

# 2入力ギルバート乗算回路の 設計手順

B4 小島光

1

## 背景

- ・光リザーバの出力はそのままでは利用できず、複数の出力の積和演算を行うことで特徴量を抽出できる。
- ・光での積和演算は困難であり、リアルタイム性が求められるため演算部分はアナログ集積回路で行うことになった。
- ・まずは、1入力の乗算器を設計し今後それを多入力化する。

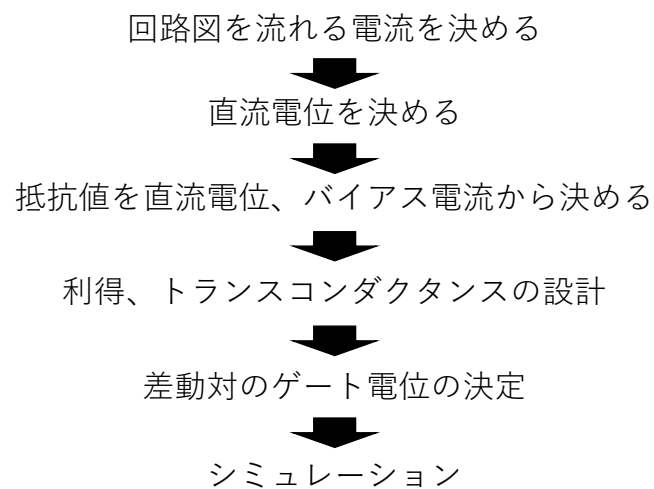
2

## 目的

- 使用するプロセスがまだ定まっていないため、今回は乗算器の設計手順をまとめることを目的とした。

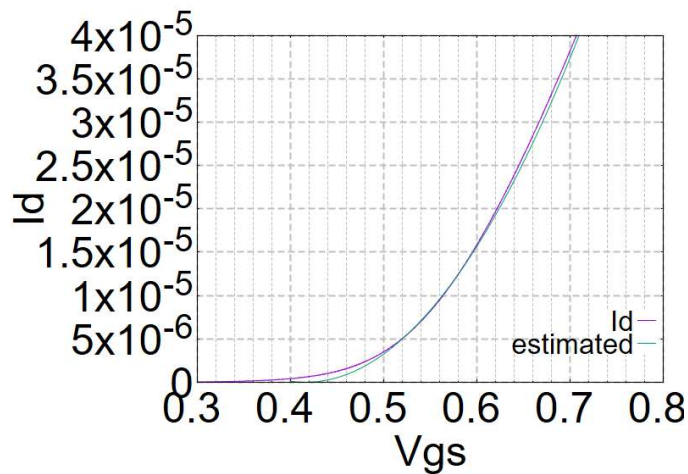
3

## 設計の流れ



4

## $V_C$ の決定



まずMCに20  $\mu$ A流すことにした

チャンネル幅 : 720 nm

チャンネル長 : 180 nm

ドレインソース間電圧 0.4 V

シミュレートした結果から、gnuplot  
においてNLSSを行い、飽和領域にお  
ける以下の式の回帰曲線を求めた

$$I_D = K(V_{GS} - V_{th})^2 \cdot (1 + \lambda V_{DS})$$

その結果閾電圧は 0.42 Vであった

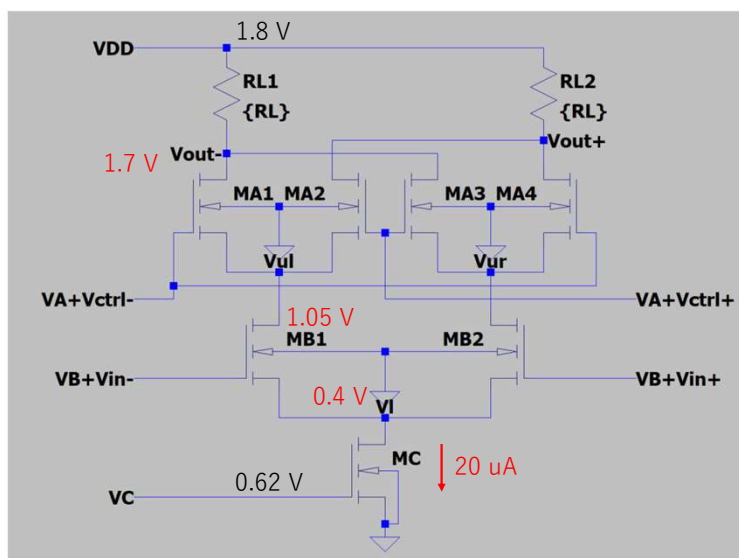
回帰曲線から、MCに20  $\mu$ Aを流  
すには

$V_C = 0.62$  V

とすればよい

5

## 直流電位の設計



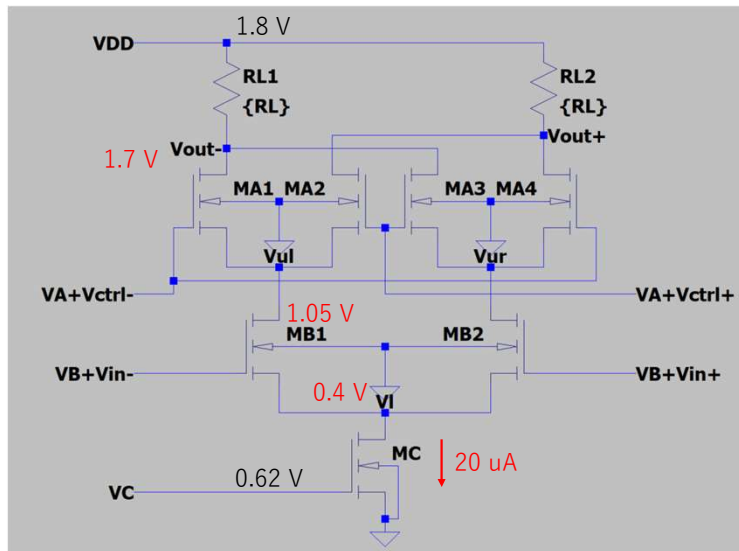
抵抗を小さく、かつ出力  
の振幅が $\pm 50$  mVとなるた  
めVoutの電位はVDDとの  
電位差が出力振幅よりも  
大きくなるよう1.7 Vとし  
た。

MAとMBのソース・ドレ  
イン間電圧を等しくなる  
ようにした。

差動対なので直流電位  
は左右で等しい

6

## $R_L$ の決定



RL1とRL2には等しい電流が流れるのでそれぞれ10  $\mu$ A流れることを想定する

10  $\mu$ Aで0.1 Vの電位降下  
 $\Rightarrow R_L = 10 \text{ k}\Omega$

7

## トランスコンダクタンスの決定

ギルバート乗算回路の利得は

$v_{out+} - v_{out-} \approx 32R_L K_A \cdot V_{CTRL} \cdot v_{in}$   $\because K_B = 2K_A$   
 で計算できる(ただし、 $K_A, K_B$ はMA,MBのトランスコンダクタンス)

$$V_{CTRL} = \pm 0.1 \text{ V}$$

であるとき、利得を5倍とすると

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = 5 = 32R_L K_A \cdot 0.1$$

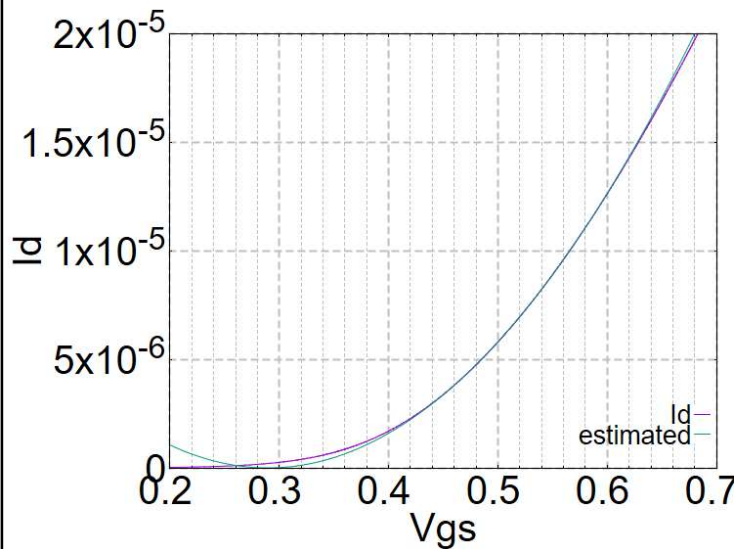
を満たせばよい。したがって

$$K_A = \frac{5}{32R_L \cdot 0.1} = 1.56 \times 10^{-4} \text{ S/V}$$

を満たせばよい。

8

## MA,MBのチャネル形状



以下の条件でMCと同様に回帰を行い、各値を求めた  
シミュレーション条件  
チャネル幅 : 180 nm  
チャネル長 : 180 nm  
ドレイン電位 0.65 V

トランスコンダクタンス  
 $K = 9.68 \times 10^{-5} \text{ S/V}$   
閾電圧 : 0.29 V  
チャネル長変調係数 :  $0.55 \text{ V}^{-1}$

9

## MA,MBのチャネル形状

$K \frac{W_A}{L_A} = K_A$  を満たすチャネル形状比は

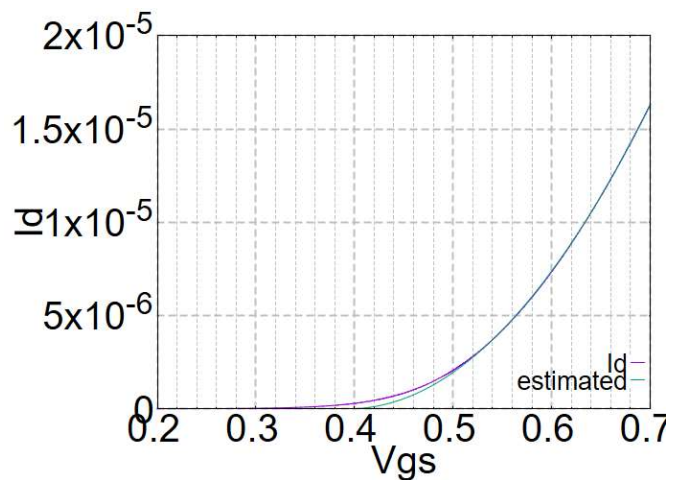
$$\frac{W_A}{L_A} = \frac{K_A}{K} = 1.6125 \dots$$

180 nmの整数倍でこの比率に近づけ  
今回は

$$\frac{W_A}{L_A} = \frac{180 \times 10^{-9} \times 16}{180 \times 10^{-9} \times 10} = \frac{2.88 \times 10^{-6}}{1.8 \times 10^{-6}}$$

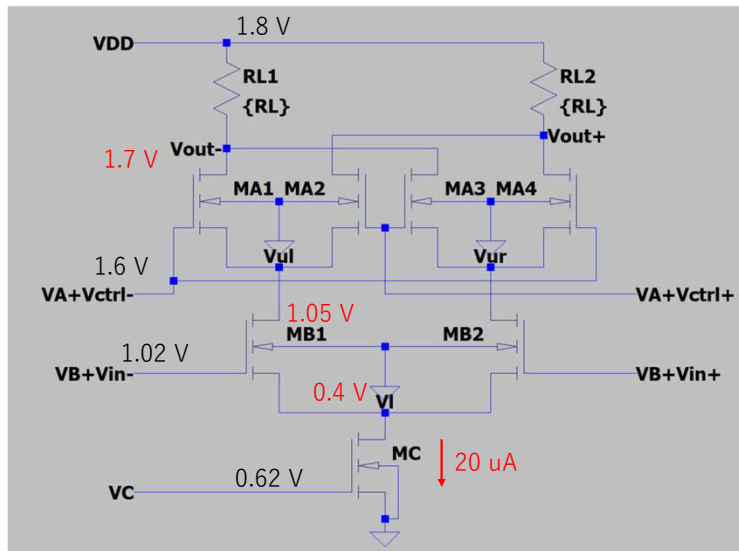
$W_A = 2.88 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $L_A = 1.8 \text{ } \mu\text{m}$   
とした

この時の閾電圧は0.39 Vであった。



10

## VA,VBの電位



各MAには5 uA  
MBには10 uAずつ電流を流す

この時のゲートソース間電圧  
は回帰曲線から

0.55 V

0.62 V

とそれぞれ求められる

したがって

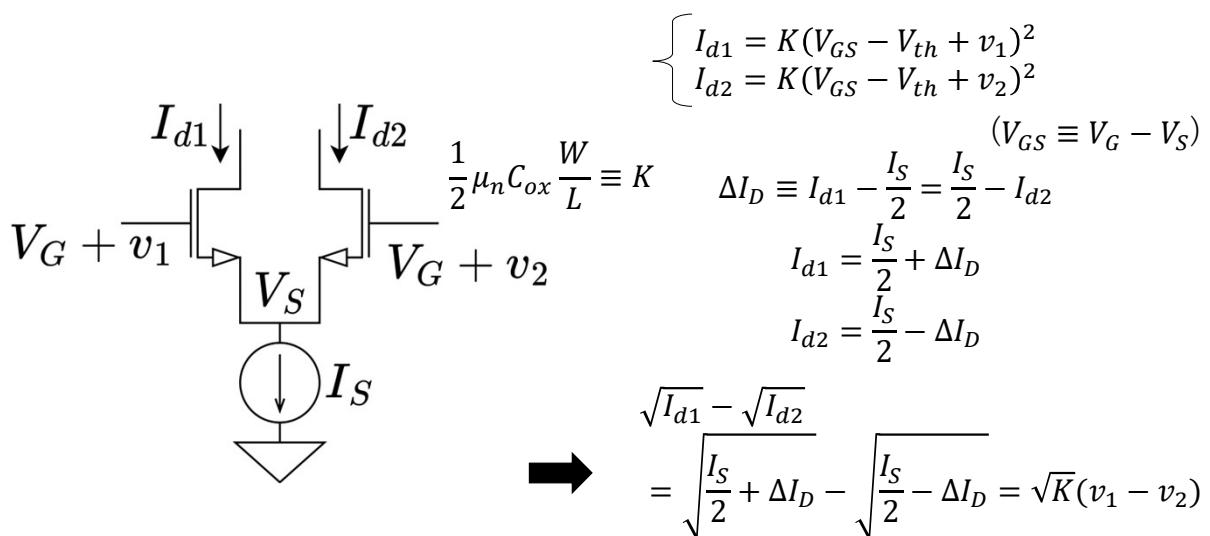
VA = 1.6 V

VB = 1.02 V

とした

11

## ギルバート乗算回路の出力：差動対



12

## ギルバート乗算回路の出力：差動対

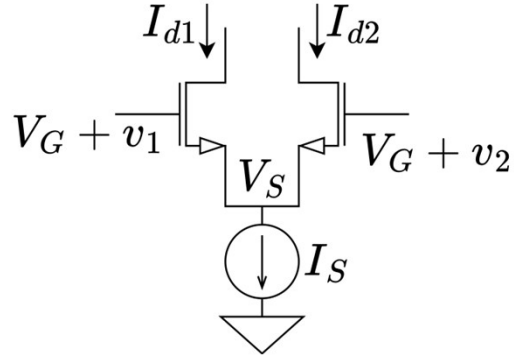
$$\sqrt{\frac{I_S}{2} + \Delta I_D} - \sqrt{\frac{I_S}{2} - \Delta I_D} = \sqrt{K}(v_1 - v_2)$$

$$I_S - 2 \sqrt{\left(\frac{I_S}{2}\right)^2 - (\Delta I_D)^2} = K(\Delta v)^2 \quad (v_1 - v_2 \equiv \Delta v)$$

$$2^2 \cdot \left\{ \left(\frac{I_S}{2}\right)^2 - (\Delta I_D)^2 \right\} = (K\Delta v - I_S)^2$$

$$(\Delta I_D)^2 = \frac{I_S K}{2} (\Delta v)^2 - \left\{ \frac{K}{2} (\Delta v)^2 \right\}^2$$

$$(\Delta I_D)^2 = \left\{ \frac{I_S K}{2} (\Delta v)^2 \right\} \cdot \left\{ 1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2 \right\}$$



$$\Delta I_D = \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \cdot \Delta v \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2}$$

13

## ギルバート乗算回路の出力：差動対

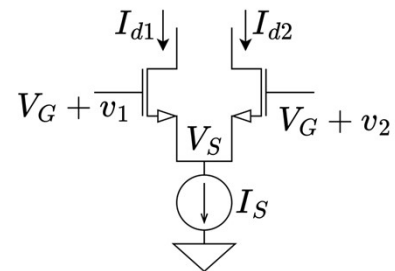
$$I_{d1} = \frac{I_S}{2} + \Delta I_D = \frac{I_S}{2} + \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \cdot \Delta v \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2}$$

$$I_{d2} = \frac{I_S}{2} - \Delta I_D = \frac{I_S}{2} - \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \cdot \Delta v \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2}$$

$$\frac{I_S}{2} + \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \cdot \Delta v \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2} \equiv f(\Delta v, I_S, K)$$

$$I_{d1} = f(\Delta v, I_S, K)$$

$$I_{d2} = f(-\Delta v, I_S, K)$$



14

## ギルバート乗算回路の出力：差動対

$f(\Delta v, I_S, K)$  の  $\Delta v = 0$  付近における 1 次近似

$$\begin{aligned}
 f(\Delta v, I_S, K) &\approx f(0, I_S, K) + \frac{\partial f}{\partial \Delta v}(0, I_S, K) \cdot (\Delta v - 0) \\
 \frac{\partial f}{\partial \Delta v}(\Delta v, I_S, K) &= \frac{\partial}{\partial \Delta v} \left\{ \frac{I_S}{2} + \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \cdot \Delta v \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2} \right\} \\
 &= \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \frac{\partial}{\partial \Delta v} \Delta v \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \left[ 1 \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2} + \Delta v \cdot \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( -\frac{K}{I_S} \right) \right]
 \end{aligned}$$

15

## ギルバート乗算回路の出力：差動対

$f(\Delta v, I_S, K)$  の  $\Delta v = 0$  付近における 1 次近似

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f}{\partial \Delta v}(\Delta v, I_S, K) &= \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \left[ 1 \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2} + \Delta v \cdot \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( -\frac{K}{I_S} \right) \right] \\
 \frac{\partial f}{\partial \Delta v}(0, I_S, K) &= \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \left[ 1 \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (0)^2} + 0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 - \frac{K}{2I_S} (0)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( -\frac{K}{I_S} \right) \right] \\
 \frac{\partial f}{\partial \Delta v}(0, I_S, K) &= \sqrt{\frac{I_S K}{2}}
 \end{aligned}$$

16



## ギルバート乗算回路の出力：差動対

$$f(\Delta v, I_S, K) = \frac{I_S}{2} + \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \cdot \Delta v \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (\Delta v)^2}$$

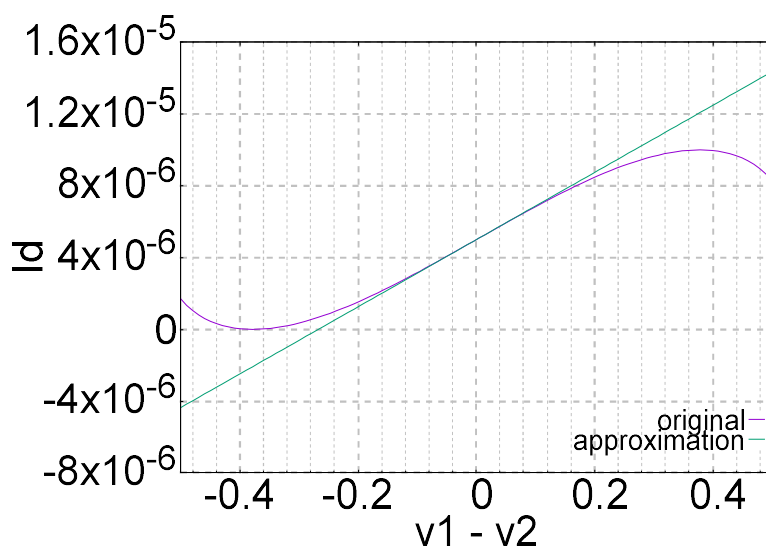
$$f(0, I_S, K) = \frac{I_S}{2} + \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \cdot 0 \cdot \sqrt{1 - \frac{K}{2I_S} (0)^2} = \frac{I_S}{2}$$

$$f(\Delta v, I_S, K) \approx f(0, I_S, K) + \frac{\partial f}{\partial \Delta v}(0, I_S, K) \cdot (\Delta v - 0)$$

$$= \frac{I_S}{2} + \sqrt{\frac{I_S K}{2}} \cdot \Delta v = \frac{I_S}{2} \left( 1 + \Delta v \cdot \sqrt{\frac{2K}{I_S}} \right)$$

17

## ギルバート乗算回路の出力：近似式との比較



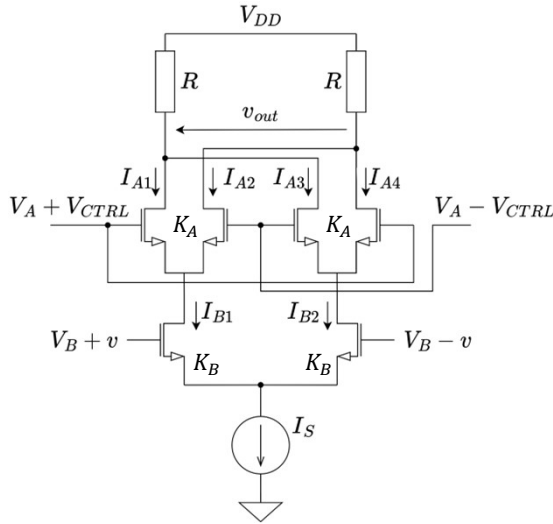
$$f(\Delta v, I_S, K) \approx \frac{I_S}{2} \left( 1 + \Delta v \cdot \sqrt{\frac{2K}{I_S}} \right)$$

$$I_{d1} \approx \frac{I_S}{2} \left( 1 + (v_1 - v_2) \cdot \sqrt{\frac{2K}{I_S}} \right)$$

$$I_{d2} \approx \frac{I_S}{2} \left( 1 + (v_2 - v_1) \cdot \sqrt{\frac{2K}{I_S}} \right)$$

18

## ギルバート乗算回路の出力：全体の利得



$$v_{out} = R(I_{A1} + I_{A3}) - R(I_{A2} + I_{A4})$$

$$I_{A1} = f(2V_{CTRL}, I_{B1}, K_A)$$

$$I_{A2} = f(-2V_{CTRL}, I_{B1}, K_A)$$

$$I_{A3} = f(-2V_{CTRL}, I_{B2}, K_A)$$

$$I_{A4} = f(2V_{CTRL}, I_{B2}, K_A)$$

$$I_{B1} = f(2v, I_S, K_B) \approx \frac{I_S}{2} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right)$$

$$I_{B2} = f(-2v, I_S, K_B) \approx \frac{I_S}{2} \left( 1 - 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right)$$

19

## ギルバート乗算回路の出力：全体の利得

$$I_{A1} = f(2V_{CTRL}, I_{B1}, K_A) \approx \frac{I_{B1}}{2} \left( 1 + 2V_{CTRL} \cdot \sqrt{\frac{2K_A}{I_{B1}}} \right)$$

$$\approx \frac{I_S}{4} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right) \cdot \left\{ 1 + 2V_{CTRL} \sqrt{2K_A} (I_{B1})^{-\frac{1}{2}} \right\}$$

$$(I_{B1})^{-\frac{1}{2}} \equiv g(v)$$

$$g(v) \approx g(0) + g'(0)v$$

$$g(0) = \left\{ \frac{I_S}{2} \left( 1 + 2 \cdot 0 \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right) \right\}^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{I_S}}$$

$$f(\Delta v, I_S, K) \approx \frac{I_S}{2} \left( 1 + \Delta v \cdot \sqrt{\frac{2K}{I_S}} \right)$$

$$I_{B1} = f(2v, I_S, K_B) = \frac{I_S}{2} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right)$$

20

## ギルバート乗算回路の出力：全体の利得

$$\begin{aligned}
 g'(v) &= \frac{d}{dv} \left\{ \frac{I_S}{2} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right) \right\}^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{I_S}{2} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right) \right\}^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{d}{dv} \left\{ \frac{I_S}{2} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right) \right\} \\
 &= -\frac{1}{2} \left\{ \frac{I_S}{2} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right) \right\}^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2I_S K_B} \\
 g'(0) &= -\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{I_S}{2} \right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2I_S K_B} = -\frac{2\sqrt{K_B}}{I_S} \\
 g(v) &\approx \sqrt{\frac{2}{I_S}} - \frac{2\sqrt{K_B}}{I_S} \cdot v = \sqrt{\frac{2}{I_S}} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \cdot v \right)
 \end{aligned}$$

21

## ギルバート乗算回路の出力：全体の利得

$$\begin{aligned}
 I_{A1} &= \frac{I_S}{4} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right) \cdot \left\{ 1 + 2V_{CTRL} \sqrt{2K_A} (I_{B1})^{-\frac{1}{2}} \right\} & (I_{B1})^{-\frac{1}{2}} &\approx \sqrt{\frac{2}{I_S}} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{K_B}{2I_S}} \cdot v \right) \\
 &= \frac{I_S}{4} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right) \cdot \left\{ 1 + 2V_{CTRL} \sqrt{2K_A} \cdot \sqrt{\frac{2}{I_S}} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \cdot v \right) \right\} \\
 &= \frac{I_S}{4} \left( 1 + 2v \cdot \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \right) \cdot \left( 1 + 4 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} \cdot V_{CTRL} - \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} \cdot V_{CTRL} v \right) \equiv h(V_{CTRL}, v, I_S, K_A, K_B)
 \end{aligned}$$

22

ギルバート乗算回路の出力：全体の利得

$$h(V_{CTRL}, v, I_S, K_A, K_B) \approx h(V_{CTRL}, 0, I_S, K_A, K_B) + \left\{ \frac{\partial}{\partial v} h(V_{CTRL}, 0, I_S, K_A, K_B) \right\} v$$

$$h(V_{CTRL}, 0, I_S, K_A, K_B) = \frac{I_S}{4} \left( 1 + 4 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial v} h(V_{CTRL}, v, I_S, K_A, K_B)$$

$$= \frac{I_S}{4} \left\{ 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \left( 1 + 4 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} - \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} V_{CTRL} v \right) - \left( 1 + 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} v \right) \cdot \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} V_{CTRL} \right\}$$

23

ギルバート乗算回路の出力：全体の利得

$$\frac{\partial}{\partial v} h(V_{CTRL}, v, I_S, K_A, K_B) = \frac{I_S}{4} \left\{ 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \left( 1 + 4 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} - \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} V_{CTRL} v \right) - \left( 1 + 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} v \right) \cdot \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} V_{CTRL} \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial v} h(V_{CTRL}, 0, I_S, K_A, K_B) = \frac{I_S}{4} \left\{ 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} \left( 1 + 4 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} \right) - \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} V_{CTRL} \right\}$$

$$= \frac{I_S}{4} \left( 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} + \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} V_{CTRL} \right)$$

$$h(V_{CTRL}, v, I_S, K_A, K_B) \approx \frac{I_S}{4} \left\{ 1 + 4 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} + \left( 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} + \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} V_{CTRL} \right) v \right\}$$

24

## ギルバート乗算回路の出力：全体の利得

$$h(V_{CTRL}, v, I_S, K_A, K_B) \approx \frac{I_S}{4} \left\{ 1 + 4 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} + \left( 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} + \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} V_{CTRL} \right) v \right\}$$

$$I_{A1} = h(2V_{CTRL}, 2v, I_S, K_A, K_B) \approx \frac{I_S}{4} \left\{ 1 + 8 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} + \left( 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} + \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} 2V_{CTRL} \right) 2v \right\}$$

$$I_{A2} = h(-V_{CTRL}, 2v, I_S, K_A, K_B) \approx \frac{I_S}{4} \left\{ 1 - 8 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} + \left( 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} - \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} 2V_{CTRL} \right) 2v \right\}$$

$$I_{A3} = h(-2V_{CTRL}, -2v, I_S, K_A, K_B) \approx \frac{I_S}{4} \left\{ 1 - 8 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} - \left( 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} - \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} 2V_{CTRL} \right) 2v \right\}$$

$$I_{A4} = h(2V_{CTRL}, -2v, I_S, K_A, K_B) \approx \frac{I_S}{4} \left\{ 1 + 8 \sqrt{\frac{K_A}{I_S}} V_{CTRL} - \left( 2 \sqrt{\frac{2K_B}{I_S}} + \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} 2V_{CTRL} \right) 2v \right\}$$

25

## ギルバート乗算回路の出力：全体の利得

$$v_{out} = R(I_{A1} + I_{A3}) - R(I_{A2} + I_{A4}) = R(I_{A1} - I_{A2} + I_{A3} - I_{A4})$$

$\Rightarrow I_{A1}$ と $I_{A2}$ ,  $I_{A3}$ と $I_{A4}$ の符号が同じところがすべて消える

$$v_{out} \approx R \times 4 \times \frac{I_S}{4} \cdot \frac{4\sqrt{2K_A K_B}}{I_S} 2V_{CTRL} \cdot 2v$$

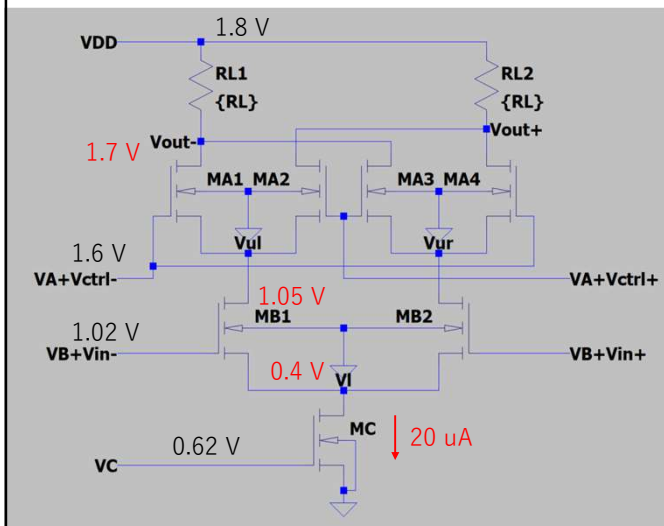
$$= 16R\sqrt{2K_A K_B} \cdot V_{CTRL} \cdot v$$

$$K_B = 2K_A \text{ とすると}$$

$$= 32RK_A V_{CTRL} \cdot v$$

26

## .op解析



	設計値	シミュレーション
$I_D(MC)$ [uA]	20	18.74
$V_{out}$ [V]	1.7	1.71
$V_{ul}$ [V]	1.05	0.84
$V_l$ [V]	0.4	0.31
$V_{DS}(MA)$ [V]	0.65	0.88
$V_{GS}(MA)$ [V]	0.55	0.76
$I_D(MA)$ [uA]	5	4.68
$V_{DS}(MB)$ [V]	0.65	0.53
$V_{GS}(MB)$ [V]	0.62	0.71
$I_D(MB)$ [uA]	10	9.37

27

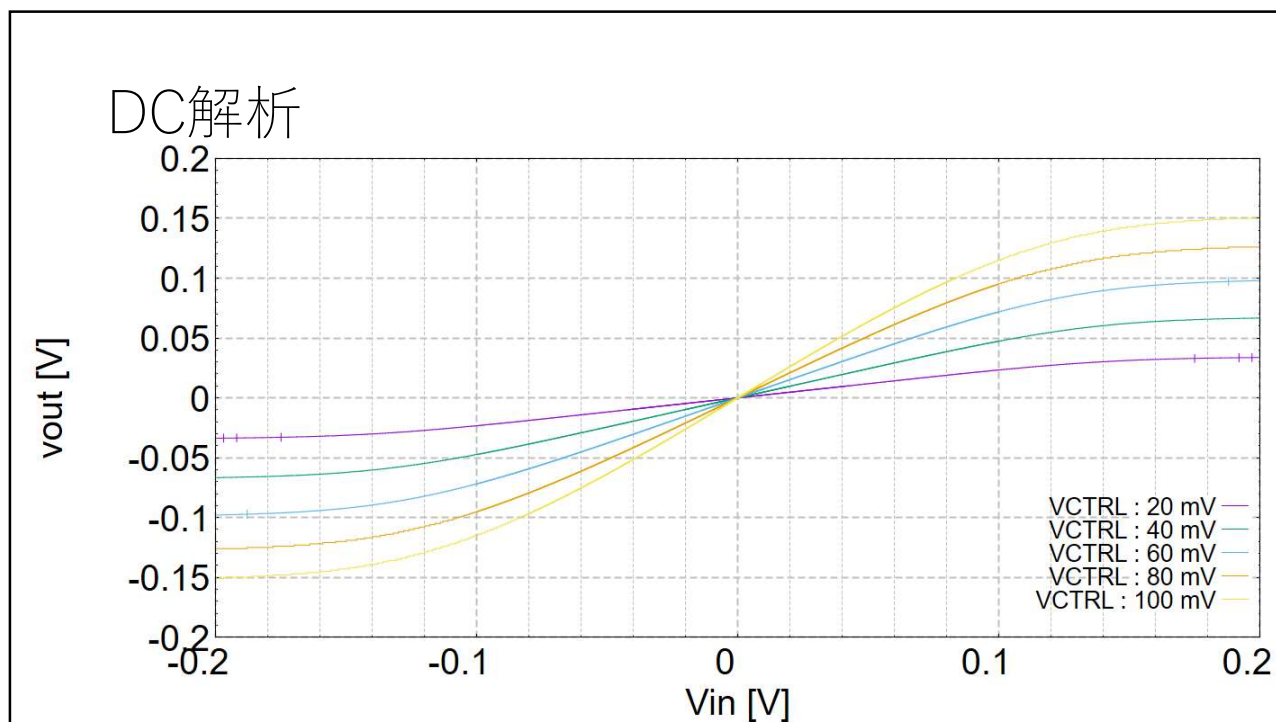
## .op解析

MAのドレインソース間電圧が設計よりも大きくなっていた。  
これによりMCのドレインソース間電圧が小さくなり、全体の電流が減少した理由と考えられる。

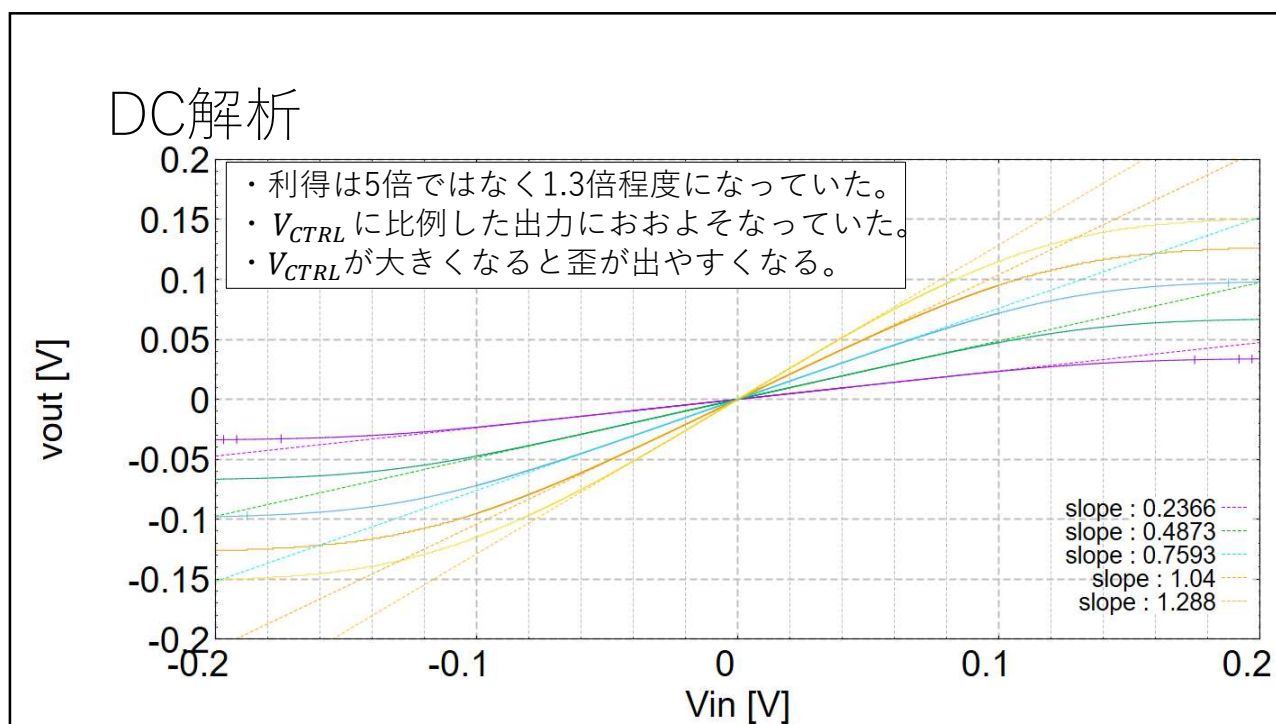
ゲートソース間電圧が大きい  
ドレイン電流が小さい  
⇒トランスコンダクタンスが設計よりも小さい  
⇒利得が設計よりも小さい

	設計値	シミュレーション
$I_D(MC)$ [uA]	20	18.74
$V_{out}$ [V]	1.7	1.71
$V_{ul}$ [V]	1.05	0.84
$V_l$ [V]	0.4	0.31
$V_{DS}(MA)$ [V]	0.65	0.88
$V_{GS}(MA)$ [V]	0.55	0.76
$I_D(MA)$ [uA]	5	4.68
$V_{DS}(MB)$ [V]	0.65	0.53
$V_{GS}(MB)$ [V]	0.62	0.71
$I_D(MB)$ [uA]	10	9.37

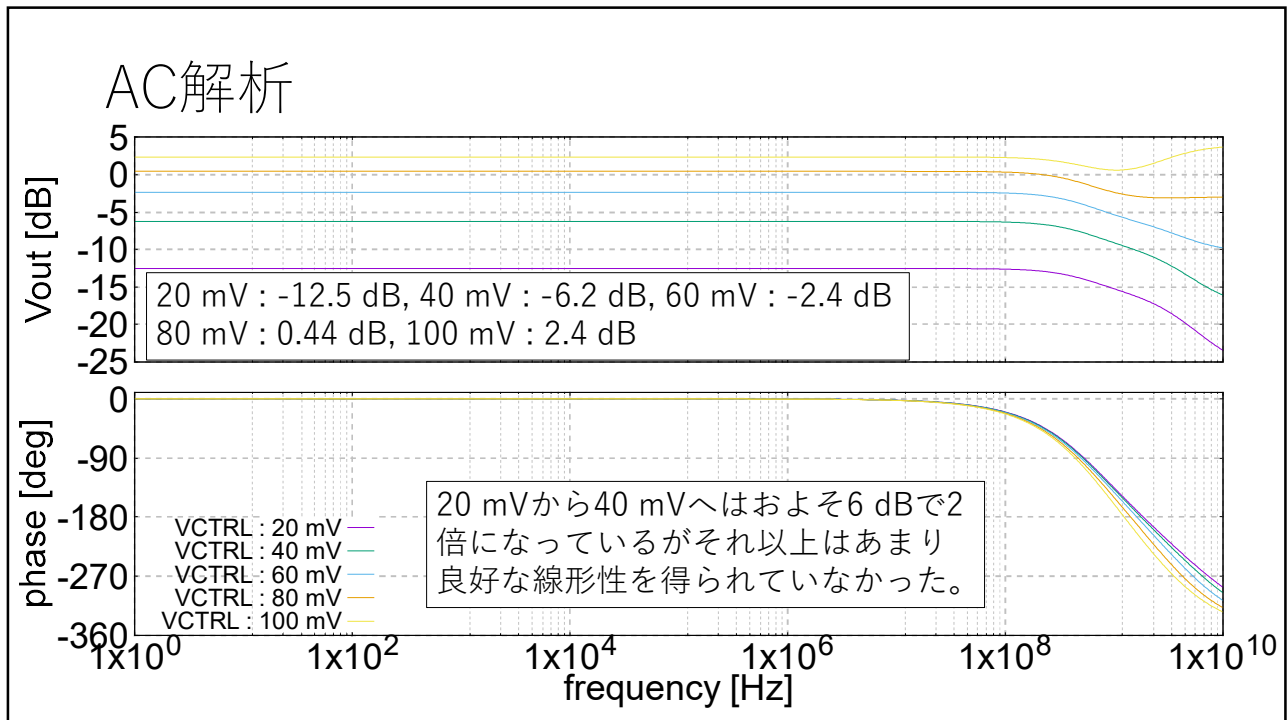
28



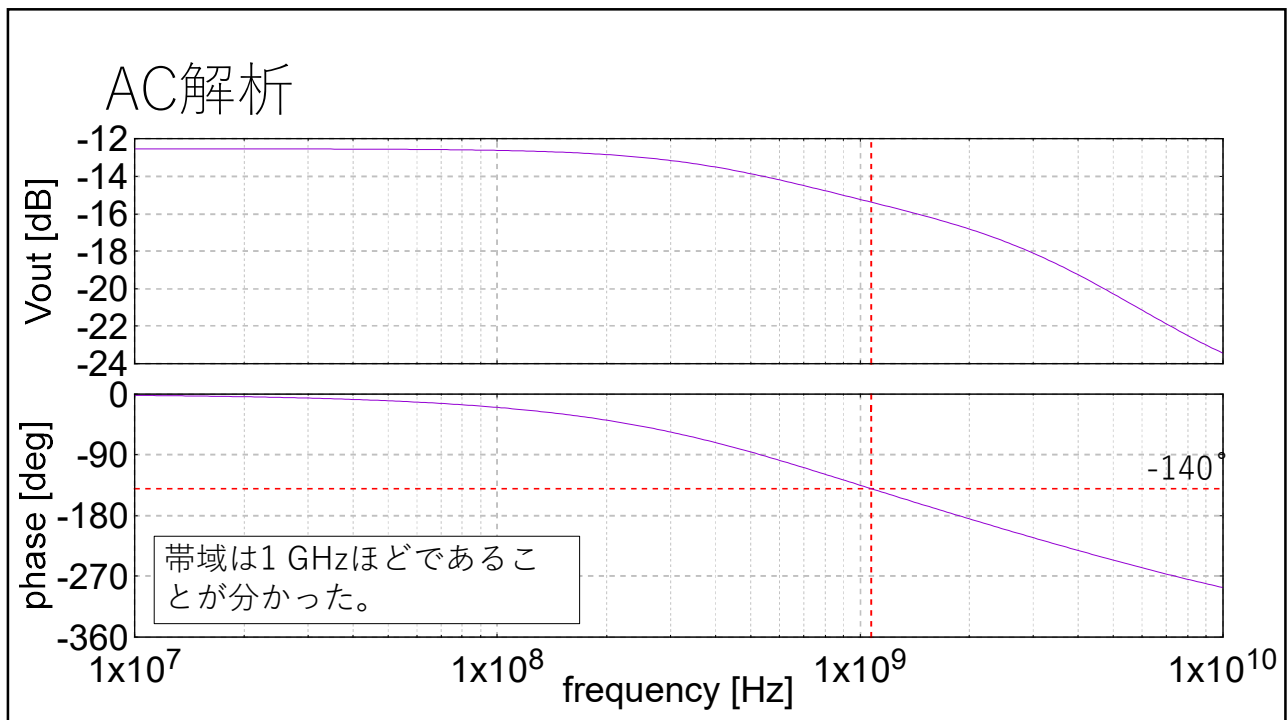
29



30



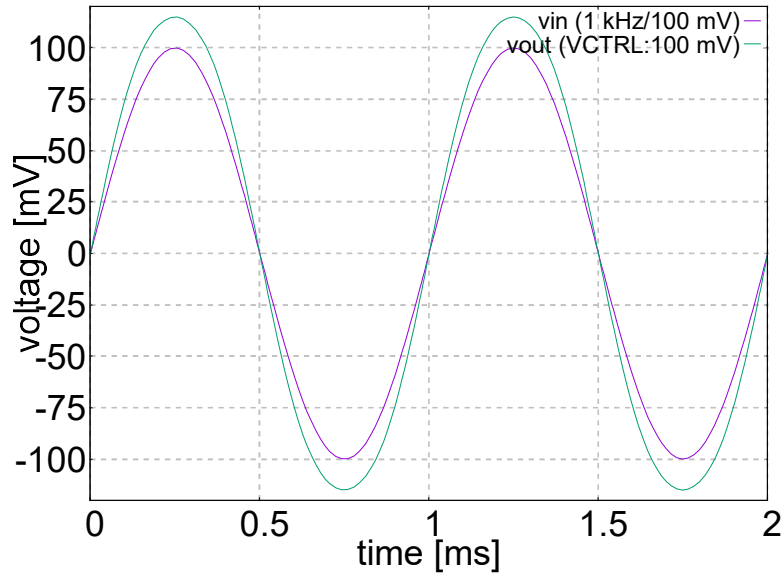
31



32



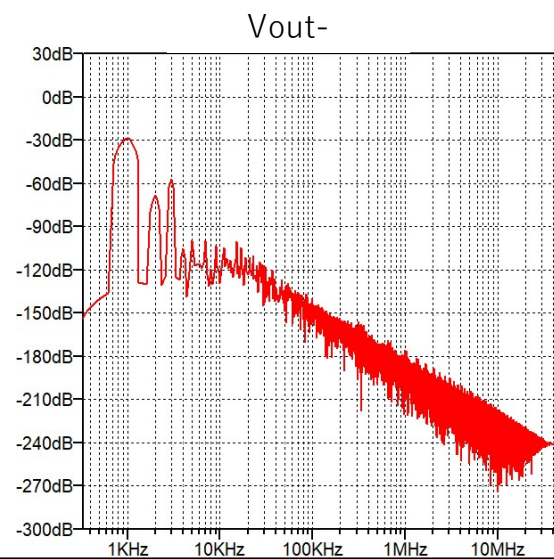
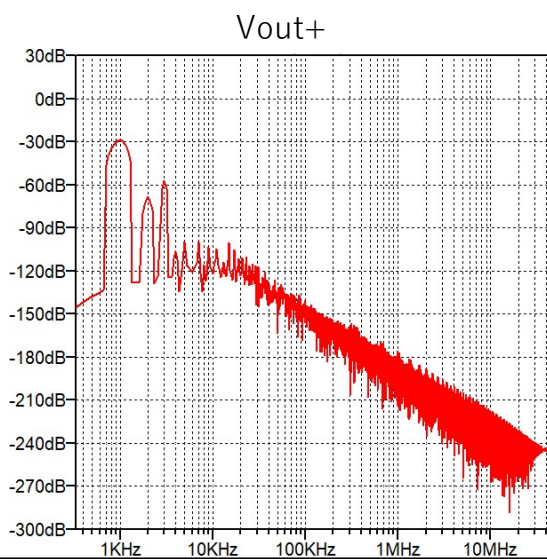
## Tran解析



DC解析からもわかる通り、 $V_{CTRL}$  が100 mVの時利得は約1.25倍であった。波形の歪は見られなかった。AC解析からも明らかなように1 kHz程度ならば遅れは見られなかった。

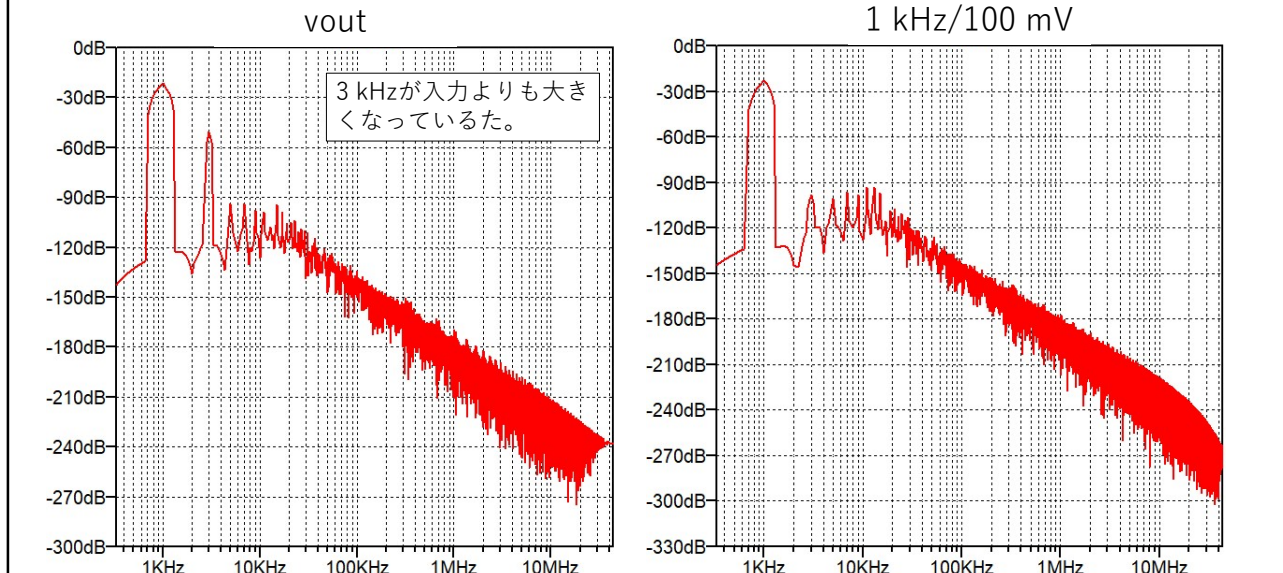
33

## Tran解析のFFT



34

## Tran解析のFFT



35

## まとめ・今後の課題

- 乗算器を設計する際の手順や手法、注意すべきことなどが確認することができ、プロセスが変わっても迅速に設計を行えるようになったと考えられる。
- 利得の改善
- 入力部分の設計
- 多入力化

36