그래프 2

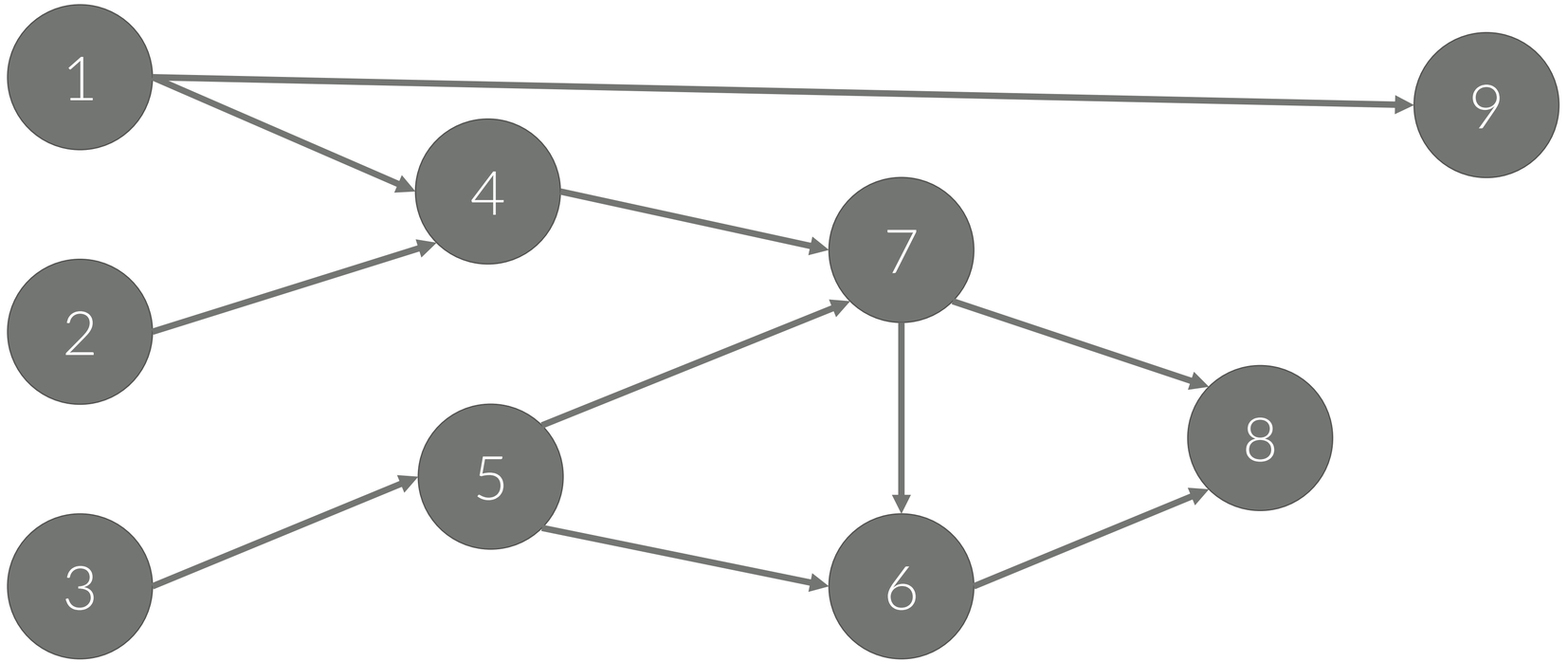
최백준 choi@startlink.io

DAG

DAG

Directed Acyclic Graph

- 사이클이 없는 방향 있는 그래프를 DAG라고 한다.



위상 정렬

위상 정렬

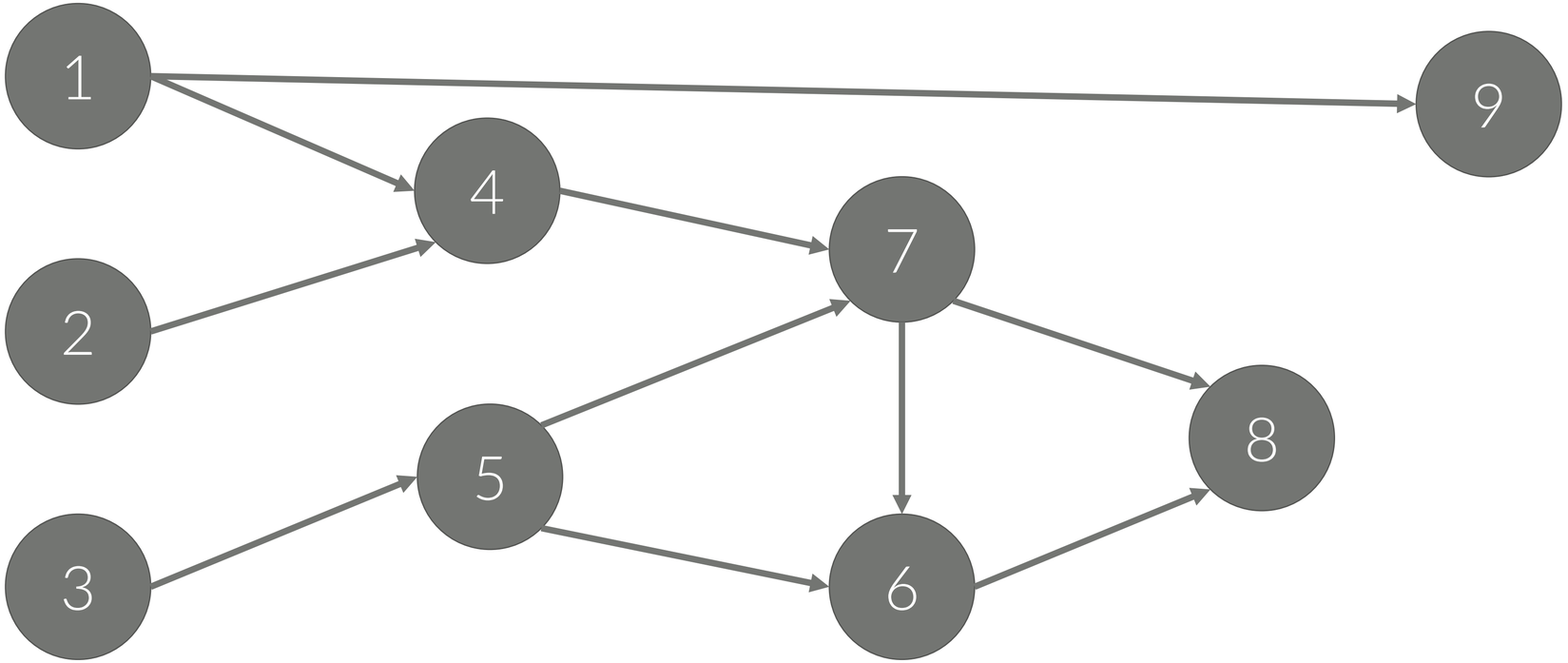
Topological Sort

- 그래프의 간선 u → v가 u가 v보다 먼저라는 의미일 때 정점의 순서를 찾는 알고리즘이다.

위상 정렬

Topological Sort

- 아래 그래프의 위상 정렬 결과는 여러가지가 있다.
- [1, 2, 3, 4, 5, 7, 6, 8, 9]. [1, 2, 9, 3, 5, 4, 7, 6, 8], …



위상 정렬

Topological Sort

- 그래프의 간선 u → v가 u가 v보다 먼저라는 의미이기 때문에
- 어떤 정점 v의 순서에 추가되는 것은 u → v의 u가 모두 순서에 추가되었을 때이다.
- 순서에 추가되는 정점은 in-degree가 0일 때로 표현할 수 있다.
- BFS를 응용해서 구현할 수 있다.

위상 정렬

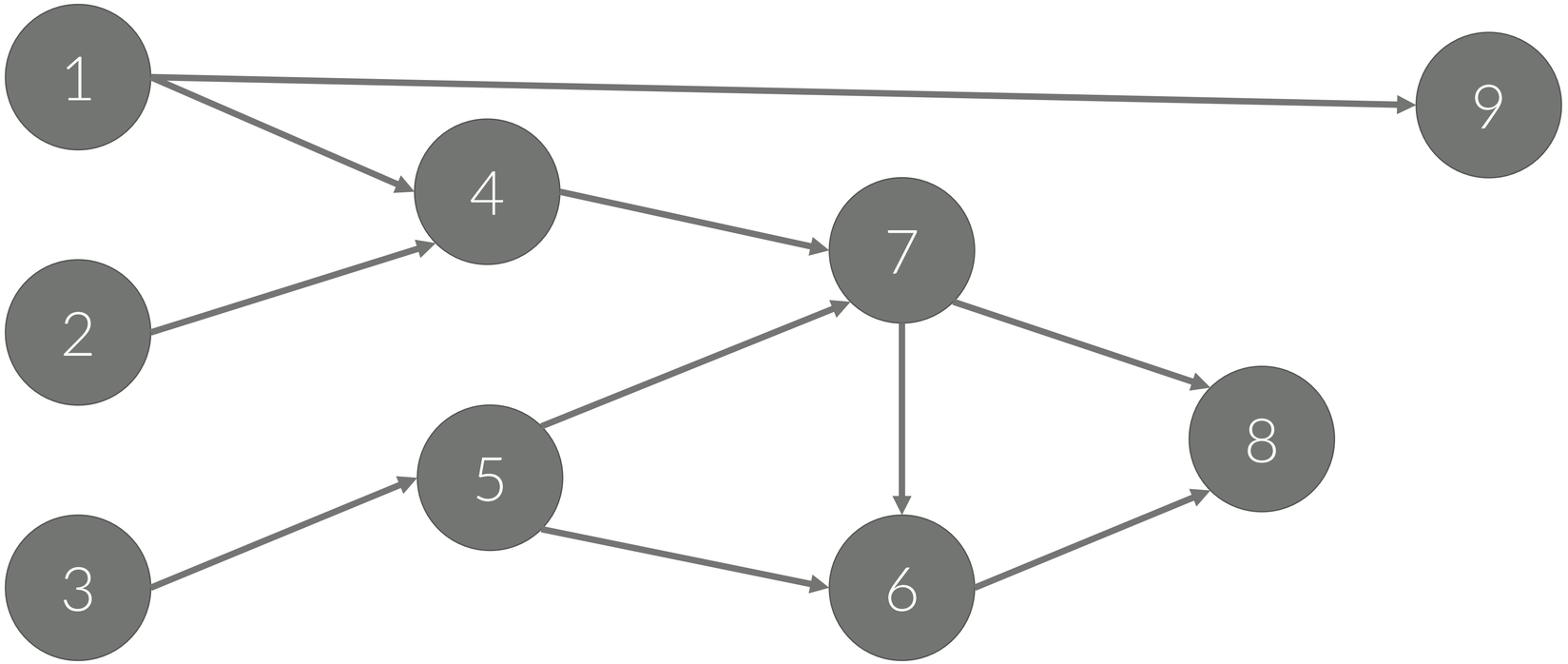
Topological Sort

- BFS 알고리즘을 이용해 위상 정렬을 구현할 수 있고,
- 어떤 정점이 큐에 추가되는 것은 in-degree가 0이 되는 순간이다.

위상 정렬

Topological Sort

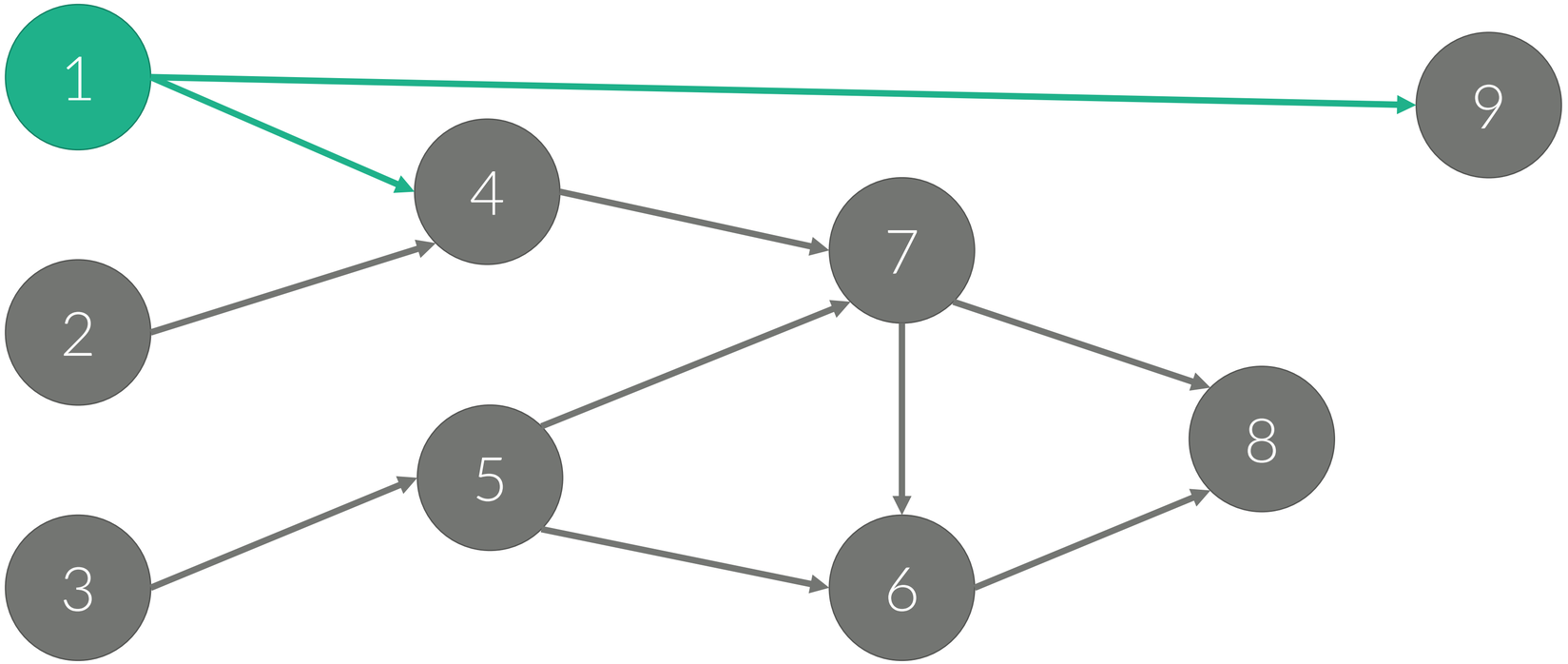
- 큐에 가장 들어있는 것은
- 들어오는 간선의 개수가 0인 것이다.
- 순서:
- 큐: 1 2 3



위상 정렬

Topological Sort

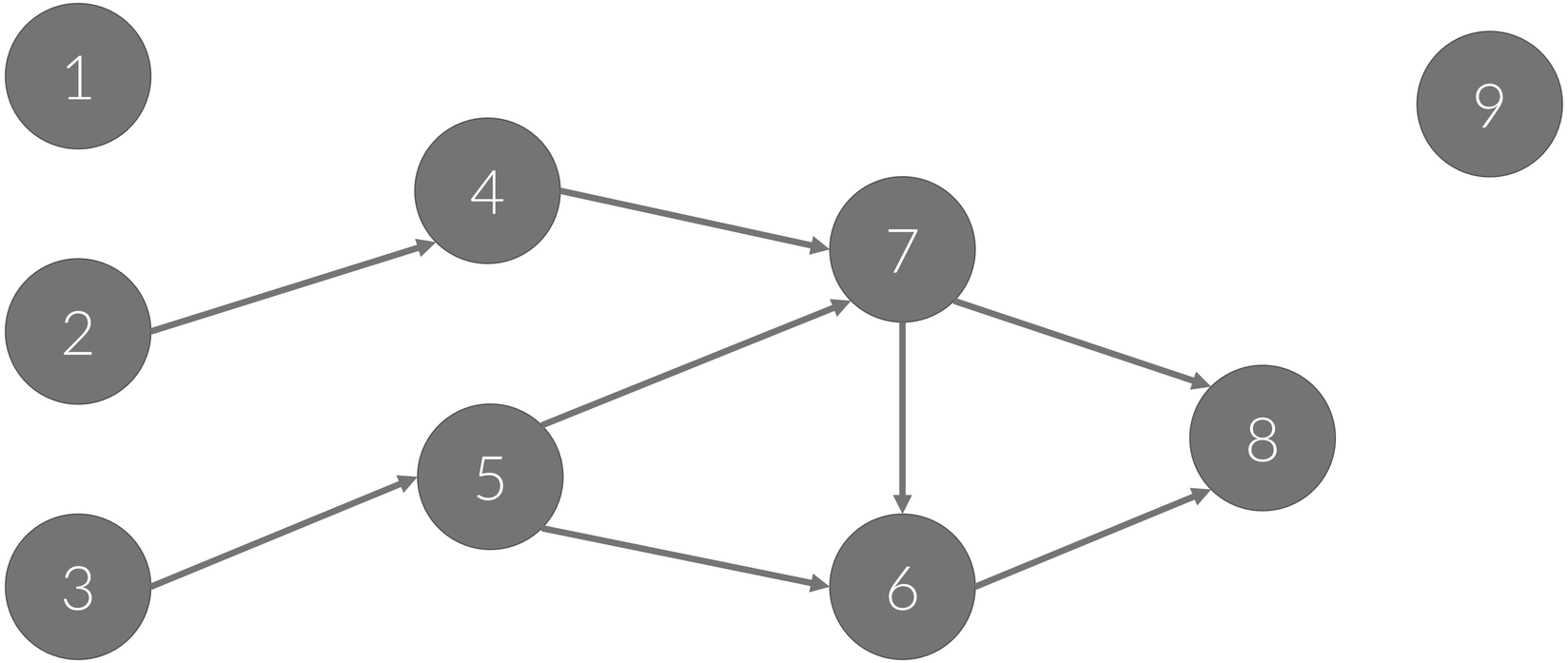
- 순서: 1
- 큐: 2 3



위상 정렬

Topological Sort

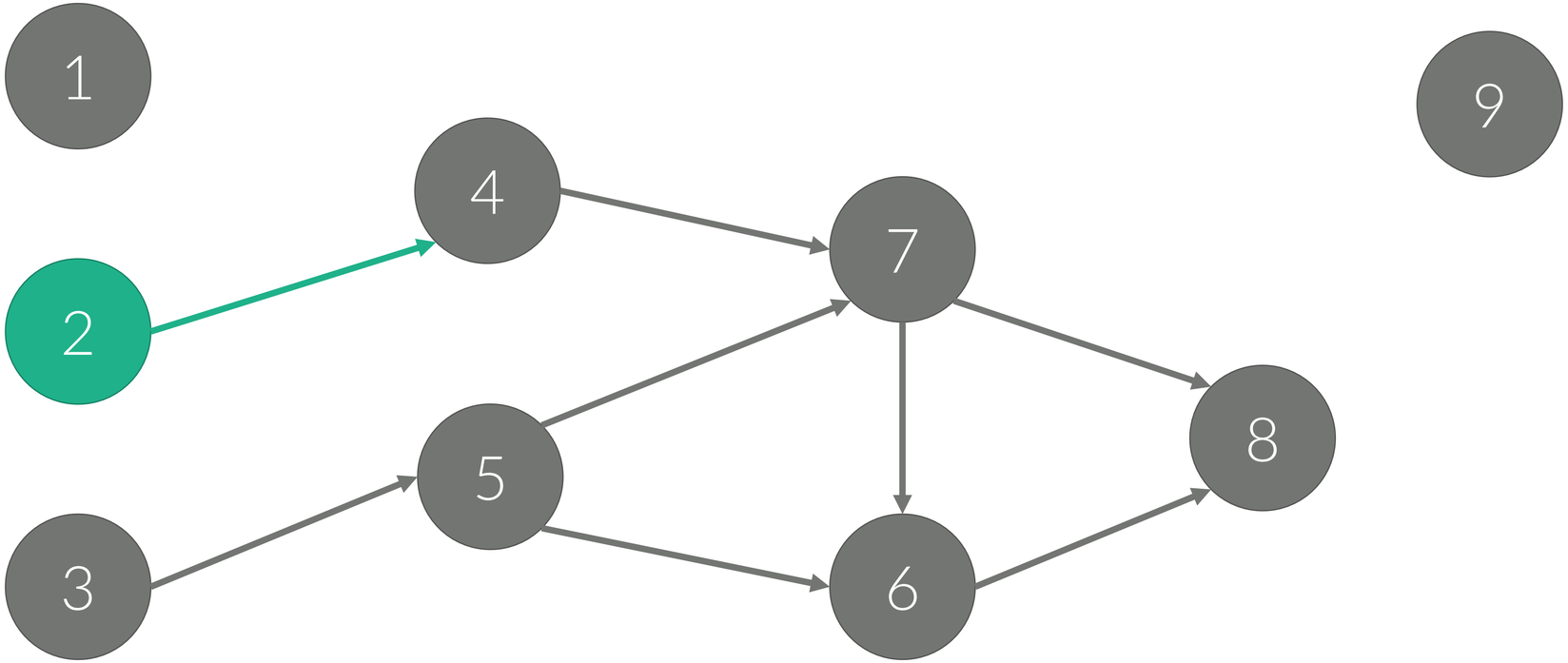
- 순서: 1
- 큐: 2 3 9



위상 정렬

Topological Sort

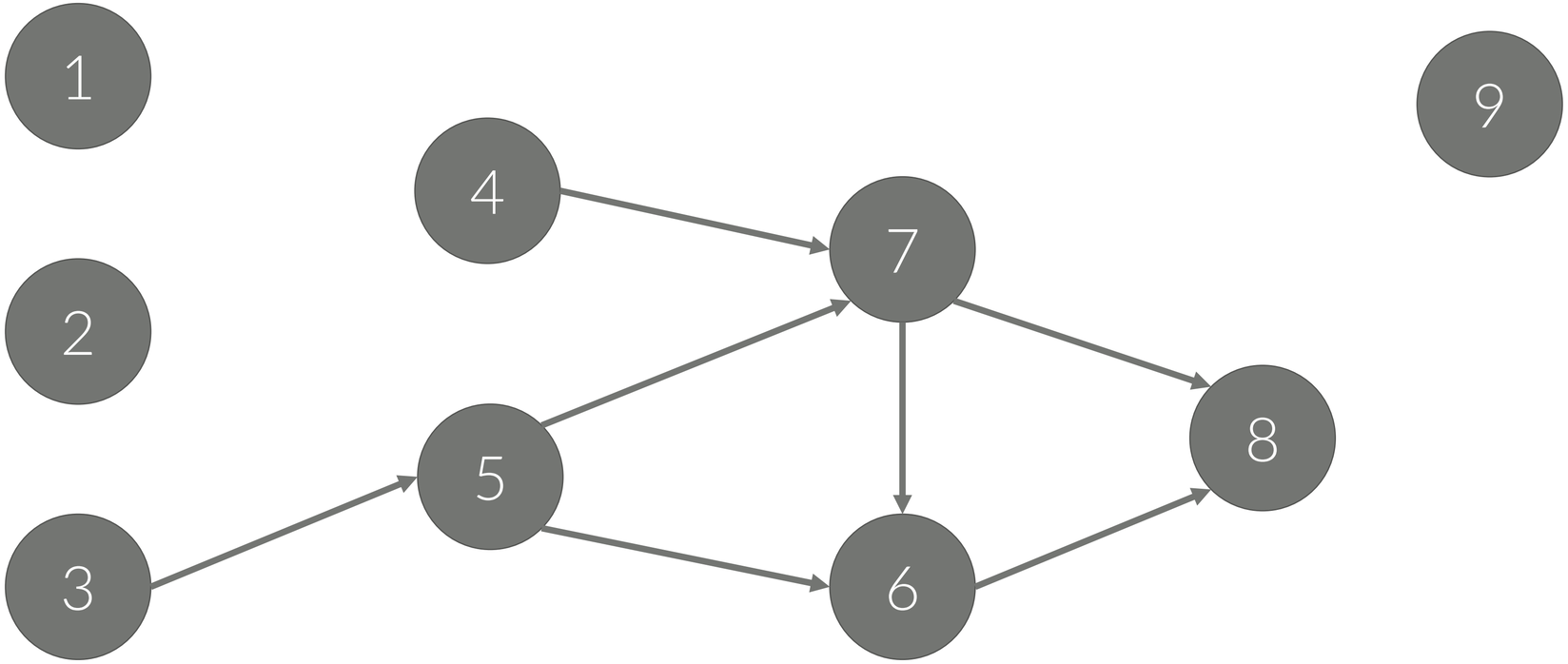
- 순서: 1 2
- 큐: 3 9



위상 정렬

Topological Sort

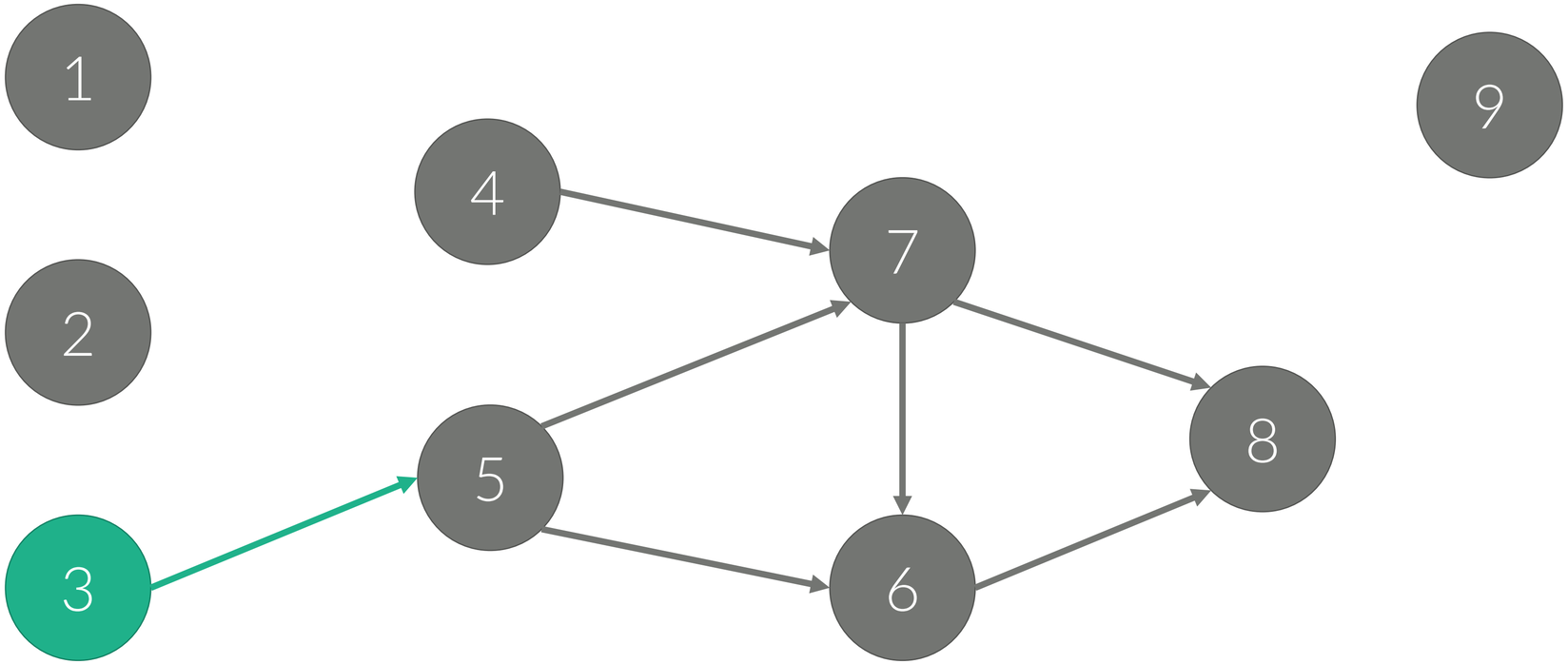
- 순서: 1 2
- 큐: 3 9 4



위상 정렬

Topological Sort

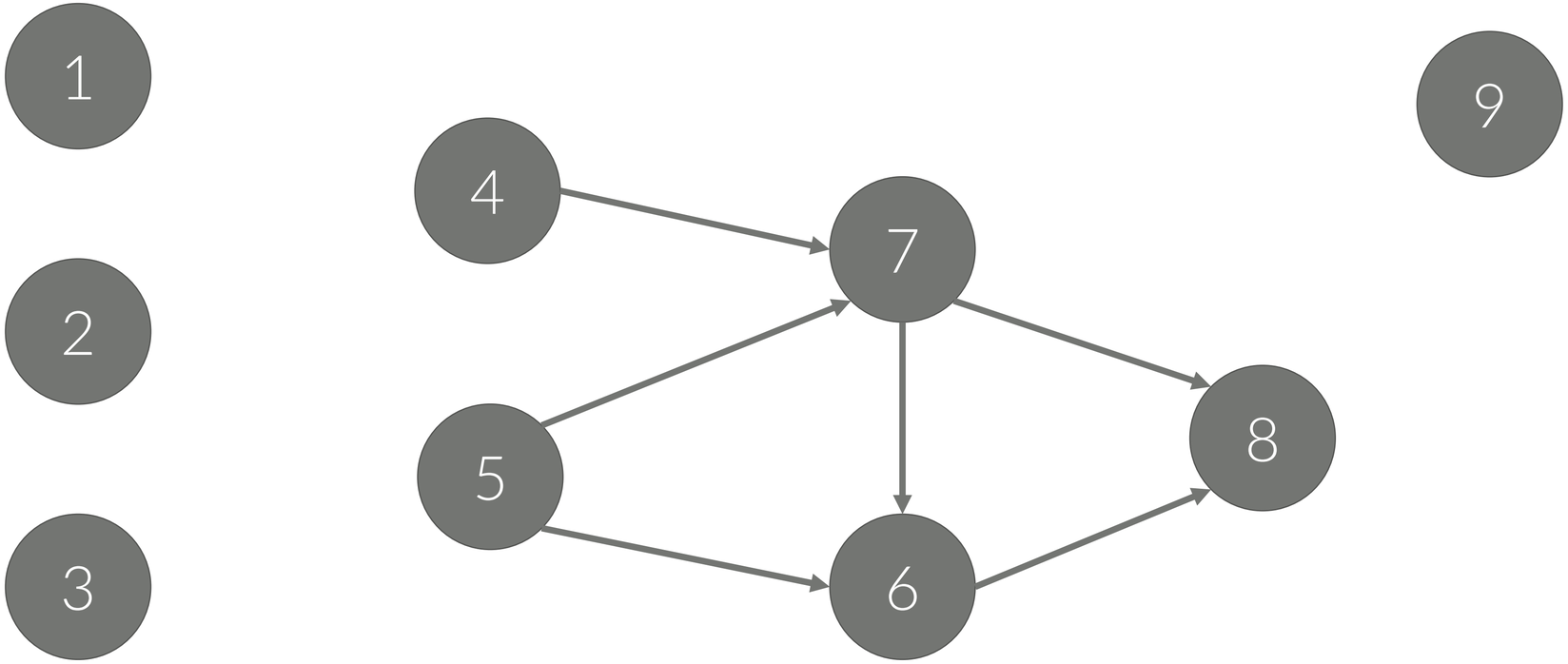
- 순서: 1 2 3
- 큐: 9 4



위상 정렬

Topological Sort

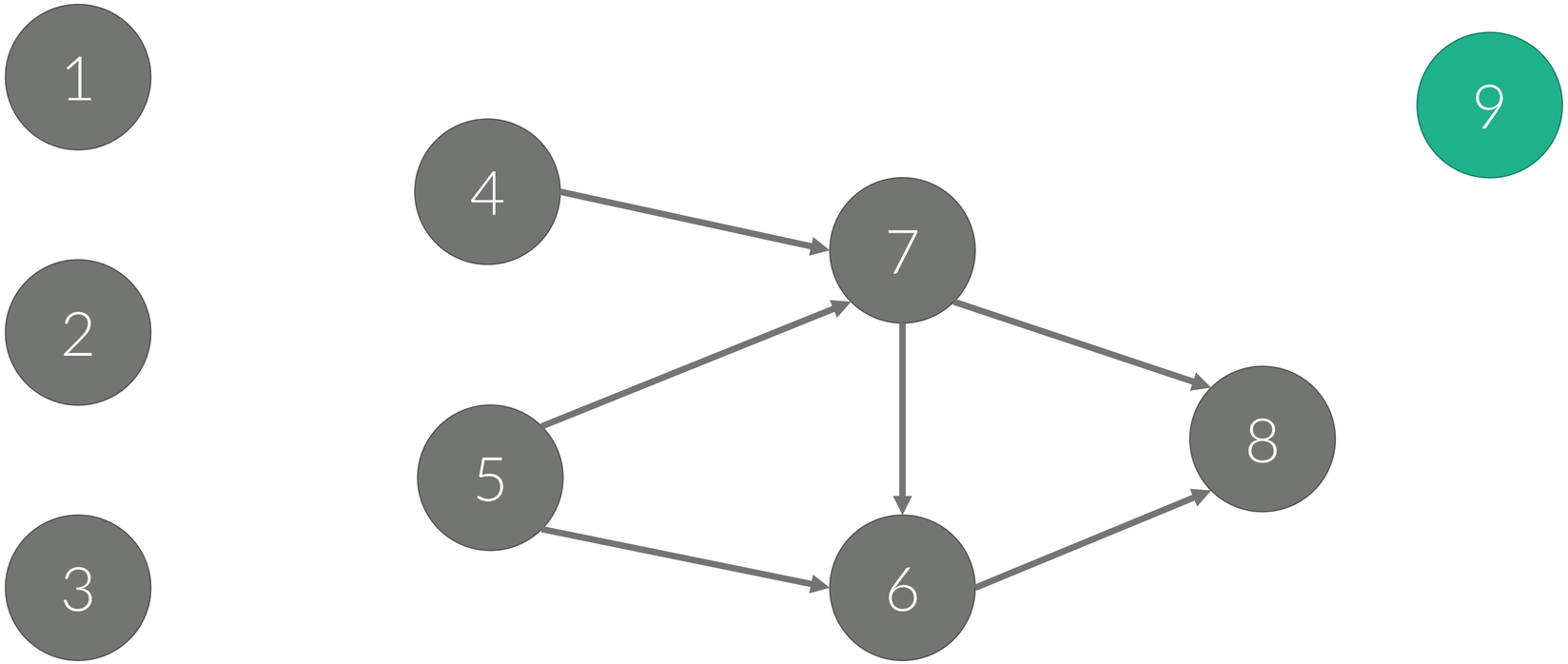
- 순서: 1 2 3
- 큐: 9 4 5



위상 정렬

Topological Sort

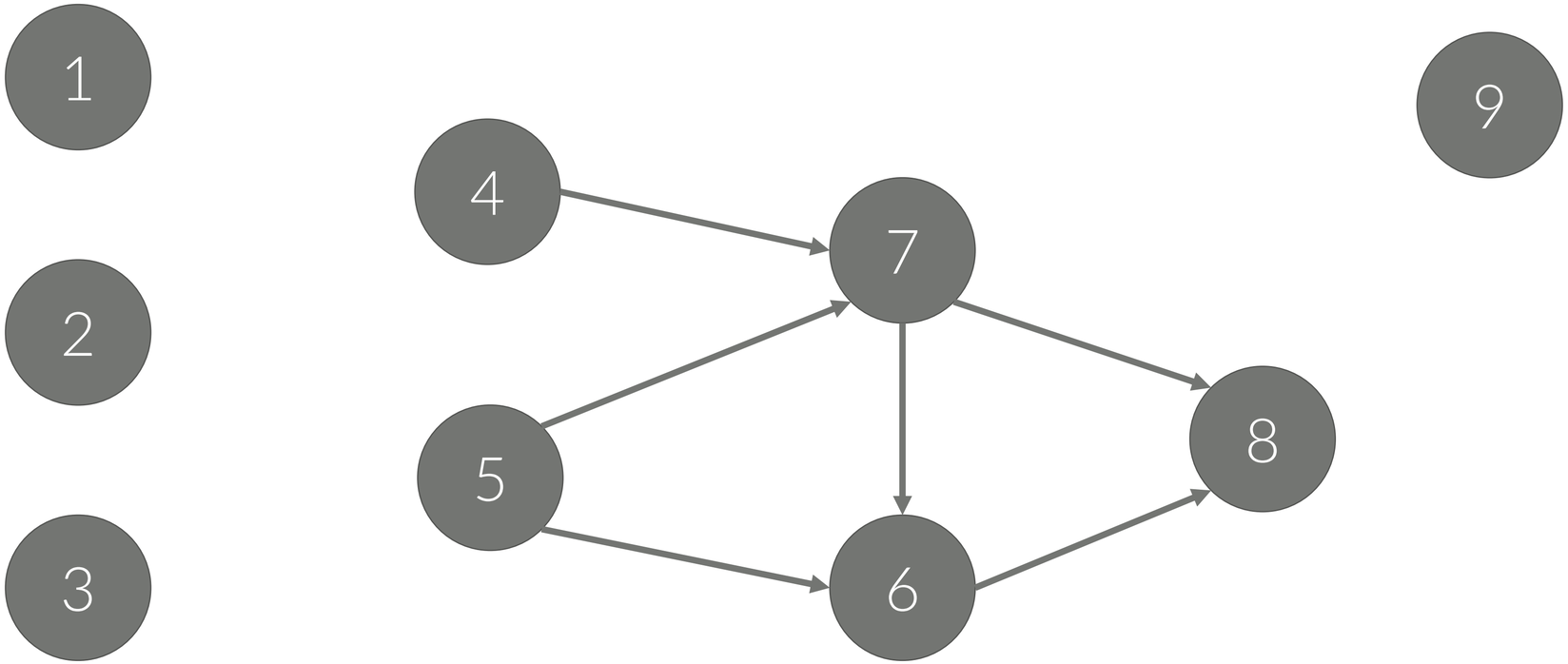
- 순서: 1 2 3 9
- 큐: 4 5



위상 정렬

Topological Sort

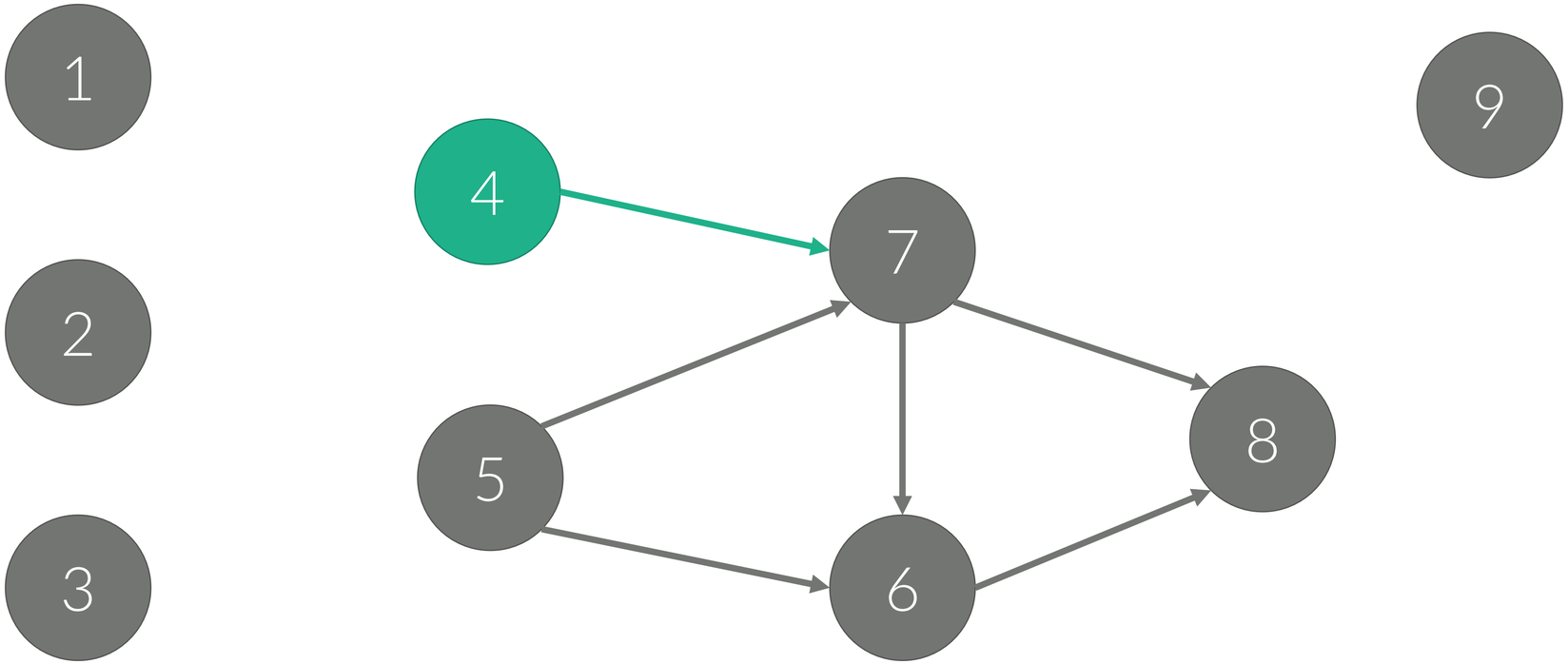
- 순서: 1 2 3 9
- 큐: 4 5



위상 정렬

Topological Sort

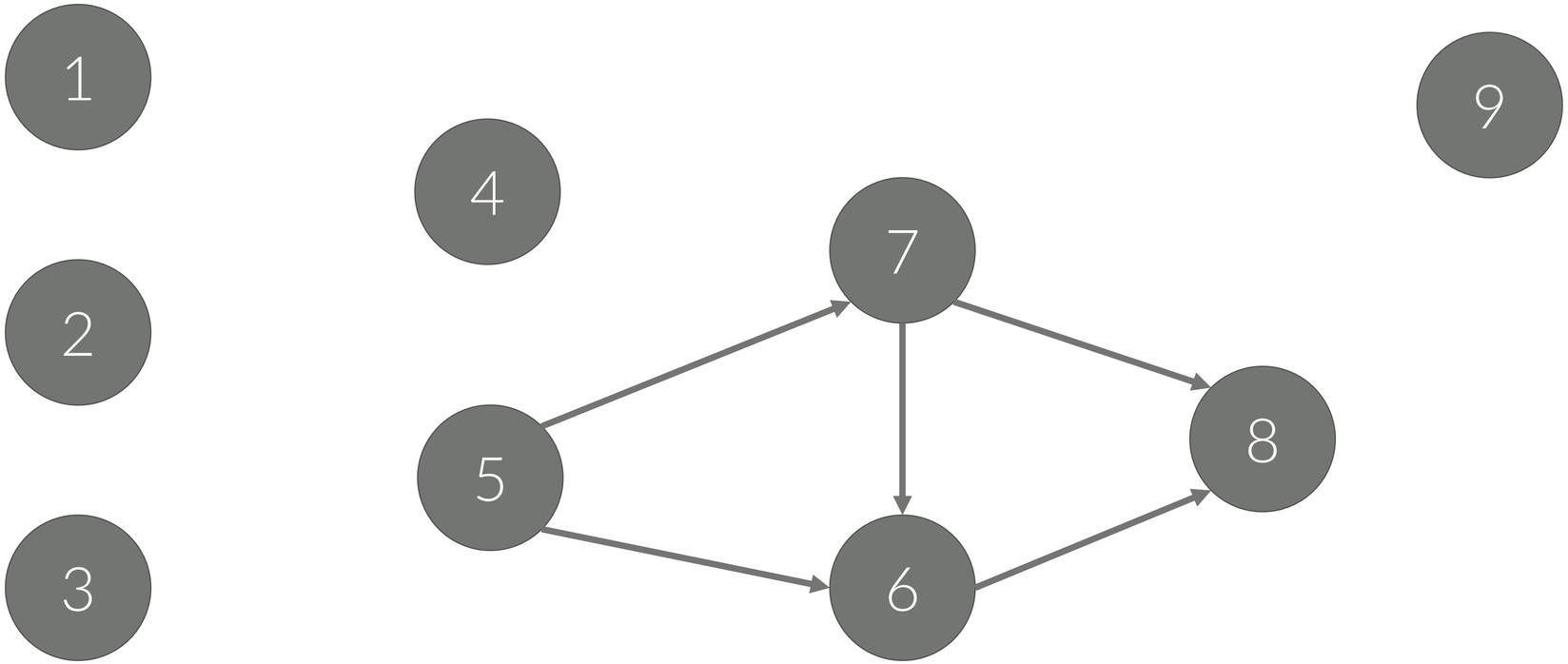
- 순서: 1 2 3 9 4
- 큐: 5



위상 정렬

Topological Sort

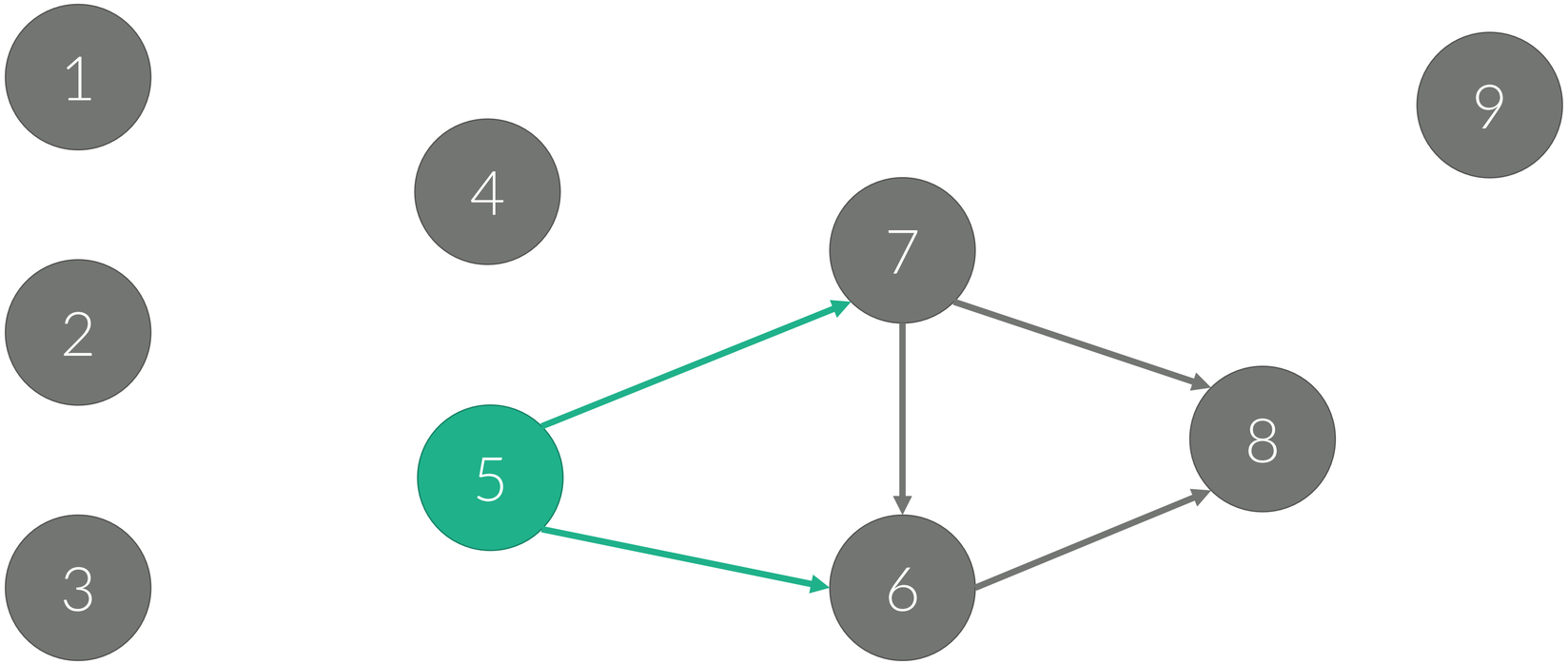
- 순서: 1 2 3 9 4
- 큐: 5



위상 정렬

Topological Sort

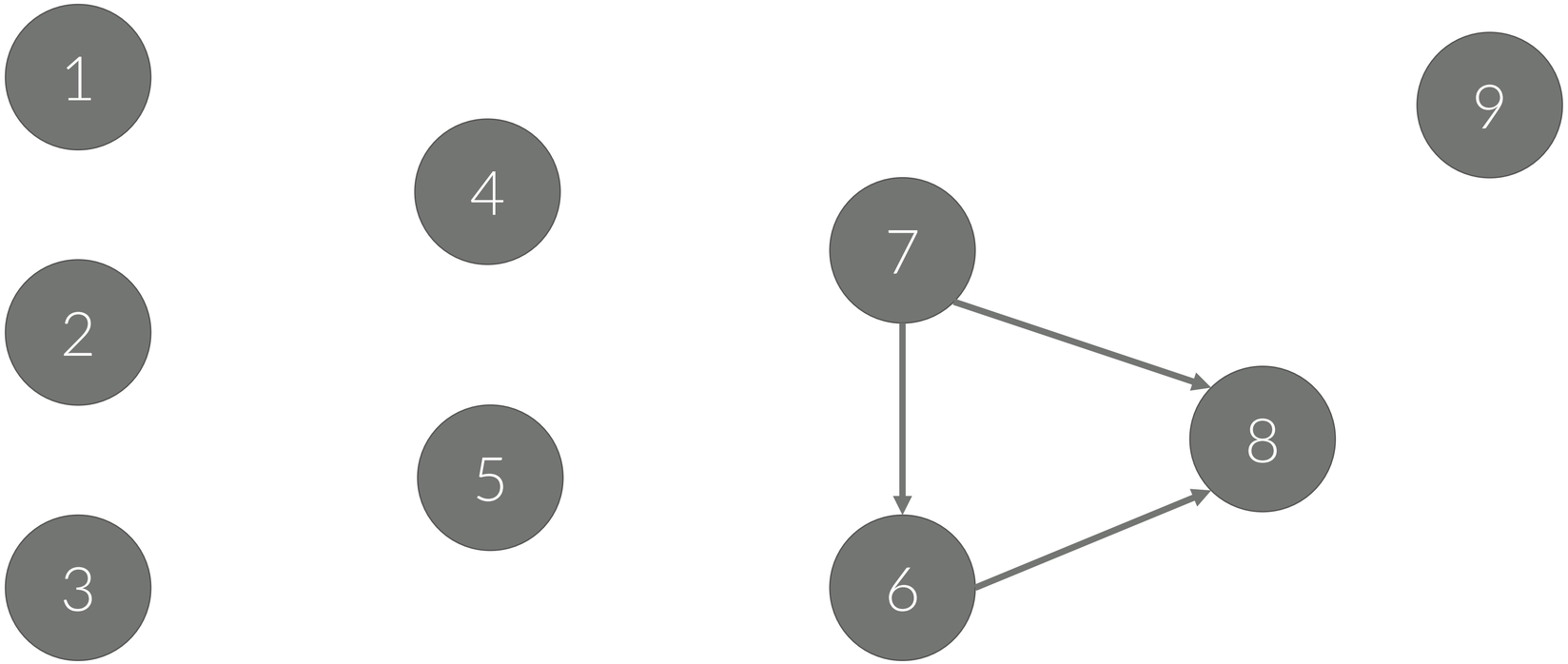
- 순서: 1 2 3 9 4 5
- 큐:



위상 정렬

Topological Sort

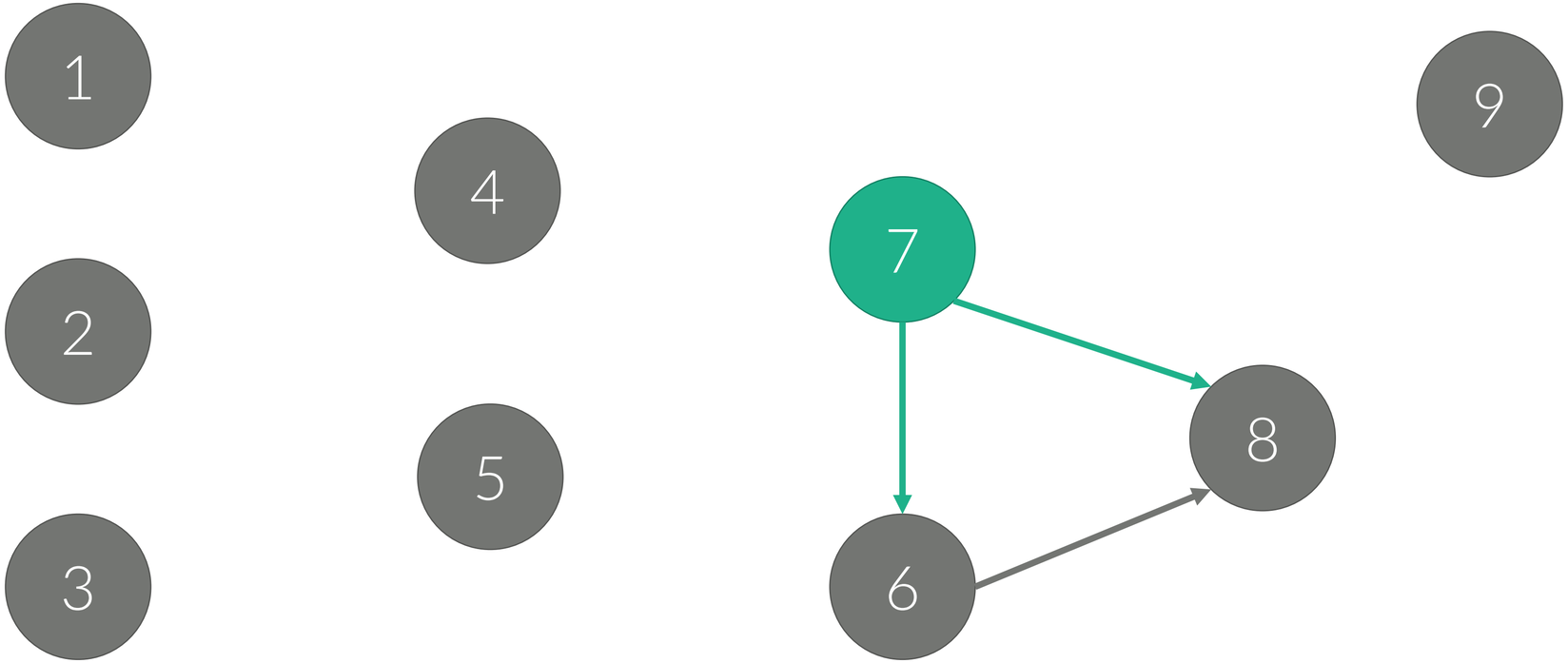
- 순서: 1 2 3 9 4 5
- 큐: 7



위상 정렬

Topological Sort

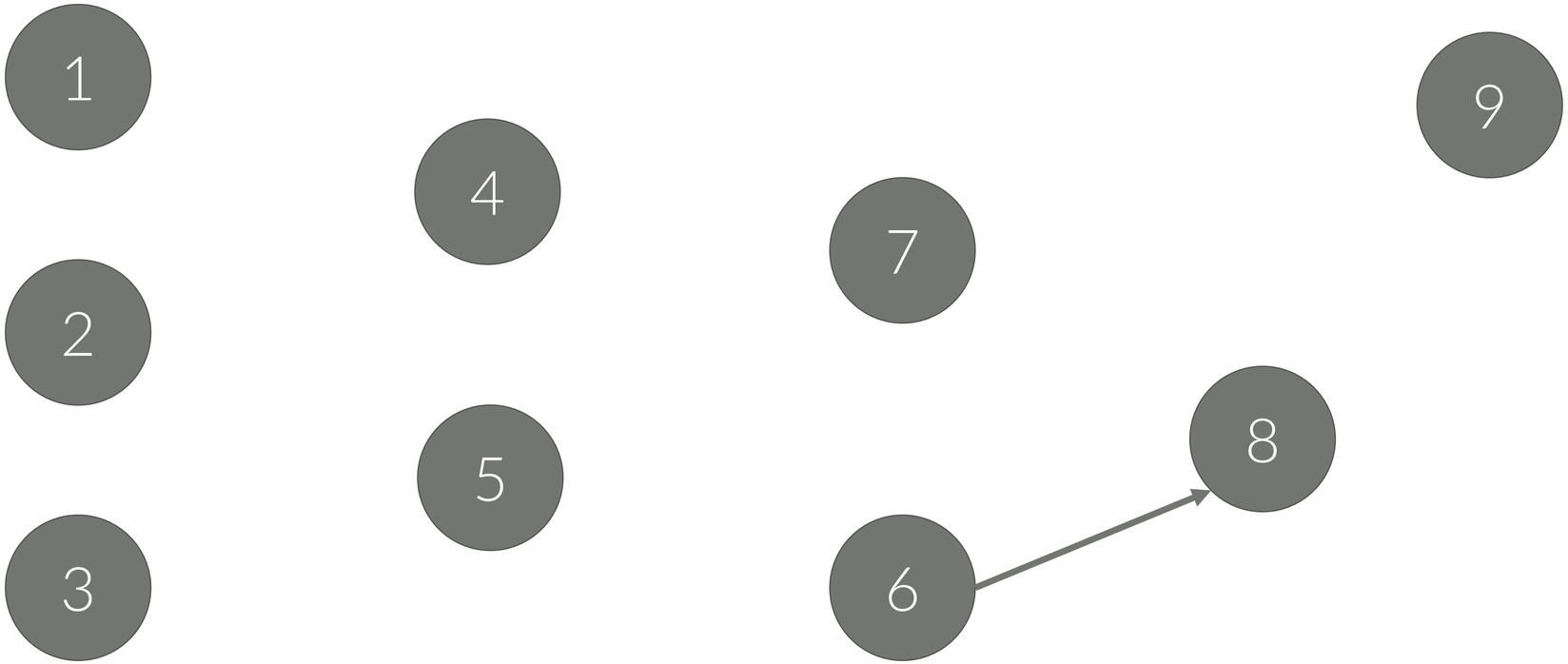
- 순서: 1 2 3 9 4 5 7
- 큐:



위상 정렬

Topological Sort

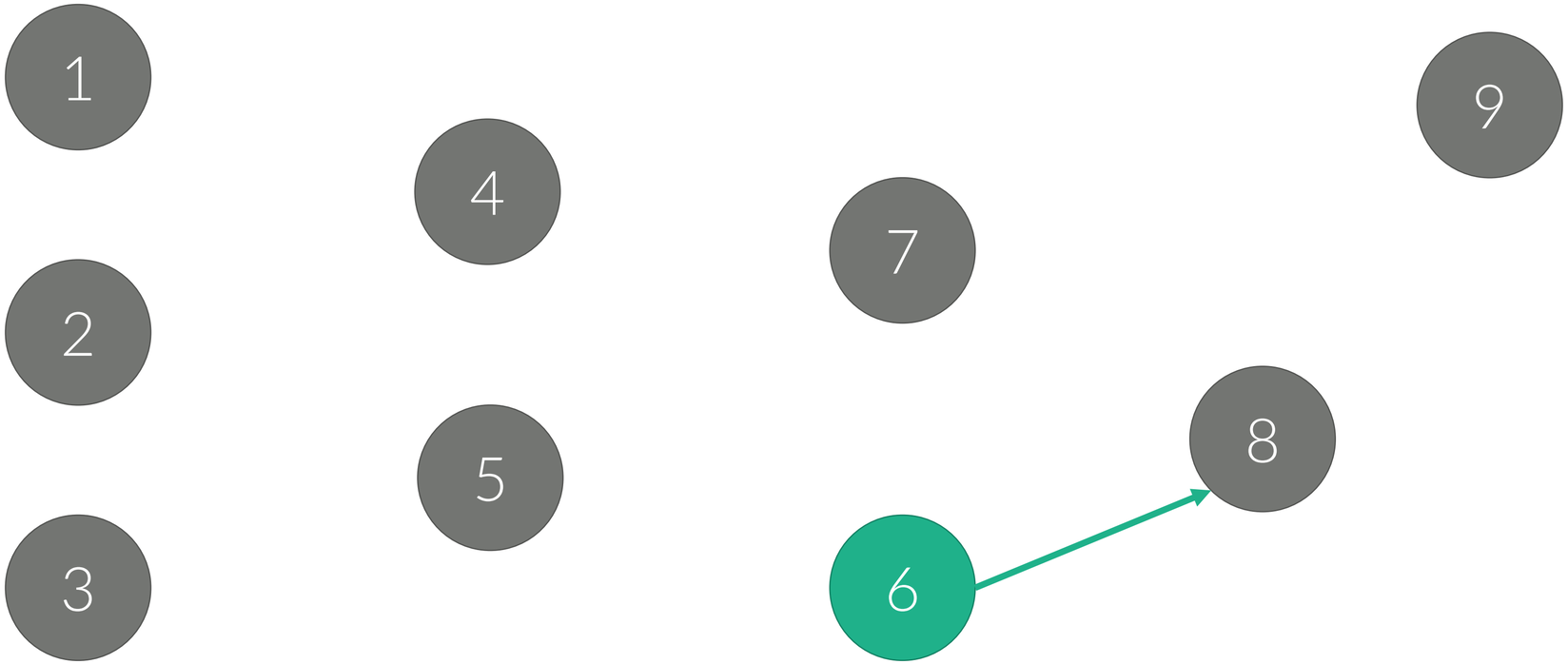
- 순서: 1 2 3 9 4 5 7
- 큐: 6



위상 정렬

Topological Sort

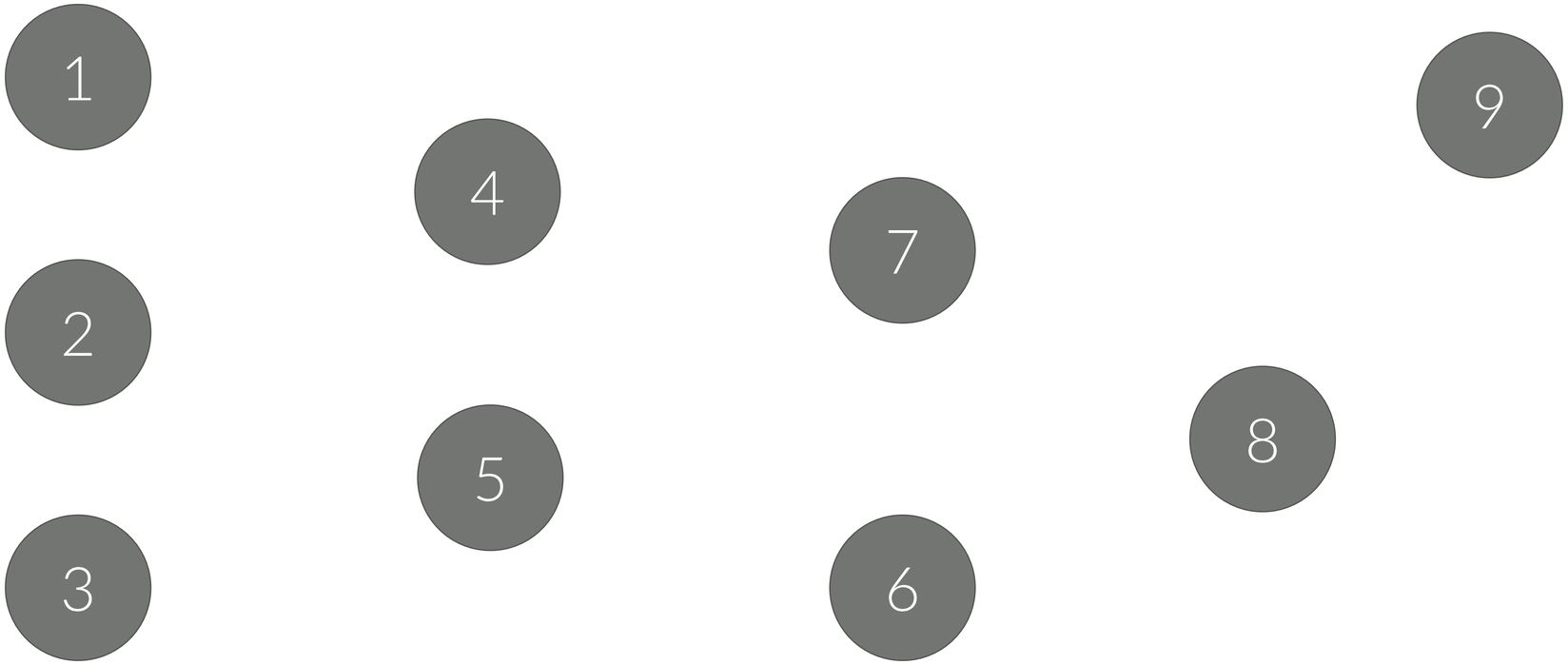
- 순서: 1 2 3 9 4 5 7 6
- 큐:



위상 정렬

Topological Sort

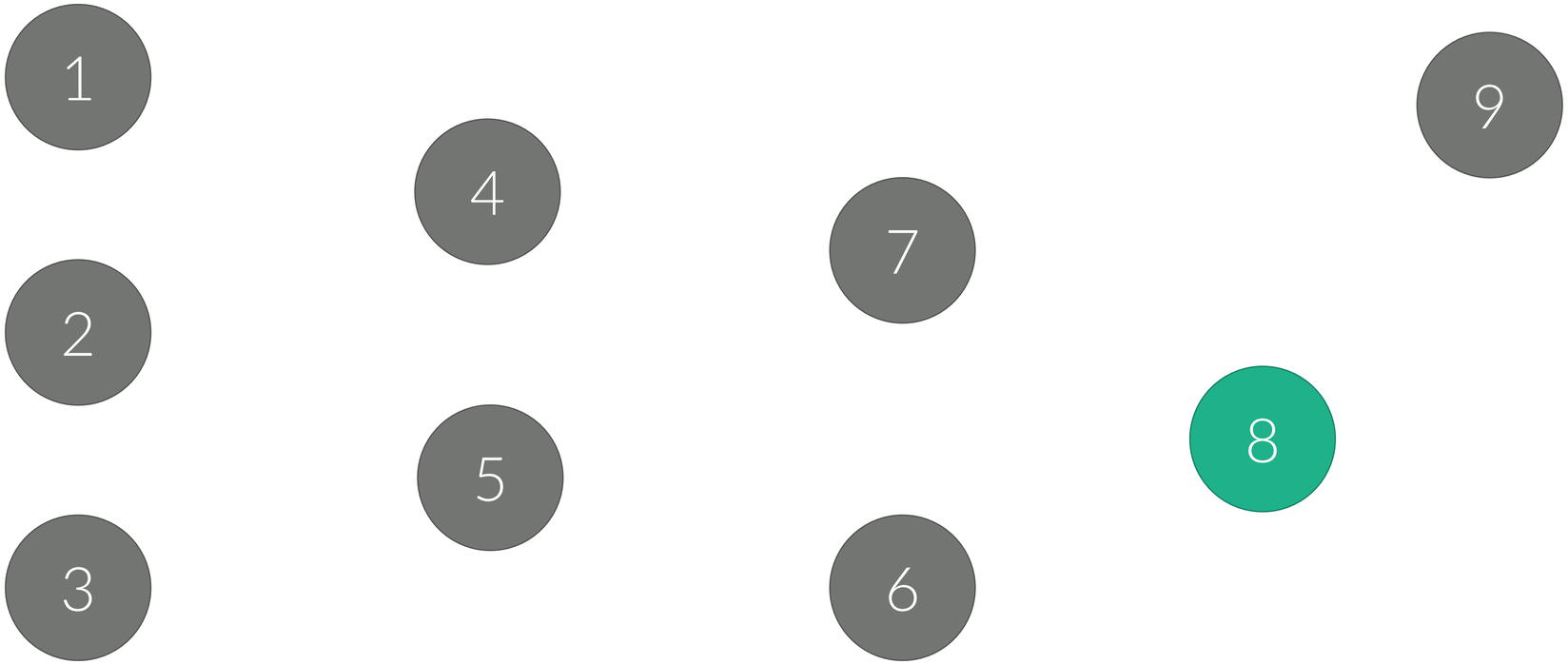
- 순서: 1 2 3 9 4 5 7 6
- 큐: 8



위상 정렬

Topological Sort

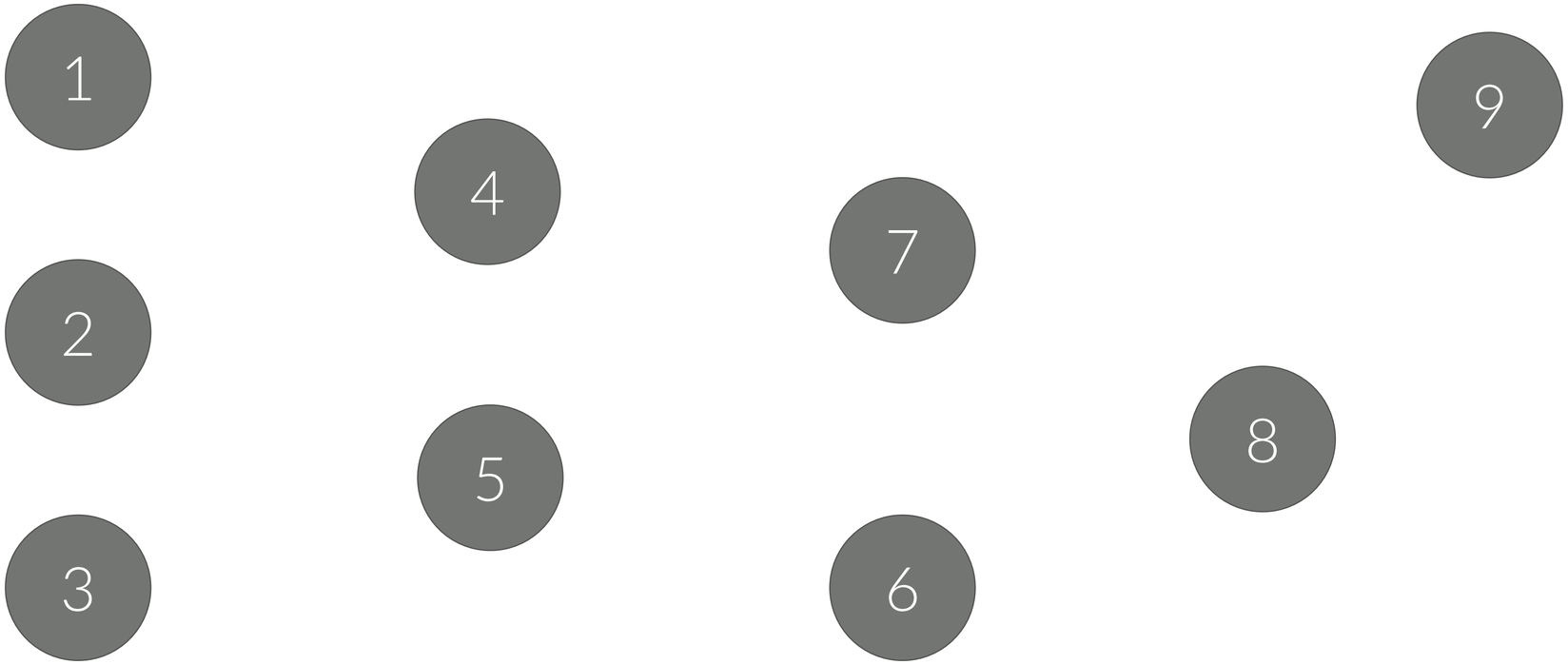
- 순서: 1 2 3 9 4 5 7 6 8
- 큐:



위상 정렬

Topological Sort

- 순서: 1 2 3 9 4 5 7 6 8
- 큐:



위상 정렬

Topological Sort

- 가장 처음

```
queue<int> q;
for (int i=1; i<=n; i++) {
    if (ind[i] == 0) {
        q.push(i);
    }
}
```

위상 정렬

Topological Sort


```
while (!q.empty()) {
    int x = q.front();
    q.pop();
    printf("%d ",x);
    for (int i=0; i<a[x].size(); i++) {
        int y = a[x][i];
        ind[y] -= 1;
        if (ind[y] == 0) {
            q.push(y);
        }
    }
}
```

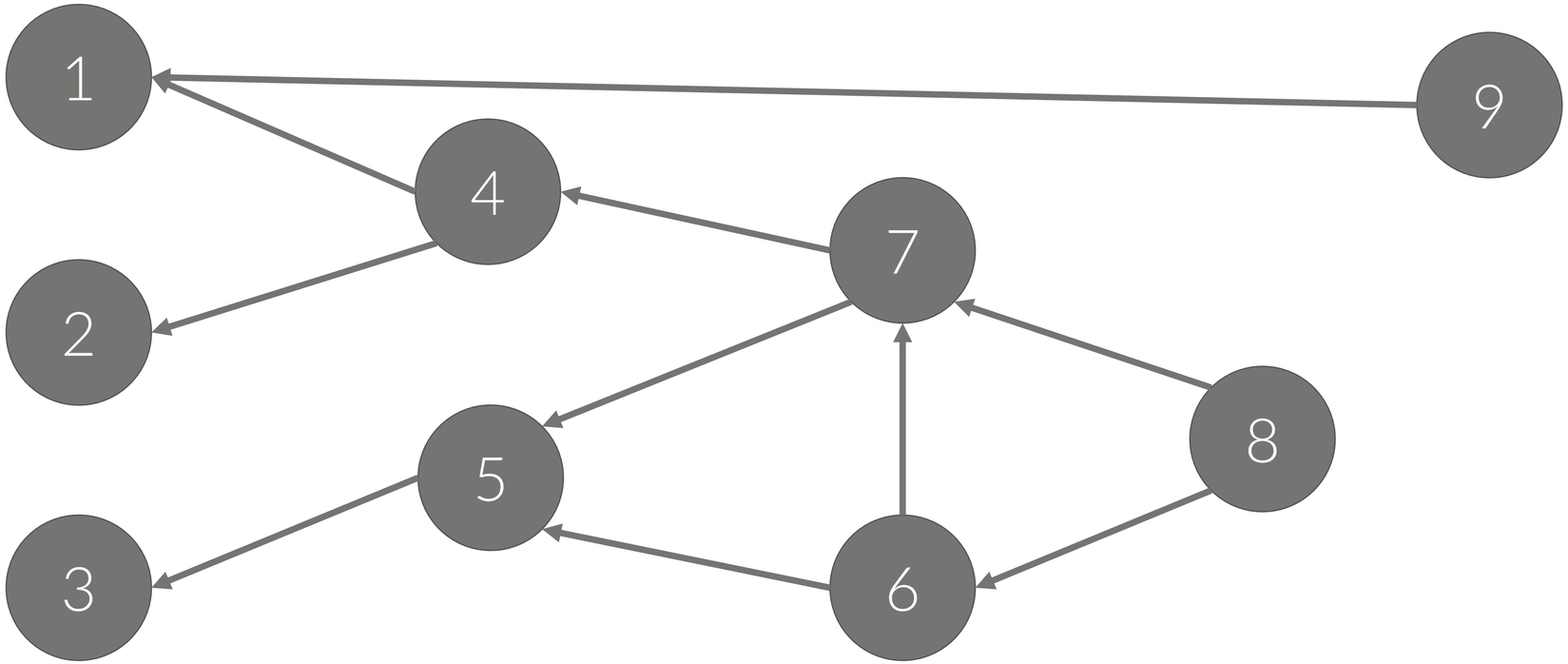
위상 정렬

Topological Sort

- 위상 정렬은 DAG에서만 할 수 있고, DAG는 사이클이 없다.
- 그래프의 간선을 모두 뒤집어놓고 DFS를 수행하고
- 정점이 스택에서 빠져나오는 순서를 기록하면 위상 정렬의 순서와 같아지게 된다.
- 스택에서 빠져나온다는 것은 더 이상 방문할 수 있는 정점이 없다는 것을 의미하고
- 방문할 수 있는 정점이 없다는 것은 이제 이 일을 수행할 수 있다는 것과 같은 의미이다.

위상 정렬

Topological Sort



위상 정렬

Topological Sort


```
void go(int x) {
    check[x] = true;
    for (int y : a[x]) {
        if (check[y] == false) {
            go(y);
        }
    }
    cout << x << ' ';
}
```

줄 세우기

https://www.acmicpc.net/problem/2252

- N명의 학생들을 키 순서대로 줄을 세우려고 한다
- 각 학생의 키를 직접 재서 정렬하면 간단하겠지만, 마땅한 방법이 없어서 두 학생의 키를 비교하는 방법을 사용하기로 하였다
- 그나마도 모든 학생들을 다 비교해 본 것이 아니고, 일부 학생들의 키만을 비교해 보았다.
- 일부 학생들의 키를 비교한 결과가 주어졌을 때, 줄을 세우는 프로그램을 작성하시오.

줄 세우기

https://www.acmicpc.net/problem/2252

- DFS 소스: http://codeplus.codes/f97220b5d23541699cb143496c901863
- BFS 소스: http://codeplus.codes/00307b954a134908afa8a60f5d1f9a44

문제집

https://www.acmicpc.net/problem/1766

- 1번부터 N번까지 문제를 풀려고 한다. 문제 번호는 난이도 순이다.
- 먼저 푸는 것이 좋은 문제가 있다. 아래 3가지 조건에 따라 문제 풀 순서를 정하기로 했다.

1. N개의 문제는 모두 풀어야 한다.
2. 먼저 푸는 것이 좋은 문제가 있는 문제는, 먼저 푸는 것이 좋은 문제를 반드시 먼저 풀어야 한다.
3. 가능하면 쉬운 문제부터 풀어야 한다.

- 문제를 푸는 순서를 결정해주는 문제

문제집

https://www.acmicpc.net/problem/1766

- 3번 조건 때문에, 위상 정렬 순서 아무거나 구하면 안된다.
- 사전 순으로 가장 앞서는 것을 구해야 한다.
- 따라서, 큐 대신 우선순위 큐를 사용해 가장 작은 수를 큐에서 pop하는 방식으로 구현할 수 있다.

문제집

https://www.acmicpc.net/problem/1766

- 소스: http://codeplus.codes/91a0b1244f544ec990302d8c49ef7760

작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

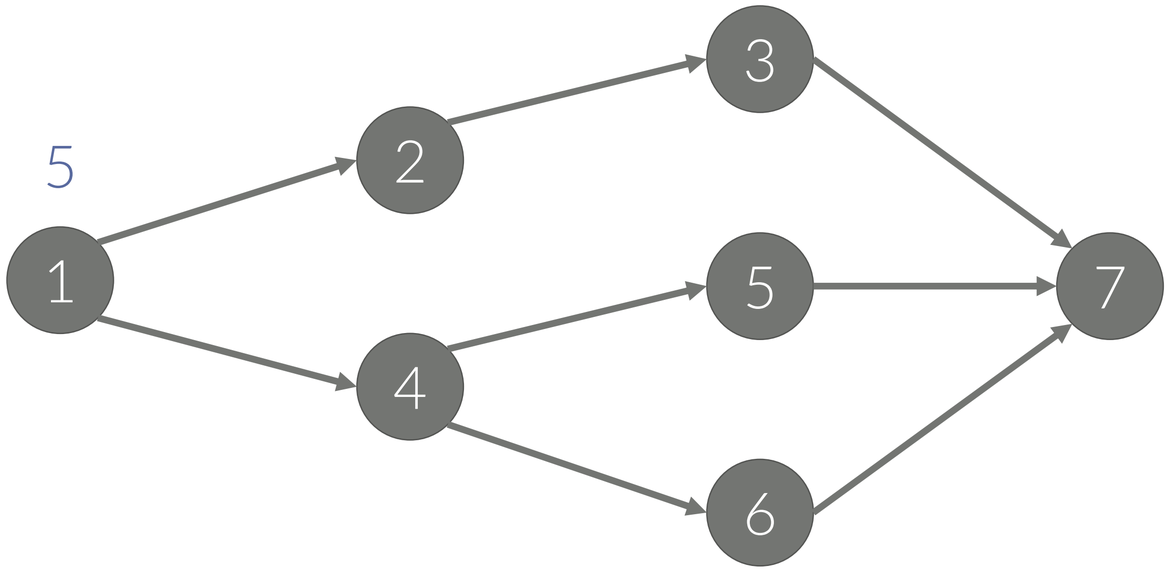
- 작업의 선행관계가 주어졌을 때, 모두 마치는 가장 빠른 시간
- 위상 정렬을 응용해서 풀 수 있다

작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 1
- 현재 작업:

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

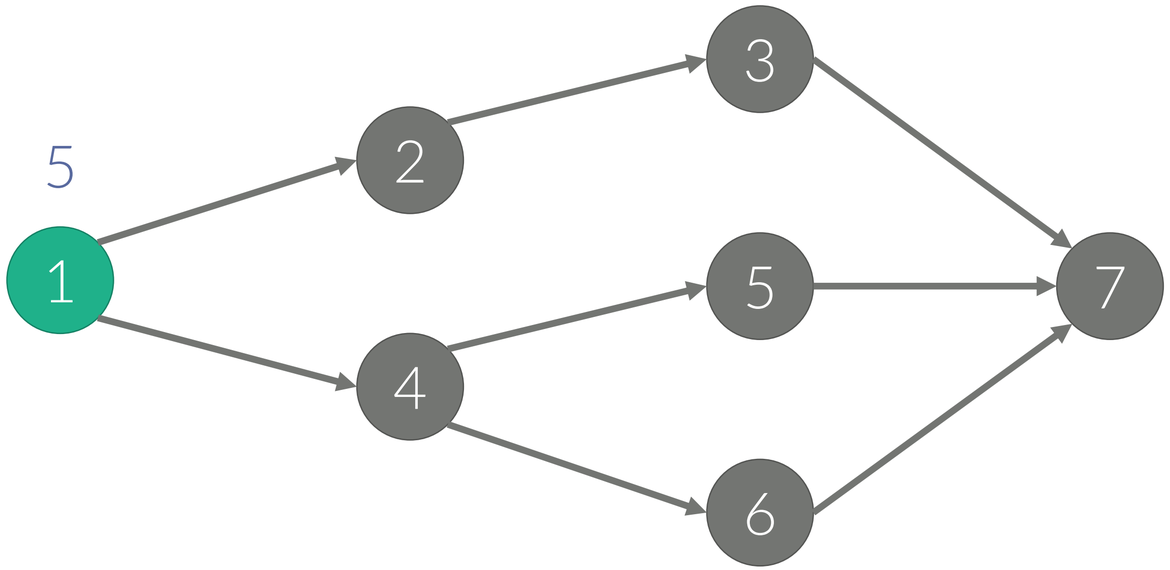


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐:
- 현재 작업: 1

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

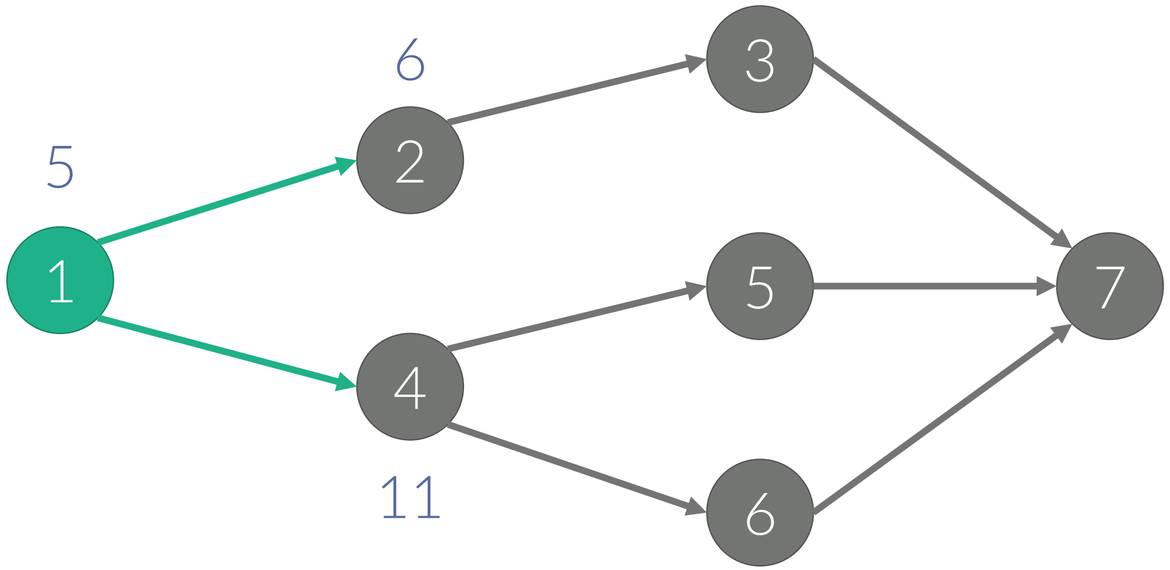


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 2 4
- 현재 작업: 1

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

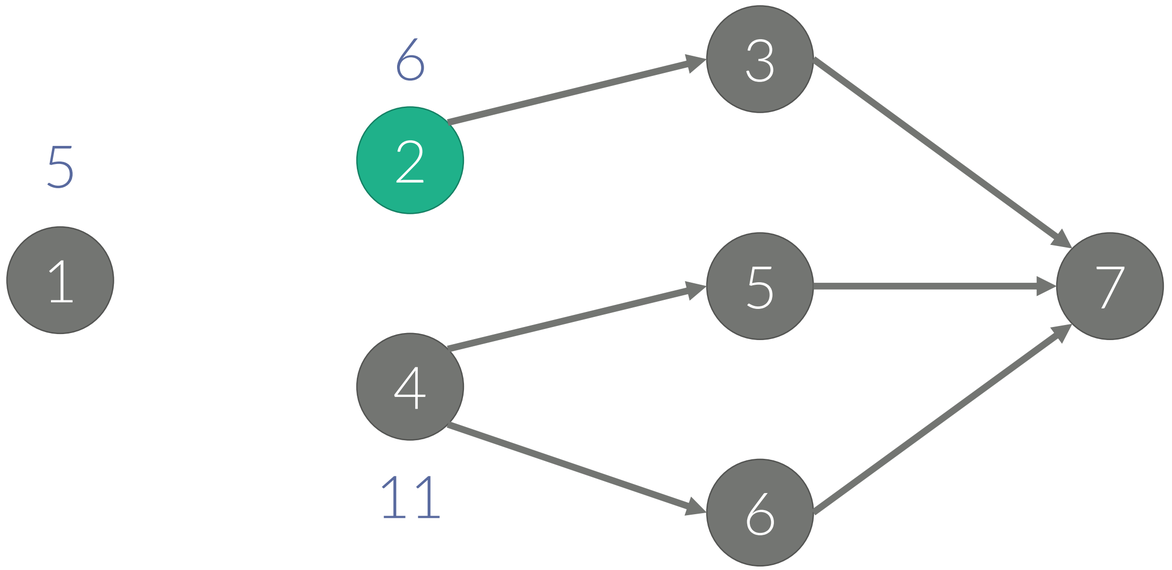


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 4
- 현재 작업: 2

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

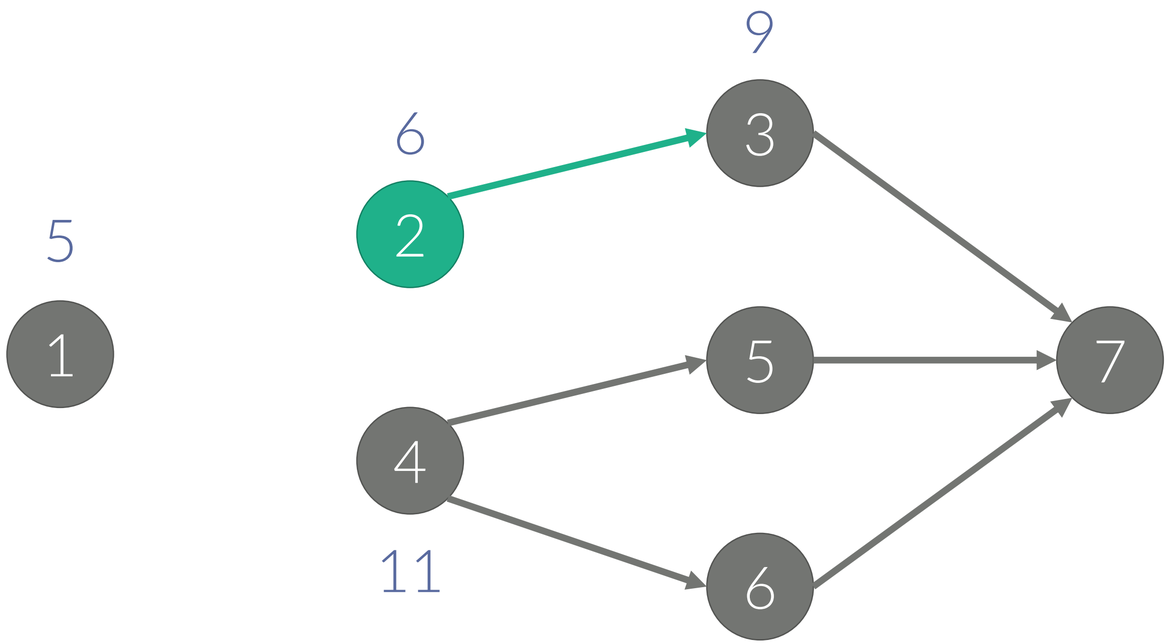


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 4
- 현재 작업: 2

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

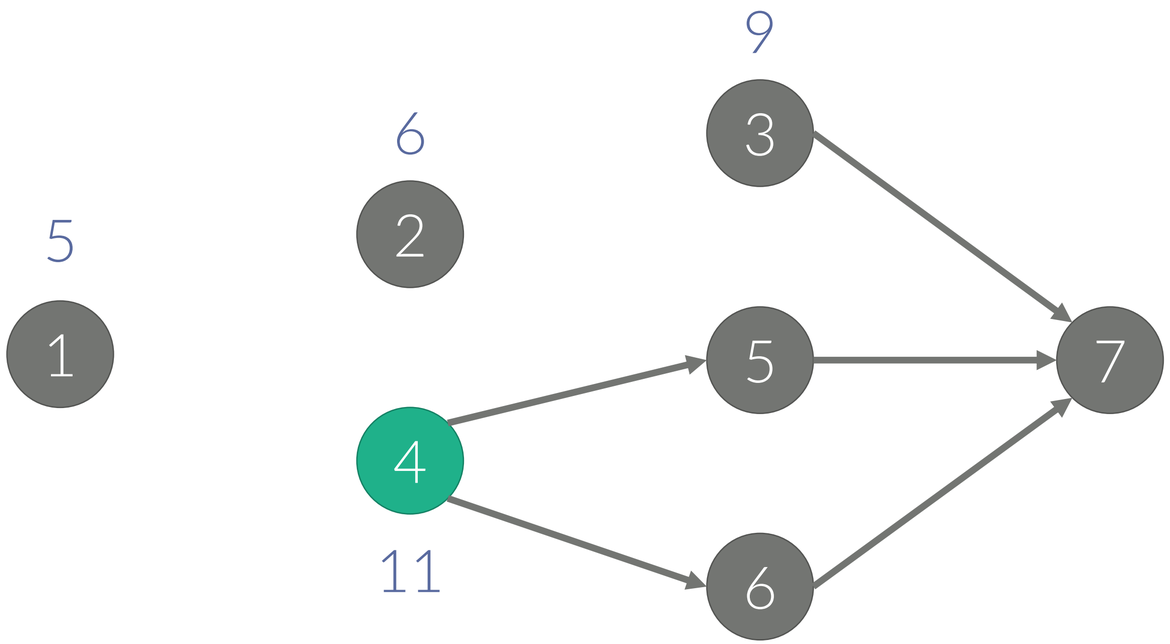


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 3
- 현재 작업: 4

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

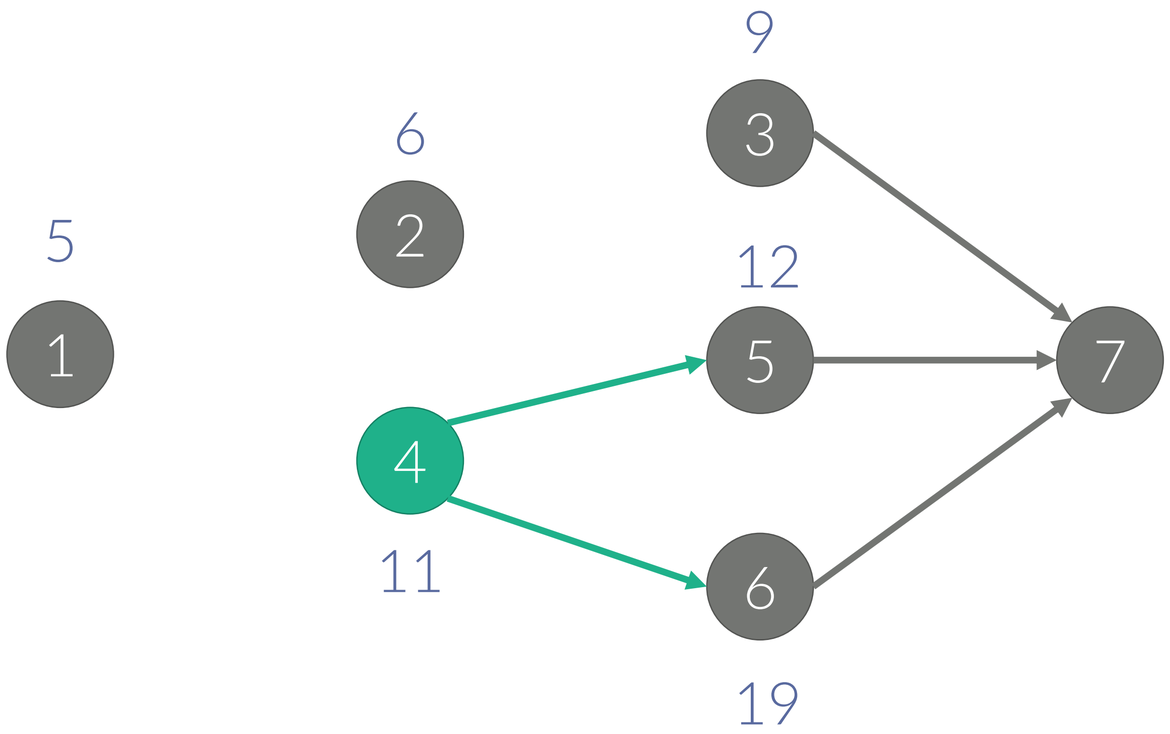


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 3
- 현재 작업: 4

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

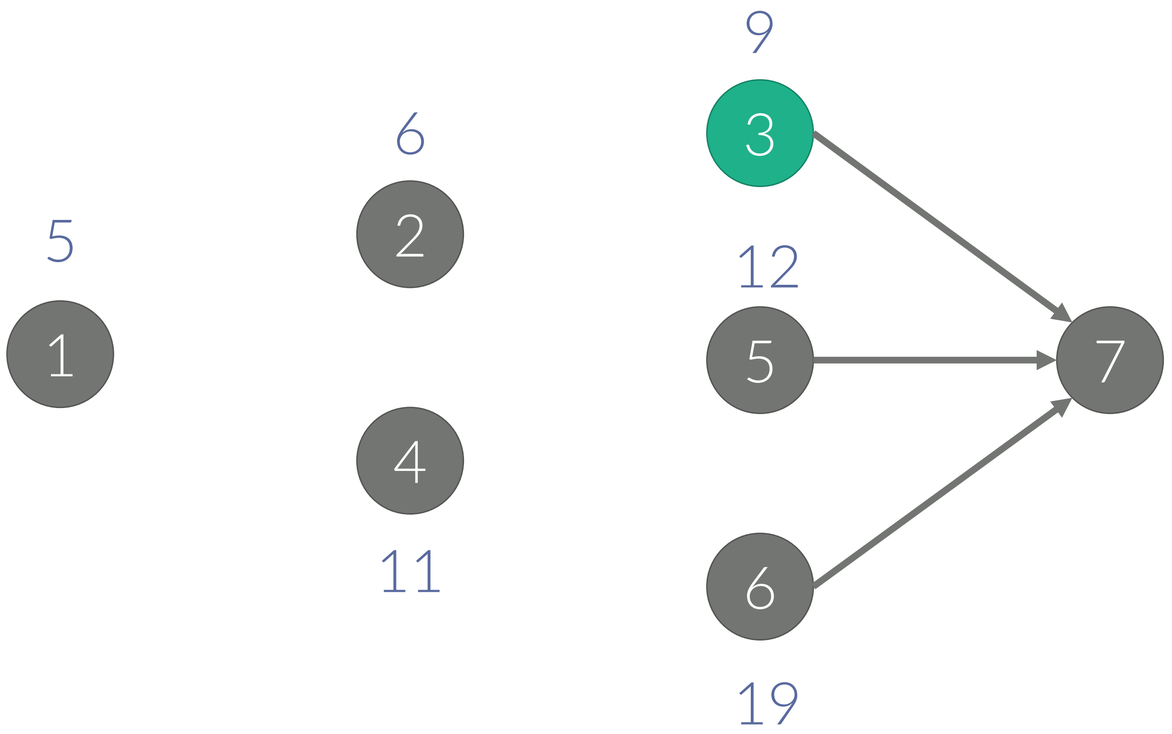


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 5 6
- 현재 작업: 3

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

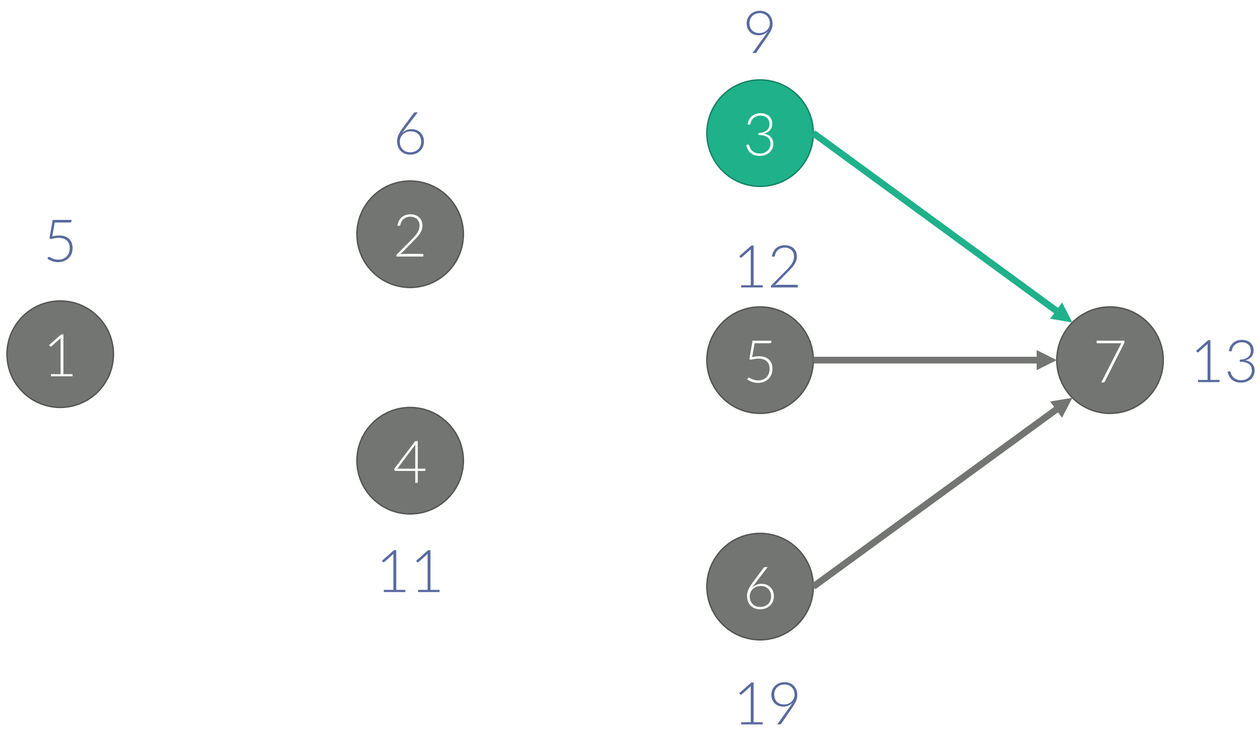


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 5 6
- 현재 작업: 3

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

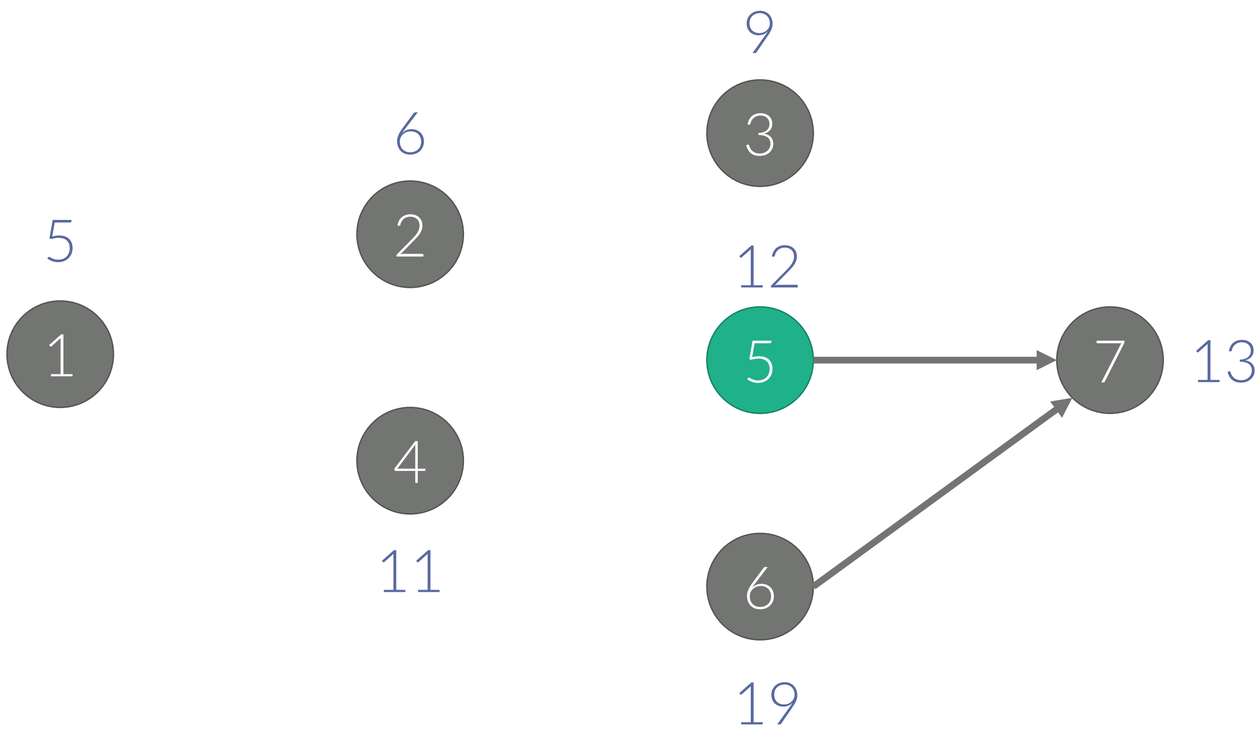


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 6
- 현재 작업: 5

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

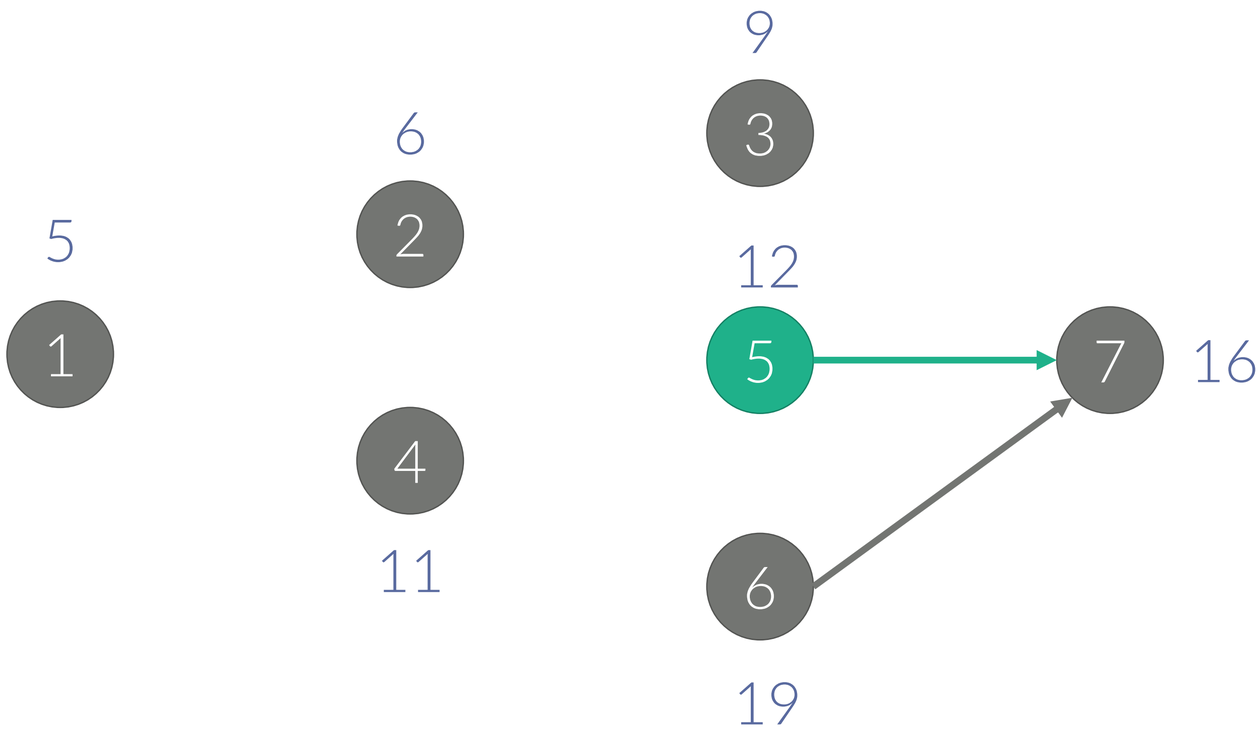


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐: 6
- 현재 작업: 5

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

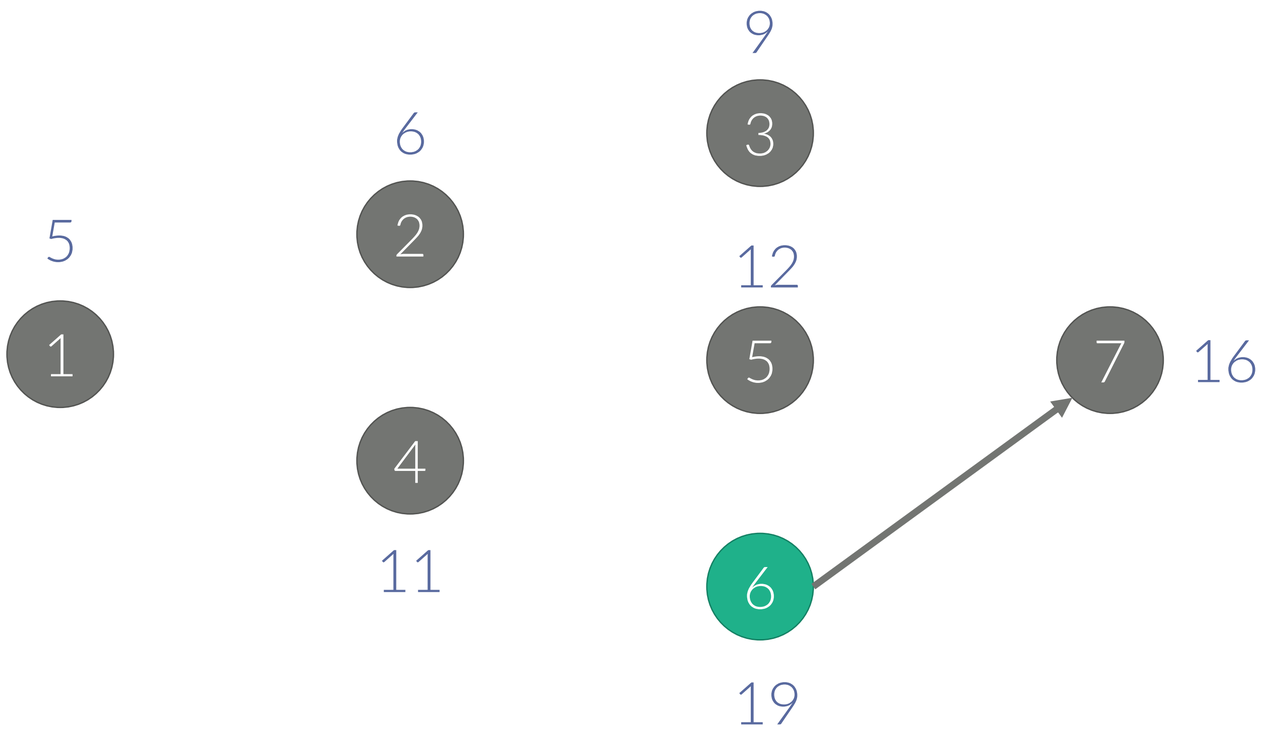


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐:
- 현재 작업: 6

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

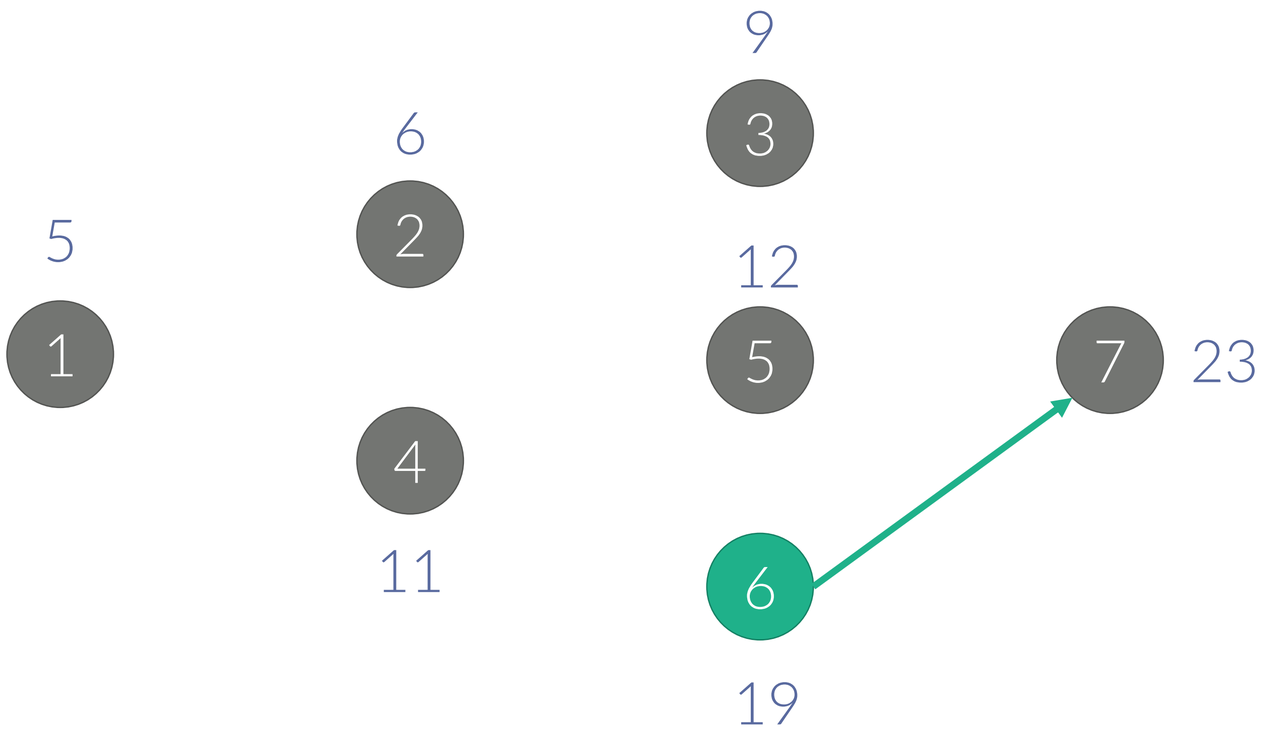


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐:
- 현재 작업: 6

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

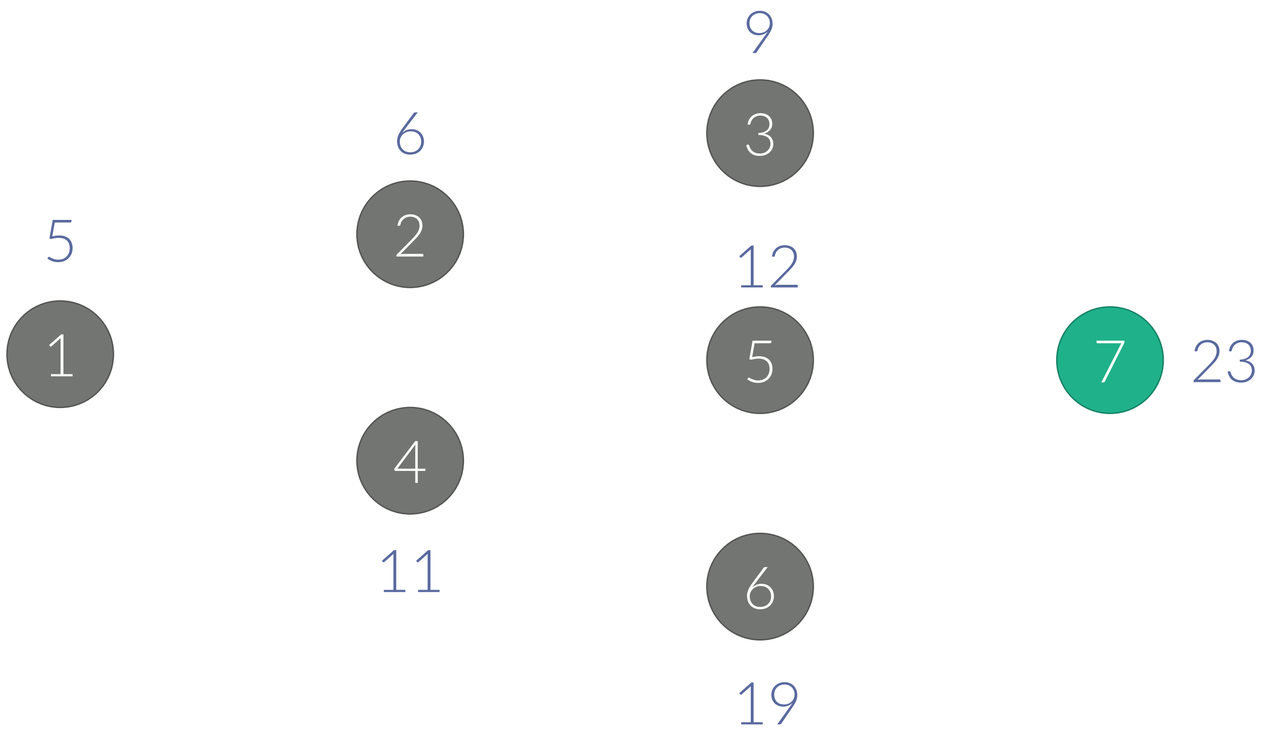


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐:
- 현재 작업: 7

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4

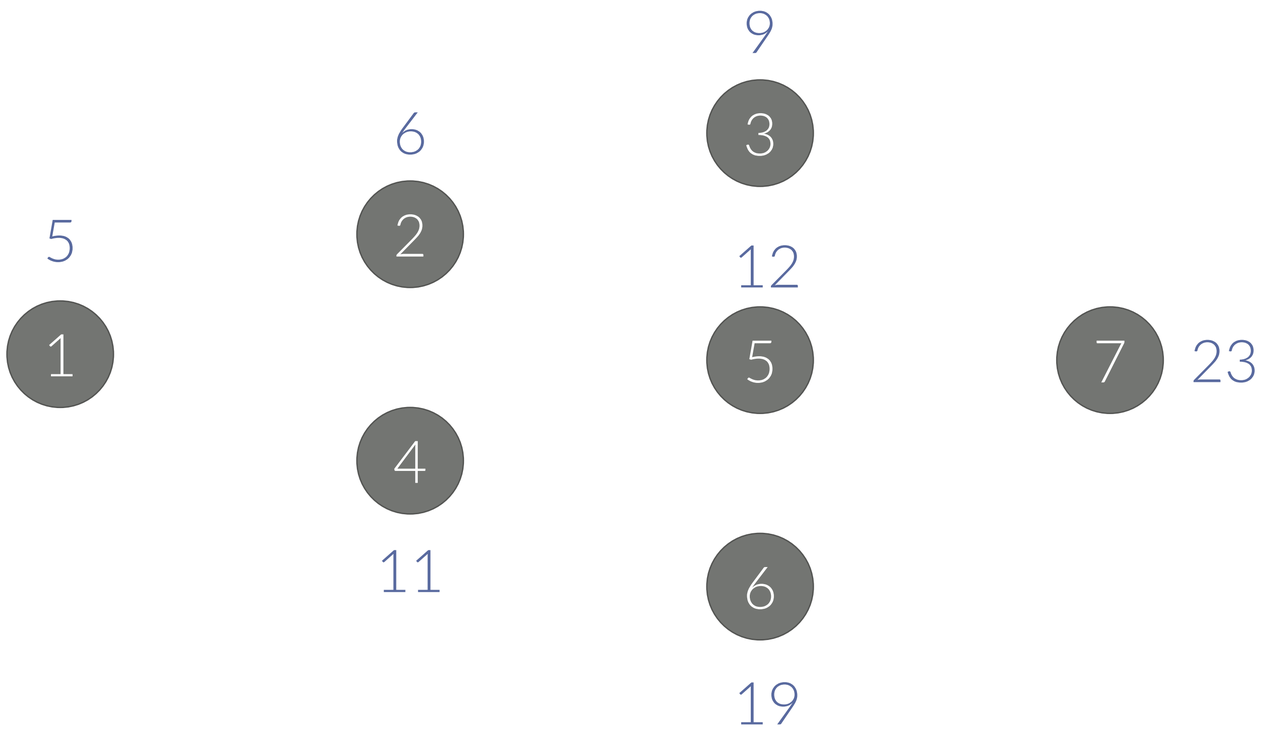


작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

- 큐:
- 현재 작업:

i	1	2	3	4	5	6	7
시간	5	1	3	6	1	8	4



작업

https://www.acmicpc.net/problem/2056

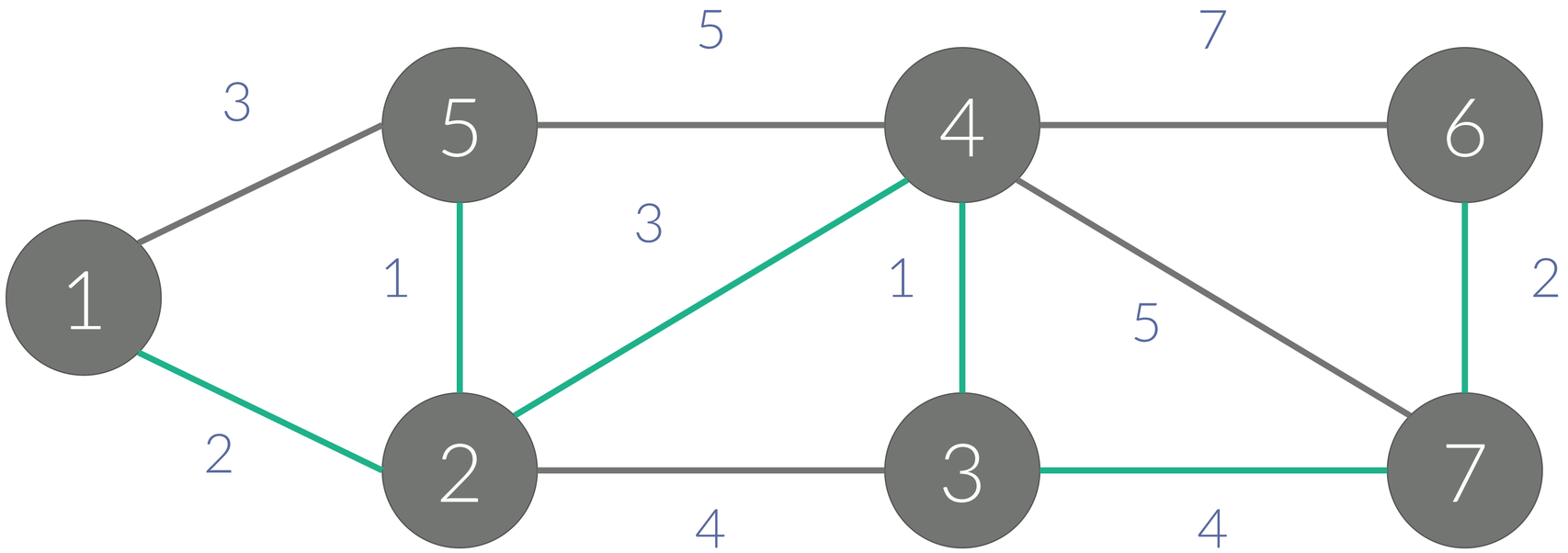
- 소스: http://codeplus.codes/2b818650b1b64e169cf509702f940ae7

MST

최소 스패닝 트리

Minimum Spanning Tree

- 스패닝 트리: 그래프에서 일부 간선을 선택해서 만든 트리
- 최소 스패닝 트리: 스패닝 트리 중에 선택한 간선의 가중치의 합이 최소인 트리



프림

프림

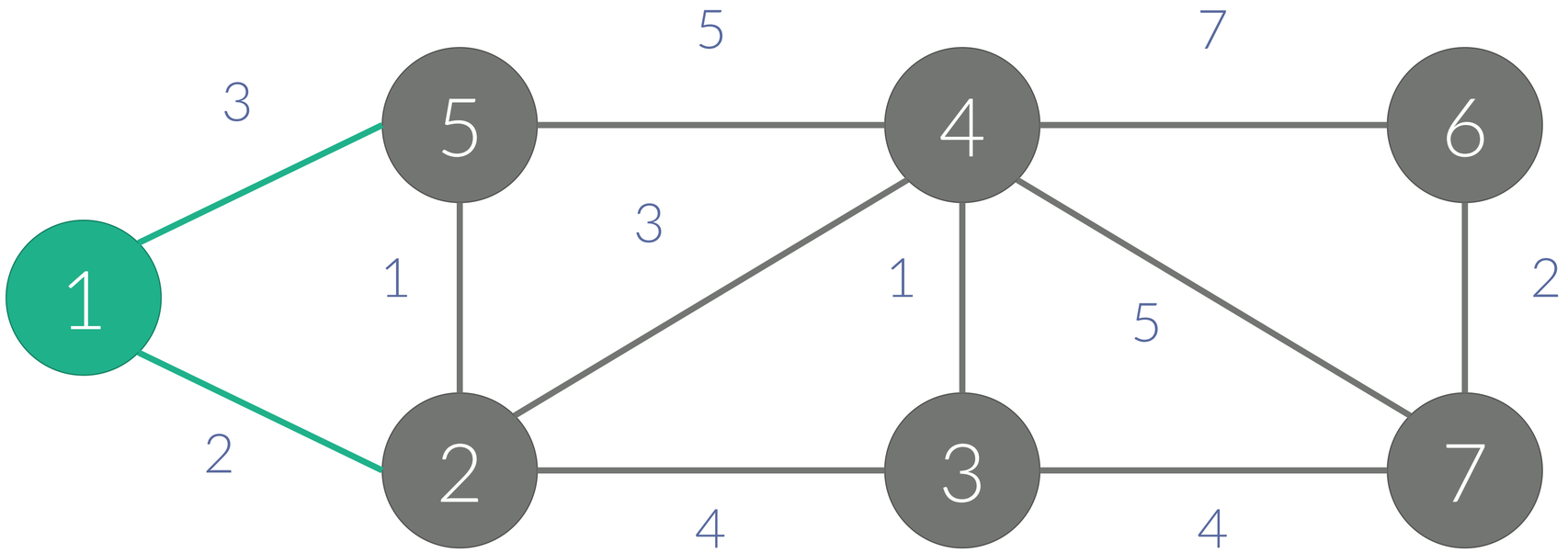
Prim

1. 그래프에서 아무 정점이나 선택한다.
2. 선택한 정점과 선택하지 않은 정점을 연결하는 간선중에 최소값을 고른다. 이 간선을 (u, v)라고 한다. (u = 선택, v = 선택하지 않음)
3. 선택한 간선을 MST에 추가하고, v를 선택한다.
4. 모든 정점선택하지 않았다면, 2번 단계로 돌아간다.

프림

Prim

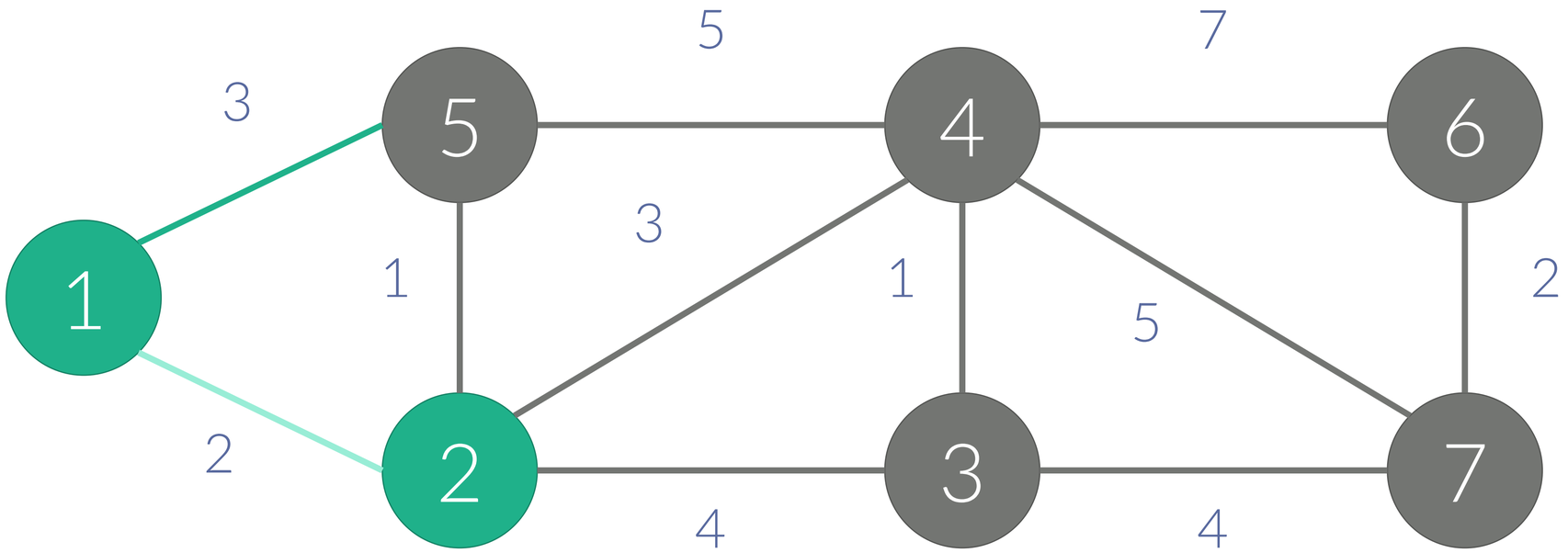
- 선택: 1



프림

Prim

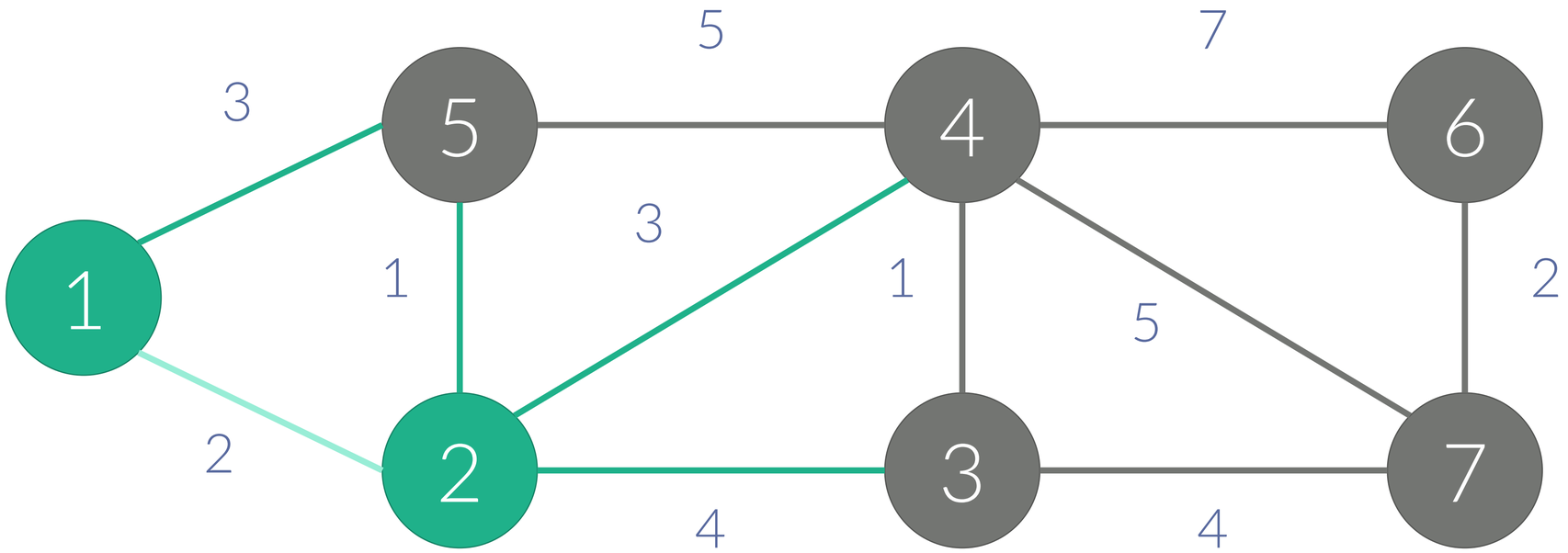
- 선택: 1 2



프림

Prim

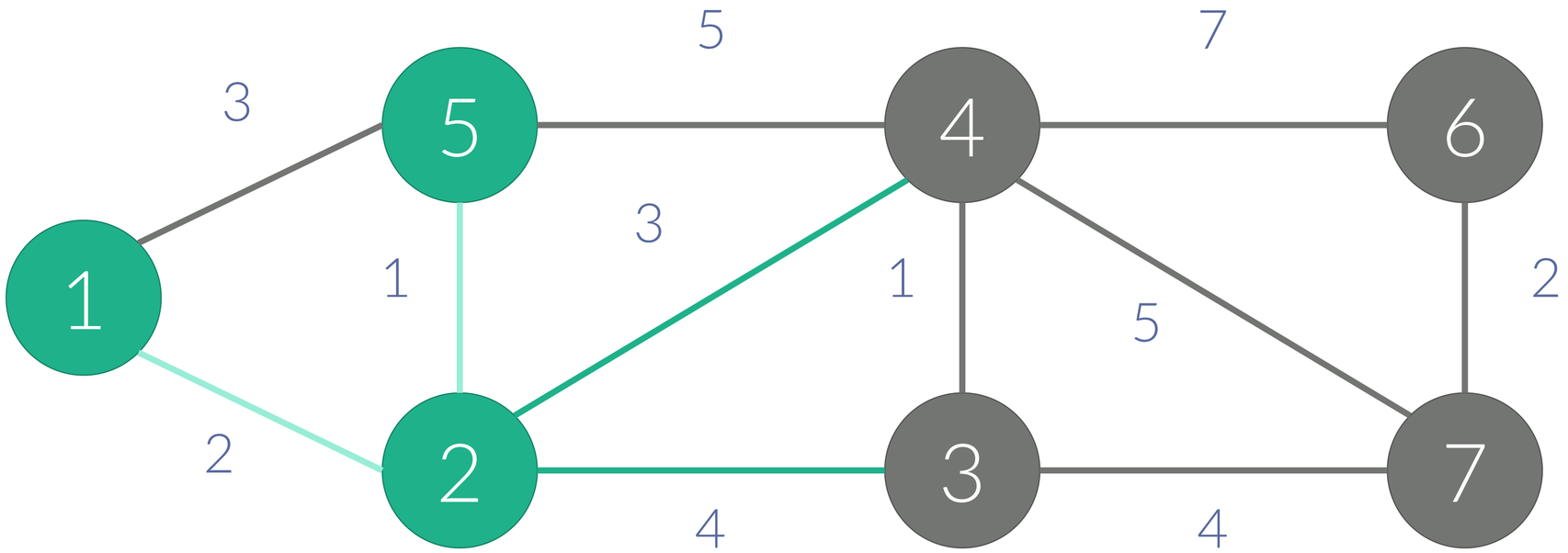
- 선택: 1 2



프림

Prim

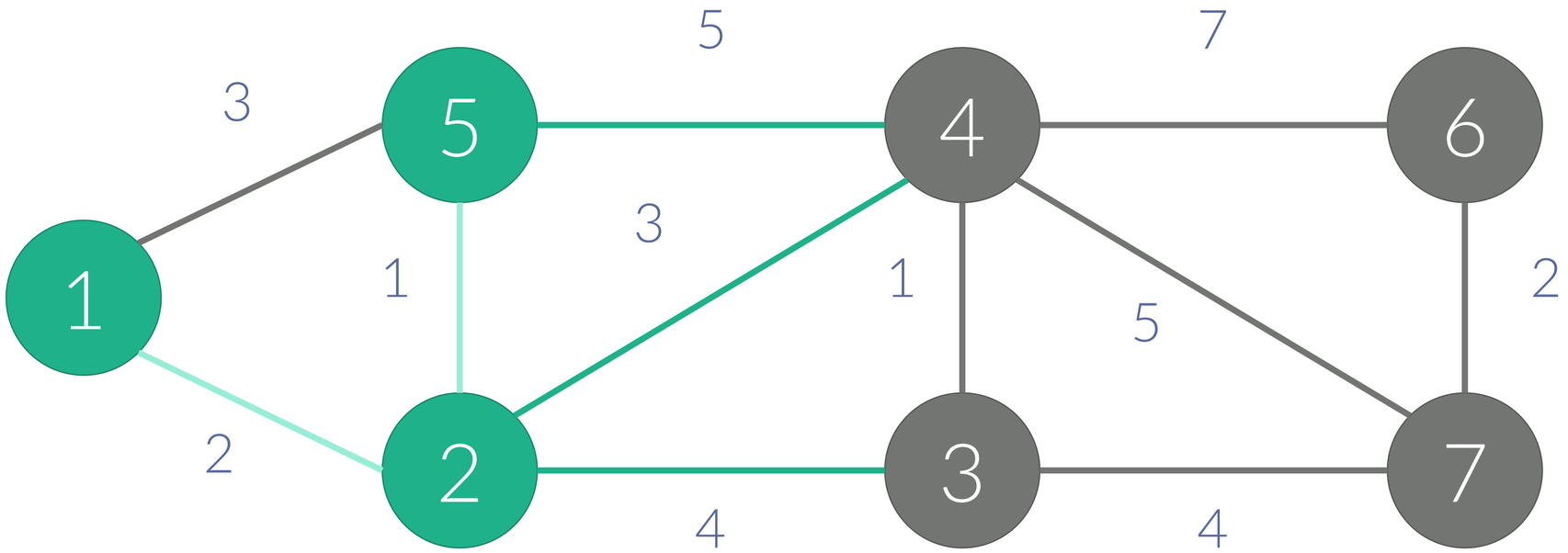
- 선택: 1 2 5



프림

Prim

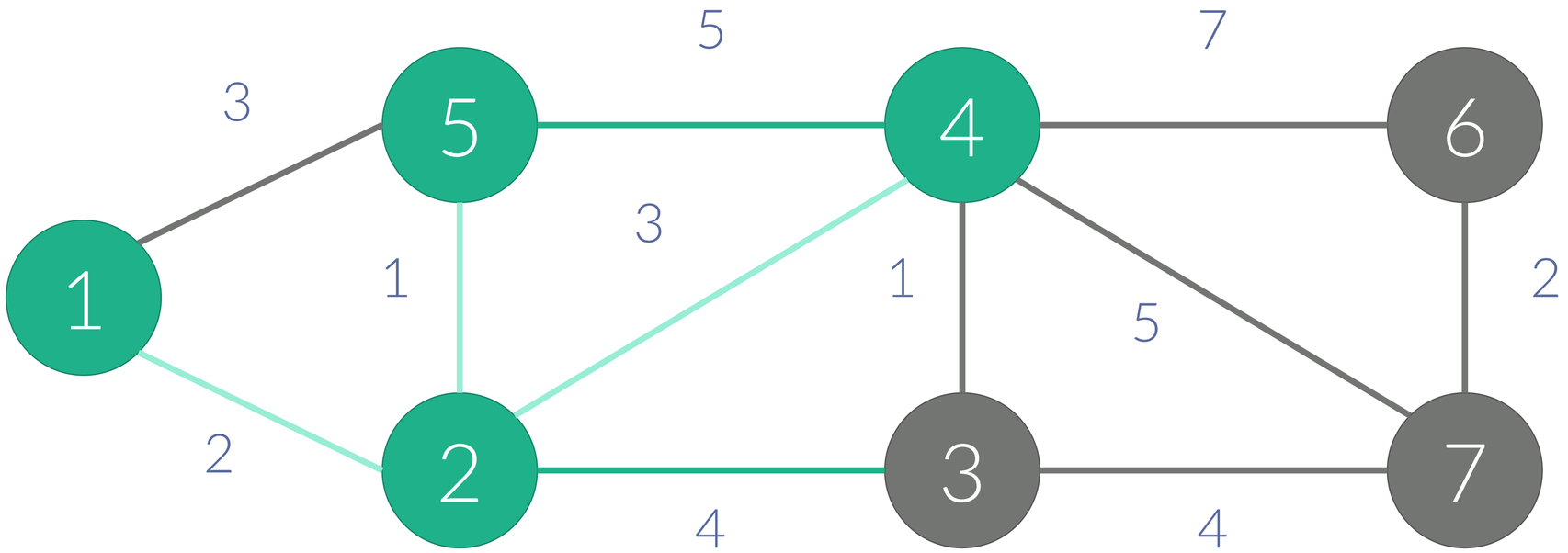
- 선택: 1 2 5



프림

Prim

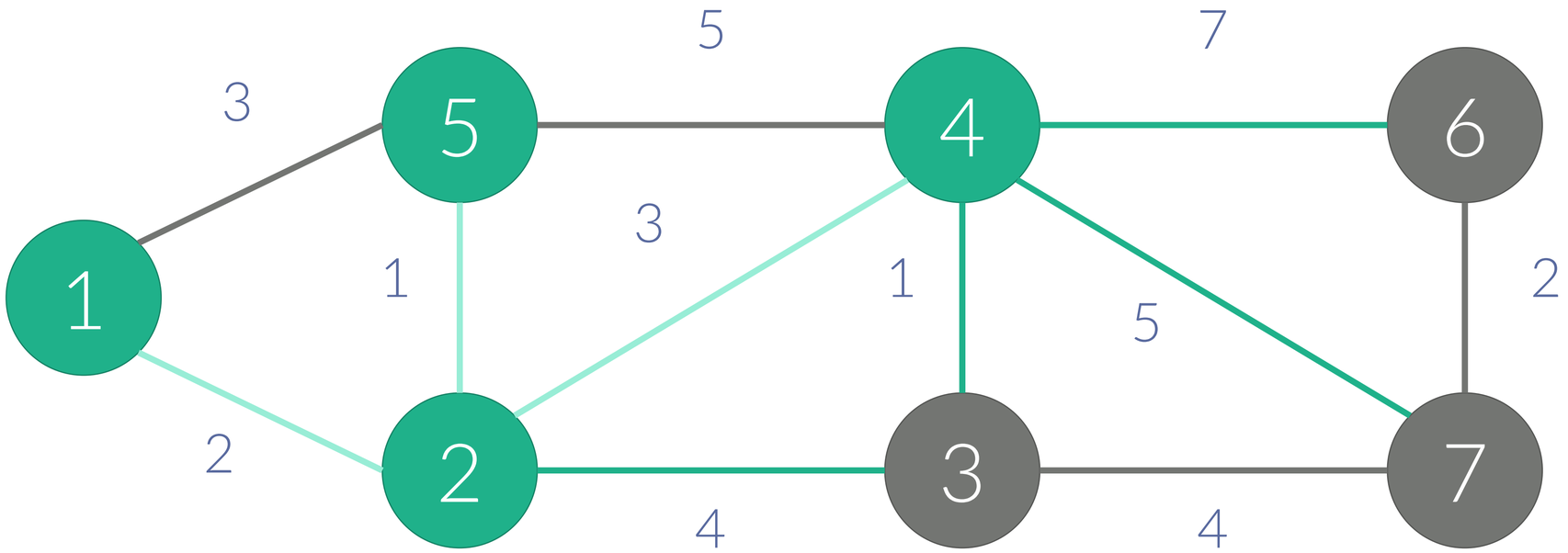
- 선택: 1 2 5 4



프림

Prim

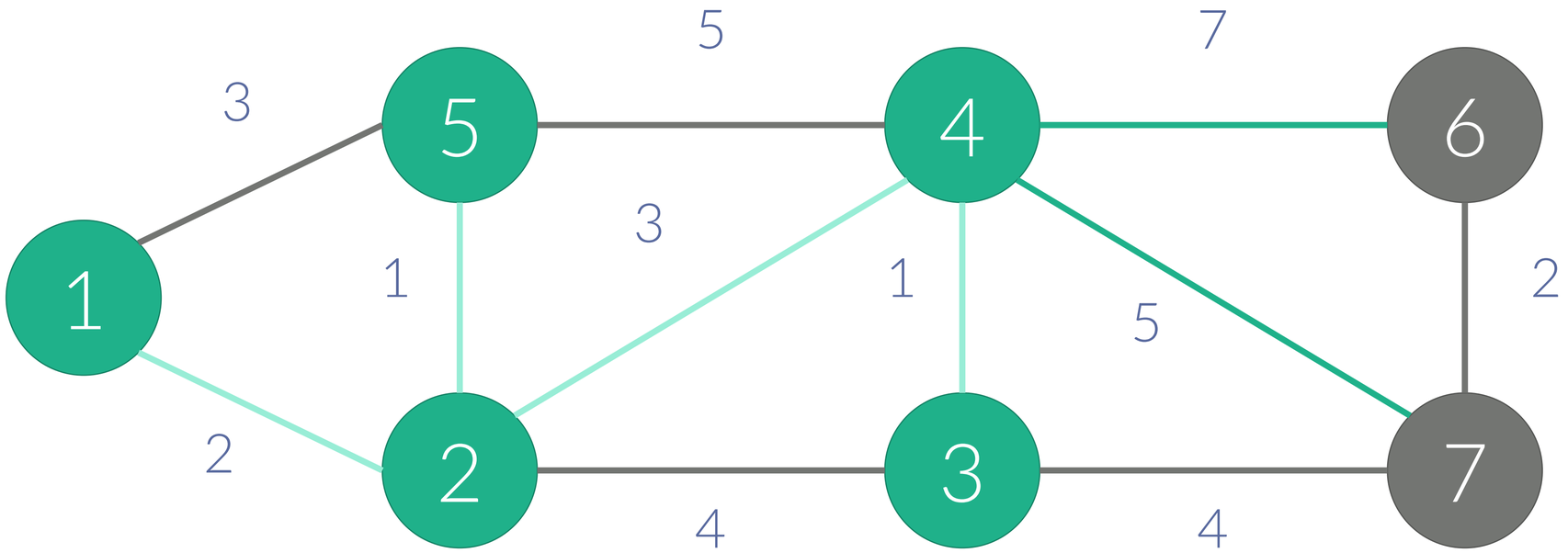
- 선택: 1 2 5 4



프림

Prim

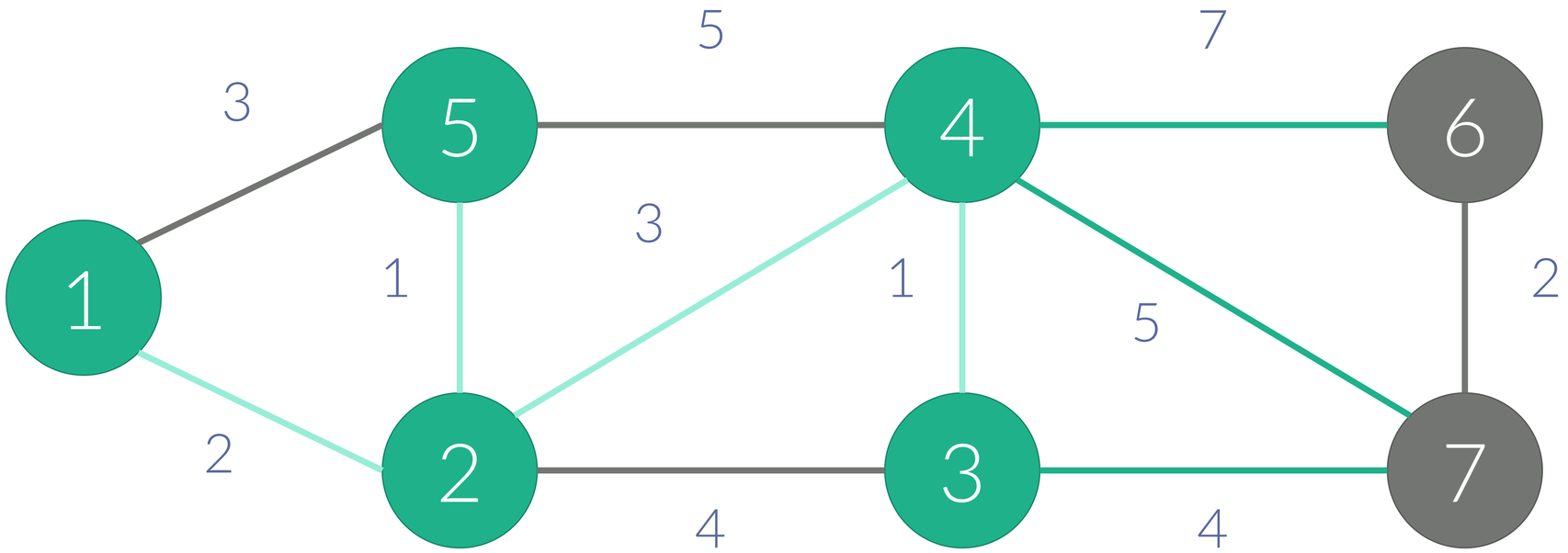
- 선택: 1 2 5 4 3



프림

Prim

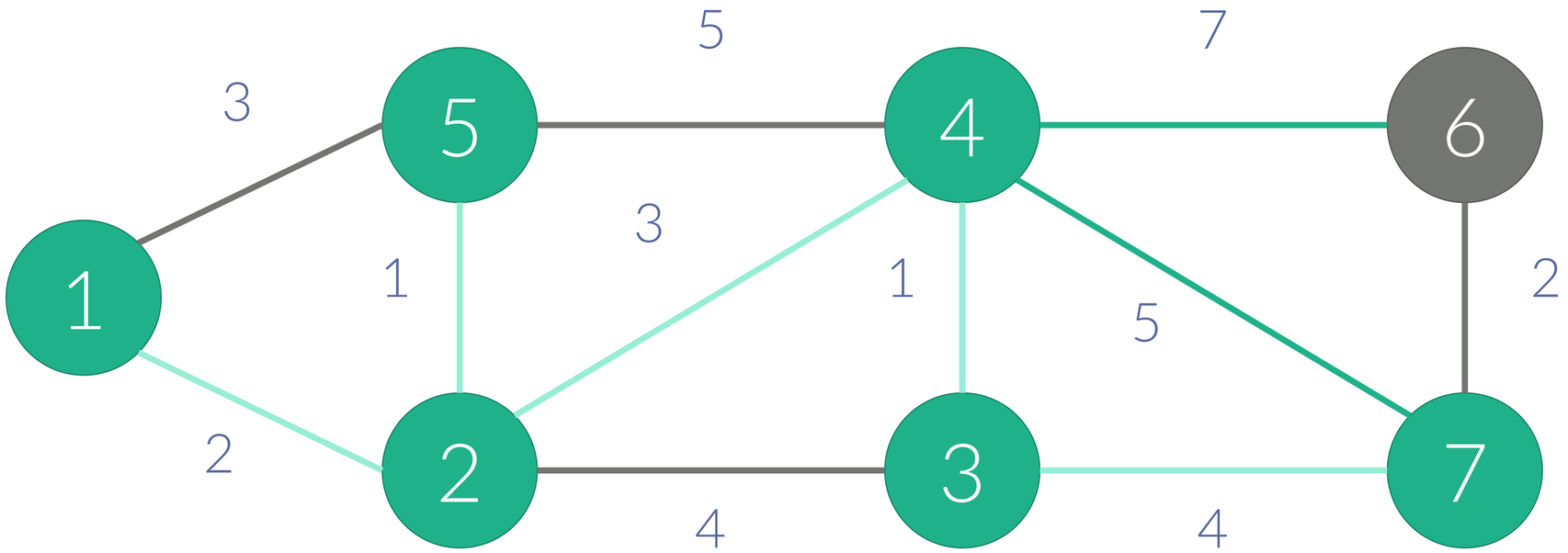
- 선택: 1 2 5 4 3



프림

Prim

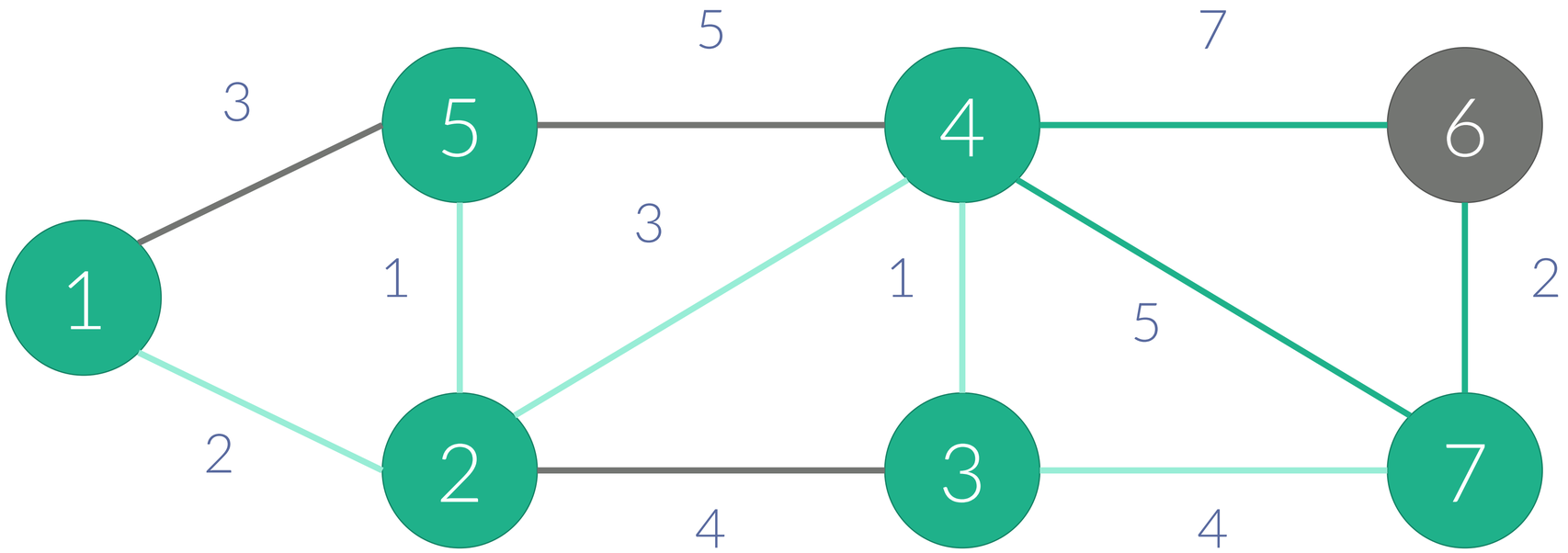
- 선택: 1 2 5 4 3 7



프림

Prim

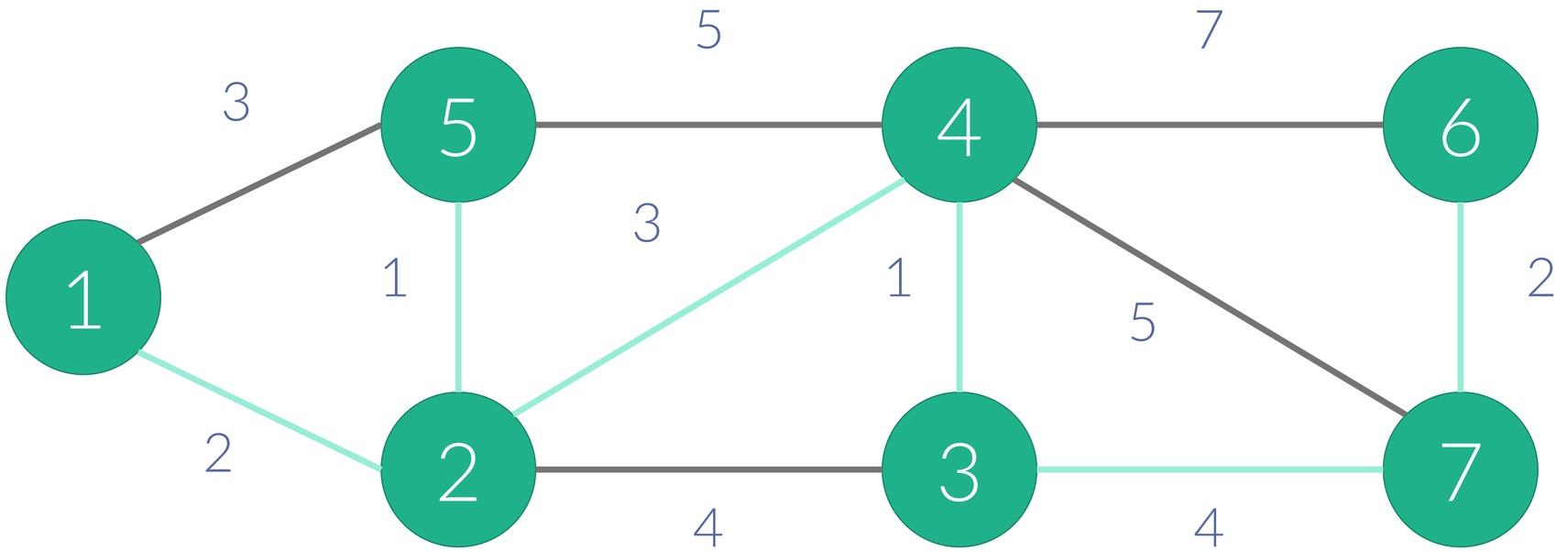
- 선택: 1 2 5 4 3 7



프림

Prim

- 선택: 1 2 5 4 3 7 6



프림

Prim

1. 그래프에서 아무 정점이나 선택한다.
2. 선택한 정점과 선택하지 않은 정점을 연결하는 간선중에 최소값을 고른다. 이 간선을 (u, v)라고 한다. (u = 선택, v = 선택하지 않음)
3. 선택한 간선을 MST에 추가하고, v를 선택한다.
4. 모든 정점을 선택하지 않았다면, 2번 단계로 돌아간다.

- 각각의 정점을 선택하고 모든 간선을 살펴봐야 한다.
- 시간 복잡도: O(V×E) 최대 O(V^3)

프림

Prim

1. 그래프에서 아무 정점이나 선택한다.
2. 선택한 정점과 선택하지 않은 정점을 연결하는 간선중에 최소값을 고른다. 이 간선을 (u, v)라고 한다. (u = 선택, v = 선택하지 않음)
3. 선택한 간선을 MST에 추가하고, v를 선택한다.
4. 모든 정점을 선택하지 않았다면, 2번 단계로 돌아간다.

- 최소값을 우선 순위 큐를 이용하면 O(lgE)에 찾을 수 있다
- 시간 복잡도: O(ElgE)

네트워크 연결

Prim

- 그래프가 주어졌을 때, 그 그래프의 최소 스패닝 트리를 구하기

네트워크 연결

https://www.acmicpc.net/problem/1922

- 소스: http://codeplus.codes/706412a831e640bd89a88445a2cce561

크루스칼

크루스칼

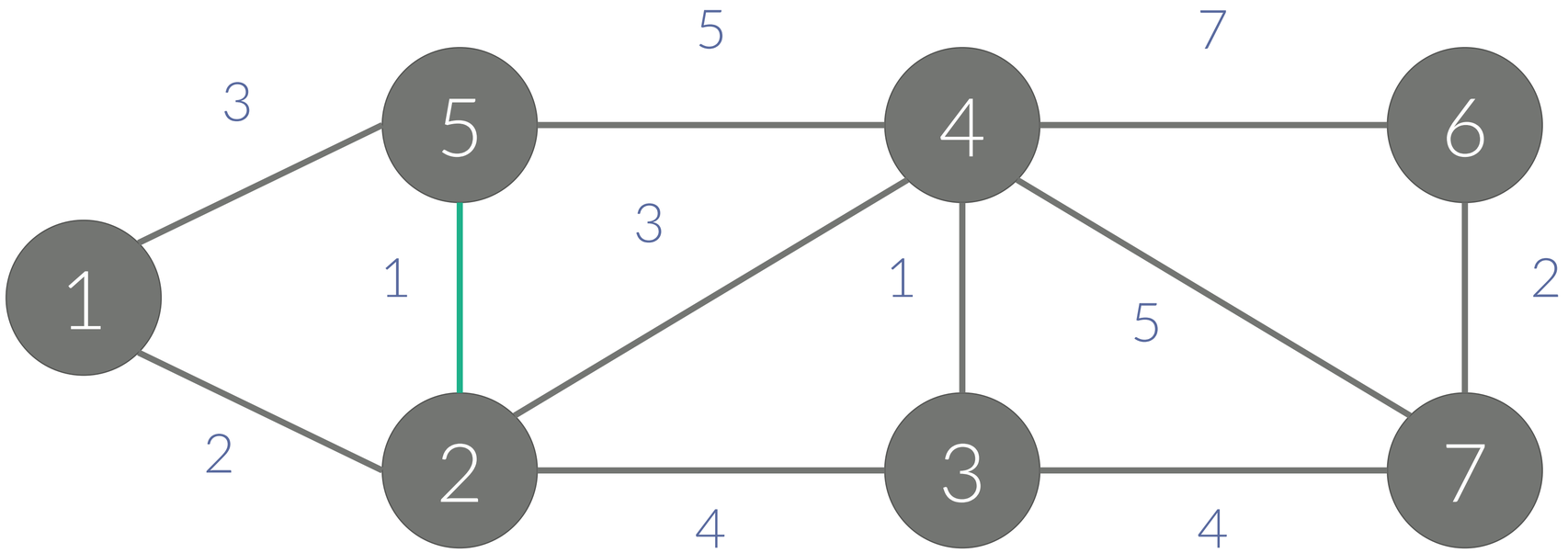
Kruskal

- 가중치가 작은 Edge부터 순서대로 살펴본다.

- Edge e가 (u, v, c) 일 때
- u와 v가 다른 집합이면 e를 MST에 추가한다

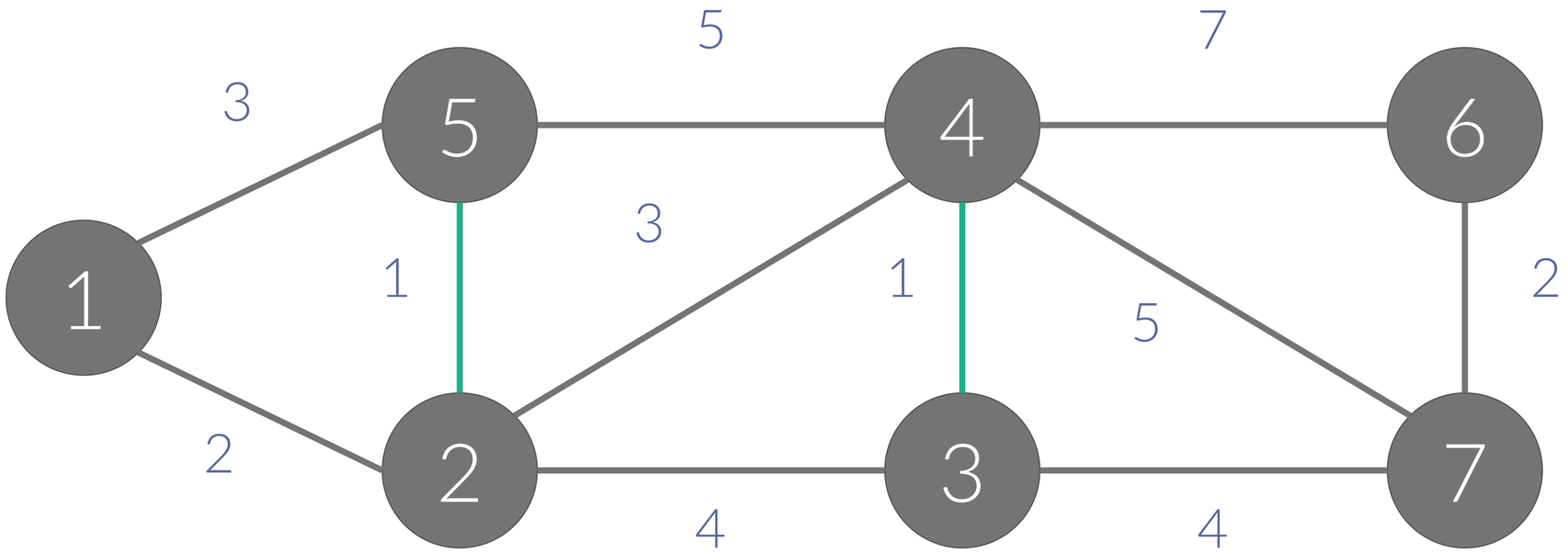
크루스칼

Kruskal



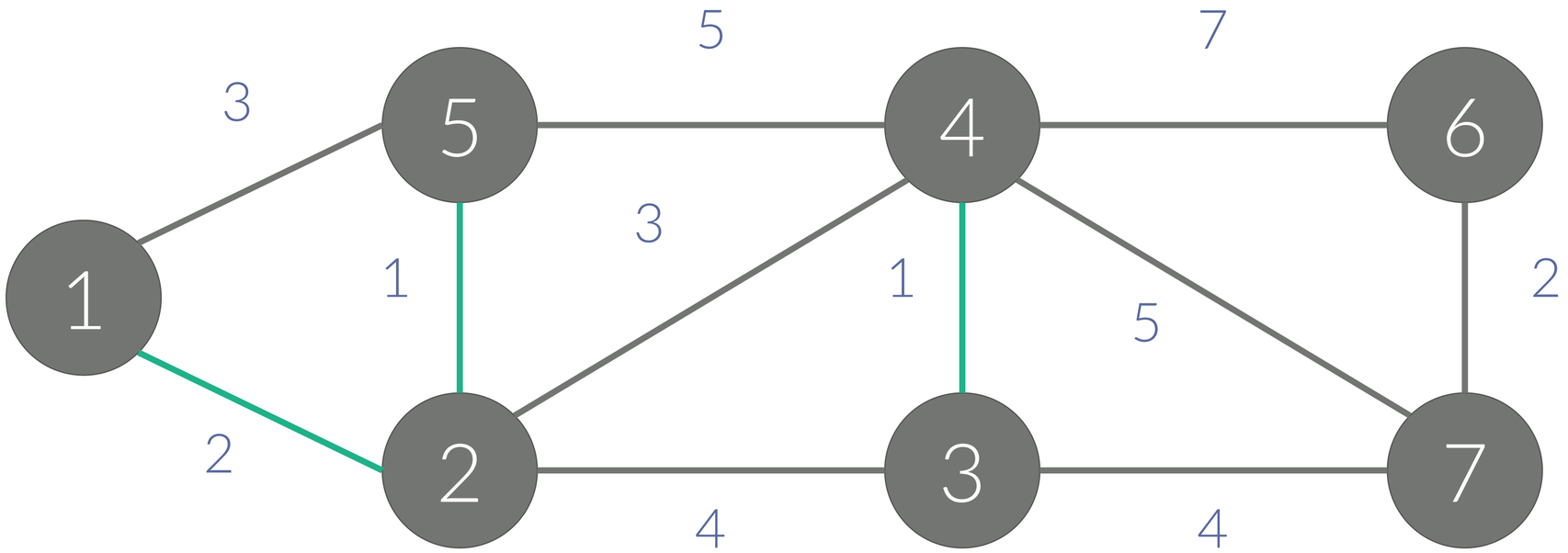
크루스칼

Kruskal



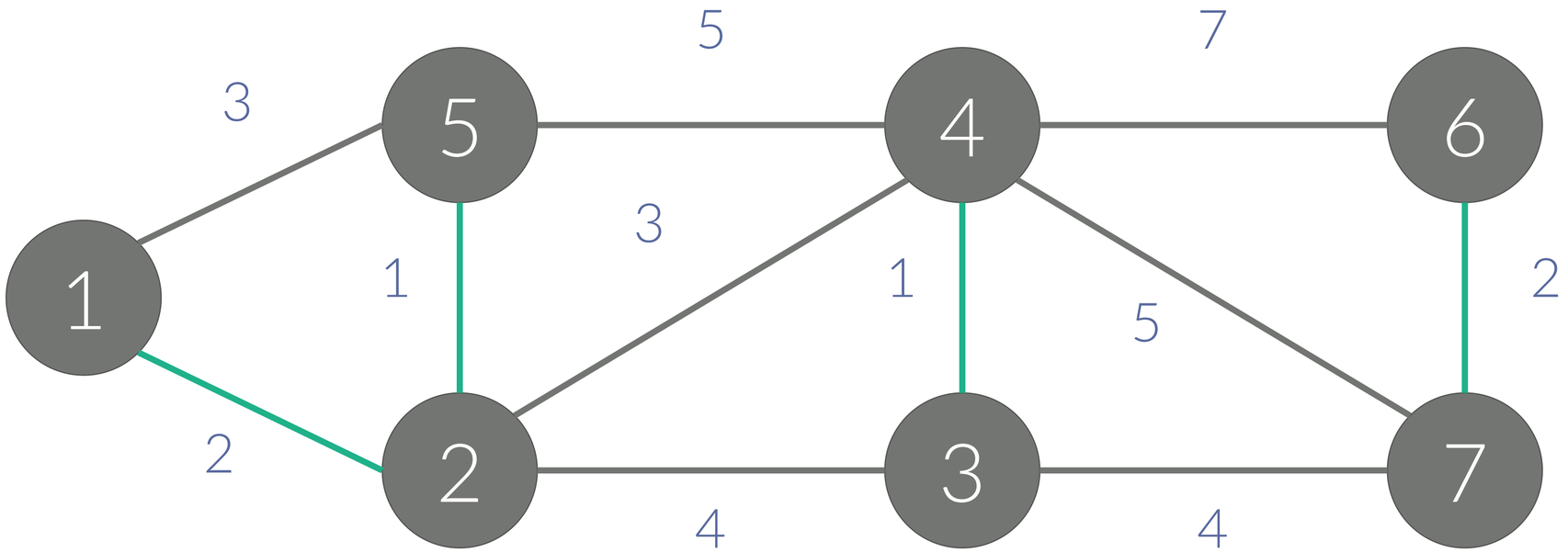
크루스칼

Kruskal



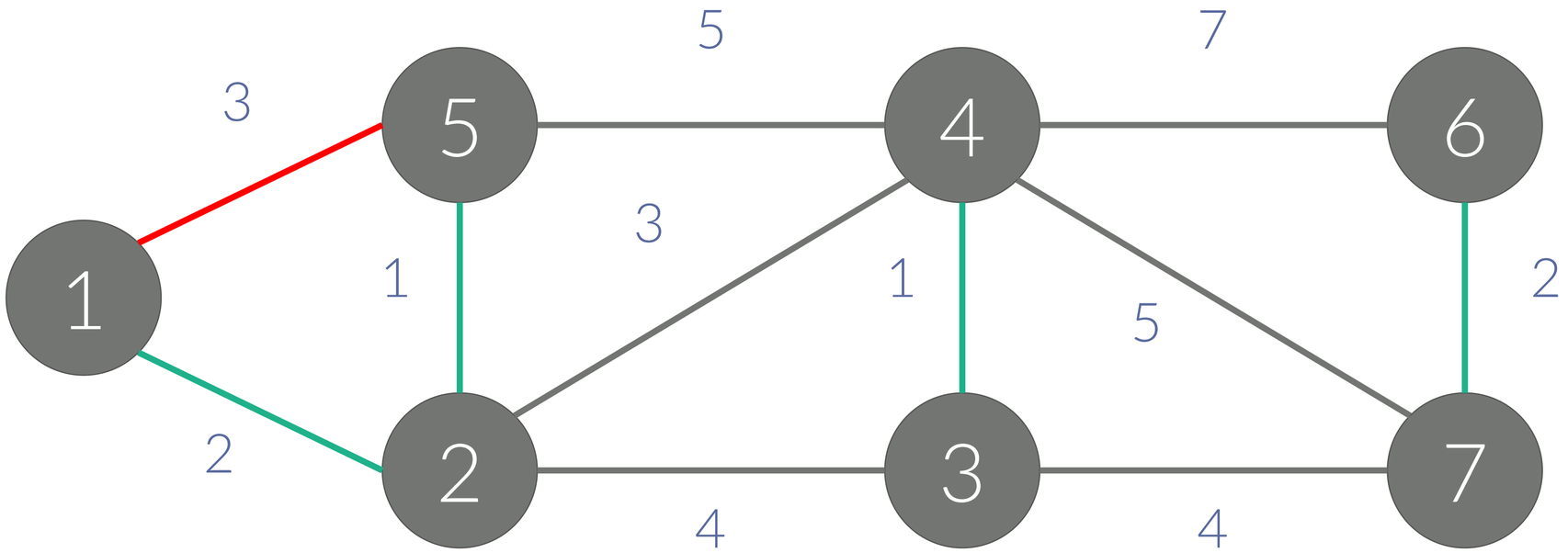
크루스칼

Kruskal



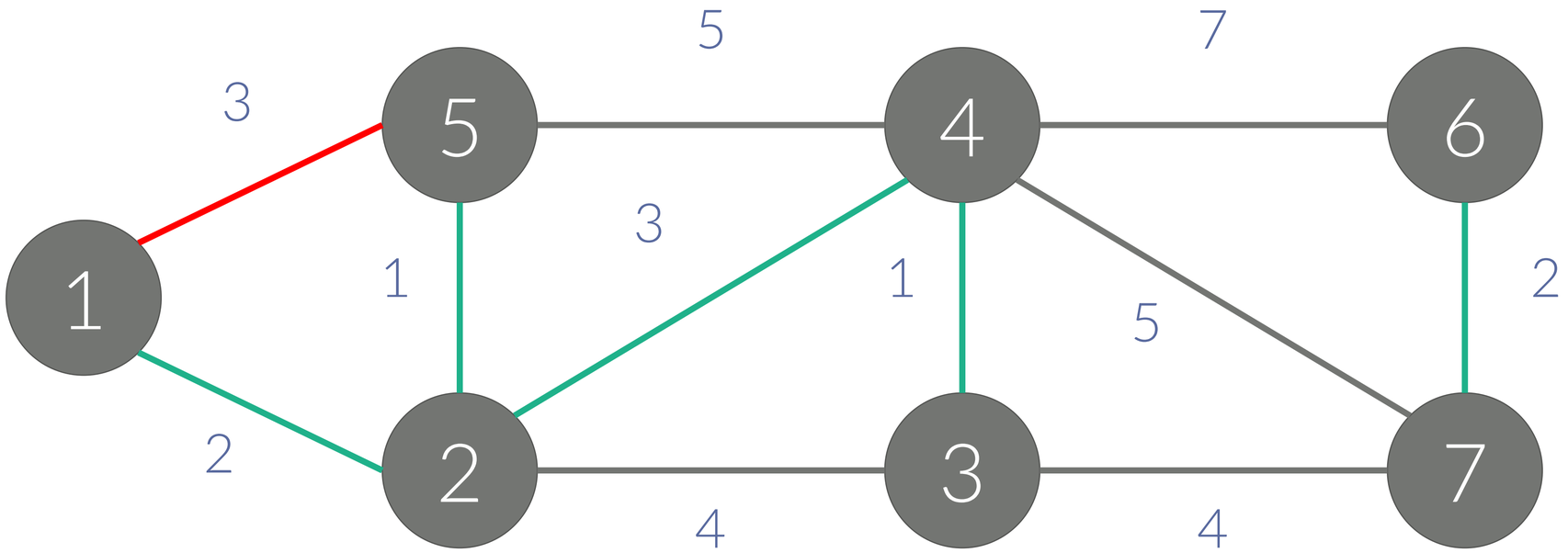
크루스칼

Kruskal



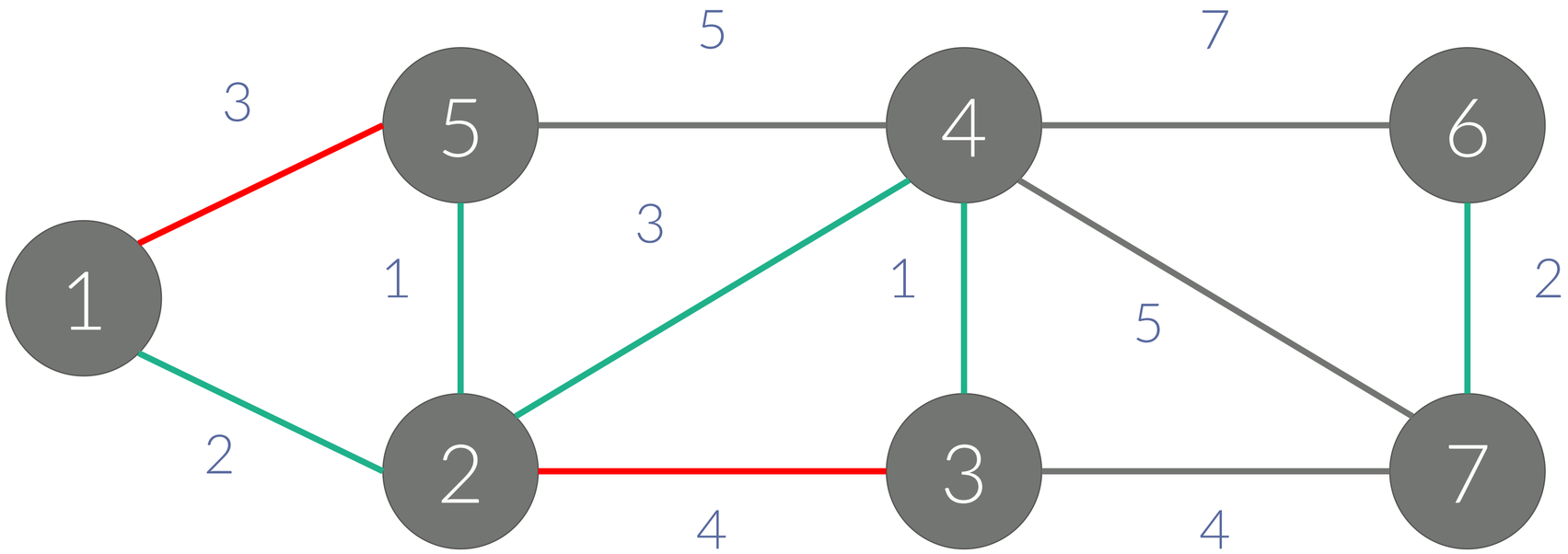
크루스칼

Kruskal



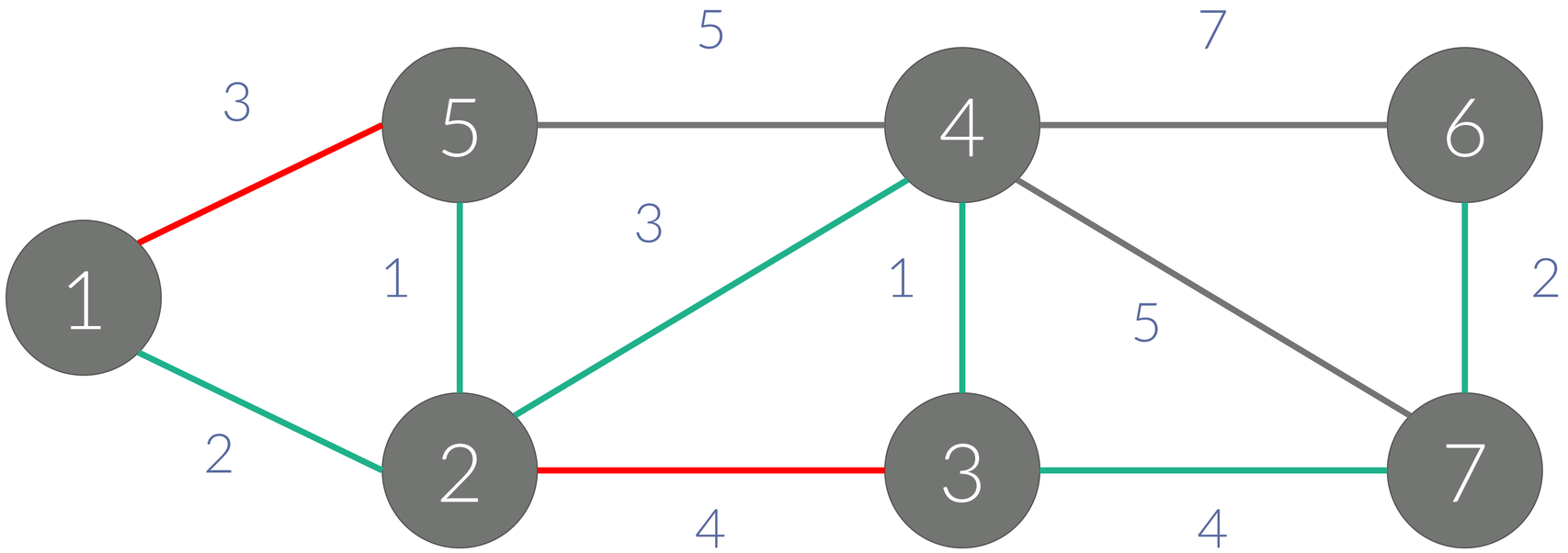
크루스칼

Kruskal



크루스칼

Kruskal



최소 스패닝 트리

https://www.acmicpc.net/problem/1197

- 그래프가 주어졌을 때, 그 그래프의 최소 스패닝 트리를 구하기

최소 스패닝 트리

https://www.acmicpc.net/problem/1197

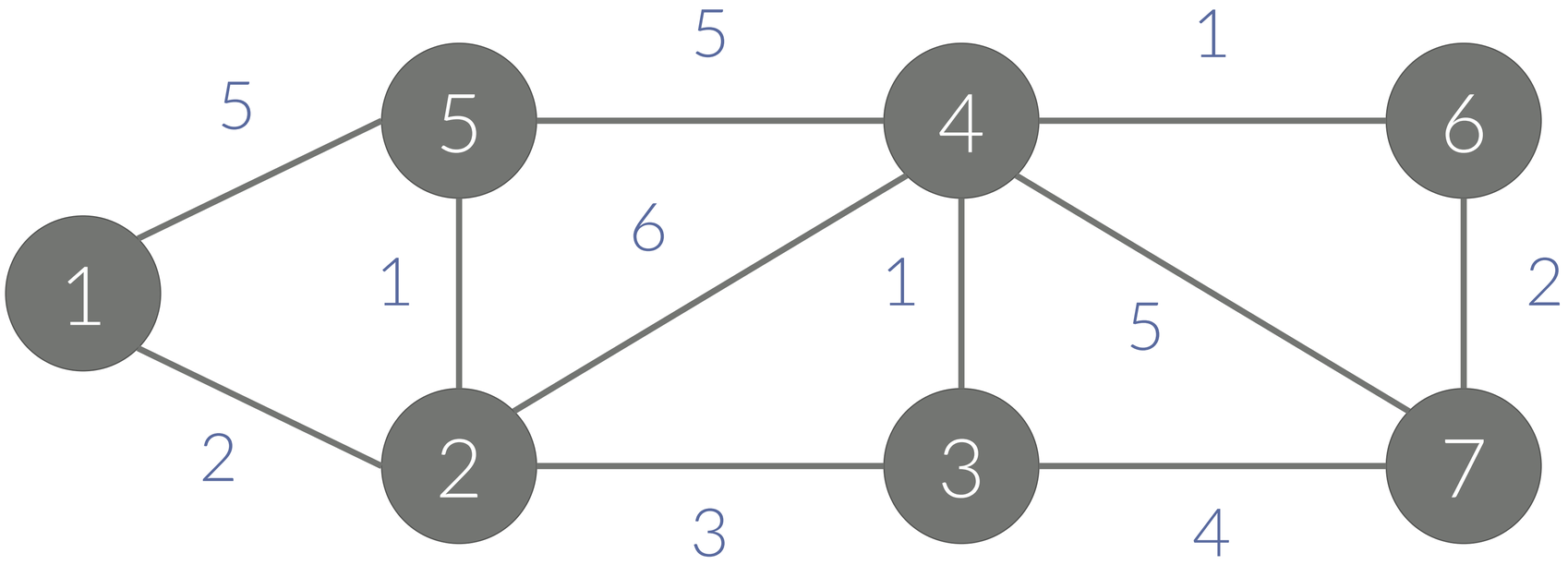
- 소스: http://codeplus.codes/0b581f44383d42e081eaa14e524e36ad

최단 경로

최단 경로

Single Source Shortest Path

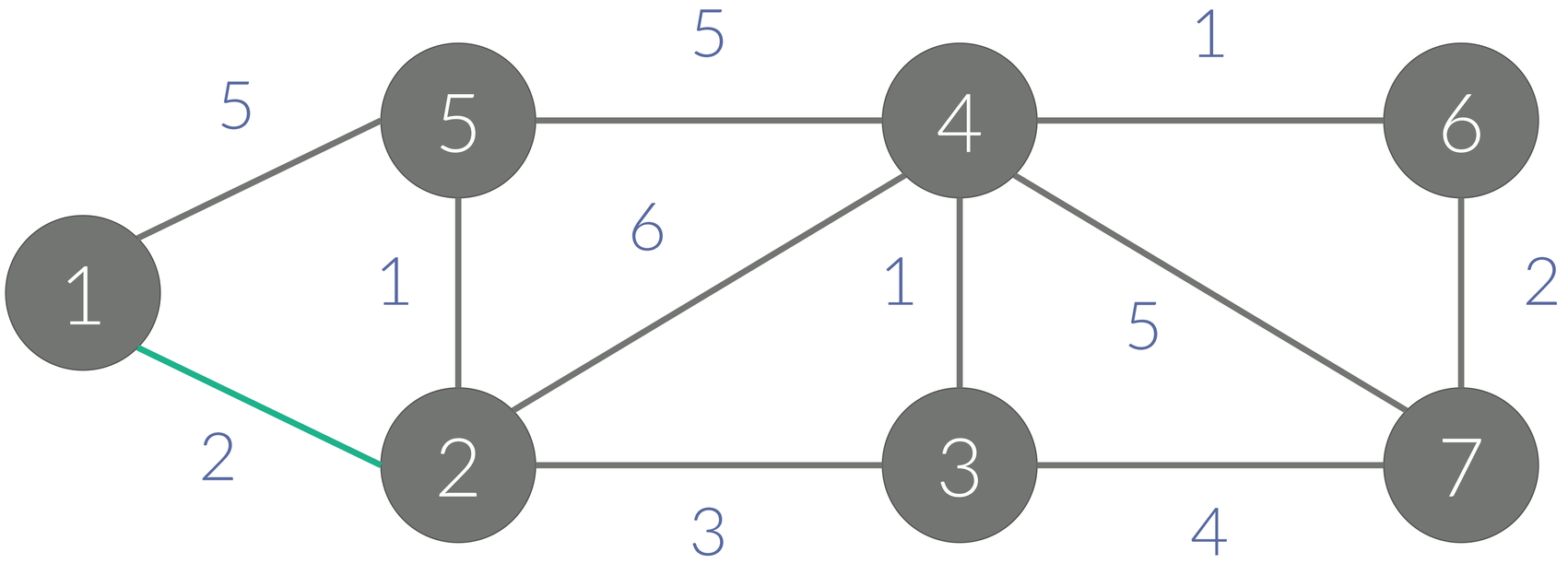
- 시작점이 1개일 때, 다른 모든 곳으로 가는 최단 경로 구하기



최단 경로

Single Source Shortest Path

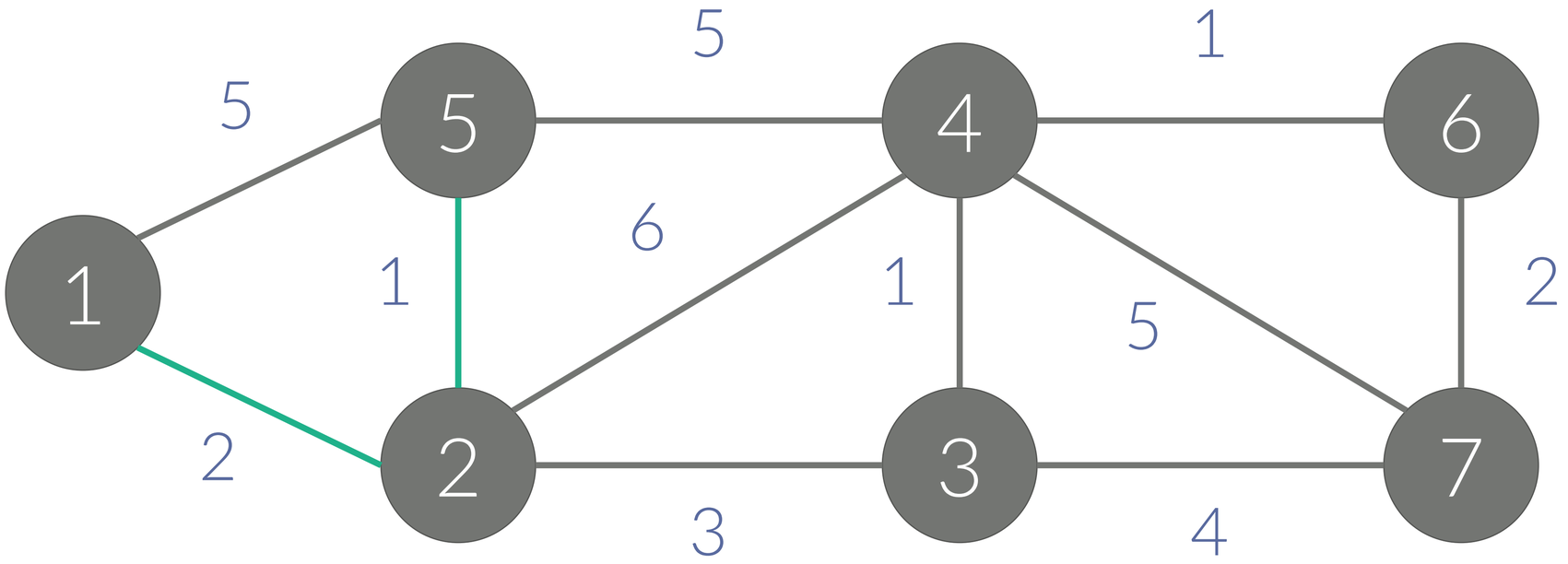
- 1에서 2까지 최단 경로



최단 경로

Single Source Shortest Path

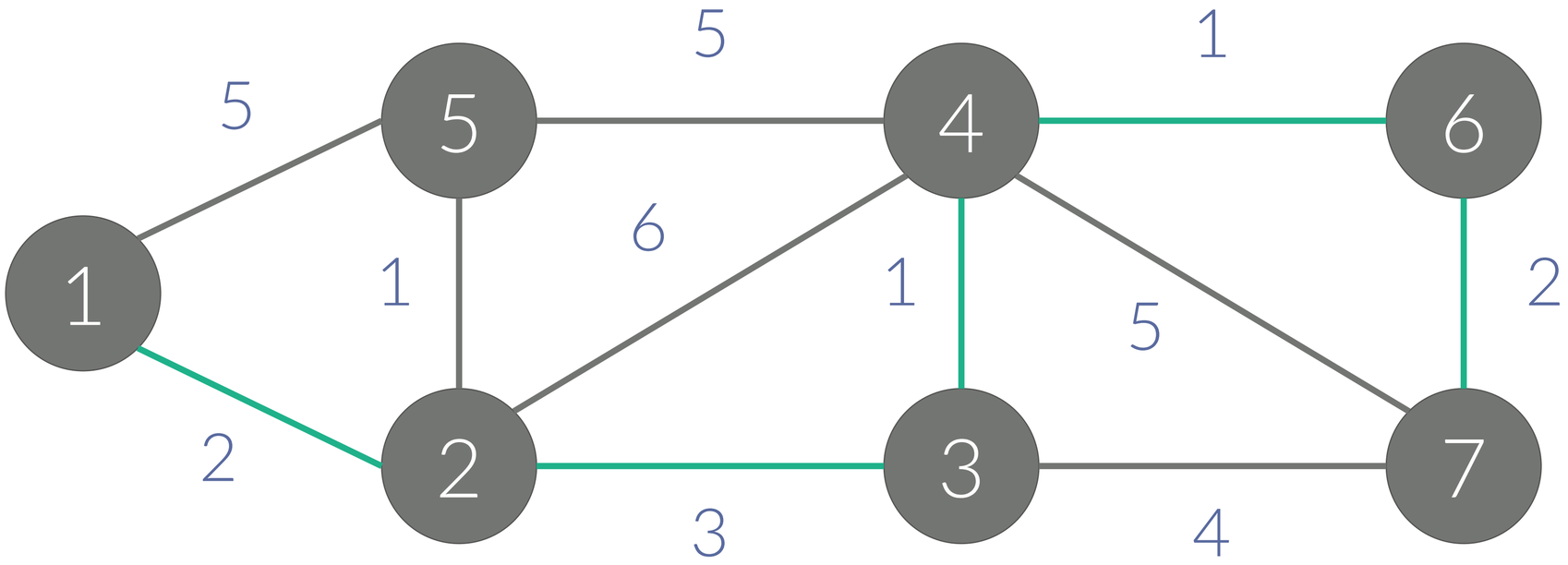
- 1에서 5까지 최단 경로



최단 경로

Single Source Shortest Path

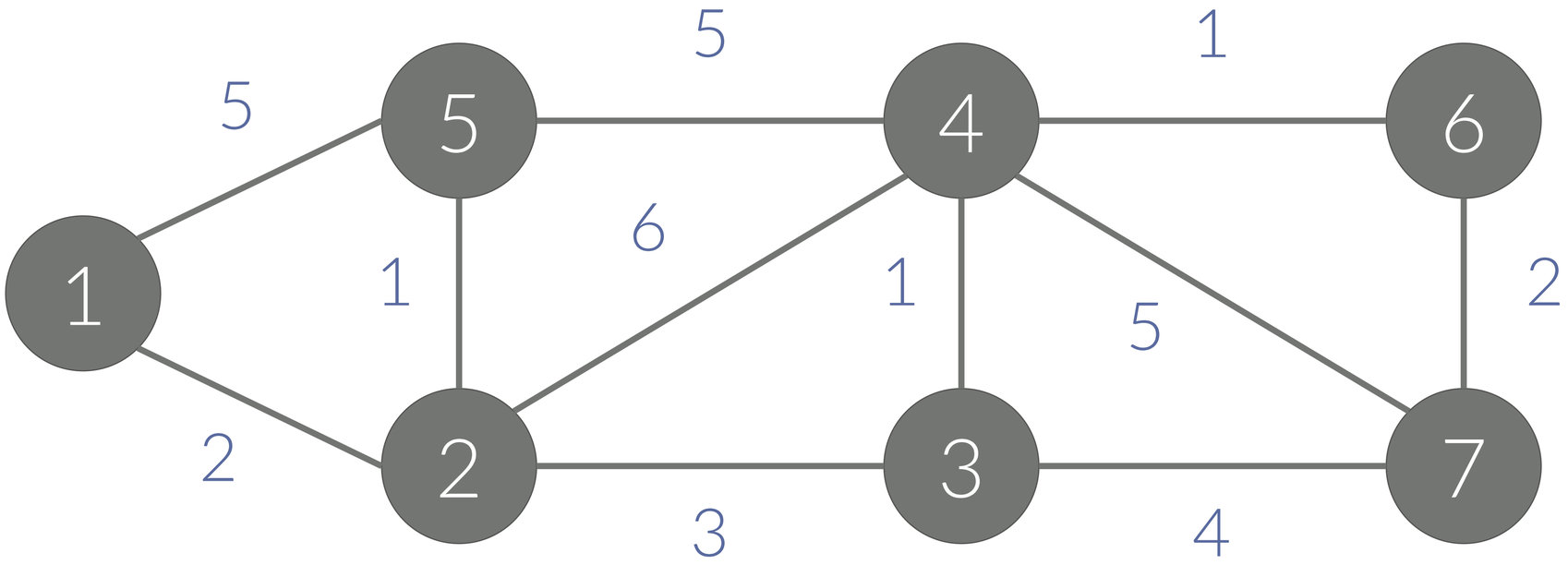
- 1에서 7까지 최단 경로



최단 경로

Single Source Shortest Path

- A → B로 가는 최단 경로는 최대 N-1개의 간선으로 이루어져 있다



벨만포드

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- dist[i] = 시작점에서 i로 가는 최단경로

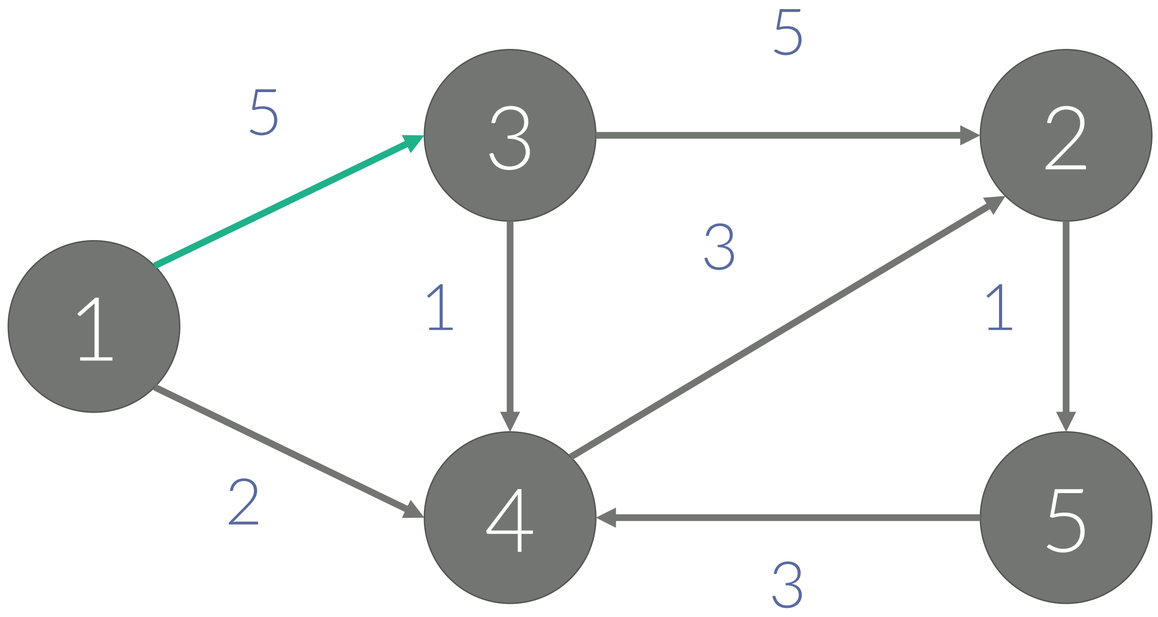
1. 모든 간선 e (from, to, cost)에 대해서 다음을 검사한다.
    - dist[to] = min(dist[to], dist[from] + cost)

- 1번 과정을 총 N-1번 반복한다.

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 1단계

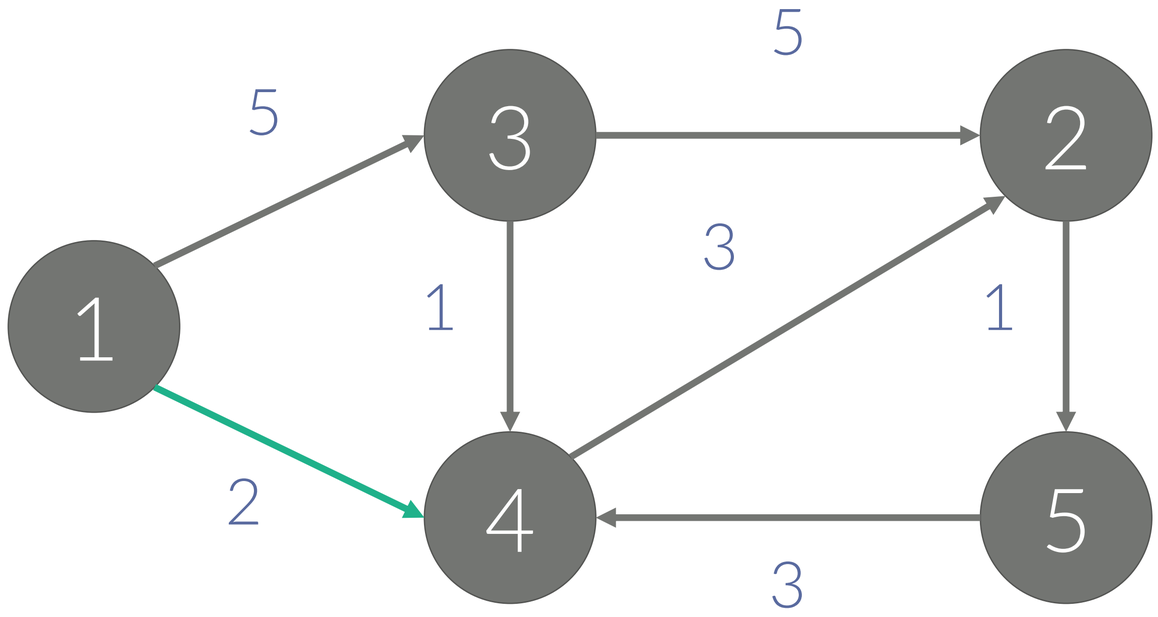


i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	∞	5	∞	∞

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 1단계

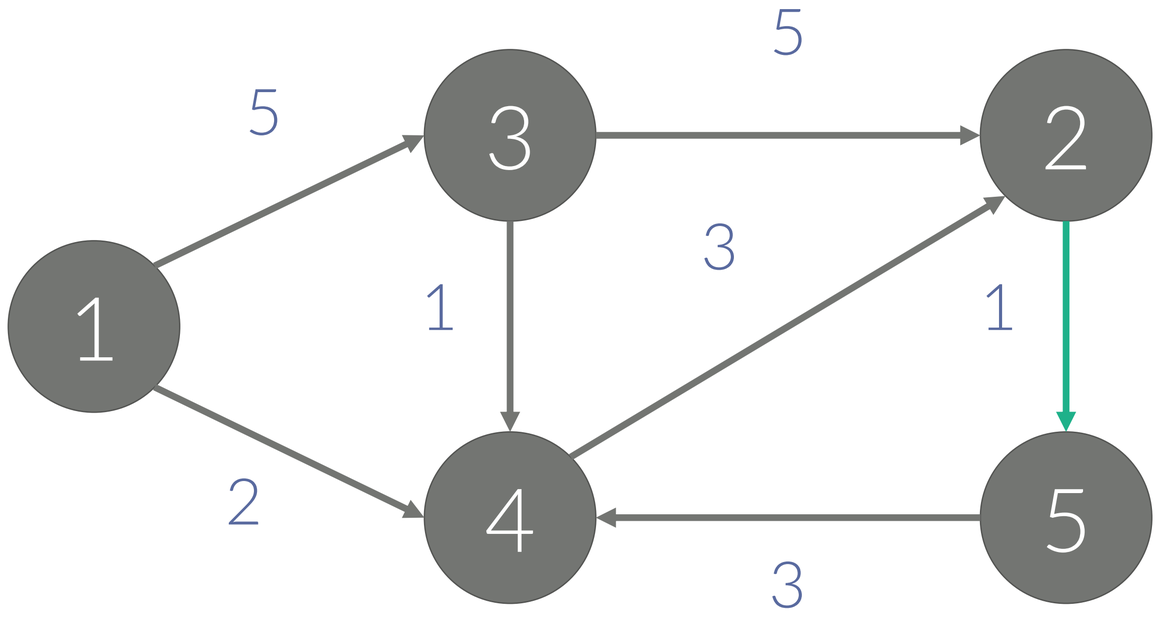


i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	∞	5	2	∞

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 1단계

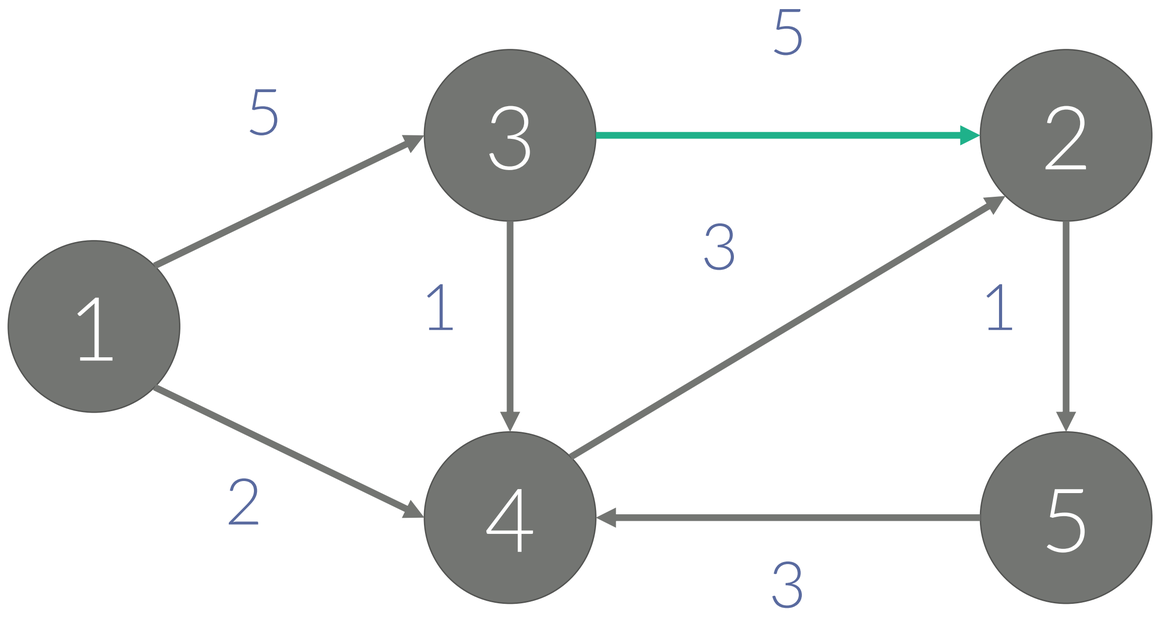


i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	∞	5	2	∞

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 1단계

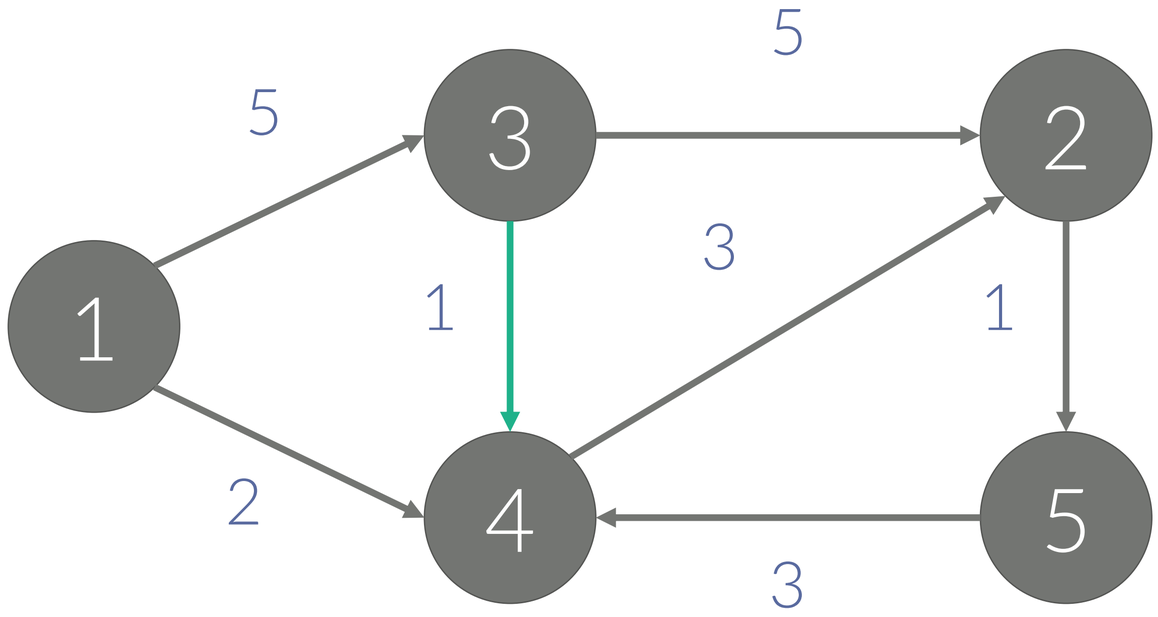


i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	10	5	2	∞

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 1단계

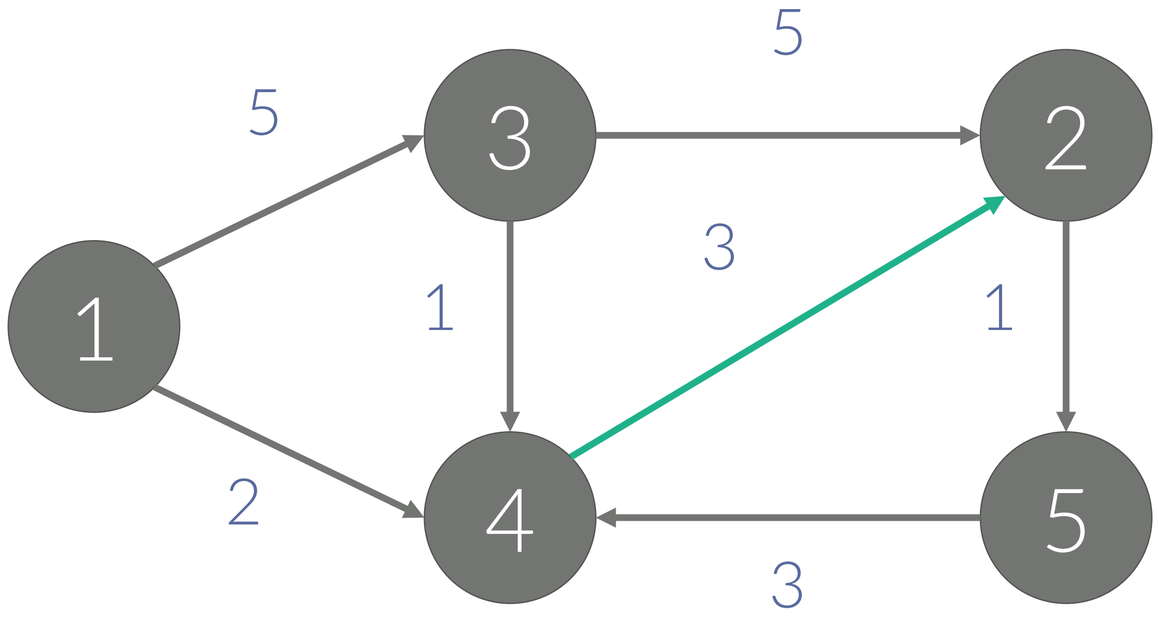


i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	10	5	2	∞

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 1단계

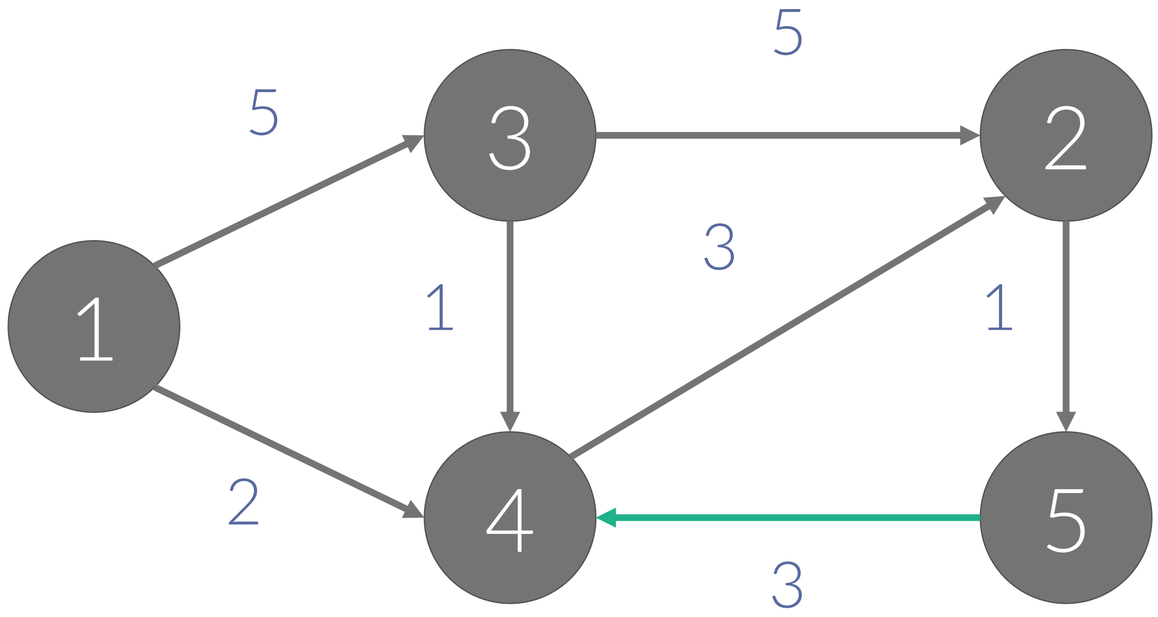


i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	5	5	2	∞

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 1단계

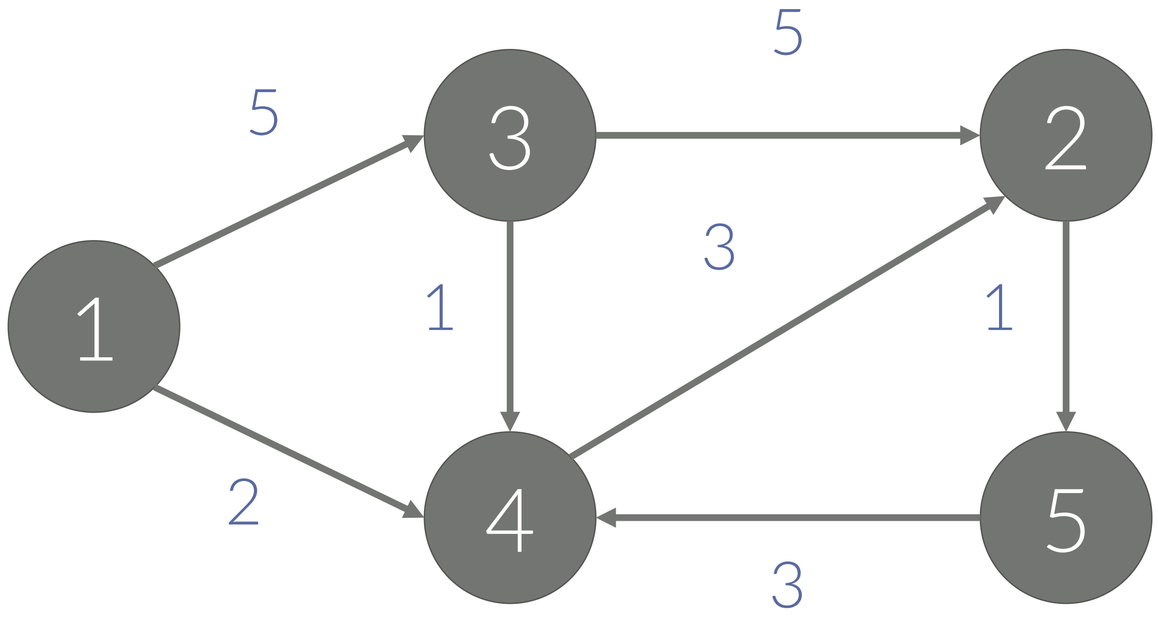


i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	5	5	2	∞

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 이런 단계를 N-1번 반복한다

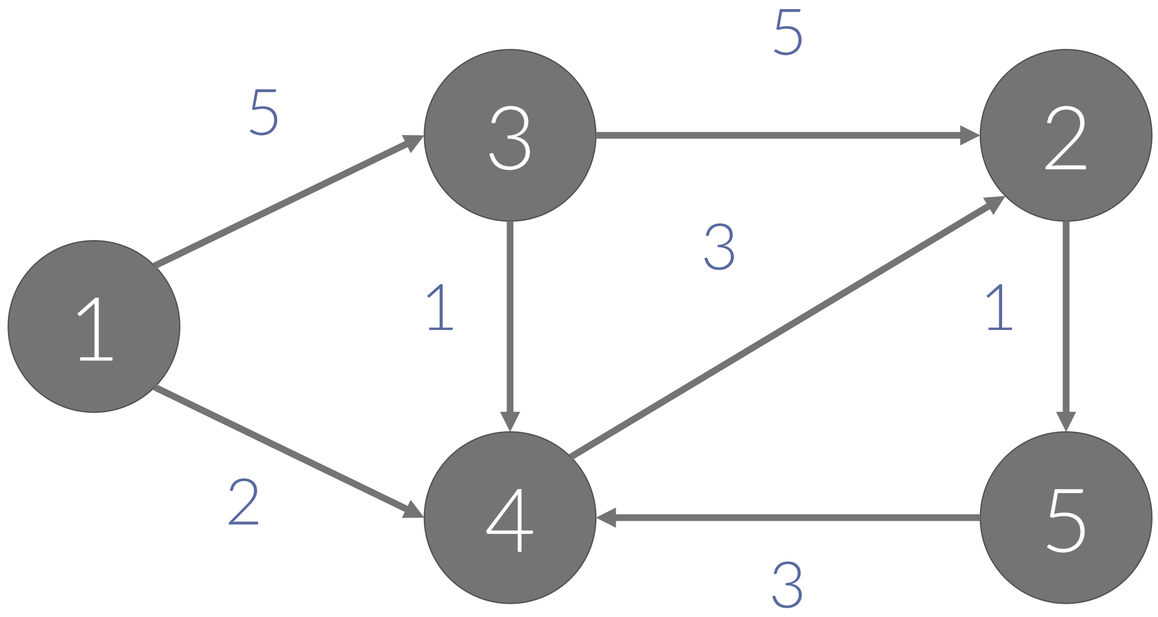


i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	5	5	2	∞

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 이런 단계를 N-1번 반복한다

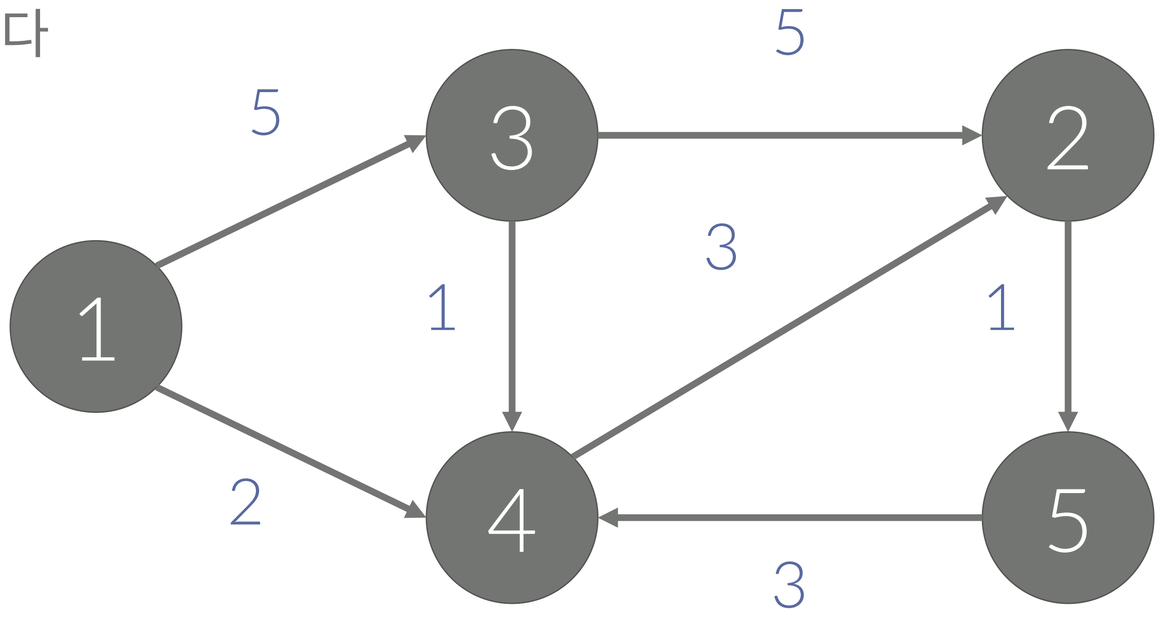


i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	5	5	2	6

벨만포드

Bellman-Ford Algorithm

- 시간 복잡도: O(VE)
- E ≤ V^2 이기 때문에 O(V^3)
- 가중치가 음수가 있는 경우에도 사용할 수 있다



i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	5	5	2	6

타임머신

https://www.acmicpc.net/problem/11657

- N개의 도시가 있다
- 한 도시에서 출발하여 다른 도시에 도착하는 버스가 M개 있다
- 각 버스는 A, B, C로 나타낼 수 있는데, A는 시작도시, B는 도착도시, C는 버스를 타고 이동하는데 걸리는 시간이다
- 시간 C가 양수가 아닌 경우가 있다.
- C = 0인 경우는 순간 이동을 하는 경우, C < 0인 경우는 타임머신으로 시간을 되돌아가는 경우이다.
- 1번 도시에서 출발해서 나머지 도시로 가는 가장 빠른 시간을 구하는 프로그램을 작성하시오.

타임머신

https://www.acmicpc.net/problem/11657

- 음수가 있기 때문에, 벨만포드 알고리즘을 이용해서 최단거리를 구해야 한다.

타임머신

https://www.acmicpc.net/problem/11657

- 소스: http://codeplus.codes/a6ccd548f6284f80a186b83cd41848c5

웜홀

https://www.acmicpc.net/problem/1865

- N개의 지점 사이에는 M개의 도로와 W개의 웜홀이 있다
- 어떤 지점에서 출발을 하여서 시간여행을 하기 시작하여 다시 출발을 하였던 위치로 돌아왔을 때, 출발을 하였을 때 보다 시간이 되돌아 가 있는 경우 찾기

웜홀

https://www.acmicpc.net/problem/1865

- 음수로 되어있는 사이클을 찾는 문제

웜홀

https://www.acmicpc.net/problem/1865

- 최단 경로는 항상 최대 N-1개로 구성되어 있기 때문에
- N번째 단계에서 최단 경로가 갱신되면, 음수로 되어있는 사이클이 존재하는 것이다

웜홀

https://www.acmicpc.net/problem/1865

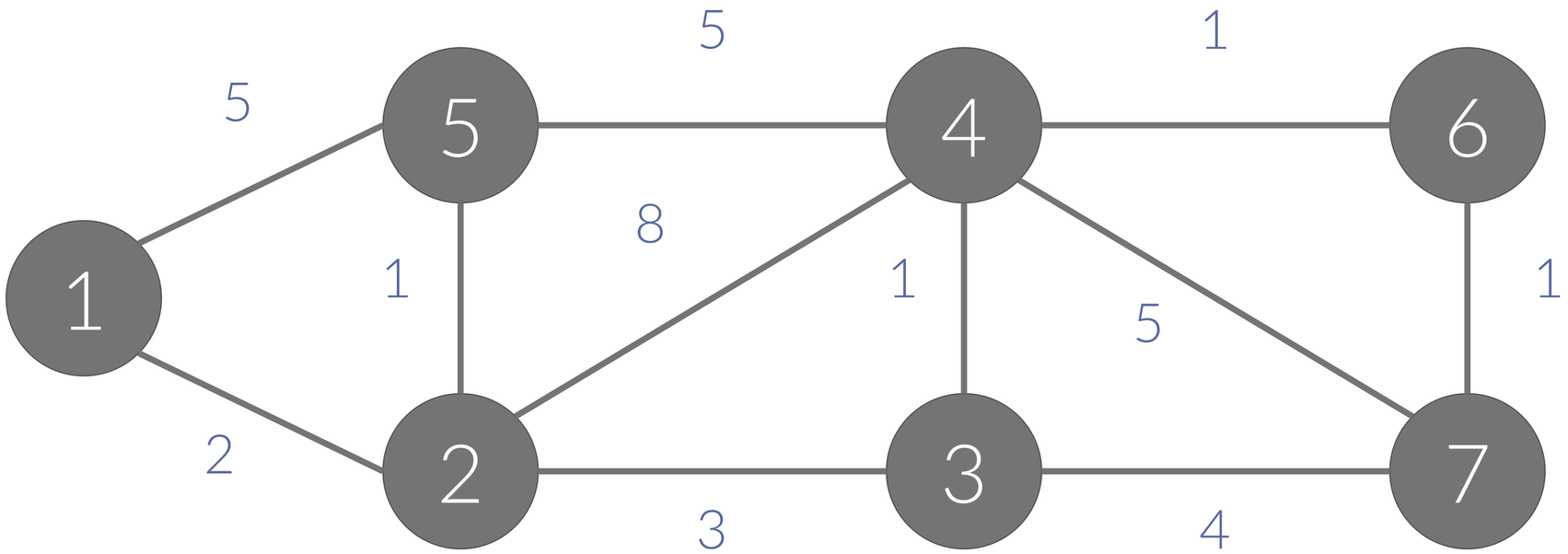
- 소스: http://codeplus.codes/c97c5258626548bf9360dbc3edcfceb1

다익스트라

다익스트라

Dijkstra Algorithm

- dist[i] = 시작 → i의 최단 거리
- check[i] = i를 검사했으면 true, 아니면 false



다익스트라

Dijkstra Algorithm

1. 검사하지 않은 정점 중에서 dist의 값이 가장 작은 정점 v를 선택한다.
2. v와 연결된 모든 정점을 검사한다.
    - 간선을 (from, to, cost)라고 했을 때
    - dist[to] > dist[from] + cost 이면 갱신해준다.

- 1, 2단계를 모든 정점을 검사할 때까지 계속한다.

다익스트라

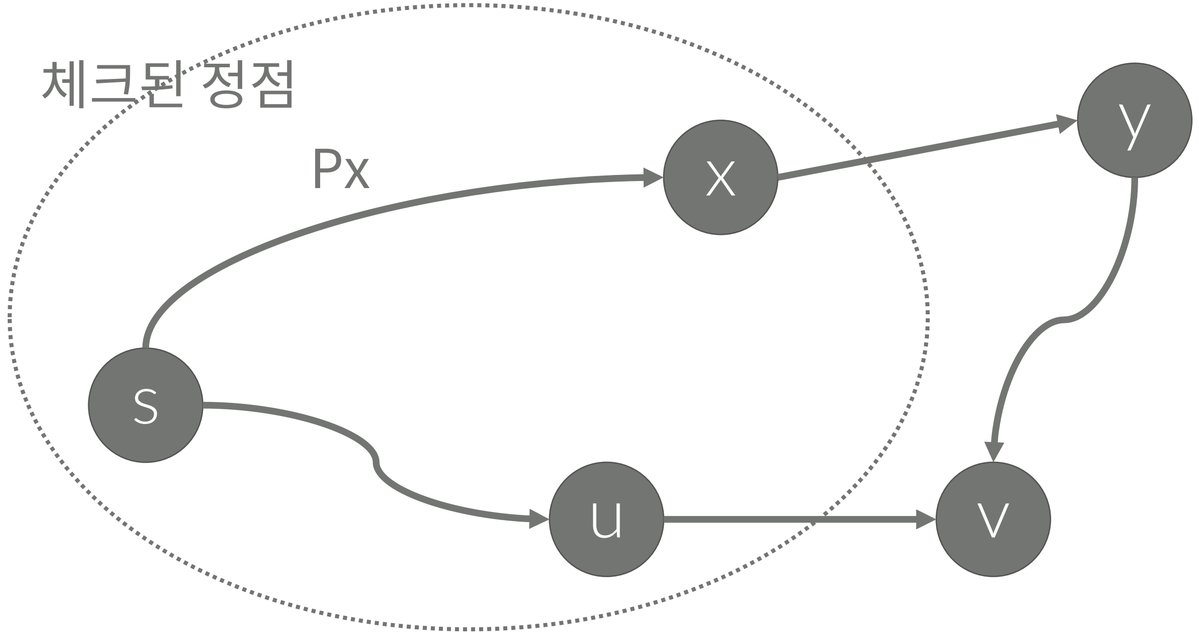
Dijkstra Algorithm

- 다익스트라의 증명
- dist[v] = 다익스트라 알고리즘을 이용해서 구한 v까지 최단거리
- shortest[v] = v까지 최단거리
- 체크된 정점의 개수가 1개인 경우에는 시작 정점(start)만 체크된 상태이다.
- 따라서, dist[start] = shortest[start] = 0 이므로 최단 거리가 맞다.
- v를 마지막으로 체크한 정점이라고 했을 때, dist[x] = shortest[x] (x는 체크된 정점) 을 증명
- 즉, 각 단계마다 dist[v] = shortest[v]만 증명하면 된다.

다익스트라

Dijkstra Algorithm

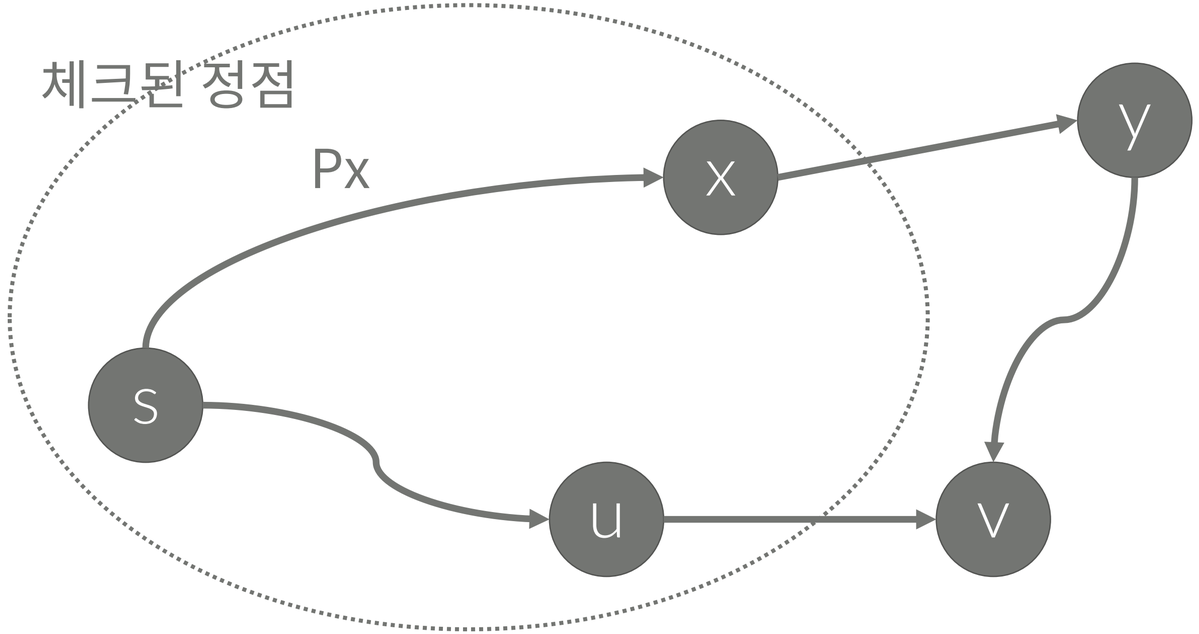
- 각 단계마다 dist[v] = shortest[v]를 증명 (v는 마지막으로 체크된 정점)
- v까지 최단 거리가 u → v 간선으로 업데이트 되었다고 하자.
- temp[v] = s에서 u로 가는 최단 거리 (shortest[u]) + u → v 간선의 비용
- s → v로 가는 경로 P가 있다고 하자.
- 모든 P의 거리는 temp[v]보다 크거나 같다.
- P의 경로에서 마지막 체크된 정점을 x라고 하자
- P에서 x까지 거리를 Px라고 하자.



다익스트라

Dijkstra Algorithm

- temp[v] ≤ temp[y] (v가 마지막으로 선택된 정점이기 때문)
- temp[y] ≤ dist[x] + |x → y| (temp의 정의 때문)
- dist[x] + |x → y| ≤ |Px| + |x → y|
- |Px| + |x → y| ≤ |P|

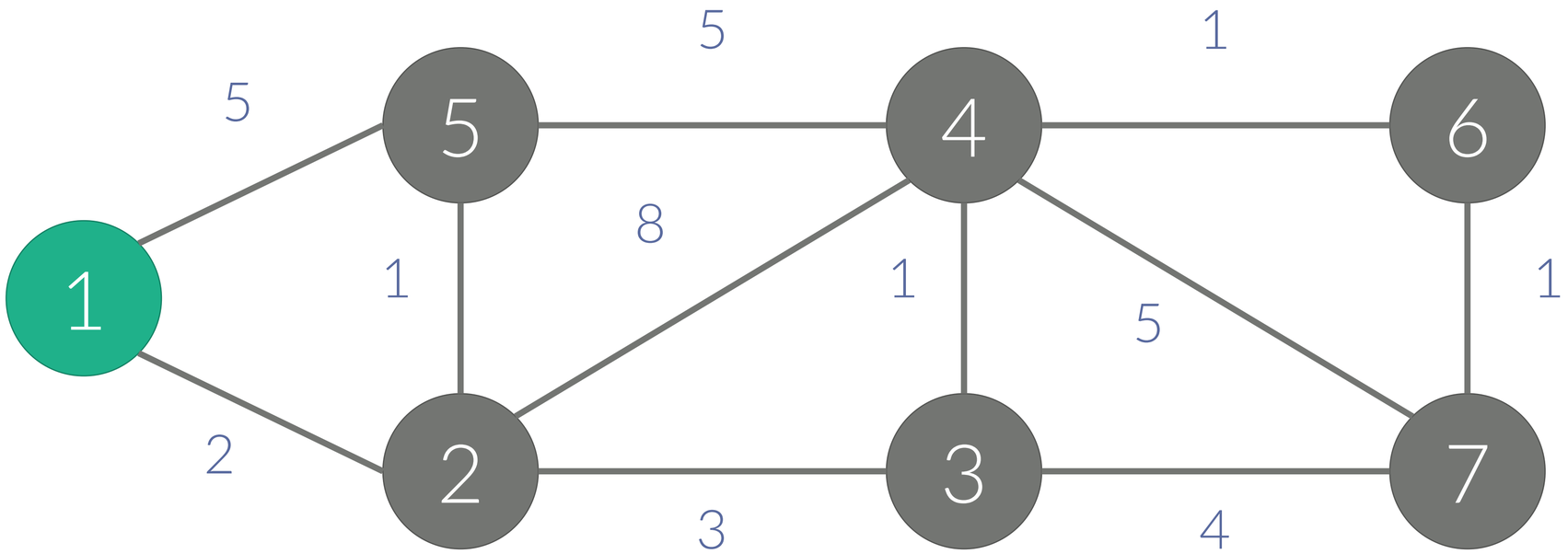


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 1

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
C[i]	1						

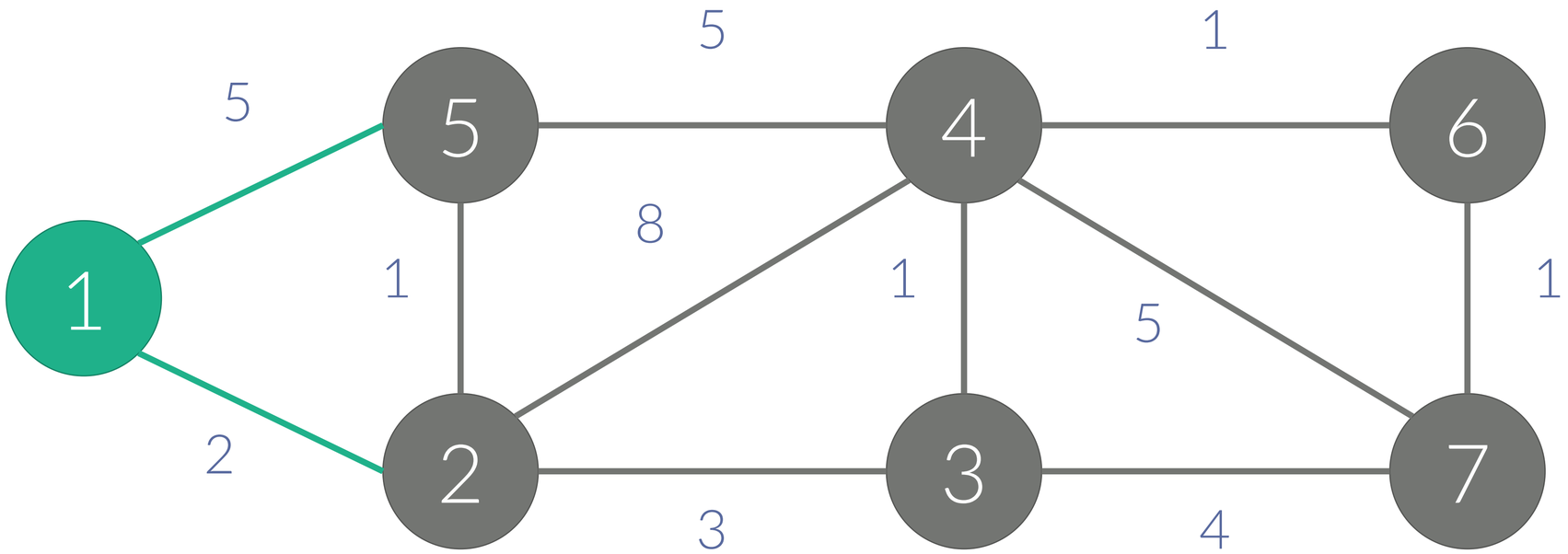


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 1

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	∞	∞	5	∞	∞
C[i]	1						

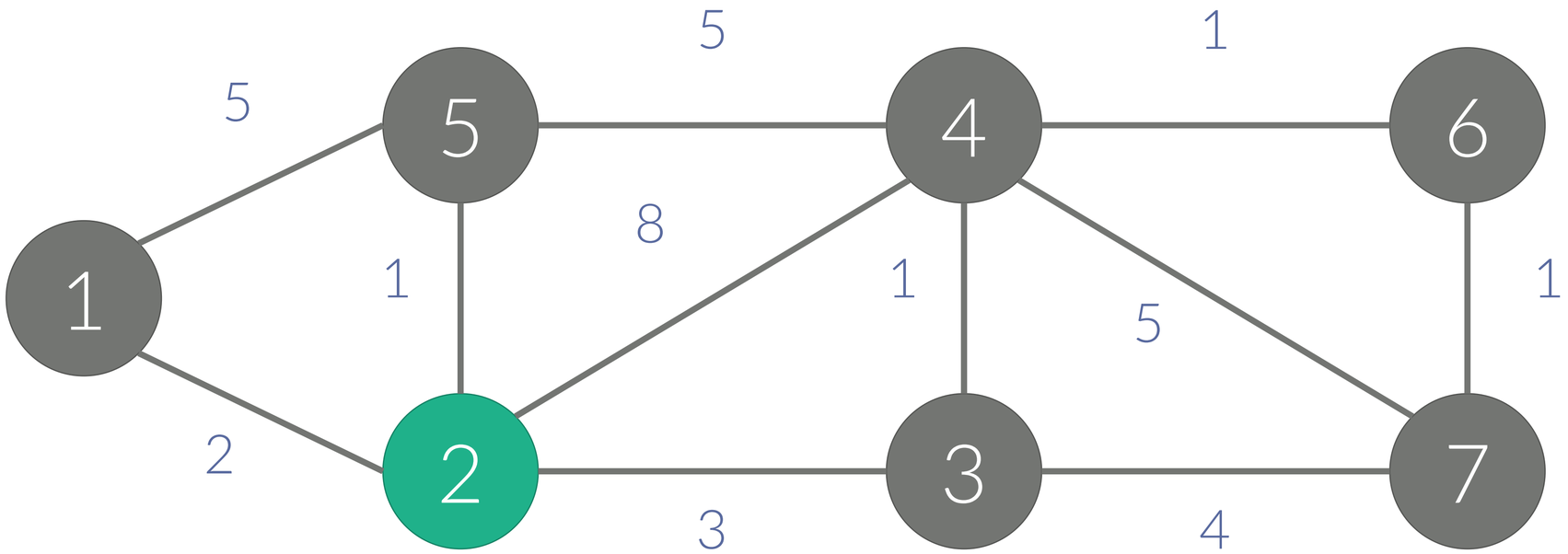


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 2

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	∞	∞	5	∞	∞
C[i]	1	1					

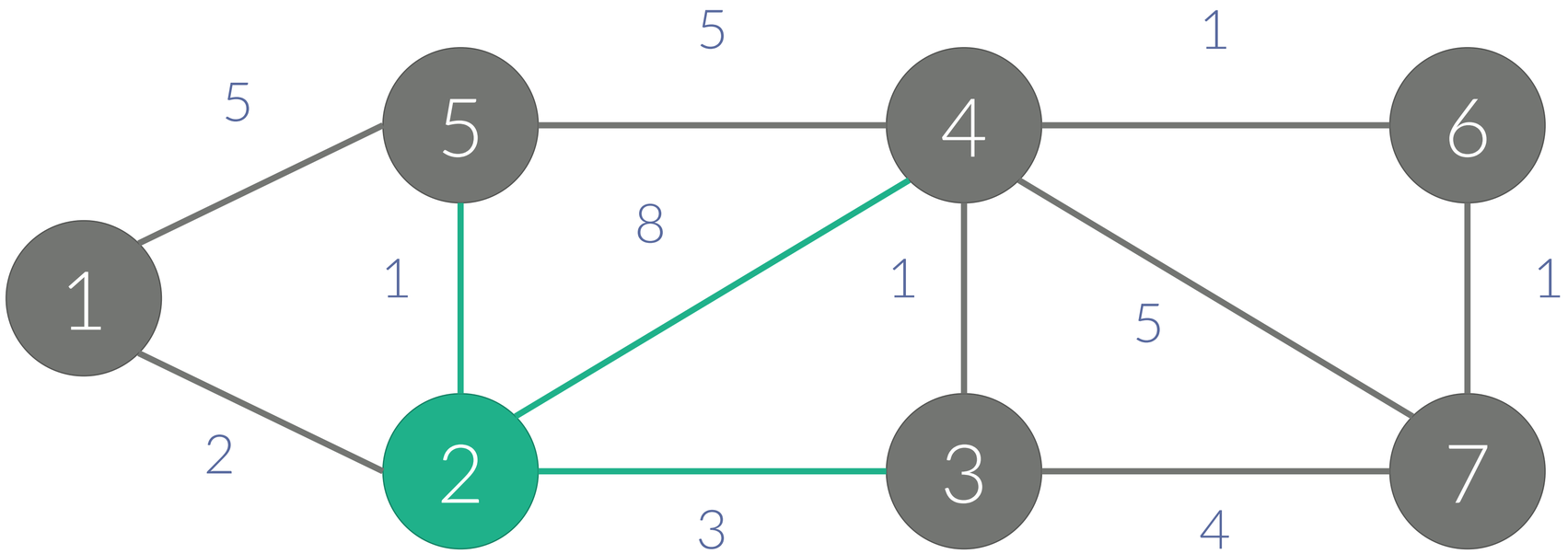


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 2

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	10	3	∞	∞
C[i]	1	1					

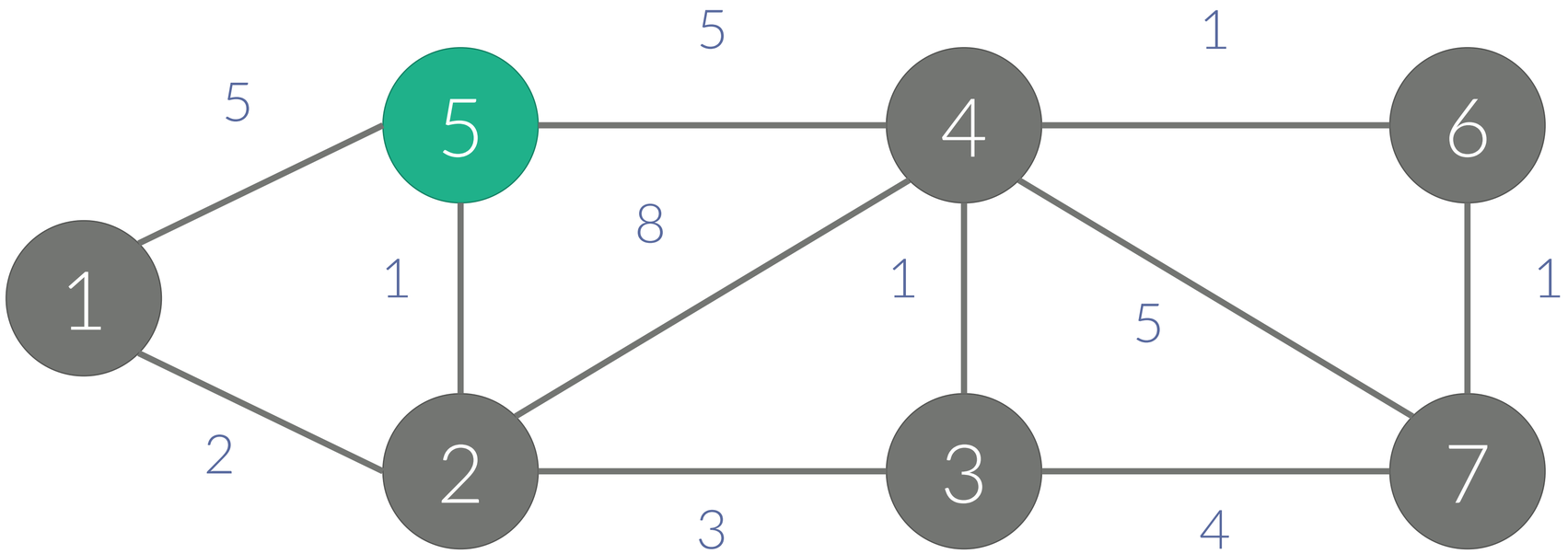


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 5

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	10	3	∞	∞
C[i]	1	1			1		

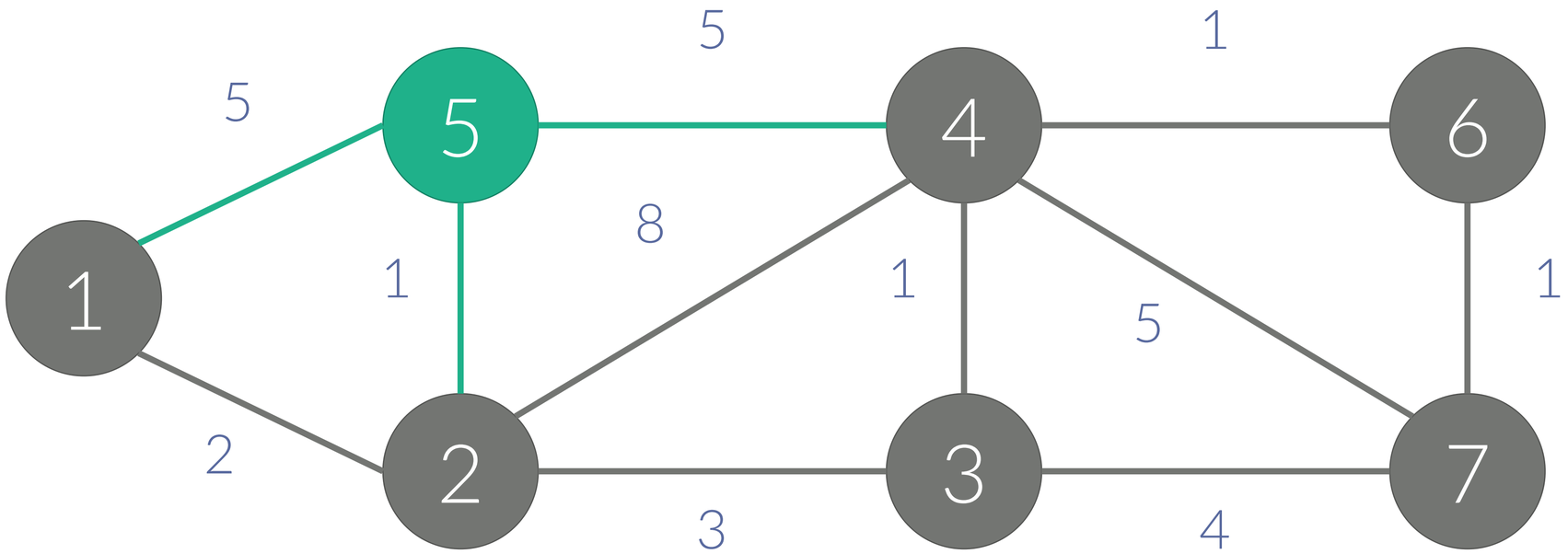


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 5

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	8	3	∞	∞
C[i]	1	1			1		

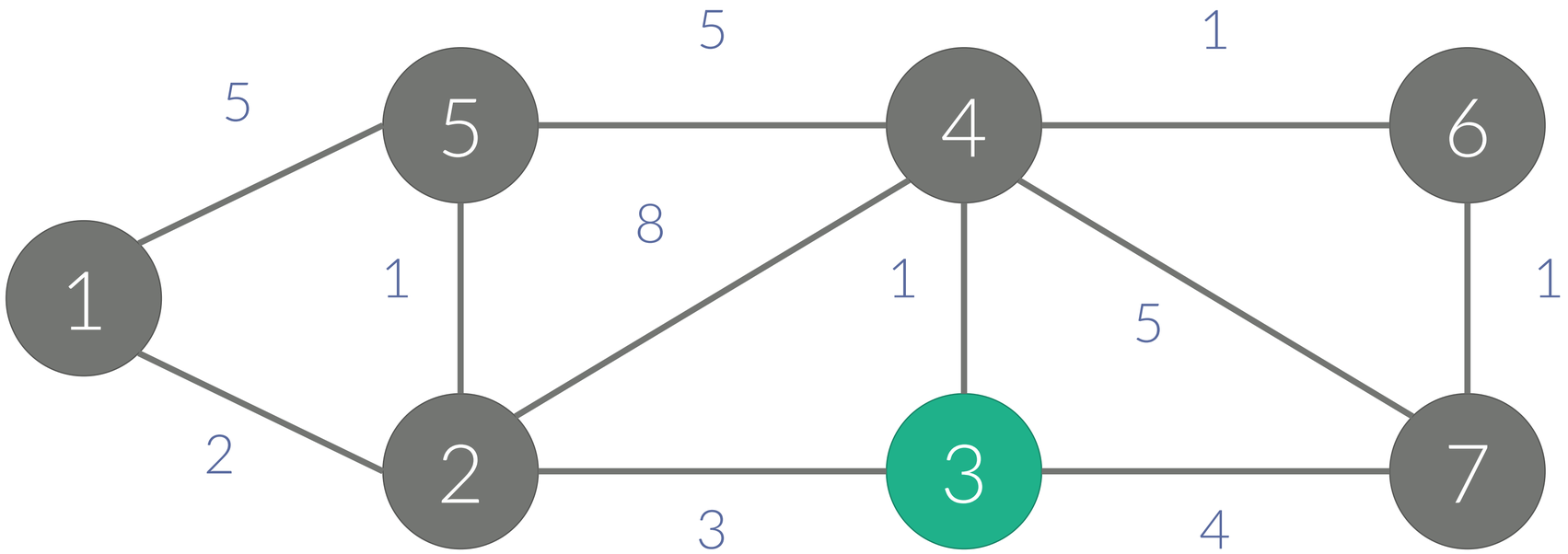


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 3

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	8	3	∞	∞
C[i]	1	1	1		1		

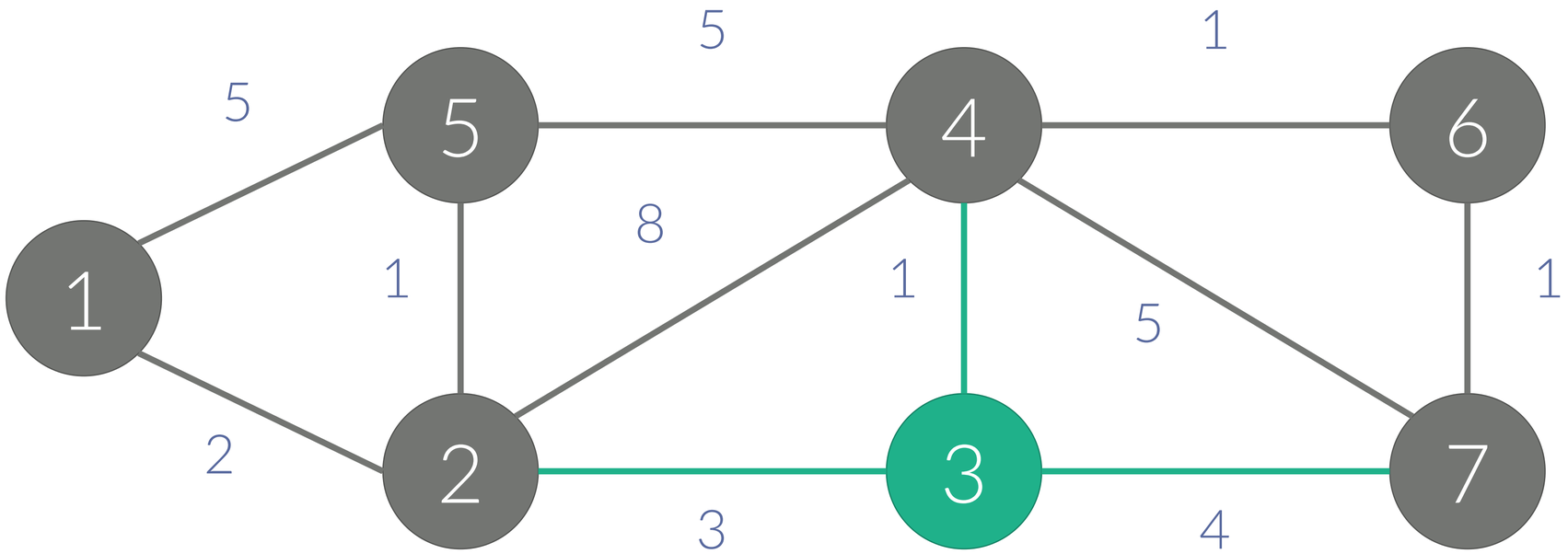


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 3

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	6	3	∞	9
C[i]	1	1	1		1		

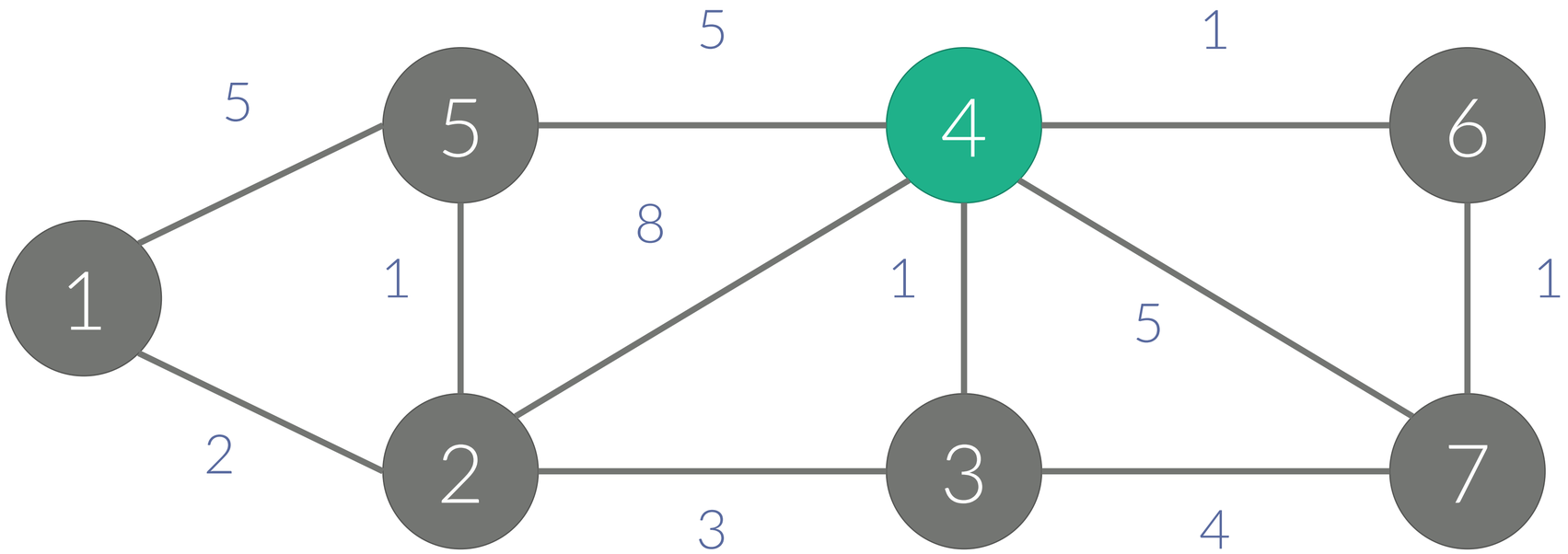


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 4

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	6	3	∞	9
C[i]	1	1	1	1	1		

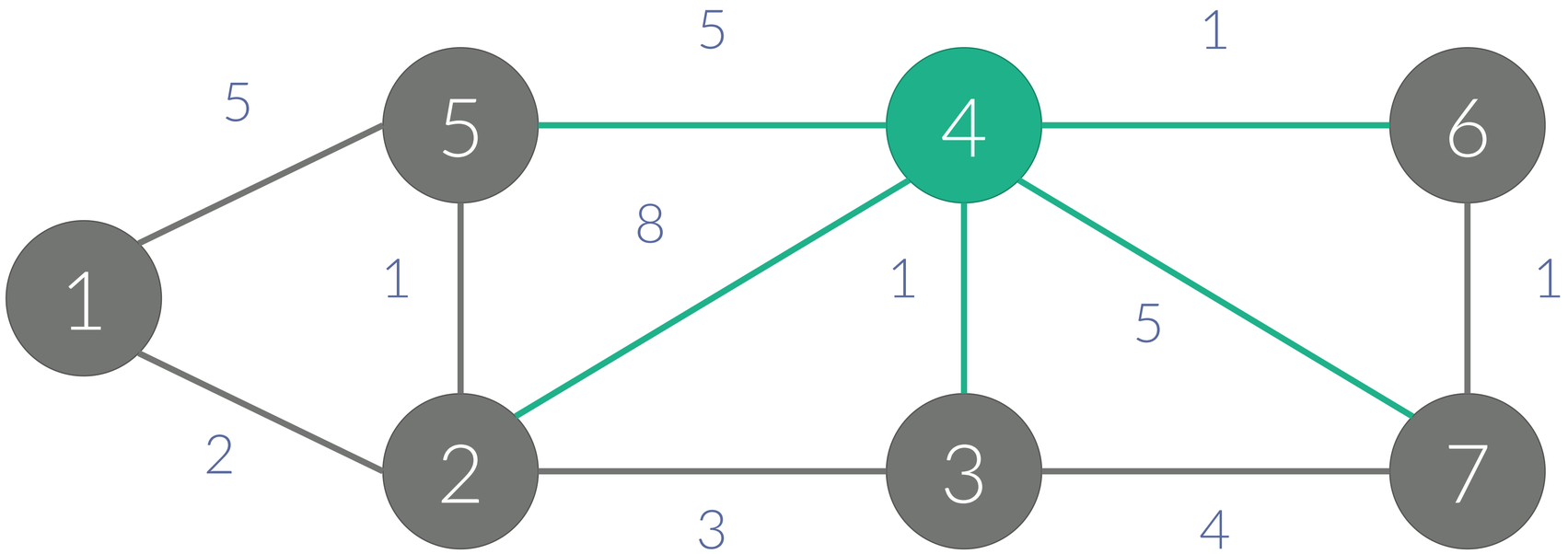


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 4

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	6	3	7	9
C[i]	1	1	1	1	1		

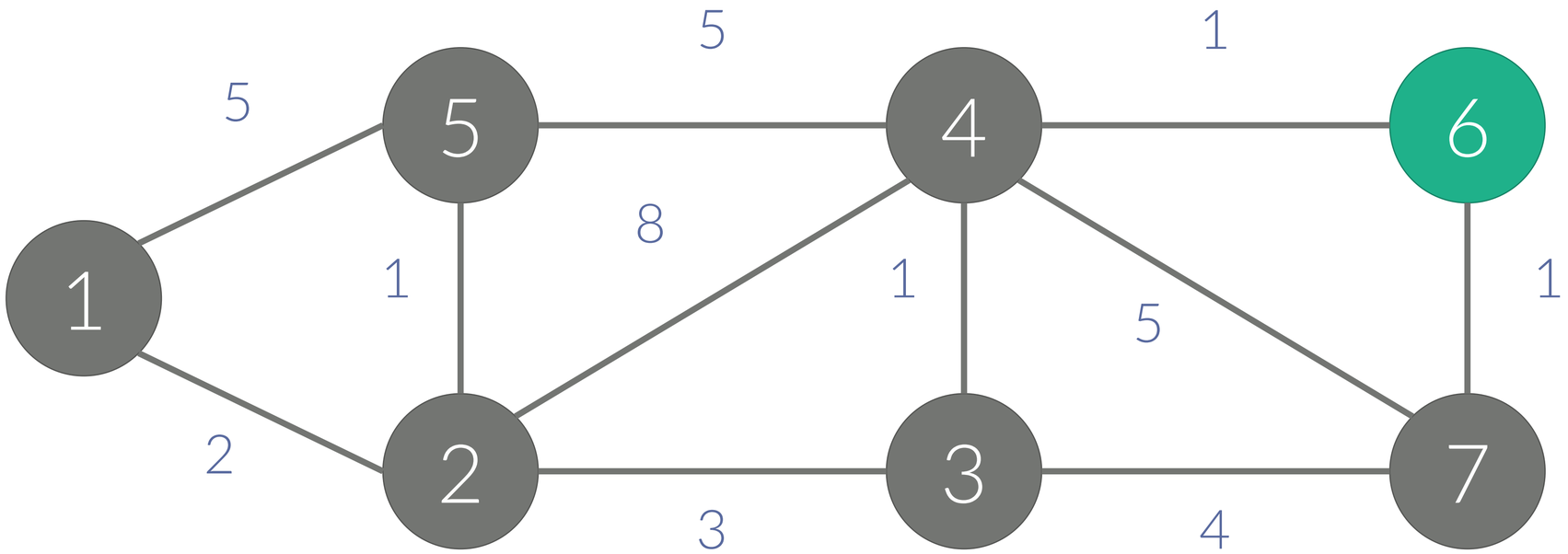


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 6

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	6	3	7	9
C[i]	1	1	1	1	1	1	

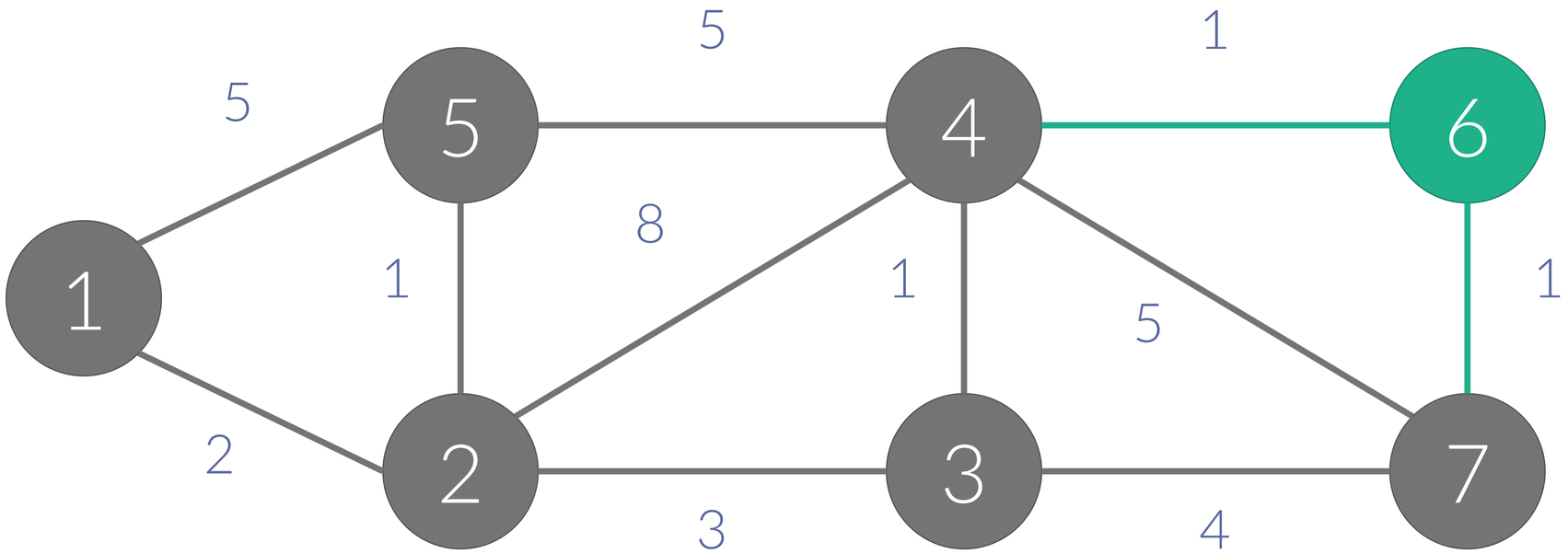


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 6

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	6	3	7	8
C[i]	1	1	1	1	1	1	

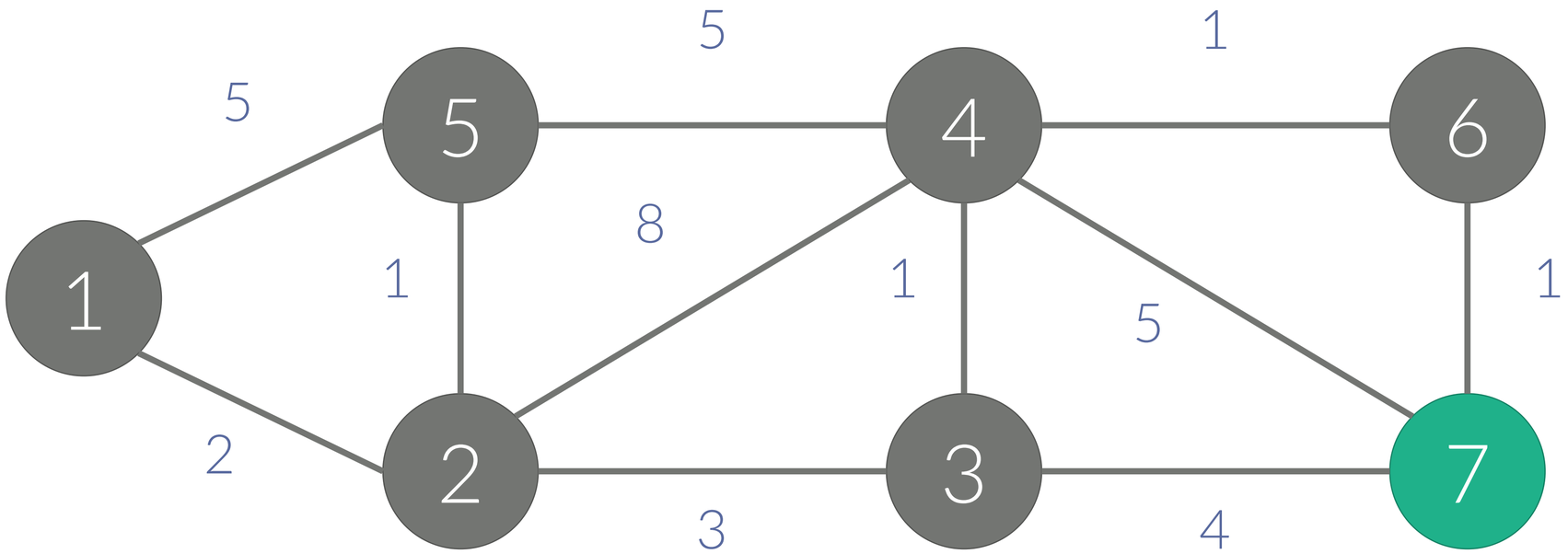


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 7

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	6	3	7	8
C[i]	1	1	1	1	1	1	1

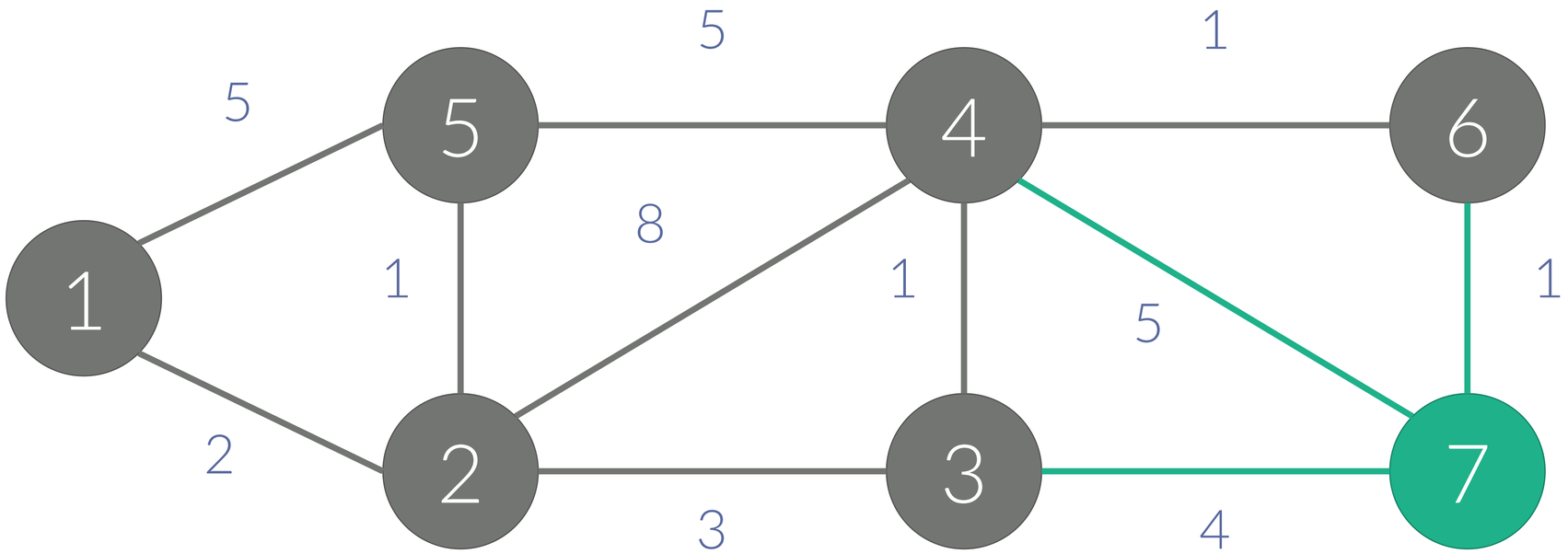


다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 선택: 7

i	1	2	3	4	5	6	7
D[i]	0	2	5	6	3	7	8
C[i]	1	1	1	1	1	1	1



다익스트라

Dijkstra Algorithm

- 시간 복잡도
- 인접 행렬: $O(V^2)$
- 인접 리스트: $O(V^2)$

최소비용 구하기

https://www.acmicpc.net/problem/1916

- A에서 B로 가는 최단 경로

최소비용 구하기

https://www.acmicpc.net/problem/1916

- 인접 행렬 소스: http://codeplus.codes/61397d8211464aa68485384fd67ed82d
- 인접 리스트 소스: http://codeplus.codes/f965f0b9ac904208a7d0ee8dbf5252b4

최소비용 구하기 2

https://www.acmicpc.net/problem/11779

- A에서 B로 가는 최단 경로
- 최단 경로도 구해야 함

- distance 값이 바뀔 때, 어디에서 왔는지를 저장해야 함

```
if (d[y] > d[x] + a[x][i].cost) {
    d[y] = d[x] + a[x][i].cost;
    v[y] = x;
}
```

최소비용 구하기 2

https://www.acmicpc.net/problem/11779

- 다시 정답을 찾는 것은 재귀 호출이나 스택을 이용해서 구할 수 있다.
- 도착 -> 출발 과정을 거쳐서

```
stack<int> st;
int x = end;
while (x != -1) {
    st.push(x);
    x = v[x];
}
printf("%d\n",st.size());
while (!st.empty()) {
    printf("%d ",st.top());
    st.pop();
}
```

최소비용 구하기 2

https://www.acmicpc.net/problem/11779

- 소스: http://codeplus.codes/77ae143d3bde483ab280d3de8d4d8c1c

최단 경로

https://www.acmicpc.net/problem/1753

- 다익스트라를 이용해서 최단 경로를 구해야 하는데
- $1 \leq V \leq 20,000$ 이기 때문에
- $O(V^2)$이나 $O(VE)$는 시간이 너무 오래걸린다
- 인접행렬도 만들 수가 없다.

- 다익스트라에서 시간을 줄일 수 있는 부분은 어디일까?

다익스트라

Dijkstra Algorithm

1. 검사하지 않은 정점 중에서 dist의 값이 가장 작은 정점 v를 선택한다.
2. v와 연결된 모든 정점을 검사한다.
    - 간선을 (from, to, cost)라고 했을 때
    - dist[to] > dist[from] + cost 이면 갱신해준다.

- 1, 2단계를 모든 정점을 검사할 때까지 계속한다.

최단 경로

https://www.acmicpc.net/problem/1753

- 힙을 사용해서 최소값을 O(lgE)만에 찾을 수 있다

최단 경로

https://www.acmicpc.net/problem/1753

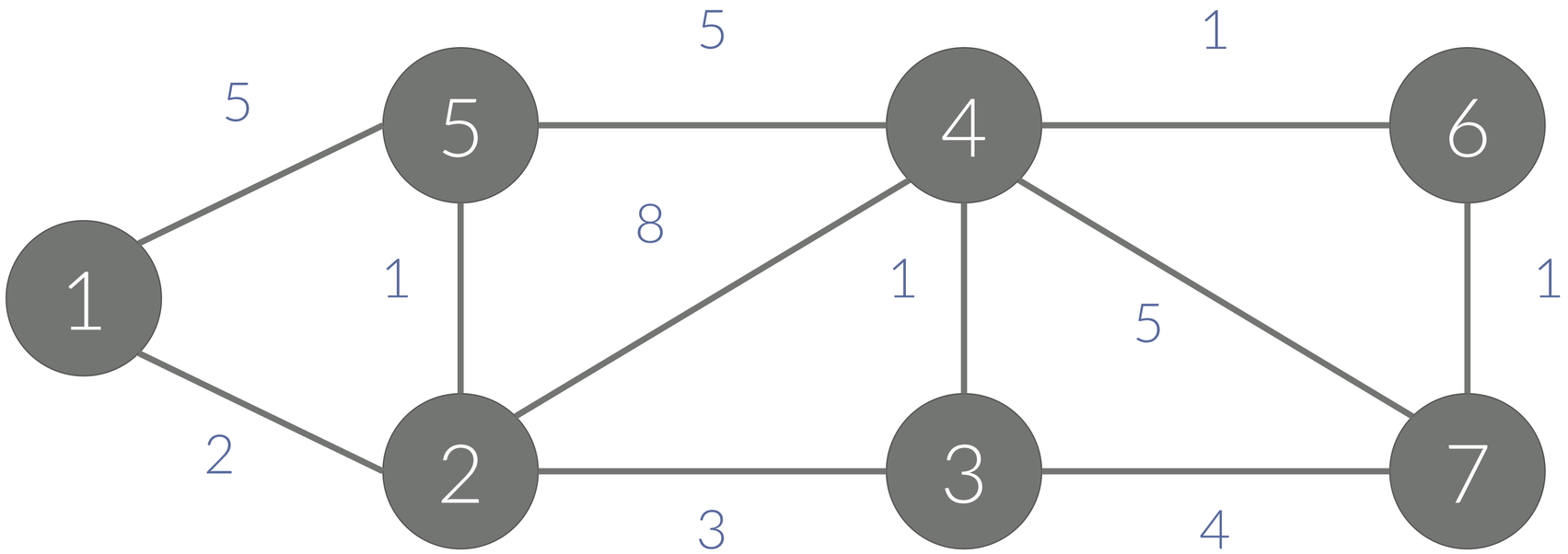
- Heap을 이용한 소스: http://codeplus.codes/264c3d4ee6574b3ea4fb8f8645294eda
- Set을 이용한 소스: http://codeplus.codes/053435a0b5434e6d960c2a1492faf5e4

플로이드

플로이드

Floyd-Warshall Algorithm

- 모든 쌍의 최단 경로를 구하는 알고리즘



플로이드

Floyd-Warshall Algorithm


```
for (int k=1; k<=n; k++) {
    for (int i=1; i<=n; i++) {
        for (int j=1; j<=n; j++) {
            if (d[i][j] > d[i][k] + d[k][j]) {
                d[i][j] = d[i][k] + d[k][j];
            }
        }
    }
}
```

플로이드

Floyd-Warshall Algorithm

- 1~N 까지 정점이 있을 때
- d[k][i][j]를 다음과 같이 정의
  - i -> j로 이동하는 최단 경로
  - 이 때, 중간에 방문할 수 있는 정점은 {1, 2, ⋯, k}
- 그럼 d[k][i][j]를 구해보자
  - k가 경로에 없는 경우
  - k가 경로에 있는 경우

플로이드

Floyd-Warshall Algorithm

- 1~N 까지 정점이 있을 때
- d[k][i][j]를 다음과 같이 정의
  - i -> j로 이동하는 최단 경로
  - 이 때, 중간에 방문할 수 있는 정점은 {1, 2, ⋯, k}
- 그럼 d[k][i][j]를 구해보자
  - k가 경로에 없는 경우
    - d[k-1][i][j]
  - k가 경로에 있는 경우
    - d[k-1][i][k] + d[k-1][k][j]

플로이드

Floyd-Warshall Algorithm

- d[k][i][j] = a[i][j] (k == 0)
- min(d[k-1][i][j], d[k-1][i][k] + d[k-1][k][j]) (k>=1)

플로이드

Floyd-Warshall Algorithm

- 구현할 때는 2차원 배열로 구현하면 된다
- `for (int k=1; k<=n; k++) { d[k-1]을 이용해 d[k]를 구한다`

플로이드

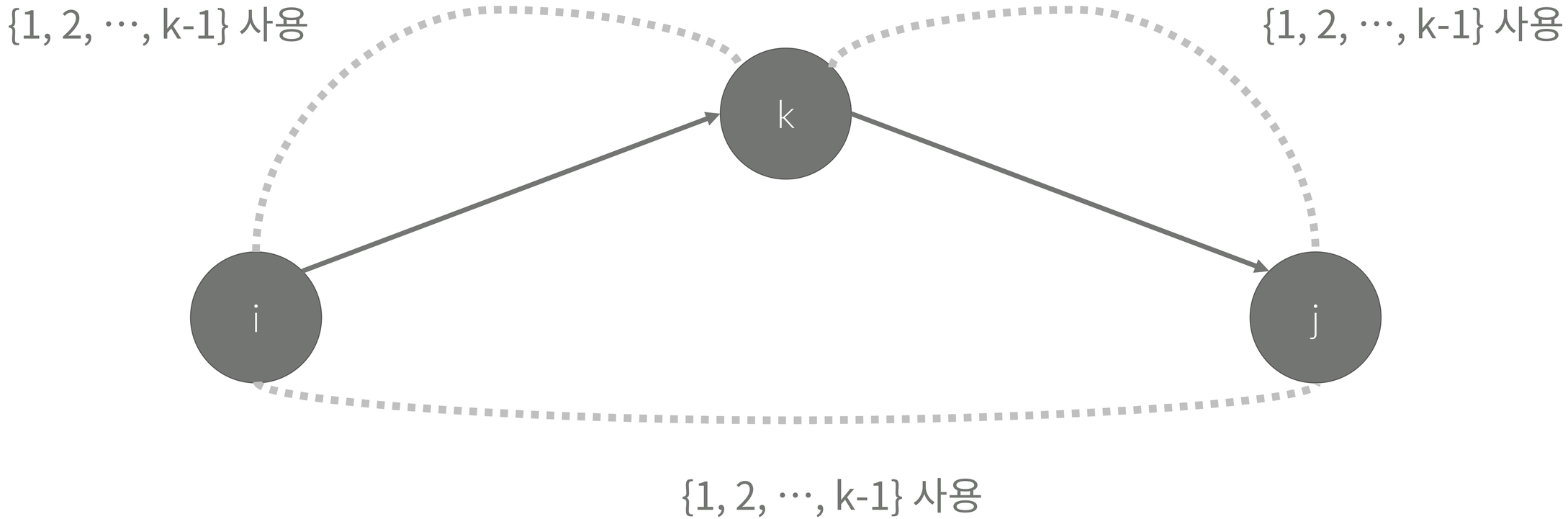
Floyd-Warshall Algorithm


```
for (int k=1; k<=n; k++) {
    for (int i=1; i<=n; i++) {
        for (int j=1; j<=n; j++) {
            if (d[i][j] > d[i][k] + d[k][j]) {
                d[i][j] = d[i][k] + d[k][j];
            }
        }
    }
}
```

플로이드

Floyd-Warshall Algorithm

- d[k][i][j] = a[i][j] (k == 0)
- min(d[k-1][i][j], d[k-1][i][k] + d[k-1][k][j]) (k>=1)



경로 찾기

https://www.acmicpc.net/problem/11403

- 가중치 없는 방향 그래프 G가 주어졌을 때, 모든 정점 (i, j)에 대해서, i에서 j로 가는 경로가 있는지 없는지 구하는 프로그램을 작성하시오.

경로 찾기

https://www.acmicpc.net/problem/11403

- 소스: http://codeplus.codes/cf911cf77c414280827c6cdcdeb71f90

플로이드

https://www.acmicpc.net/problem/11404

- n(1≤n≤100)개의 도시가 있다
- 한 도시에서 출발하여 다른 도시에 도착하는 m(1≤m≤100,000)개의 버스가 있다
- 각 버스는 한 번 사용할 때 필요한 비용이 있다
- 모든 도시의 쌍 (A, B)에 대해서 도시 A에서 B로 가는데 필요한 비용의 최소값을 구하는 프로그램을 작성하시오

플로이드

https://www.acmicpc.net/problem/11404

- 소스: http://codeplus.codes/ac2ab8f030b145b69655fffc5f54bd87

플로이드 2

https://www.acmicpc.net/problem/11780

- 플로이드 구현을 보면
- i -> k, k -> j로 가는 간선을 i -> j로 바꿔줬기 때문에
- i -> j 이 원래 어떤 정점을 가르키고 있었는지를 알아야 한다.
- 구현을 조금 변경해야 한다.

플로이드 2

https://www.acmicpc.net/problem/11780

```
for (int k=1; k<=n; k++) {
    for (int i=1; i<=n; i++) {
        for (int j=1; j<=n; j++) {
            if (a[i][j] > a[i][k] + a[k][j]) {
                a[i][j] = a[i][k] + a[k][j];
                next[i][j] = next[i][k];
            }
        }
    }
}
```

플로이드 2

https://www.acmicpc.net/problem/11780

- 소스: http://codeplus.codes/4afd8d9e27eb44ebb8efa1000eab2beb

케빈 베이컨의 6단계 법칙

https://www.acmicpc.net/problem/1389

- 플로이드 알고리즘을 이용해 모든 쌍의 최단 경로를 구한 다음에 구할 수 있다

케빈 베이컨의 6단계 법칙

https://www.acmicpc.net/problem/1389

- 소스: http://codeplus.codes/6b311efaffc646b38d9021a215d10640

SPFA

SPFA

Shorteest Path Faster Algorithm

- 벨만포드의 성능을 향상시킨 알고리즘
- 최악의 경우에는 벨만 포드의 시간복잡도와 같지만 평균적으로 O(E) 이다
- 벨만포드의 아이디어와 같은 아이디어이다

```
for (int j = 0; j < n; j++) {
    for (int k = 0; k < m; k++) {
        int from = edges[k].from;
        int to = edges[k].to;
        int cost = edges[k].cost;
        if (distance[to] > distance[from] + cost) {
            distance[to] = distance[from] + cost;
        }
    }
}
```

SPFA

Shorteest Path Faster Algorithm

- 벨만포드는 모든 간선에 대해서 업데이트를 진행하고
- SPFA는 아래 if문에 의해서 바뀐 정점과 연결된 간선에 대해서만 업데이트를 진행한다.
- 따라서, 인접 리스트의 구현이 필요하다.

```
for (int j = 0; j < n; j++) {
    for (int k = 0; k < m; k++) {
        int from = edges[k].from;
        int to = edges[k].to;
        int cost = edges[k].cost;
        if (distance[to] > distance[from] + cost) {
            distance[to] = distance[from] + cost;
        }
    }
}
```

SPFA

Shorteest Path Faster Algorithm

- 바뀐 정점은 큐를 이용해서 관리하고
- 큐에 들어가있는지, 안 들어가있는지를 배열을 이용해서 체크한다.
- 초기화를 하고, 큐에 시작점을 넣어주고

```
for (int i=1; i<=n; i++) {
    d[i] = inf;
}
d[1] = 0;
queue<int> q;
q.push(1);
c[1] = true;
```

SPFA

Shorteest Path Faster Algorithm


```
while (!q.empty()) {
    int from = q.front();
    c[from] = false; q.pop();
    for (Edge &e : a[from]) {
        int to = e.to, cost = e.cost;
        if (d[to] > d[from] + cost) {
            d[to] = d[from] + cost;
            if (c[to] == false) {
                q.push(to);
                c[to] = true;
            }
        }
    }
}
```

타임머신

https://www.acmicpc.net/problem/11657

- 소스: http://codeplus.codes/075358f07aab4922a64e5e3598aac0f8