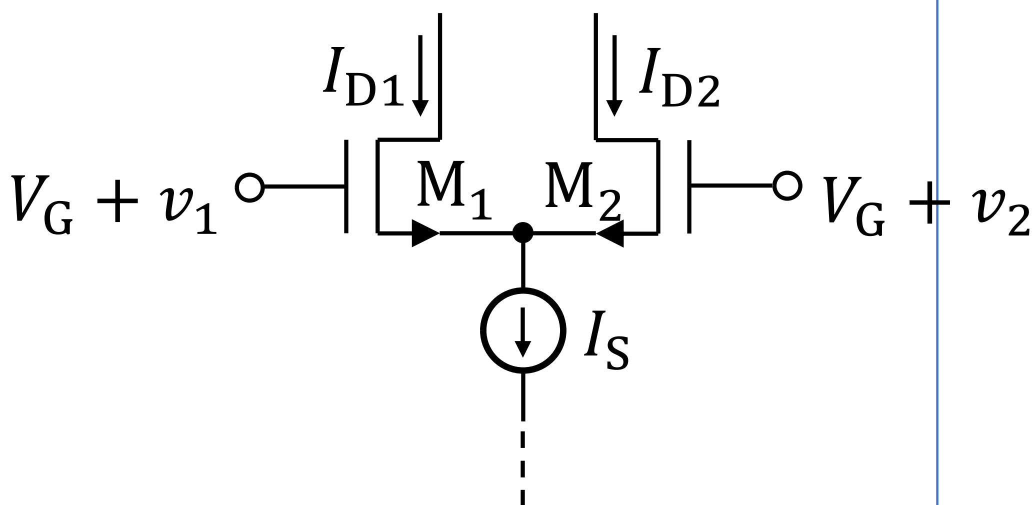
$$v_1^2 + v_2^2 + 2(v_1 + v_2)(V_G - V_S - V_{th}) + 2(V_G - V_S - V_{th})^2 = \frac{I_S}{K}$$

$$V_G - V_S - V_{th} = -\frac{v_1 + v_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)^2 - \frac{v_1^2 + v_2^2}{2} + \frac{I_S}{2K}}$$

$$V_S = V_G - V_{th} + \frac{v_1 + v_2}{2} - \sqrt{\frac{I_S}{2K} - \left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right)^2}$$

$v_1 = -v_2$ (平衡信号) の場合, $V_S \geqq V_G - V_{th} - \sqrt{\dfrac{I_S}{2K}}$

# 差動対の電流




使用条件 $|v_1-v_2| \leqq \sqrt{\dfrac{I_{\mathrm{S}}}{K}}$

$$(\Delta I_{\mathrm{D}})^2=\frac{I_{\mathrm{S}}K}{2}(v_1-v_2)^2-\frac{K^2}{4}(v_1-v_2)^4$$

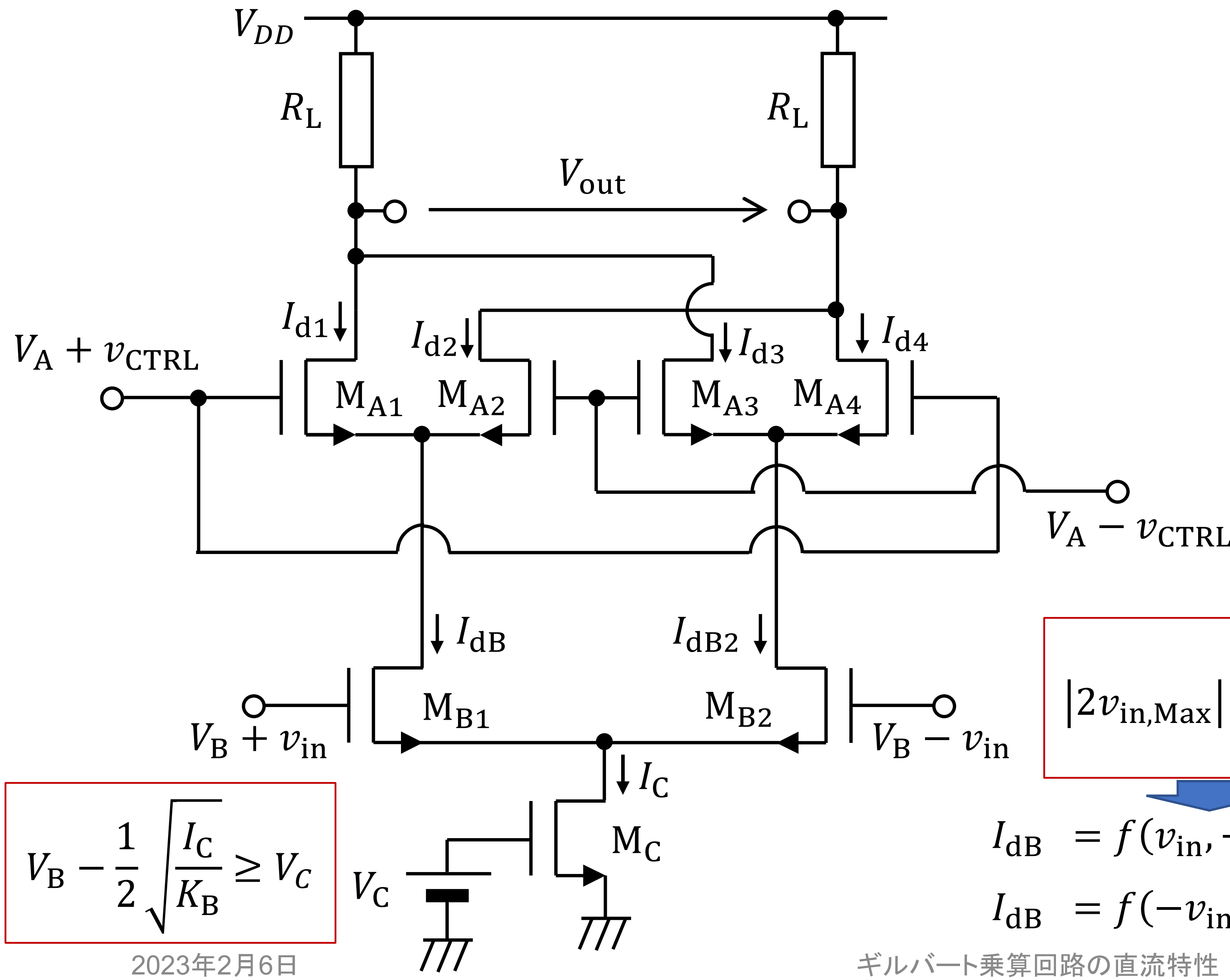
$$\Delta I_{\mathrm{D}}=\sqrt{\frac{I_{\mathrm{S}}K}{2}}(v_1-v_2)\sqrt{1-\frac{K}{2I_{\mathrm{S}}}(v_1-v_2)^2}$$

$$\begin{cases} I_{\mathrm{D1}}=\dfrac{I_{\mathrm{S}}}{2}+\Delta I_{\mathrm{D}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} f(v_1,v_2,I_{\mathrm{S}},K) \\ I_{\mathrm{D2}}=\dfrac{I_{\mathrm{S}}}{2}-\Delta I_{\mathrm{D}}=\cdots=f(v_2,v_1,I_{\mathrm{S}},K) \end{cases}$$

3変数関数 $f\ (k=1,2)$ は, 第1引数の電圧がゲートに加えられているMOSFETのドレイン電流を与える。

# ギルバート乗算回路

$$f(v_1, v_2, I_S, K) = \frac{I_S}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{2K}{I_S}}(v_1 - v_2)\sqrt{1 - \frac{K}{2I_S}(v_1 - v_2)^2}\right)$$




$$\boxed{V_B - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{I_C}{K_B}} \geq V_C}$$

$$\boxed{V_A - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{f(-v_{in,Max}, v_{in,Max}, I_C, K_B)}{K_A}} \geq V_B - v_{in}}$$

$$\boxed{|2v_{CTRL}| \leqq \sqrt{\frac{f(-v_{in,Max}, v_{in,Max}, I_C, K_B)}{K_A}}}$$

$$I_{d1} = f(v_{CTRL}, -v_{CTRL}, I_{dB1}, K_A)$$
$$I_{d2} = f(-v_{CTRL}, v_{CTRL}, I_{dB1}, K_A)$$
$$I_{d3} = f(-v_{CTRL}, v_{CTRL}, I_{dB2}, K_A)$$
$$I_{d4} = f(v_{CTRL}, -v_{CTRL}, I_{dB}\ , K_A)$$
$$V_{out} = R_L(I_{d1} - I_{d2} + I_{d3} - I_{d4})$$

$$\boxed{|2v_{in,Max}| \leqq \sqrt{\frac{I_C}{K_B}}}$$

$$I_{dB} = f(v_{in}, -v_{in}, I_C, K_B)$$
$$I_{dB} = f(-v_{in}, v_{in}, I_C, K_B)$$

これのプロット
＝理論上の（2乗則に基づいた）
直流特性（非線形）

# プロット例

$$I_{\mathrm{C}} = 1000\ \mu\mathrm{A}, \qquad 2K_{\mathrm{A}} = K_{\mathrm{B}} = 500\ \mu\mathrm{S/V}$$

$$f(v_1, v_2, I_{\mathrm{C}}, K_{\mathrm{B}}) = \frac{I_{\mathrm{C}}}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{2K_{\mathrm{B}}}{I_{\mathrm{C}}}}(v_1 - v_2)\sqrt{1 - \frac{K_{\mathrm{B}}}{2I_{\mathrm{C}}}(v_1 - v_2)^2}\right)$$

$$= 500\ \mu\mathrm{A}\left(1 + x\sqrt{1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}\right)$$

where $v_1 - v_2 = x\ [\mathrm{V}]$

$$f(v_{\mathrm{CTRL}}, -v_{\mathrm{CTRL}}, I_{\mathrm{dB1}}, K_{\mathrm{A}}) = \frac{I_{\mathrm{dB1}}}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{2K_{\mathrm{A}}}{I_{\mathrm{dB1}}}}(v_3 - v_4)\sqrt{1 - \frac{K_{\mathrm{A}}}{2I_{\mathrm{dB1}}}(v_3 - v_4)^2}\right)$$

$$= \frac{I_{\mathrm{dB1}}}{2}\left(1 + y\sqrt{1 - y^2}\right)$$

where $v_3 - v_4 = y\ [\mathrm{V}]$