

세그먼트트리와 펜윅트리

최백준 choi@startlink.io

최소값 찾기

가장 긴 증가하는 부분 수열 2

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

longest

Increasing

Subsequence

수열 A가 주어졌을 때, 가장 긴 증가하는 부분 수열을 구하는 프로그램을 작성하시오

예를 들어, 수열 A = {10, 20, 10, 30, 20, 50} 인 경우에 가장 긴 증가하는 부분 수열은 A =

{10, 20, 10, 30, 20, 50} 이고, 길이는 4이다

$1 \leq N \leq 1,000,000$ $1 \leq A[i] \leq 1,000,000$

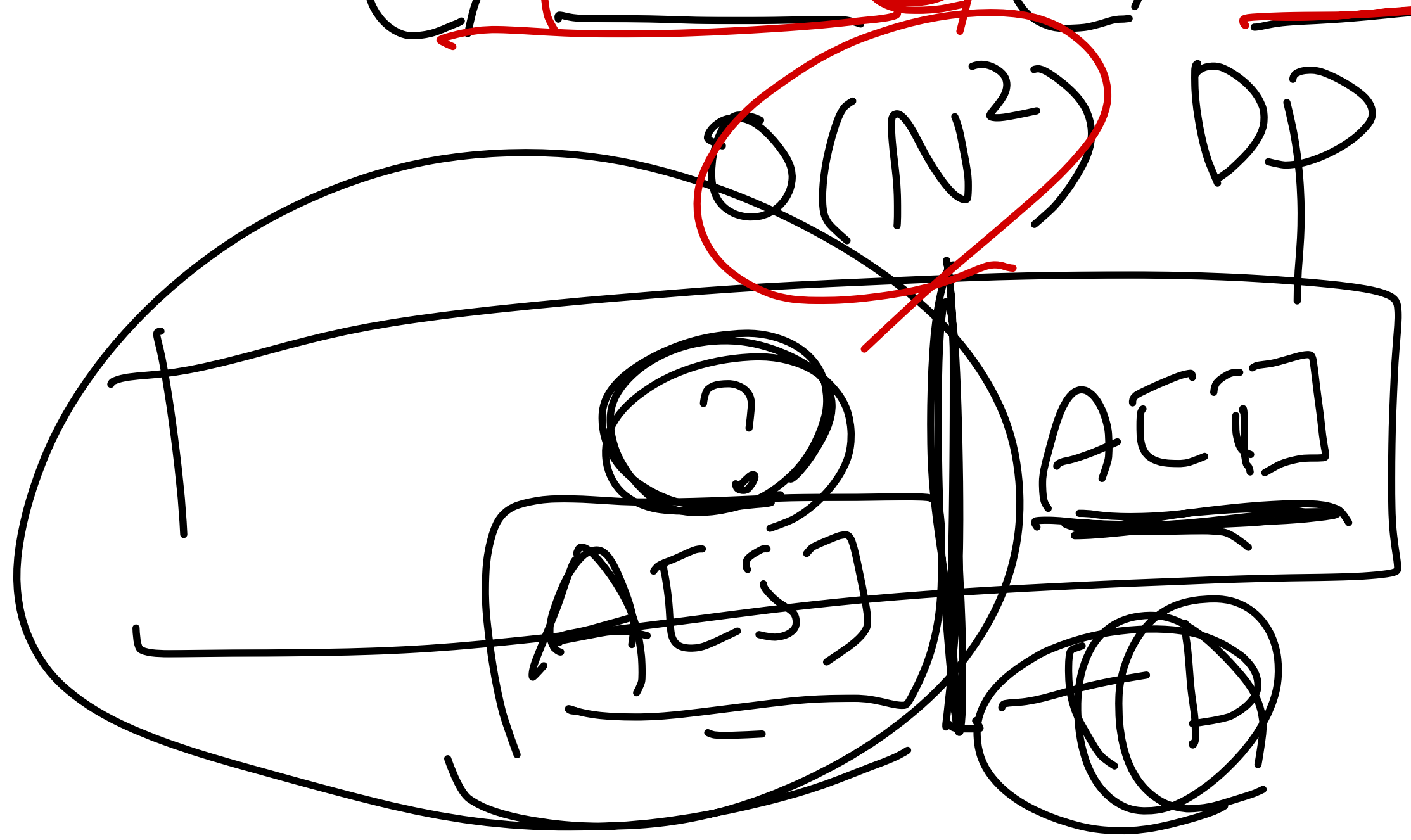
LIS

N

DP

$$DP[i] = \text{A}[i] \text{가 LIS의 끝이 될 때의 LIS의 길이}$$
$$= \max(DP[j]) + 1$$

$$j < i, A[j] < A[i]$$

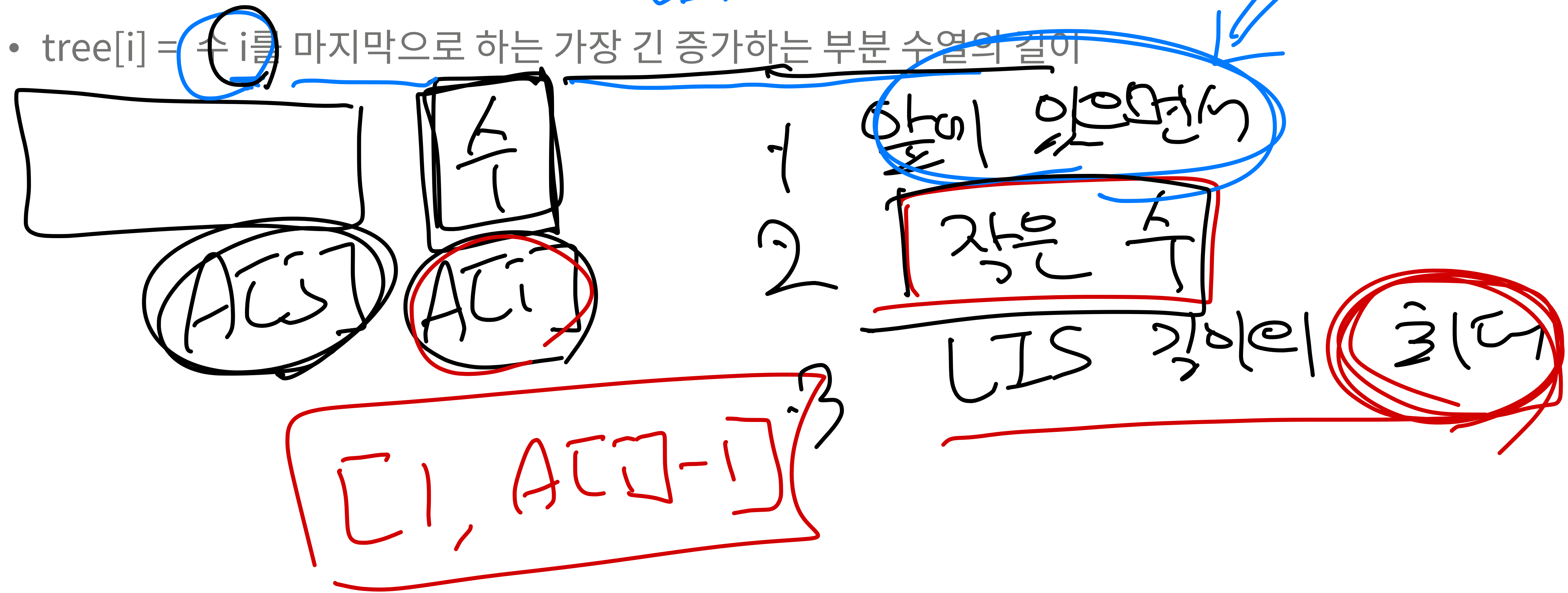


가장 긴 증가하는 부분 수열 2

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

• 수열 = {1, 3, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우

• $tree[i]$ = 수 i 를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이



가장 긴 증가하는 부분 수열 2

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

- 수열 = {1, 3, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

1 ≤

[1, 0]

0 → 1

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	0	0	0	0	0



가장 긴 증가하는 부분 수열 2

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

- 수열 = {1, 3, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

LSA_i

알고리즘이 맞으면서
= 프로그래밍이 맞지.

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1	0	2	0	0

[1,2]

길이 1, 3

길이 2

가장 긴 증가하는 부분 수열 2

7

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	2	0	0

2
[1, 1]

길이 1, 2

길이 2

가장 긴 증가하는 부분 수열 2

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

[1, 3]

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- $tree[i]$ = 수 i 를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

[2, 3, 4], 4
3

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	2	3	0

가장 긴 증가하는 부분 수열 2

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- $tree[i]$ = 수 i 를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	3	3	0

3
[1, 2]

가장 긴 2, 3
가장 긴 3

가장 긴 증가하는 부분 수열 2

10

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	3	4	0

[1, 3]

길이 3, 4

길이 4

가장 긴 증가하는 부분 수열 2

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	3	4	0

2

[1, 1]

2 1 1 2

2 1 2

가장 긴 증가하는 부분 수열 2

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우

$1 \leq A_i \leq 10^9$ ~~23~~

tree[i] : 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

M = 43m

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	3	4	0

~~NGN~~

NGM

43m

가장 긴 증가하는 부분 수열 2

13

<https://www.acmicpc.net/problem/12015>

- 소스: <http://codeplus.codes/87fe34b385df4d1786293100869b0f3f>

가장 긴 증가하는 부분 수열 3

<https://www.acmicpc.net/problem/12738>

- 가장 긴 증가하는 부분 수열 2와 다 같은데,
- 수의 범위가 $1,000,000,000 \leq A[i] \leq 1,000,000,000$ 이다
- 세그먼트 트리를 만들 수 없다

LIS

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

203

LIS2: NlogM

→ 수의 길이

$1 \leq A[i] \leq N$

NlogN

$O(N^2)$

가장 긴 증가하는 부분 수열 3

LIS

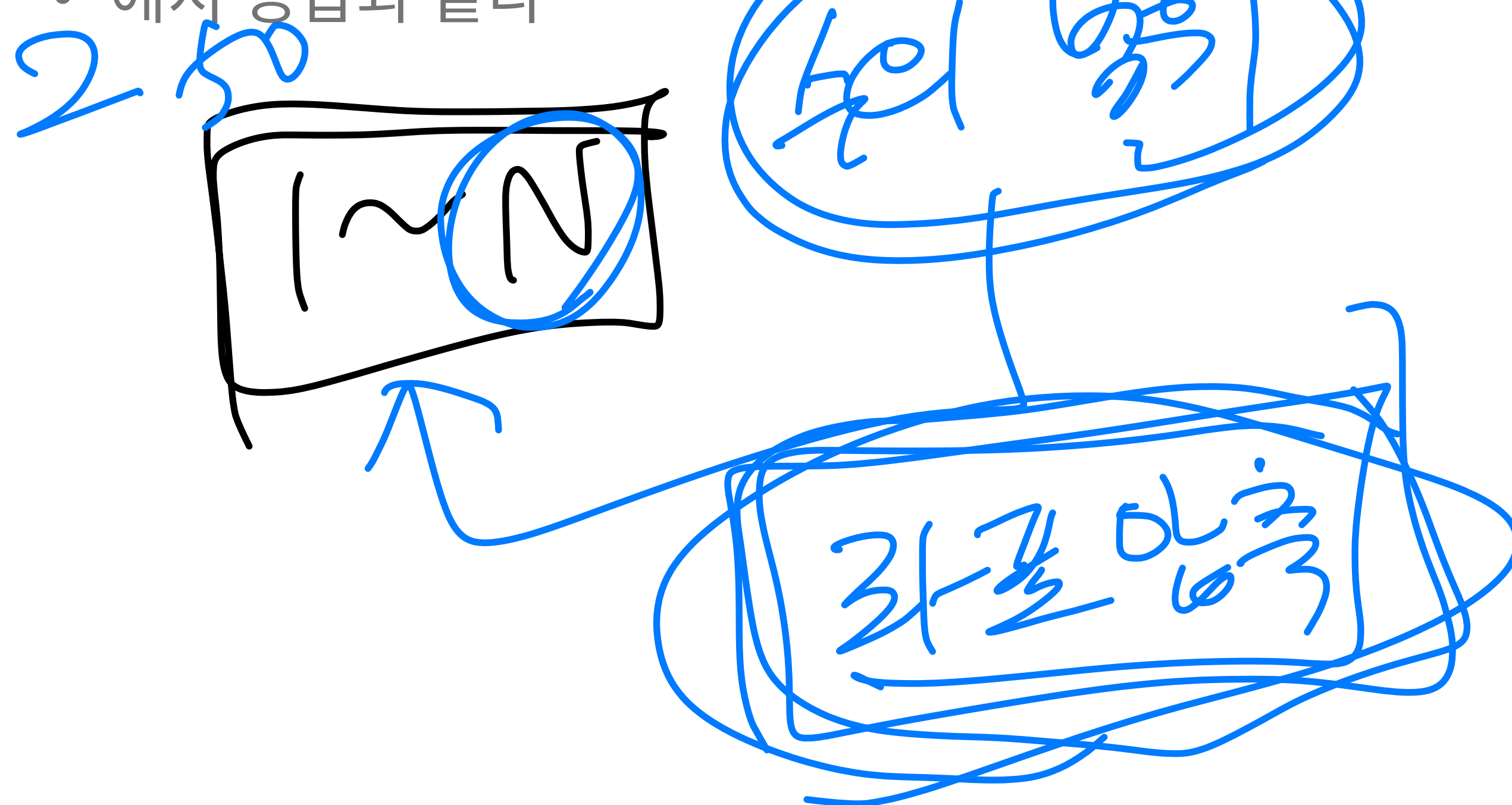
15

<https://www.acmicpc.net/problem/12738>

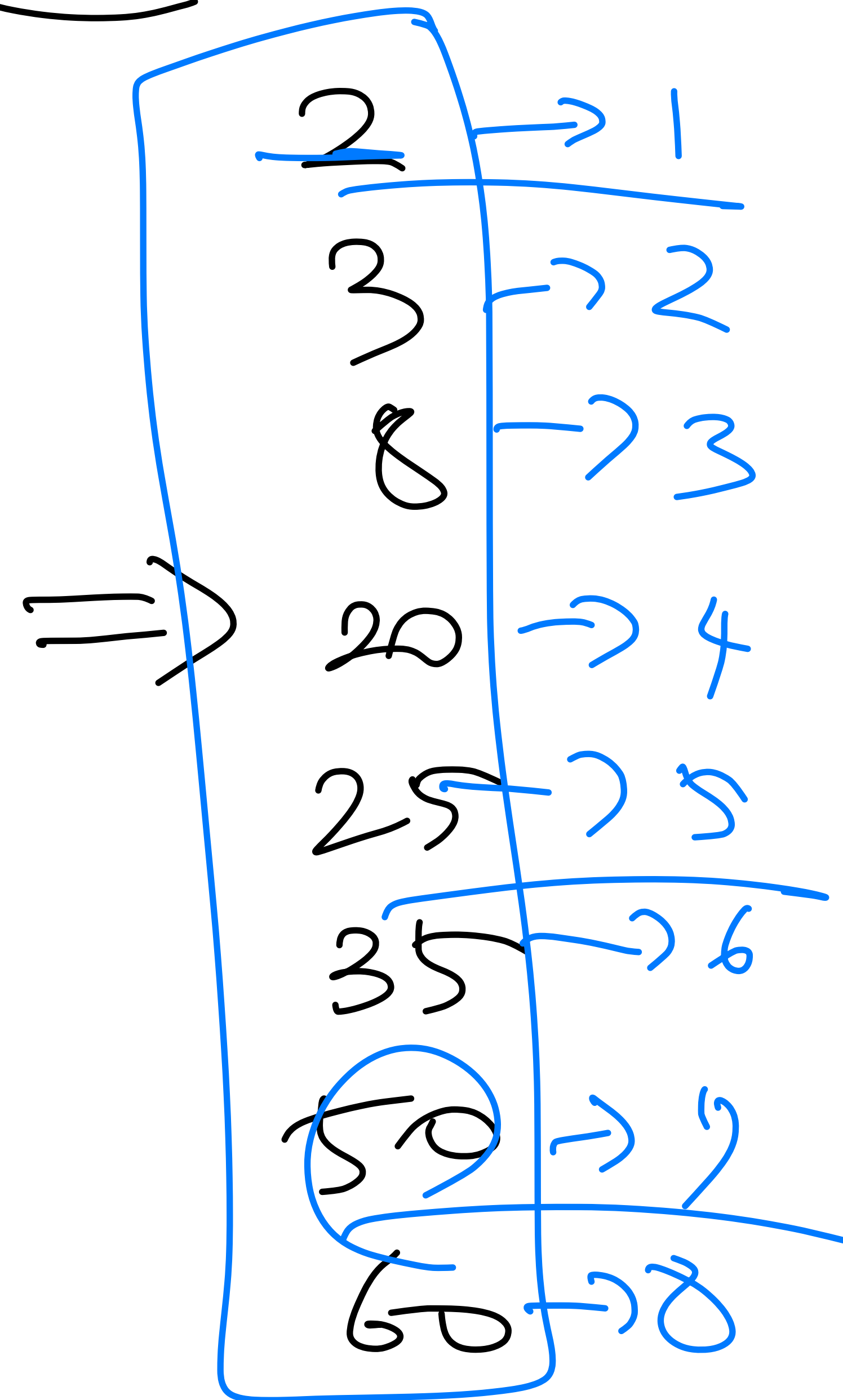
- 2, 50, 25, 20, 35, 60, 20, 50, 35, 3, 8, 25 →
- 에서 정답은

1, 7, 5, 4, 6, 8, 4, 7, 6, 2, 3, 5

- 에서 정답과 같다



2
50
25
20
35
60
8

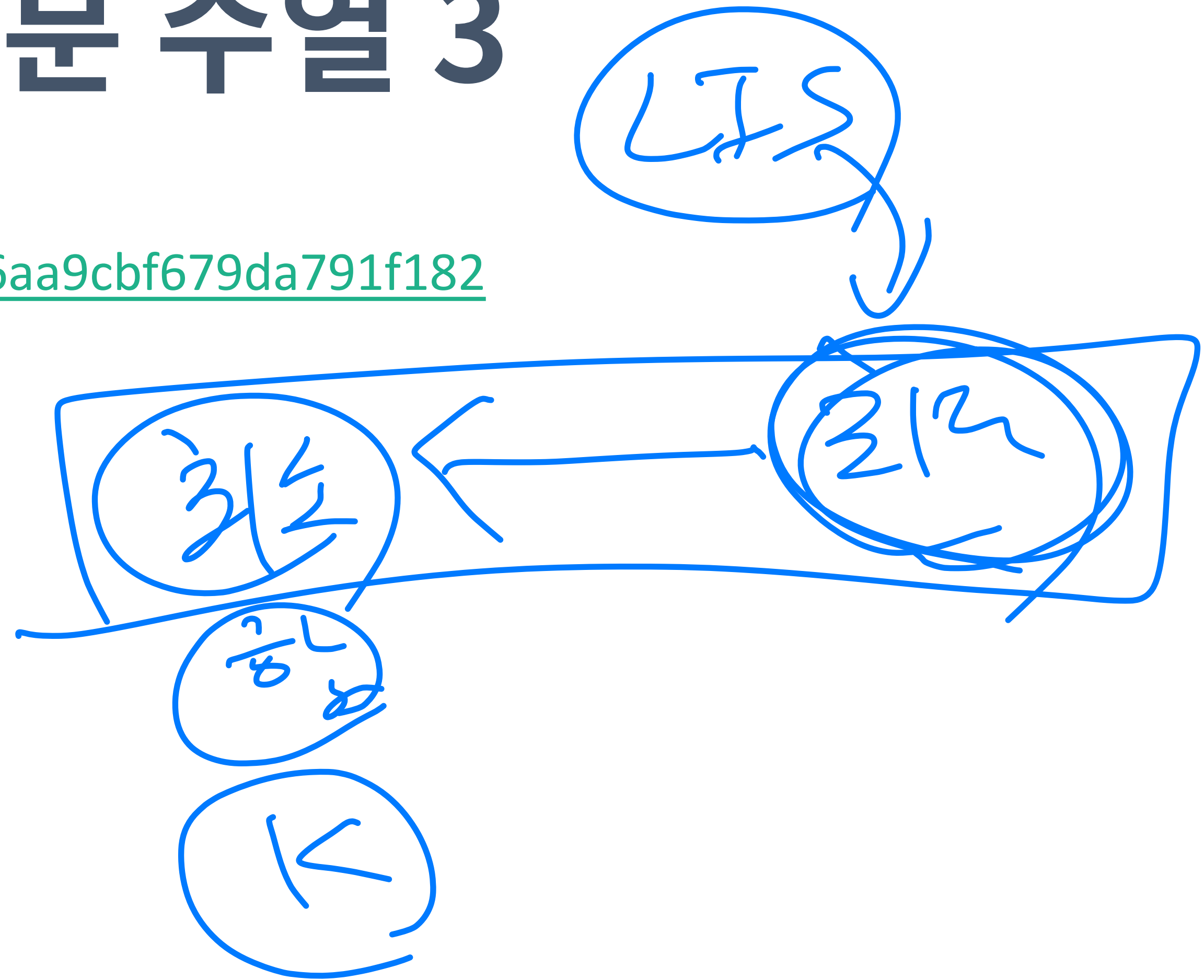


가장 긴 증가하는 부분 수열 3

16

<https://www.acmicpc.net/problem/12738>

- 소스: <http://codeplus.codes/bf2bda0fe2e046aa9cbf679da791f182>



합 구하기

공장

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

18

- 교차의 개수를 세는 문제

N 개씩

$N \leq 50$ 만

AC: 위아래의 3개
위치

BC: 아래아의 (위치)

(132, 392)

+1

(311, 351)

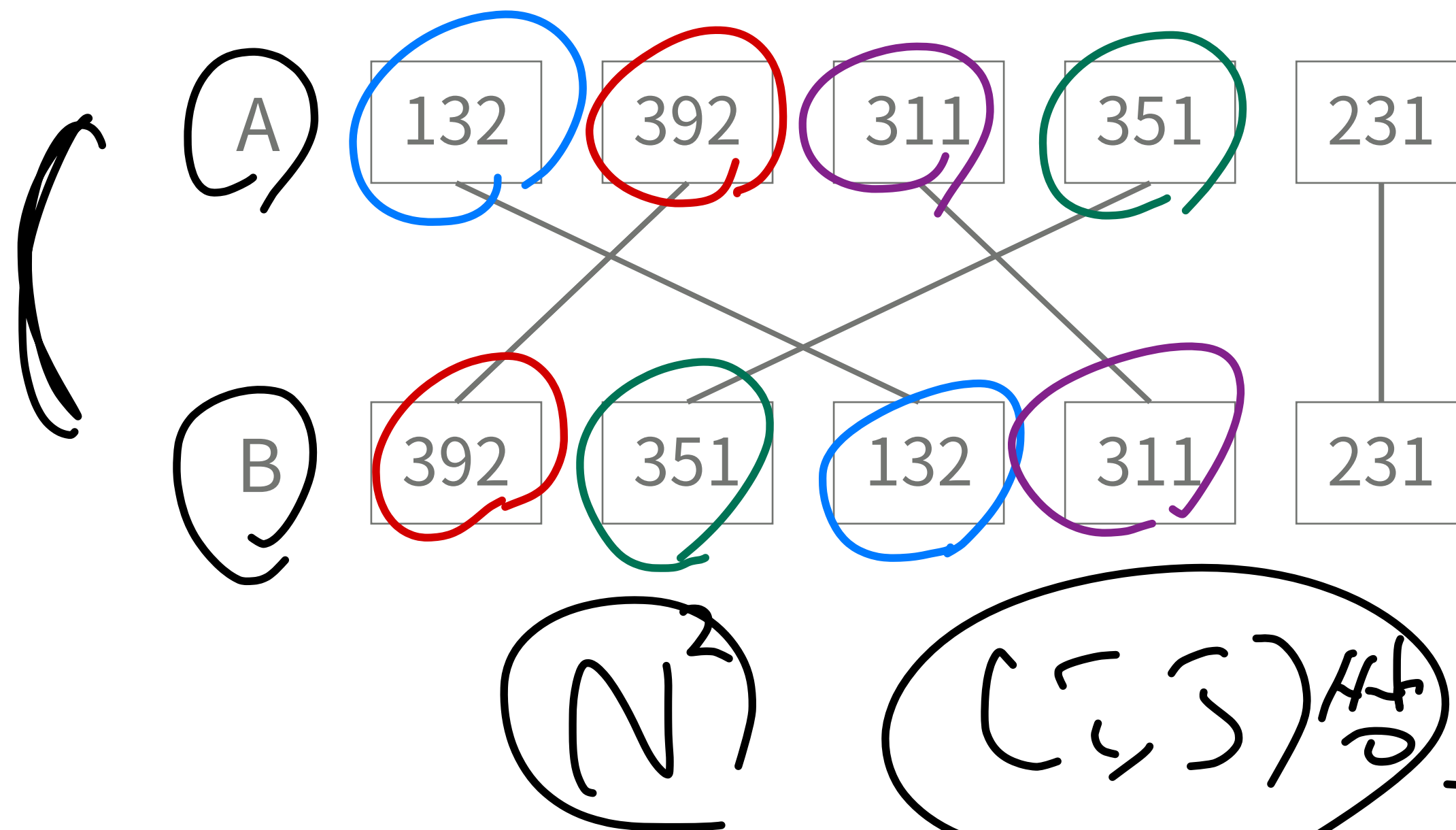
+2

(132, 351)

AC < AC
BC > BC

~~>~~

$O(N^2)$



공장

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

19

- 교차의 개수를 세는 문제

- 교차 하려면

- $A[i] < A[j]$ 이면서 $B[i] > B[j]$

- 의 개수를 세야 한다

(1, 2)

기존

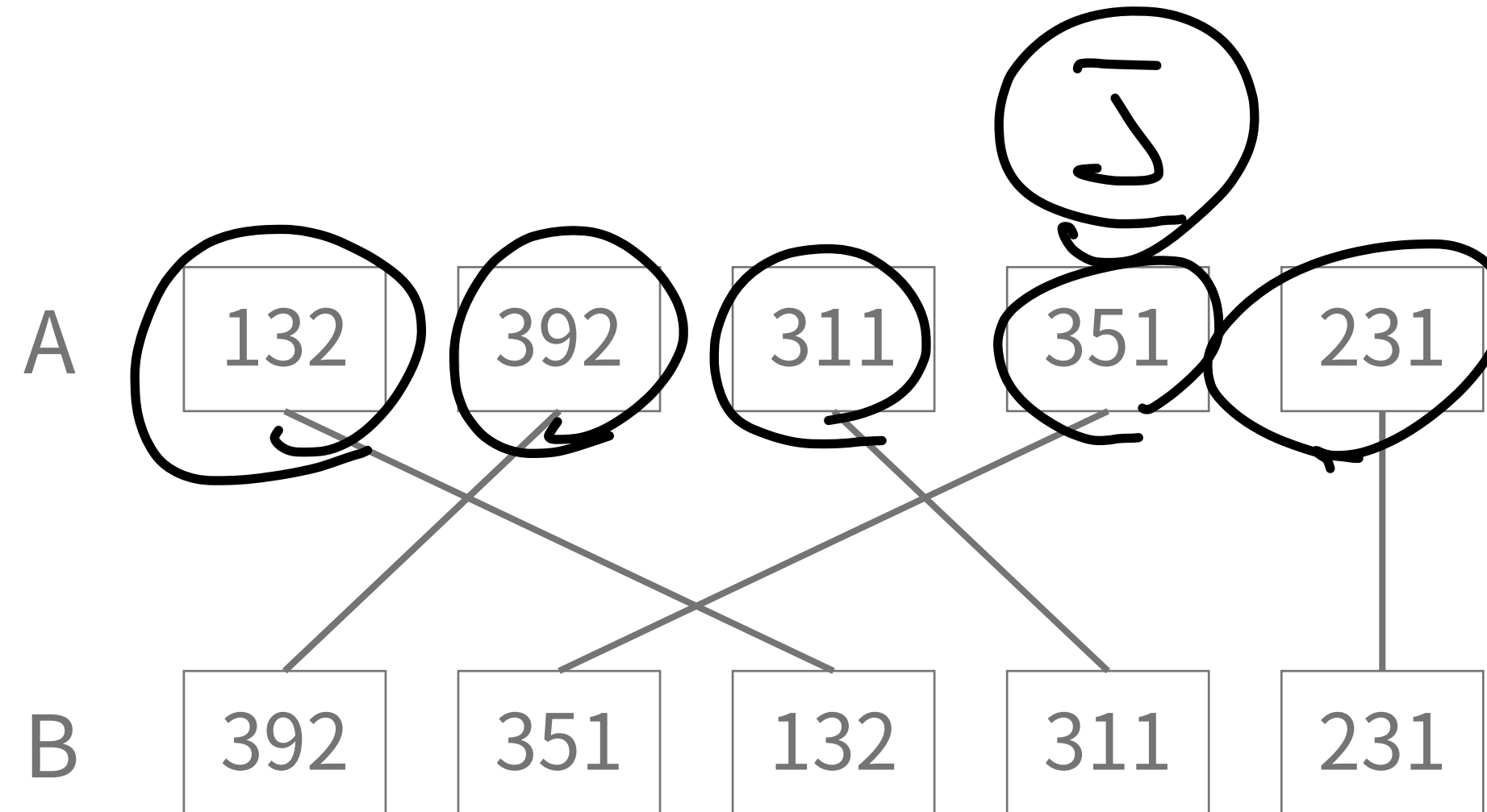
2를 기존으로

그 값을 만족 하

1가 많게 있잖아.

3 2 1

1 2 3



아

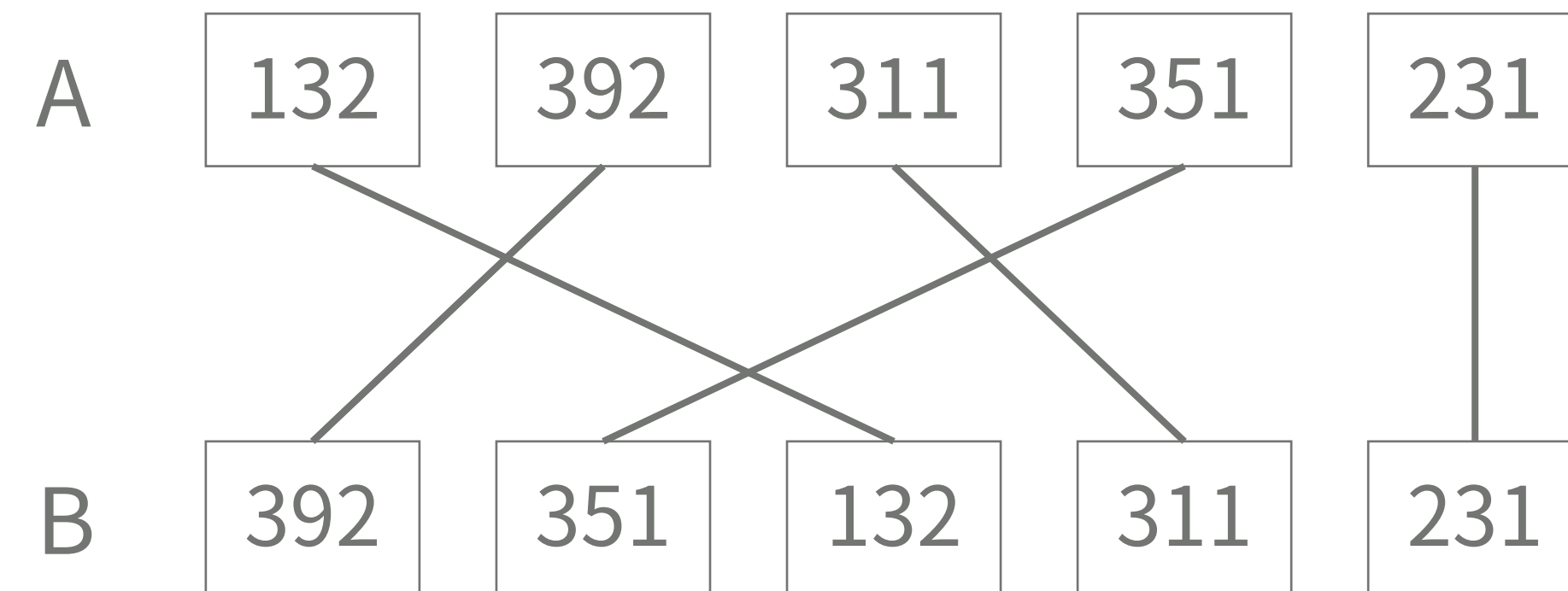
이런 순서로
드러나지 않음?

공장

20

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

- 교차의 개수를 세는 문제
- 교차 하려면
- $A[i] < A[j]$ 이면서, $B[i] > B[j]$
- 의 개수를 세야 한다
- $A[i] < A[j]$: 트리에 넣는 순서로 해결 가능
- $B[i] > B[j]$: 트리에서 개수를 세는 방식으로 해결 가능

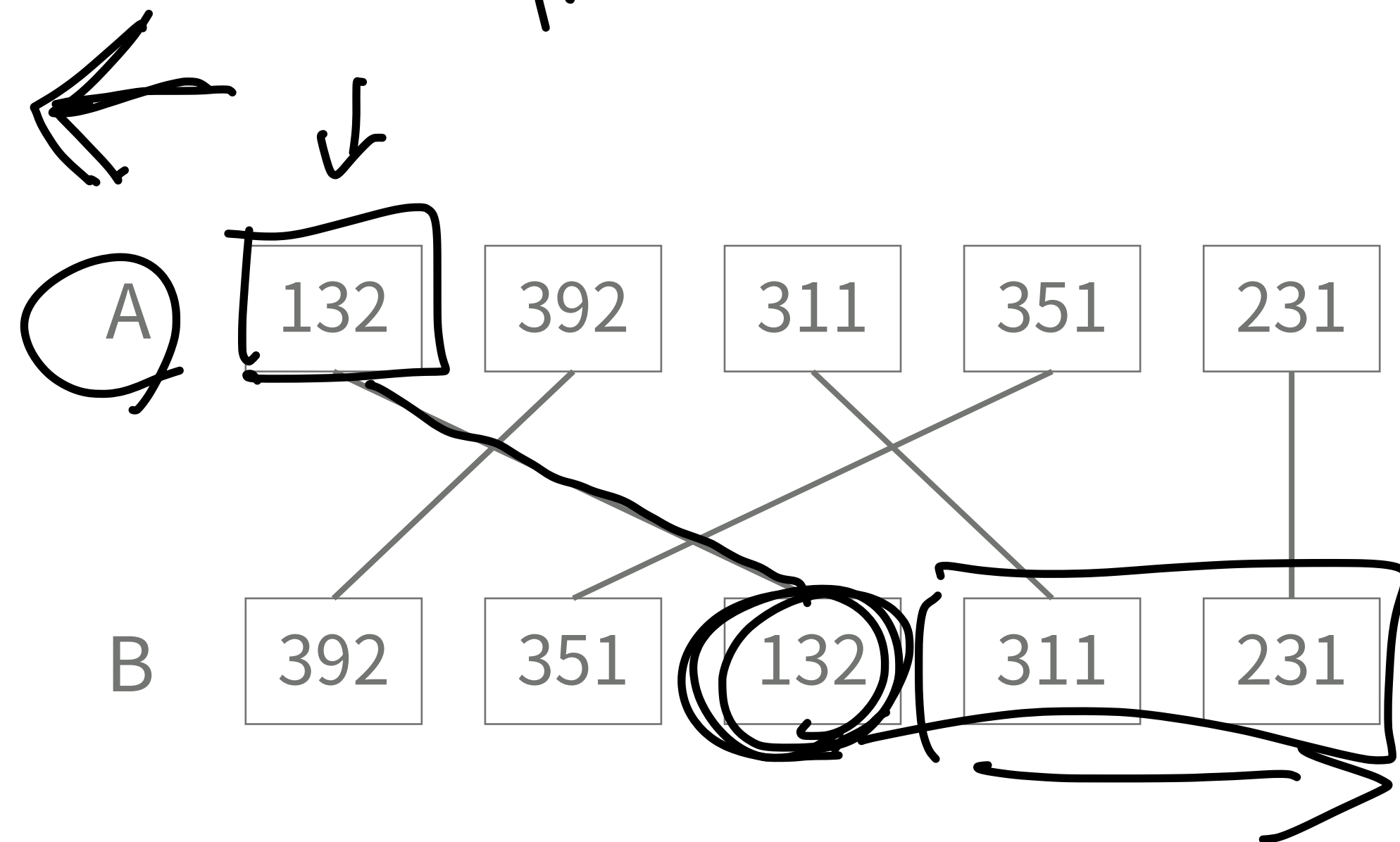


공장

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

- 132, 392, 311, 351, 231

(?, 32)



tree[]: B[i]가 처리되었으면
1 / 0

A의 각 동상

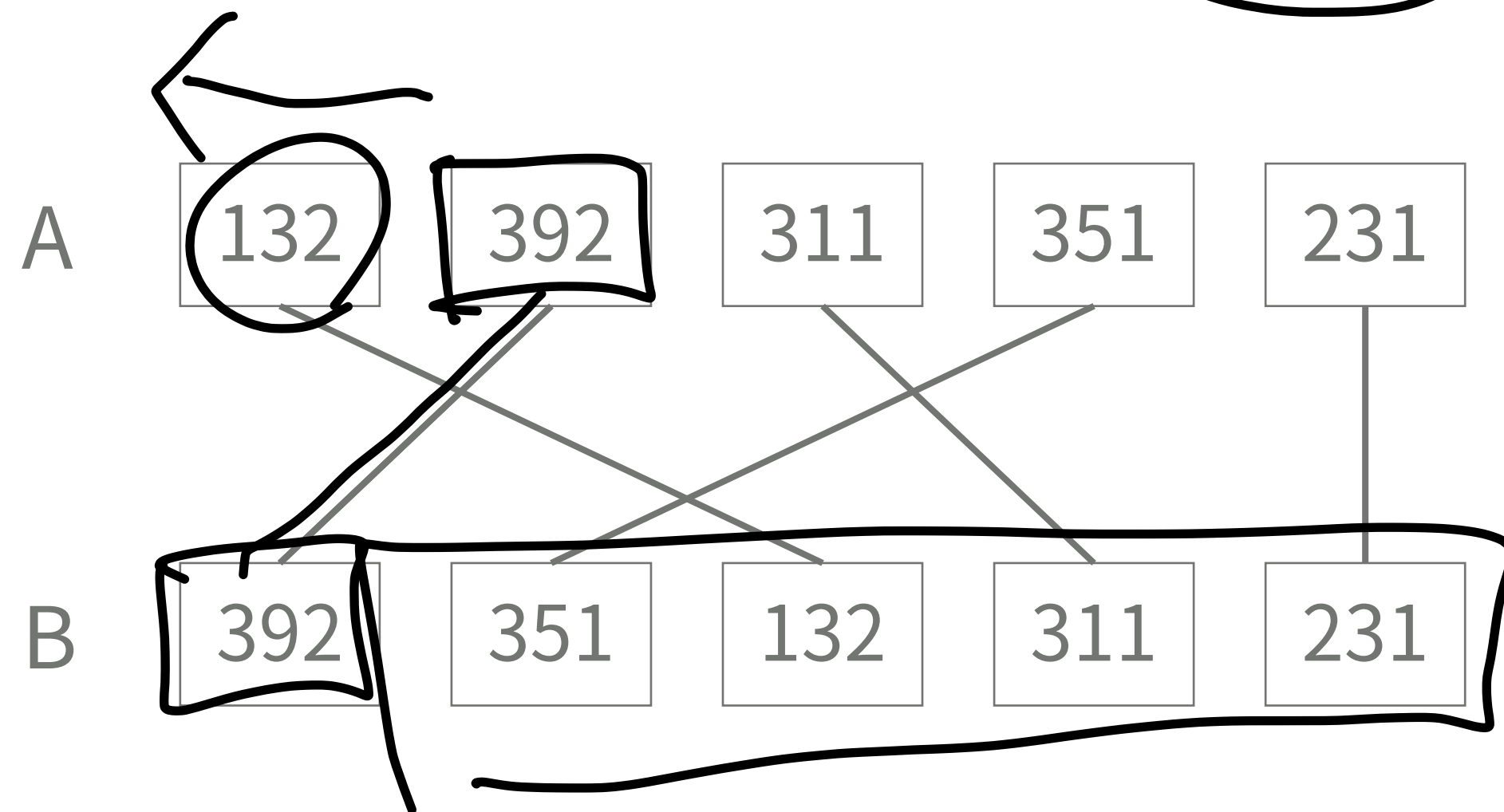
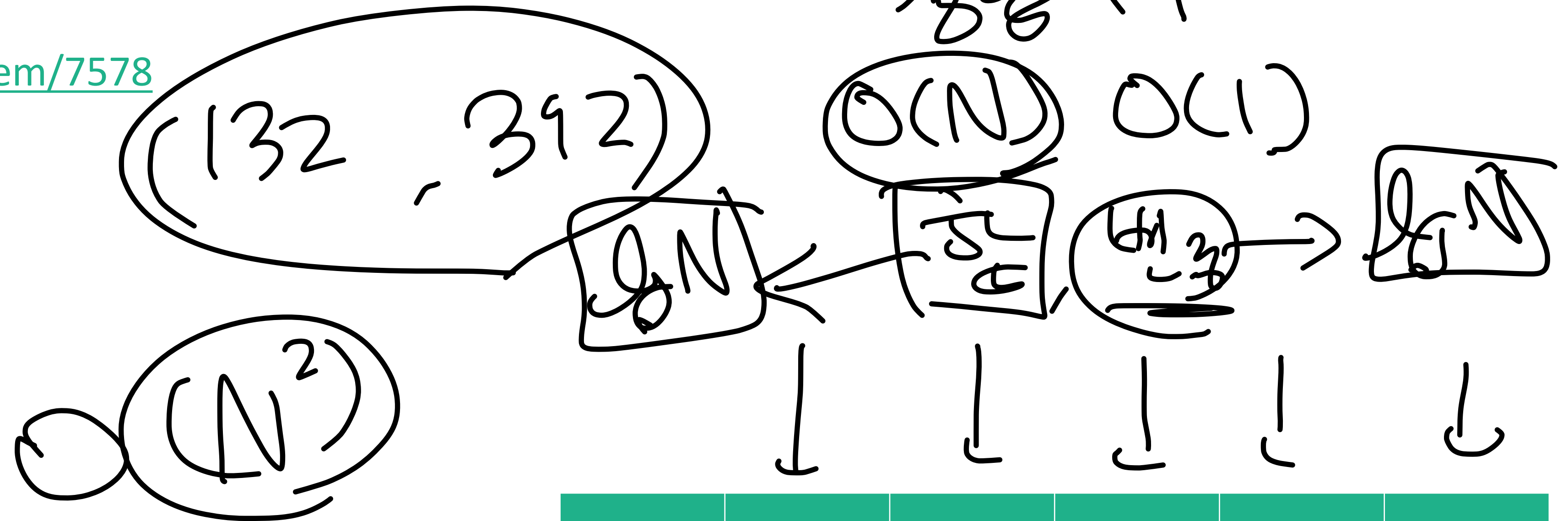
i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	0	0	1	0	0

공장

22

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

- 132, 392, 311, 351, 231
- 311~231까지 합: 0



i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	0	0	1	0	0

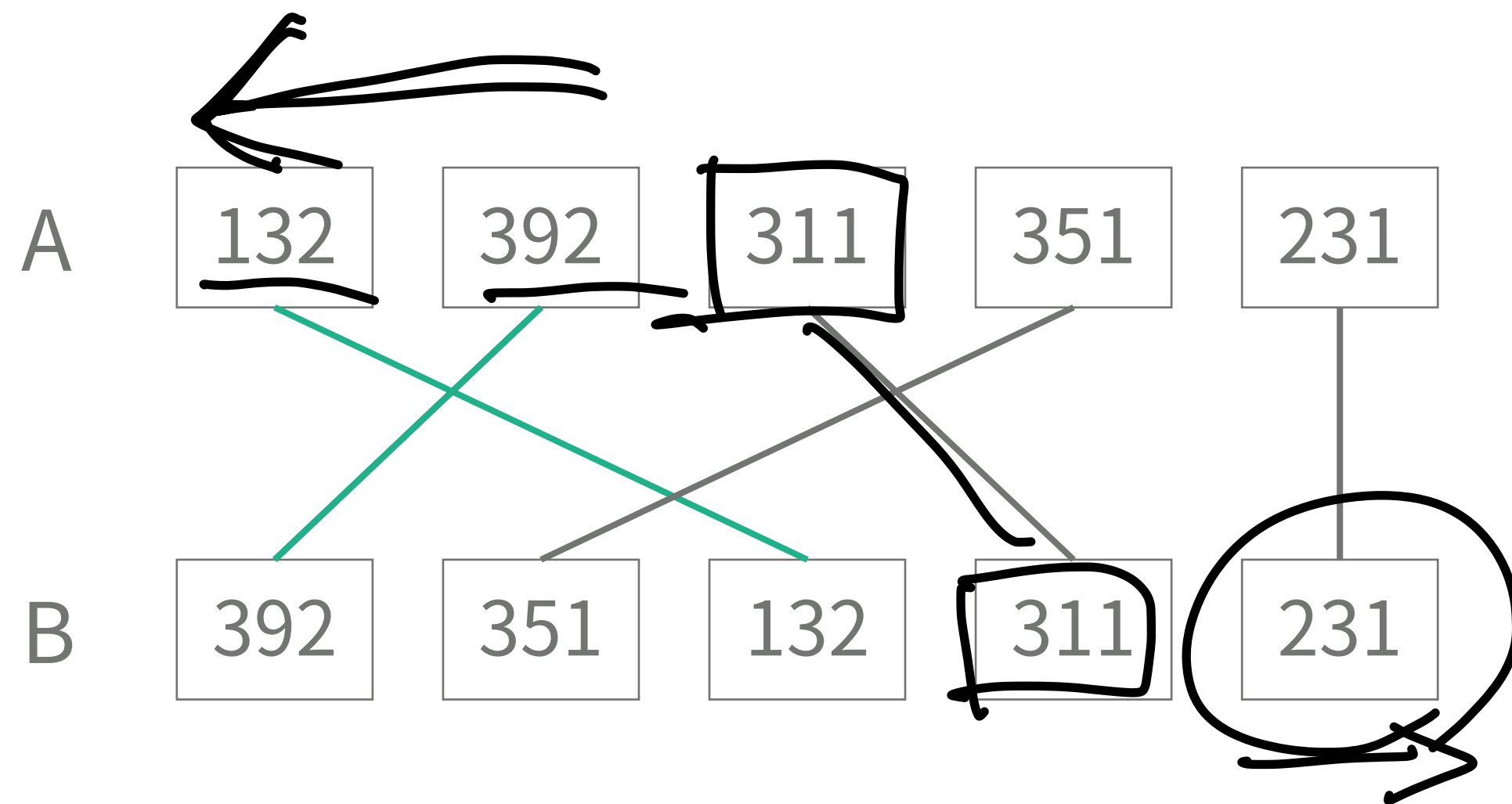
Handwritten notes below the table: $O(N \log N)$ and \log .

공장

23

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

- 132, **392**, 311, 351, 231
- 351~231까지 합: 1
- 교차: 1



(?, 311)
↑
X

정답 + 0

i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	1	0	1	0	0

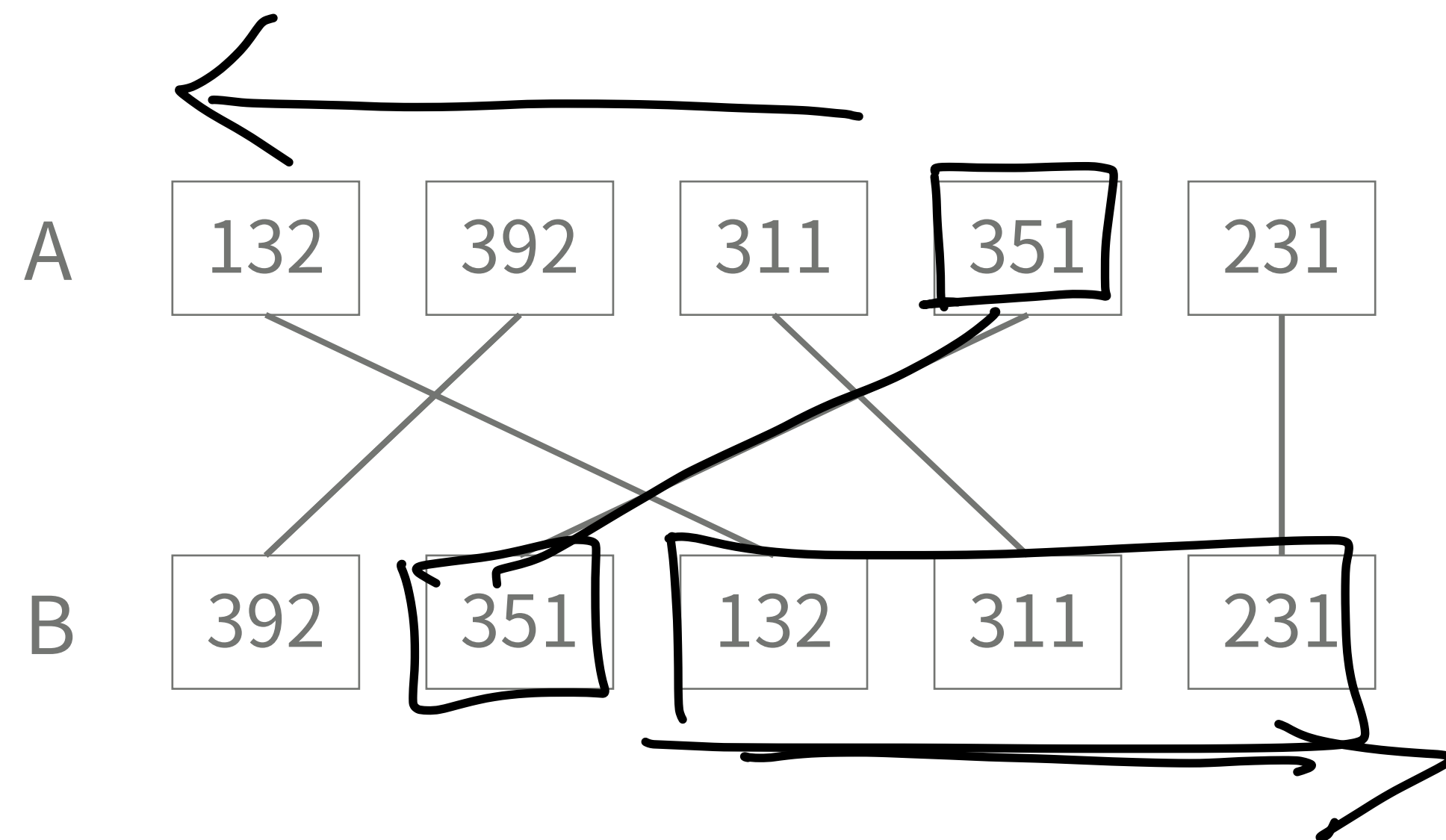
공장

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

- 132, 392, **311**, 351, 231
- 231~231까지 합: 0

24

정답 + 2



i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	1	0	1	1	0

Handwritten annotation: A bracket under the Tree[i] row from i=3 to i=5, with the text "231" written below it.

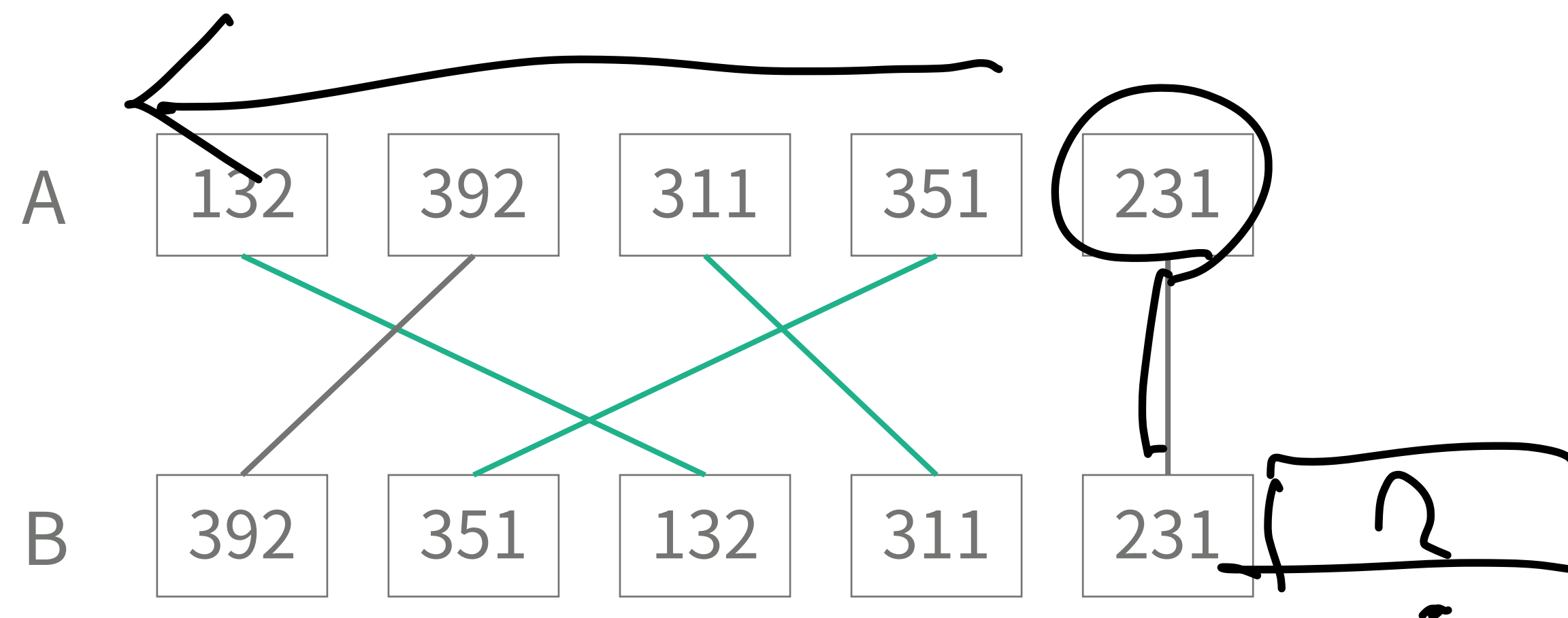
공장

25

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

- 132, 392, 311, **351**, 231
- 132~231까지 합: 2
- 교차: 2

+ 0

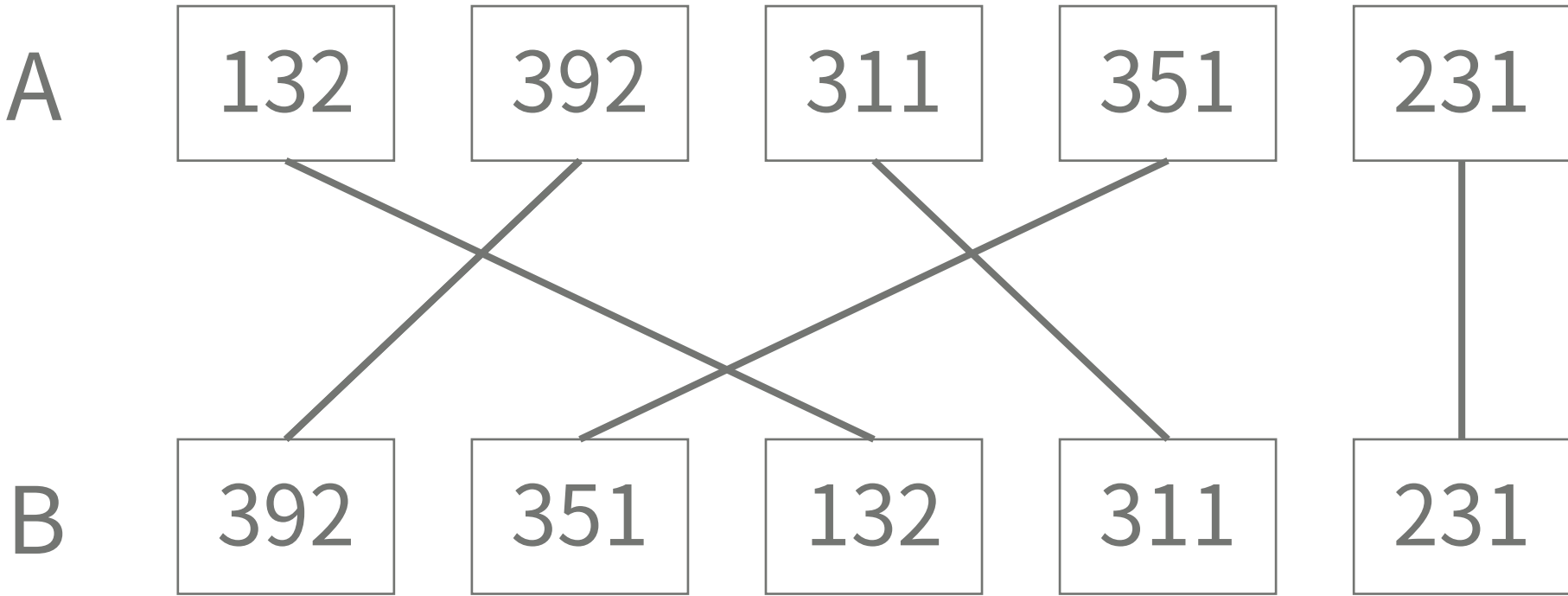


i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	1	1	1	1	0

공장

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

- 132, 392, 311, 351, **231**
- 231~231까지 합: 0



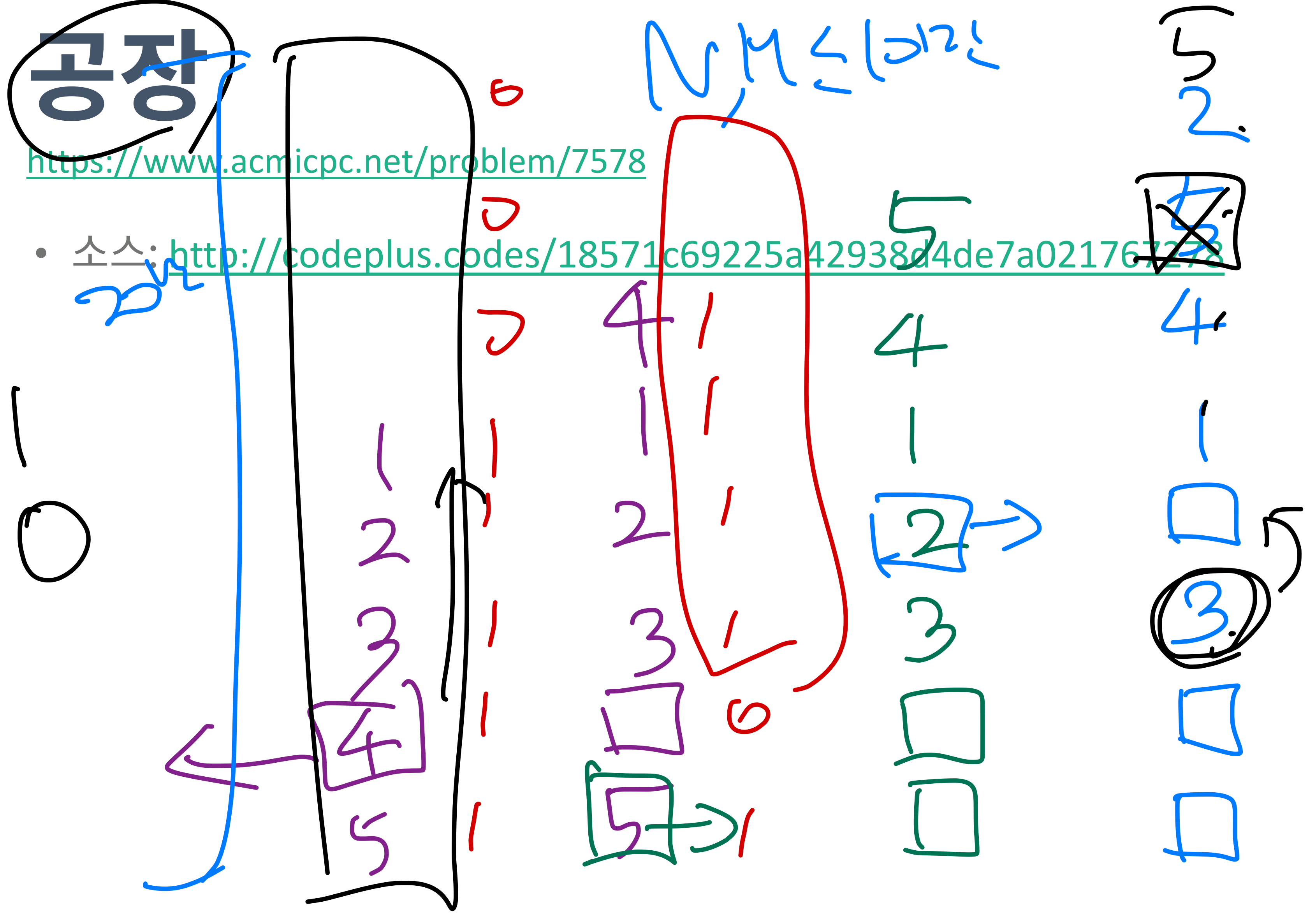
i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	1	1	1	1	1

공장

<https://www.acmicpc.net/problem/7578>

소스: <http://codeplus.codes/18571c69225a42938d4de7a021767278>

$N, M \leq 10^2$



$O(1)$

$O(NM)$

$M, L(N+M)$

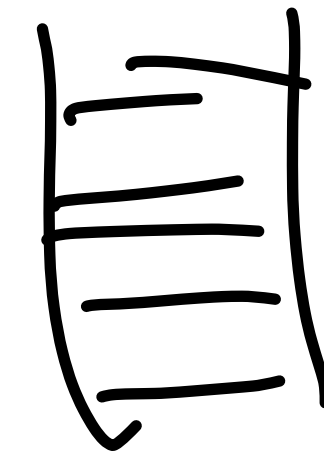
영화 수집

<https://www.acmicpc.net/problem/3653>

28

DVD

1 ~ N 까지



$N, M \leq 10^5$

- 보고 싶은 영화가 있을 때는, DVD의 위치를 찾은 다음 쌓아놓은 컬렉션이 무너지지 않게 조심스럽게 DVD를 뺀다

예외

- 가장 처음에 영화가 쌓여진 순서는 1부터 증가하는 순서이다
- 가장 위에 있는 영화의 번호는 1이다

4번 DVD를 빼야함

- 상근이가 영화를 한 편 볼 때마다 그 DVD의 위에 몇 개의 DVD가 있었는지를 구해야 한다

4번

3개!



5번 4개

2개 3개

$O(NM)$

영화 수집

<https://www.acmicpc.net/problem/3653>

29

총, 3

- 영화의 개수: 5개, 보려고 하는 영화의 개수: 3개

1	2	3	4	5	6	7	8
		4	1	2	3	4	5
0	0	0	1	1	1	X 0	1

영화 수집

<https://www.acmicpc.net/problem/3653>

- 4를 본다.

5번

④

1	2	3	4	5	6	7	8
			1	2	3	4	5

1	2	3	4	5	6	7	8
		4	1	2	3		5

Handwritten annotations below the table:

- A large bracket spans from column 1 to column 7.
- Below column 1: 0
- Below column 2: 5 (with a diagonal line through it)
- Below column 3: 1
- Below column 4: 1
- Below column 5: 1
- Below column 6: 1
- Below column 7: 0
- Below column 8: 0

영화 수집

<https://www.acmicpc.net/problem/3653>

- 5를 본다.

정수 3

합: $\lg(N+M)$
비정: $2 \times \lg(N+M)$

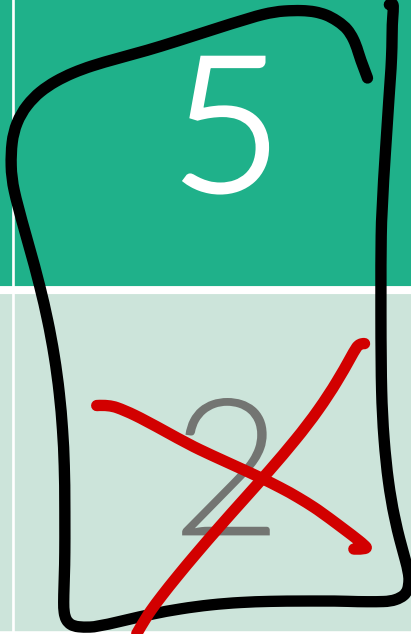
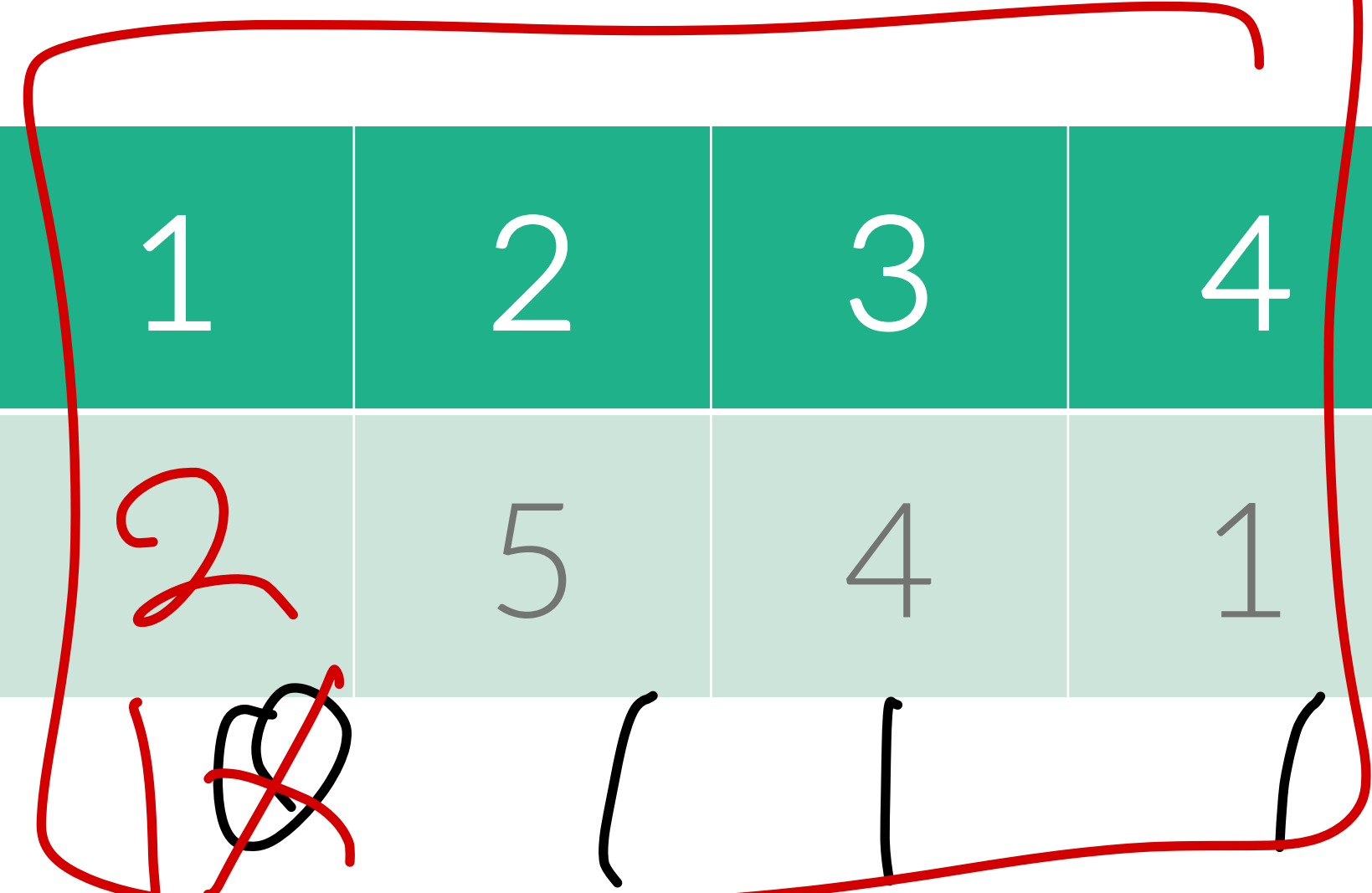
$N+M$ M

~~정: $O(\lg(N+M))$~~

1	2	3	4	5	6	7	8
		4	1	2	3		5

$M \lg(N+M)$

1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	4	1	2	3		



0 1 0 0

영화 수집

<https://www.acmicpc.net/problem/3653>

- 2를 본다.

1	2	3	4	5	6	7	8
	5	4	1	2	3		

1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	4	1		3		

영화 수집

<https://www.acmicpc.net/problem/3653>

- 총 $N+M$ 개라고 생각을 하고
- 가장 처음에는 $M+1 \sim M+N$ 에 영화를 놓는다
- 그 다음, 한 칸씩 앞으로 옮기는 방식

영화 수집

<https://www.acmicpc.net/problem/3653>

- 소스: <http://codeplus.codes/e3f2f3a940054eec8292372b8983fc26>

수열과 쿼리 37

<https://www.acmicpc.net/problem/18436>

35

• 길이가 N 인 수열 $A[1], A[2], \dots, A[N]$ 이 있다. 쿼리 M 개를 수행하는 문제

• 쿼리 1: $A[i] = x$

• 쿼리 2: $A[l], A[l+1], \dots, A[r]$ 에서 짝수의 개수를 출력

• 쿼리 3: $A[l], A[l+1], \dots, A[r]$ 에서 홀수의 개수를 출력

• $N, M \leq 100,000, A[i], x \leq 10^9$

32, 1: 32, 22

$[l, r]$

tree $[i]$ = ~~$A[i]$~~
= 0 또는 1.

수열과 쿼리 37

<https://www.acmicpc.net/problem/18436>

- 트리에 어떤 값을 저장하면 좋을까?

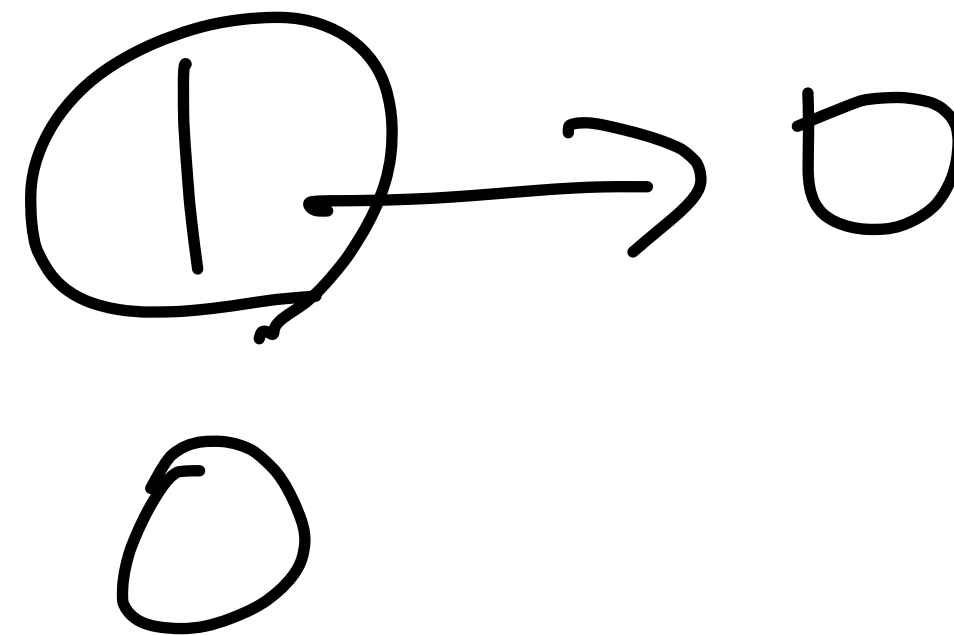
수열과 쿼리 37

37

<https://www.acmicpc.net/problem/18436>

- 모든 수는 짝수 또는 홀수이기 때문에, 둘 중 하나의 개수만 저장하면 나머지를 계산할 수 있다.

• $tree[i] = A[i]$ 가 짝수이면 1, 아니면 0



수열과 쿼리 37

<https://www.acmicpc.net/problem/18436>

- 소스: <http://codeplus.codes/3f7e13b1bef1461eb90b07cad858a4f8>

음주 코딩

<https://www.acmicpc.net/problem/5676>

- 구간의 곱을 구하는 문제이다

$N \leq 1000$
 $M \leq 1000$

크기 : N 수열

쿼리

① 네거

② $[l, r]$

$A_l \times A_{l+1} \times \dots \times A_{r-1} \times A_r$

$\frac{1}{2} \sim 31$ $0, -, +$

음주 코딩

40

<https://www.acmicpc.net/problem/5676>

- 실제로 어떤 수가 들어있는지가 중요한 것이 아니고, 부호만 중요하기 때문에
- 1, 0, -1만 저장해서 문제를 푼다.
- 세그먼트 트리를 사용해야 한다.



구분의 공

음주 코딩

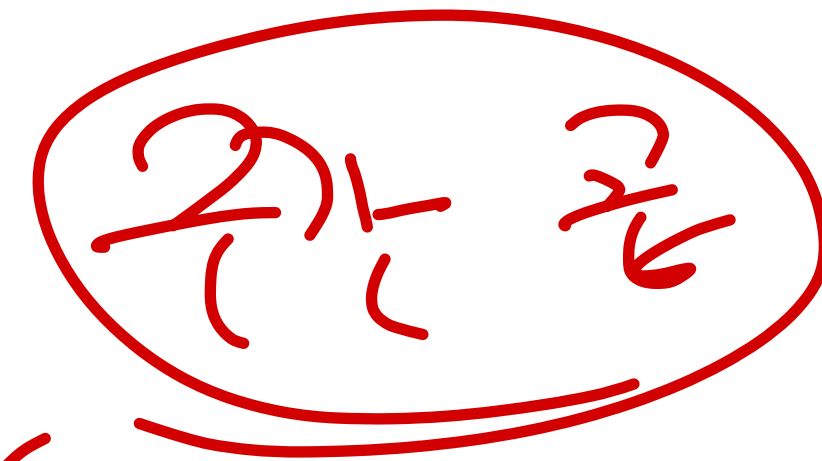
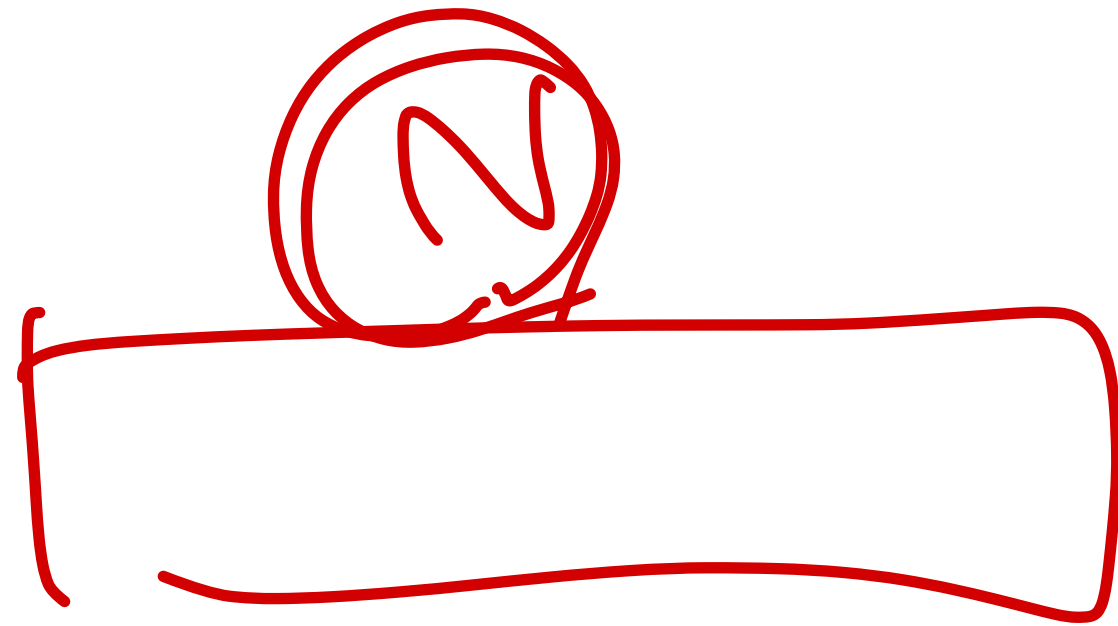
<https://www.acmicpc.net/problem/5676>

- 소스: <http://codeplus.codes/a357a43a1d804992ba5acbbdb4d735c6>

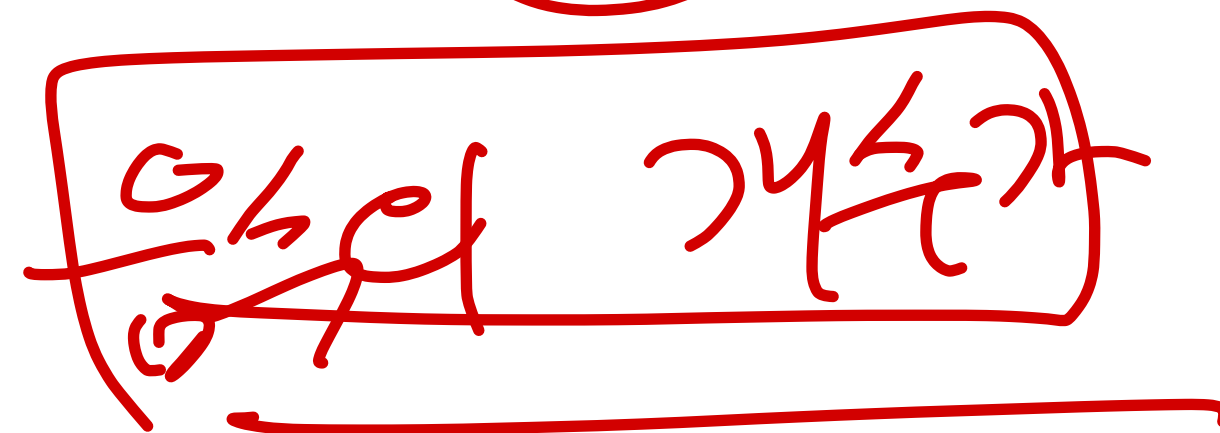
음주 코딩

<https://www.acmicpc.net/problem/5676>

- BIT를 이용해서도 문제를 풀 수 있다

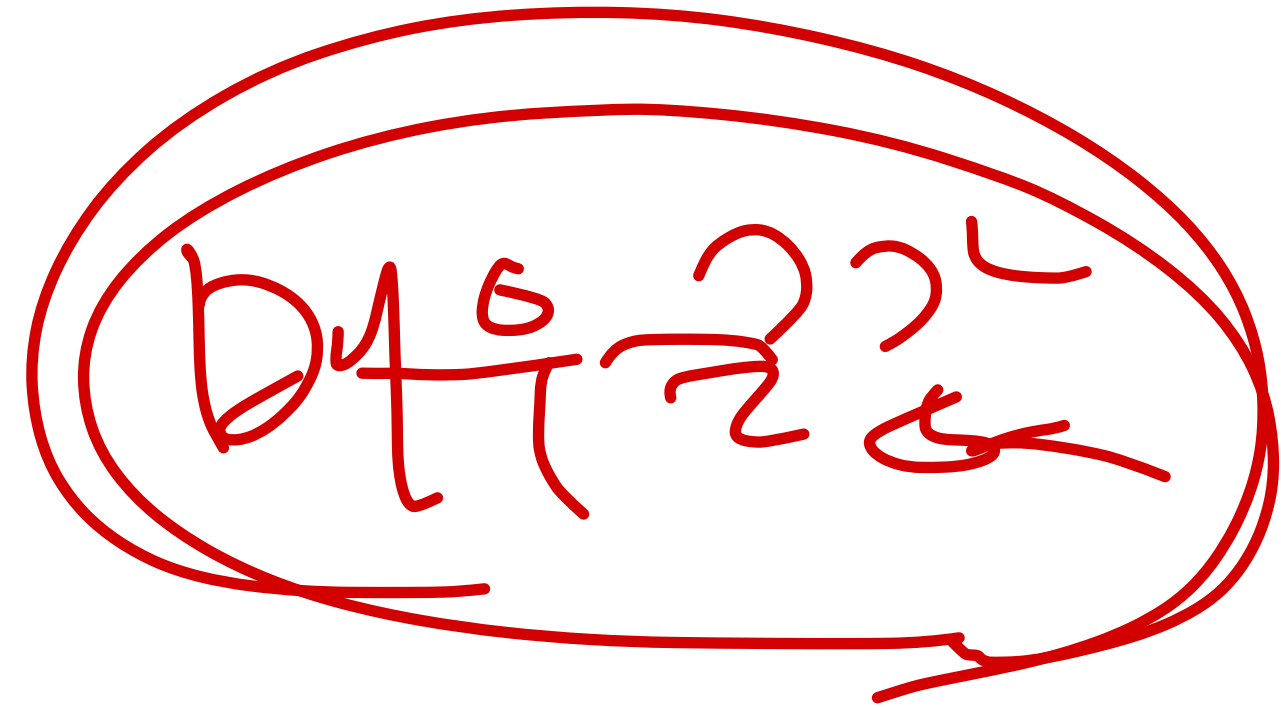


누가?



2가 2 = 음수

음수 = 음수



음주 코딩

<https://www.acmicpc.net/problem/5676>

- 수 N 개를 곱했을 때, 부호는 음수에 의해서 결정된다.
- 음수의 개수가 짝수이면 양수, 홀수이면 음수이다.

음주 코딩

<https://www.acmicpc.net/problem/5676>

- 수 N개를 곱했을 때, 부호는 음수에 의해서 결정된다.
- 음수의 개수가 짝수이면 양수, 홀수이면 음수이다.
- 음수: 1, 양수: 0, 0은 ~~0~~무한대
- 를 넣어서 해결할 수 있다.

음주 코딩

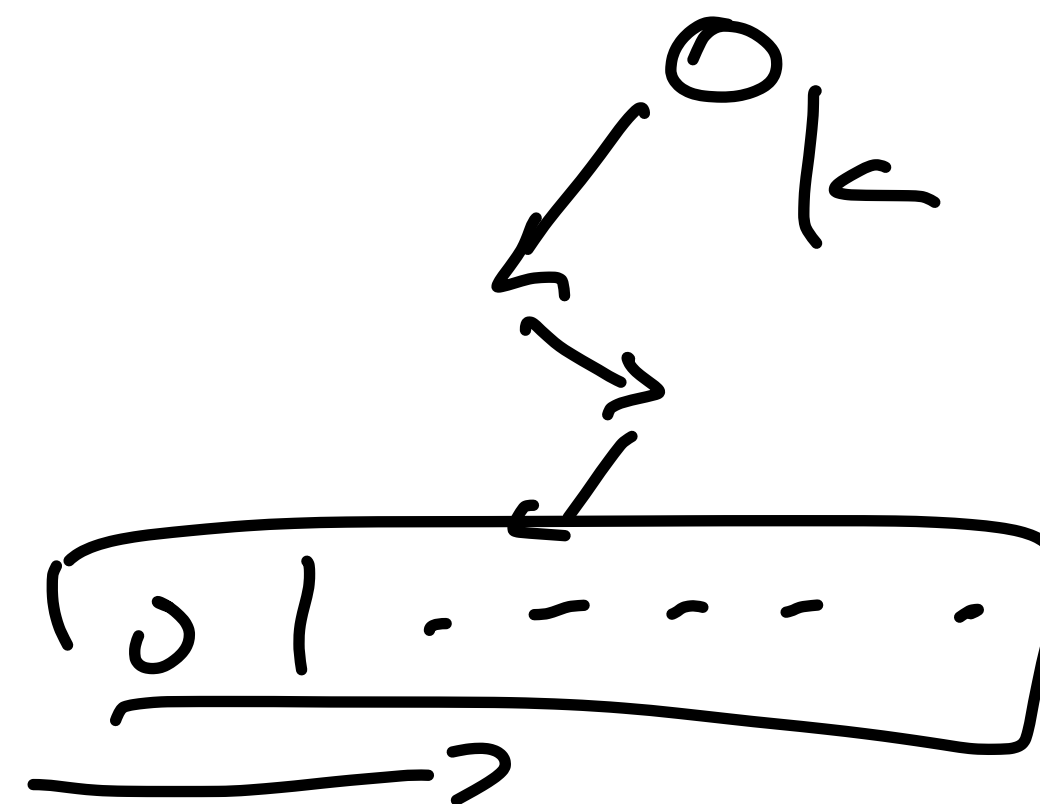
45

<https://www.acmicpc.net/problem/5676>

- 소스: <http://codeplus.codes/42f9ed8cbc1a4ccaa8c136b3c4cdeea8>

K번째 찾기

중위



사탕상자

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 각각의 사탕은 그 맛의 좋고 나쁨이 1부터 1,000,000까지의 정수로 구분된다.
- 1이 가장 맛있는 사탕을 의미하며, 1,000,000은 가장 맛있는 사탕을 의미한다.
- 수정이는 동생이 말을 잘 들은 정도에 따라서, 사탕상자 안에 있는 사탕들 중 몇 번째로 맛있는 사탕을 꺼내주곤 한다.
- 예를 들어 말을 매우 잘 들었을 때에는 사탕상자에서 가장 맛있는 사탕을 꺼내주고, 말을 조금 잘 들었을 때에는 사탕상자에서 여섯 번째로 맛있는 사탕을 꺼내주는 식이다.

사탕을 놓는 경우: 1이 제일 맛있는
2를 놓~

6번째 경우: 2에서부터 1까지
12번째 사탕

사탕상자

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

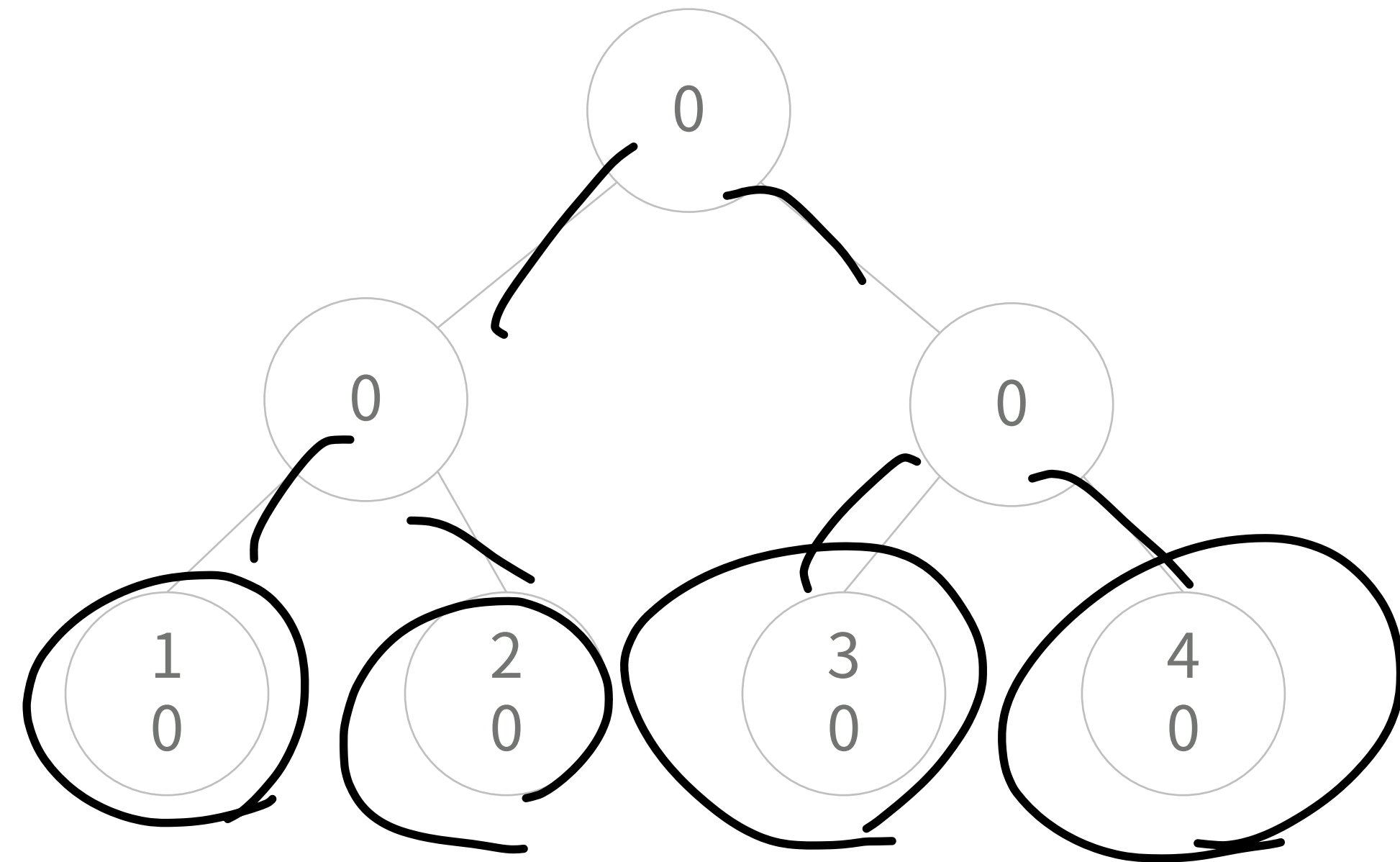
- 사탕을 꺼내는 경우
- 꺼내는 순위
- 사탕을 넣는 경우
- 맛과 개수

사탕상자

49

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 처음 상태

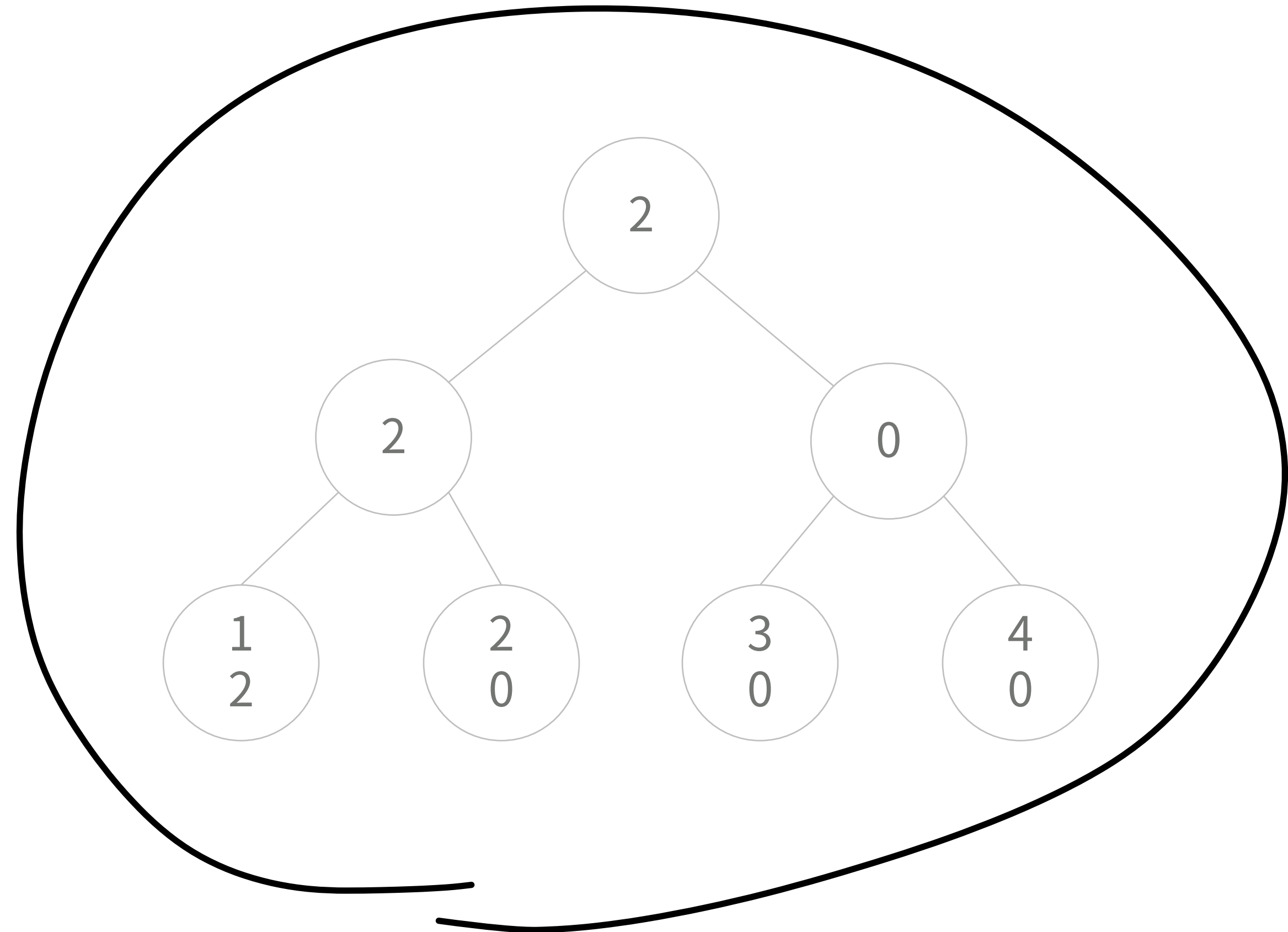


사탕상자

50

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 맛이 1인 사탕을 2개 넣는다

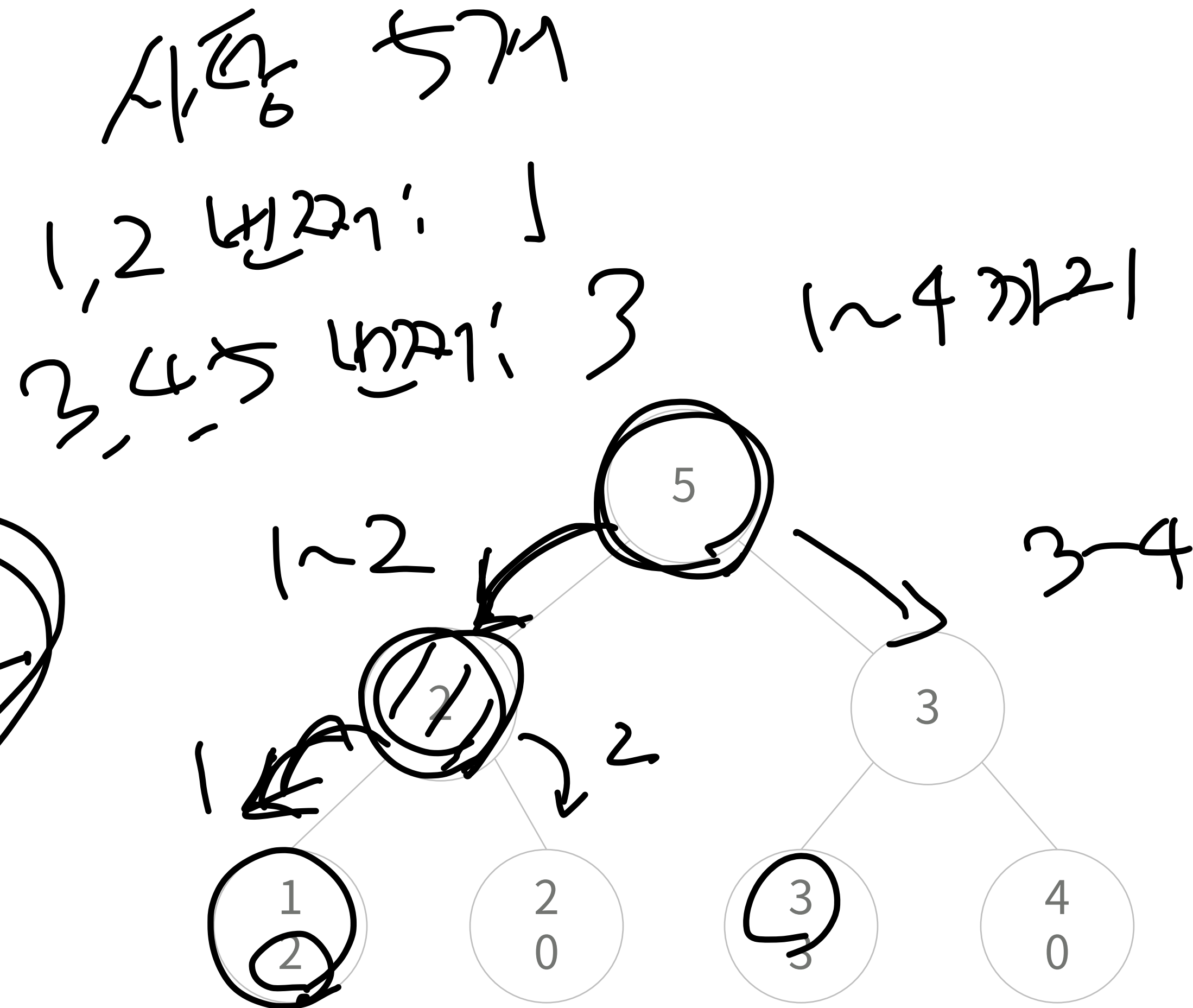


사탕상자

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 맛이 3인 사탕을 3개 넣는다

2 4 1 2 2 1

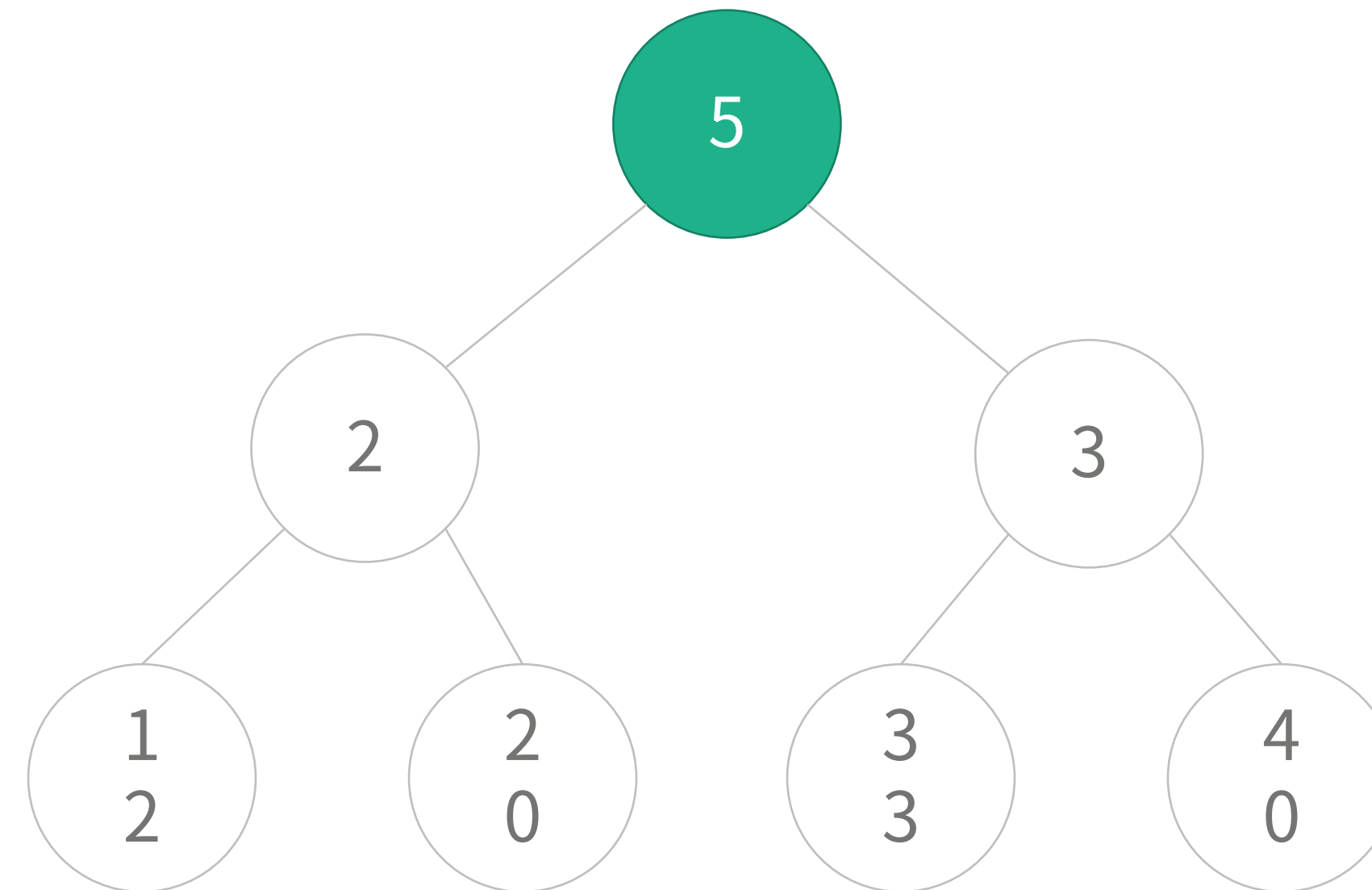


사탕상자

52

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다

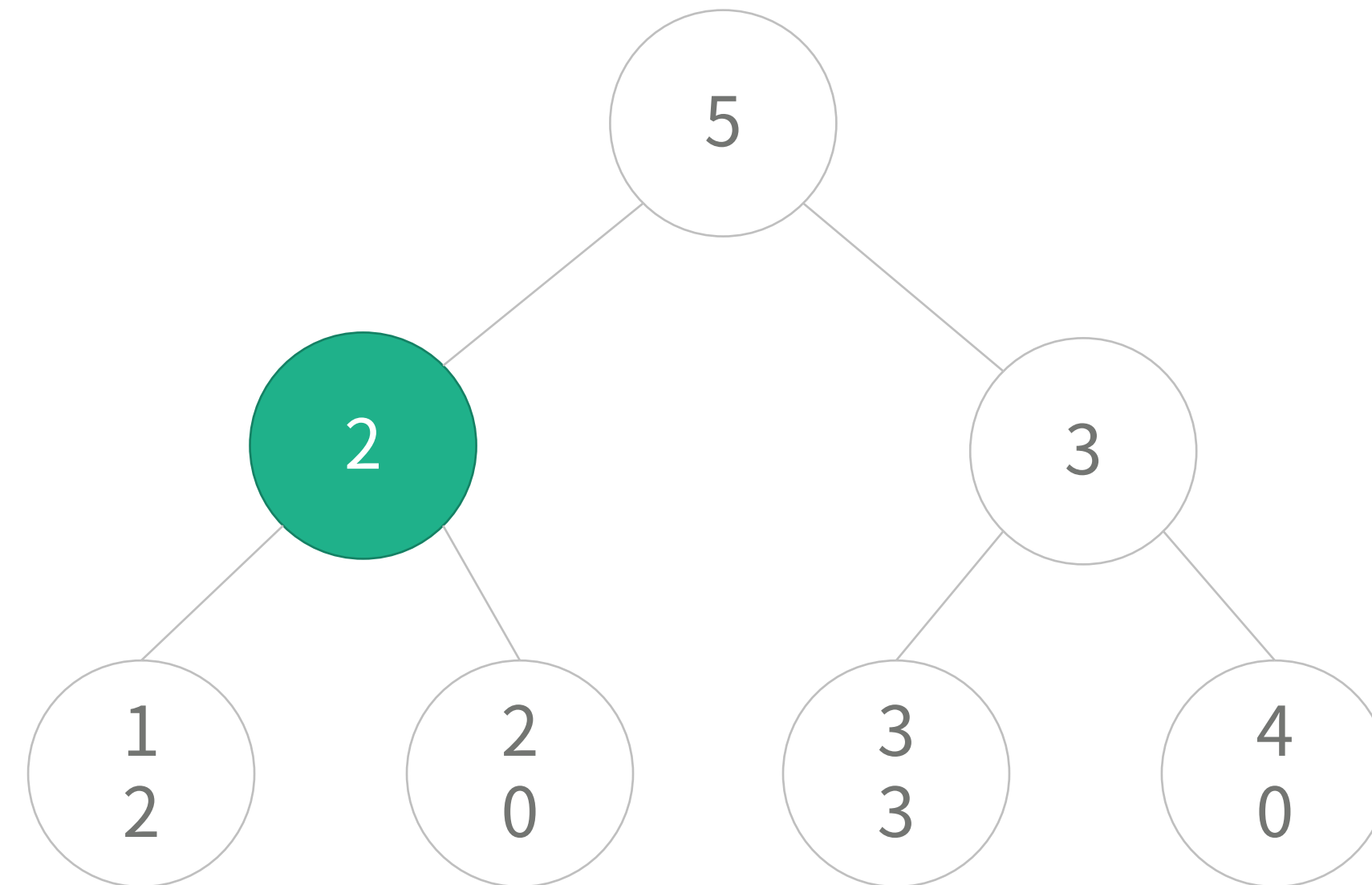


사탕상자

53

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

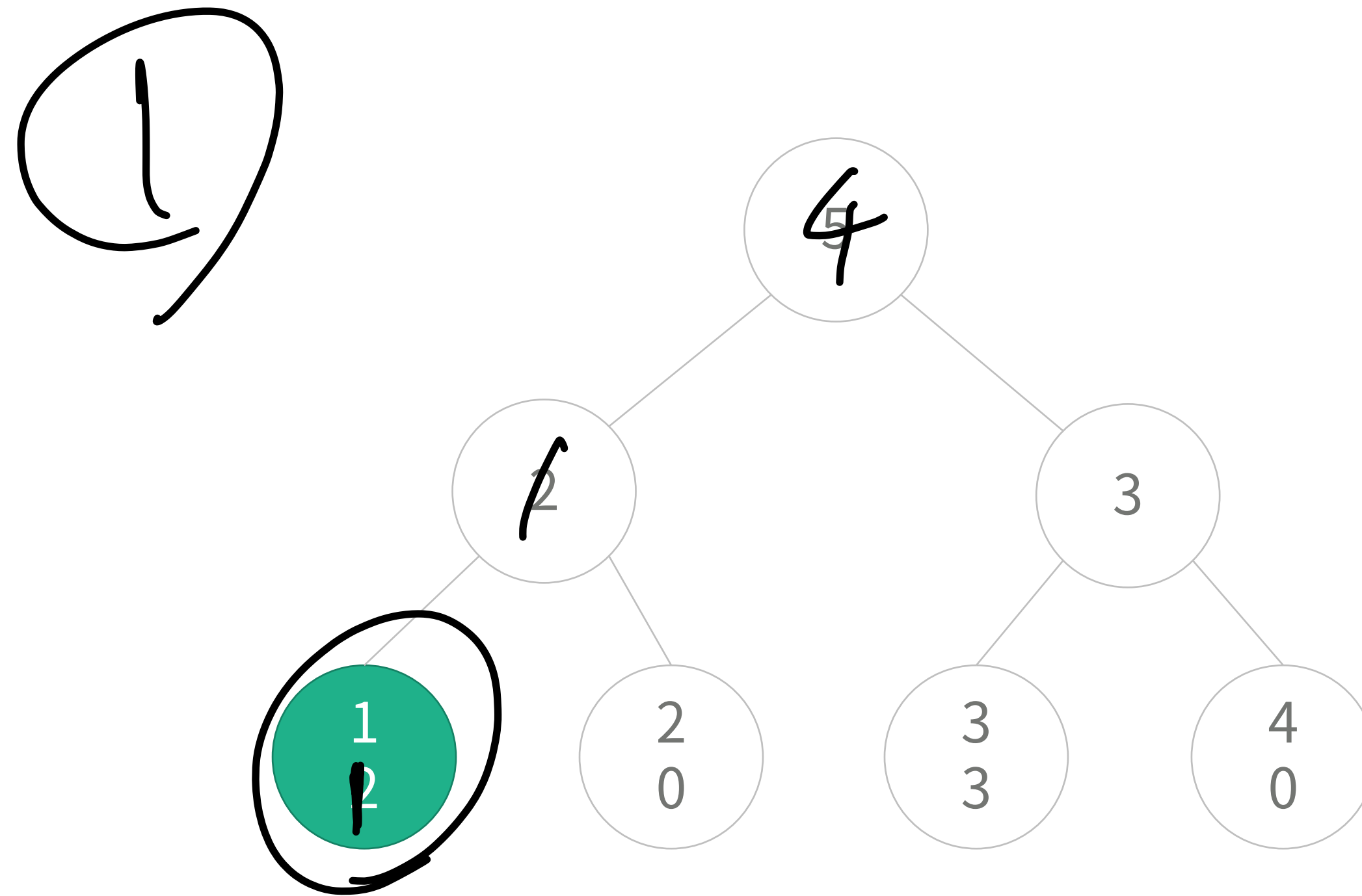
- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다



사탕상자

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다

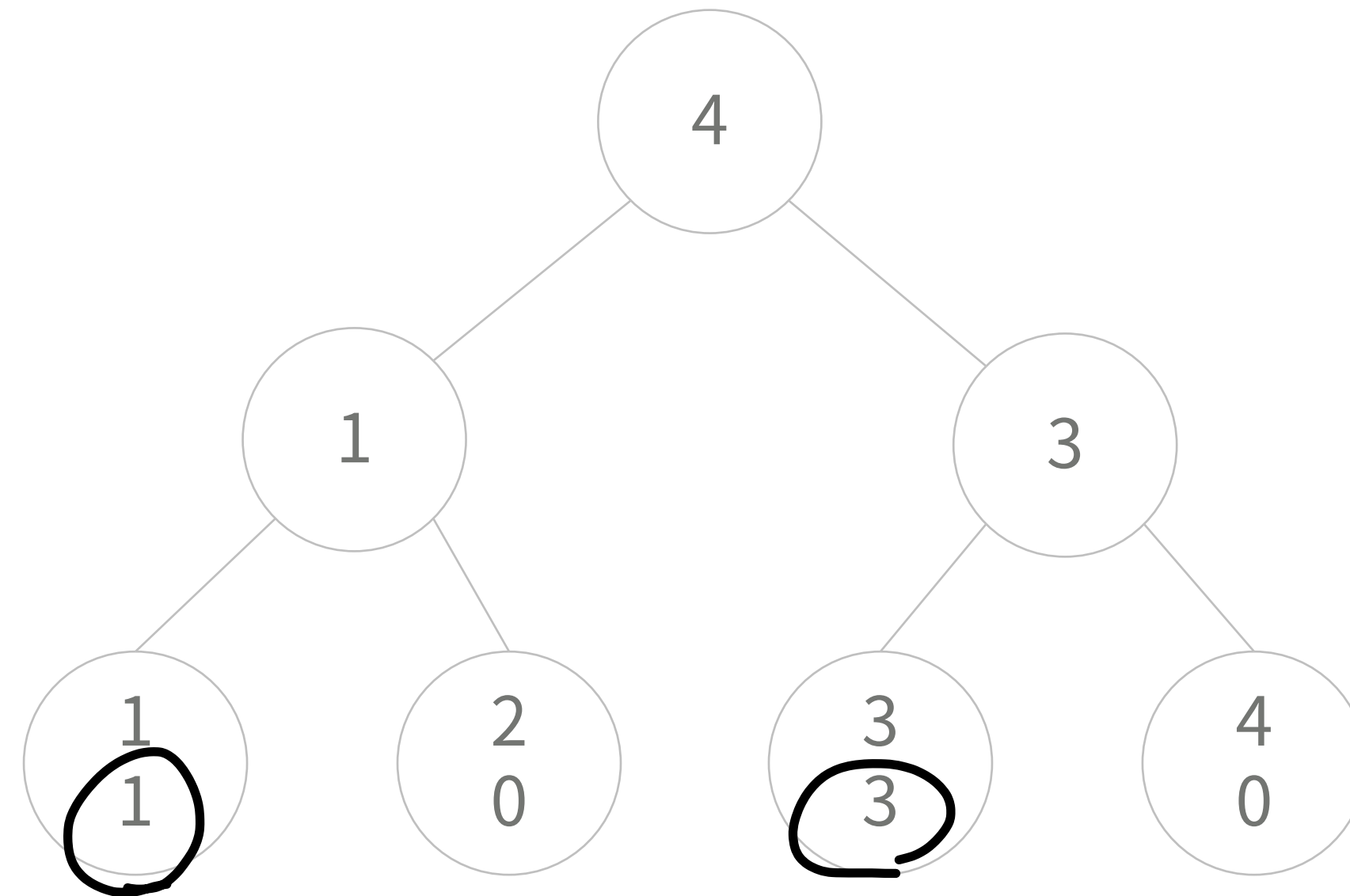


사탕상자

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다
- 사탕을 빼고 트리를 업데이트 한다

2번째 : 3

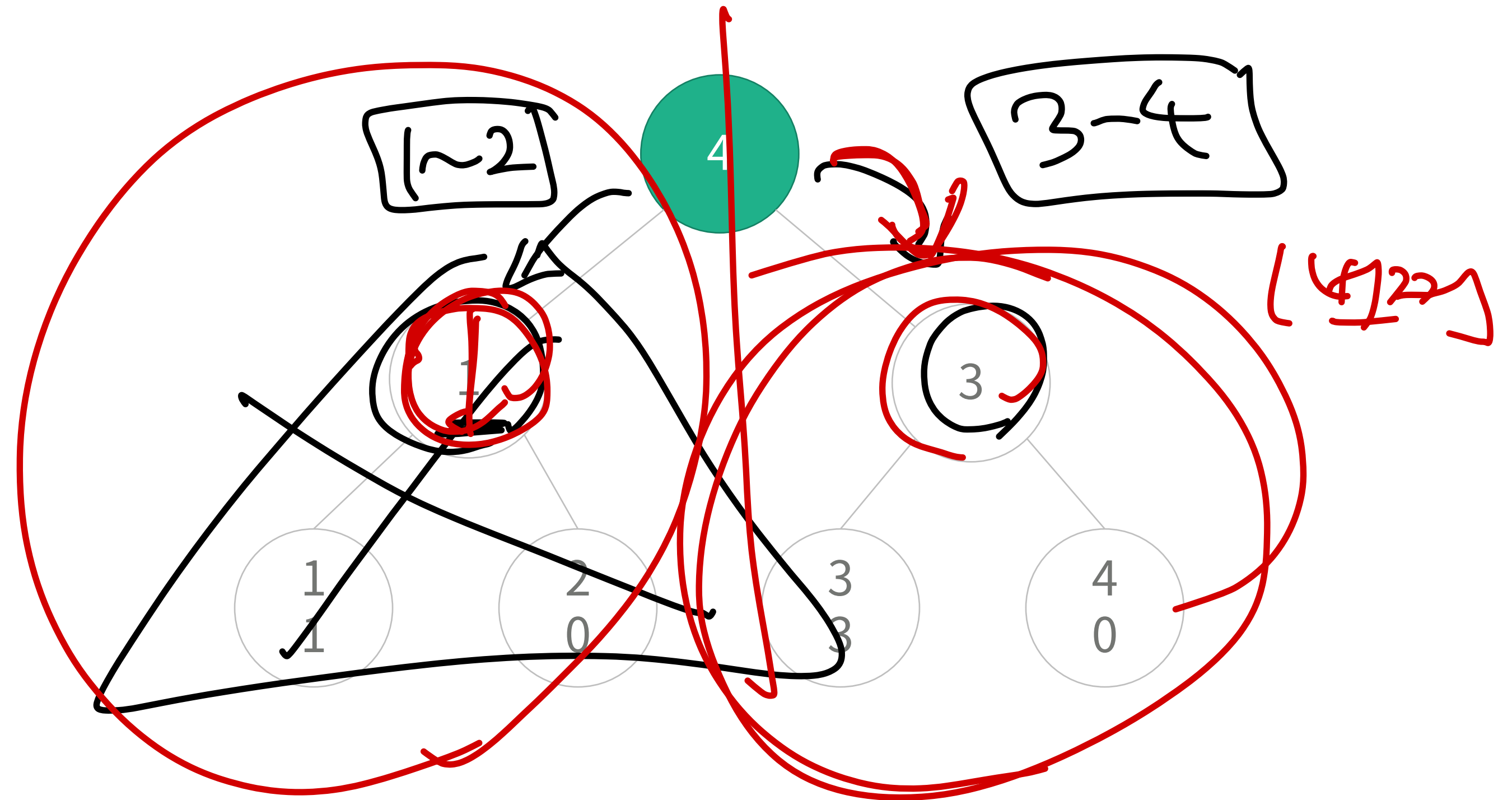


사탕상자

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 오른쪽에 있다
- 오른쪽에서 $2-1 = 1$ 번째 사탕이다.

$2n^2 + 2n - 1$ X

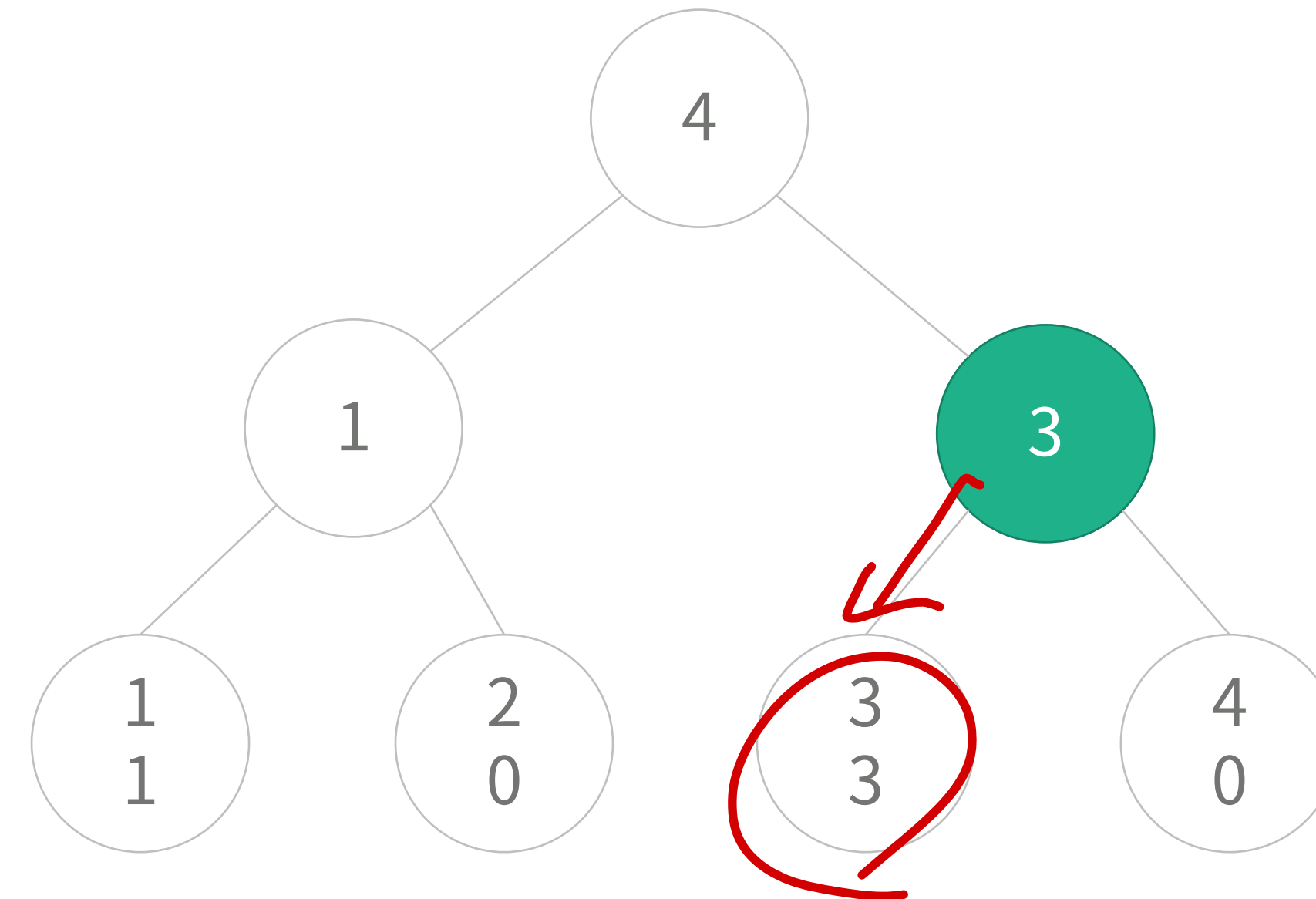


사탕상자

57

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 1번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다
- 왼쪽에서 1번째 사탕이다.

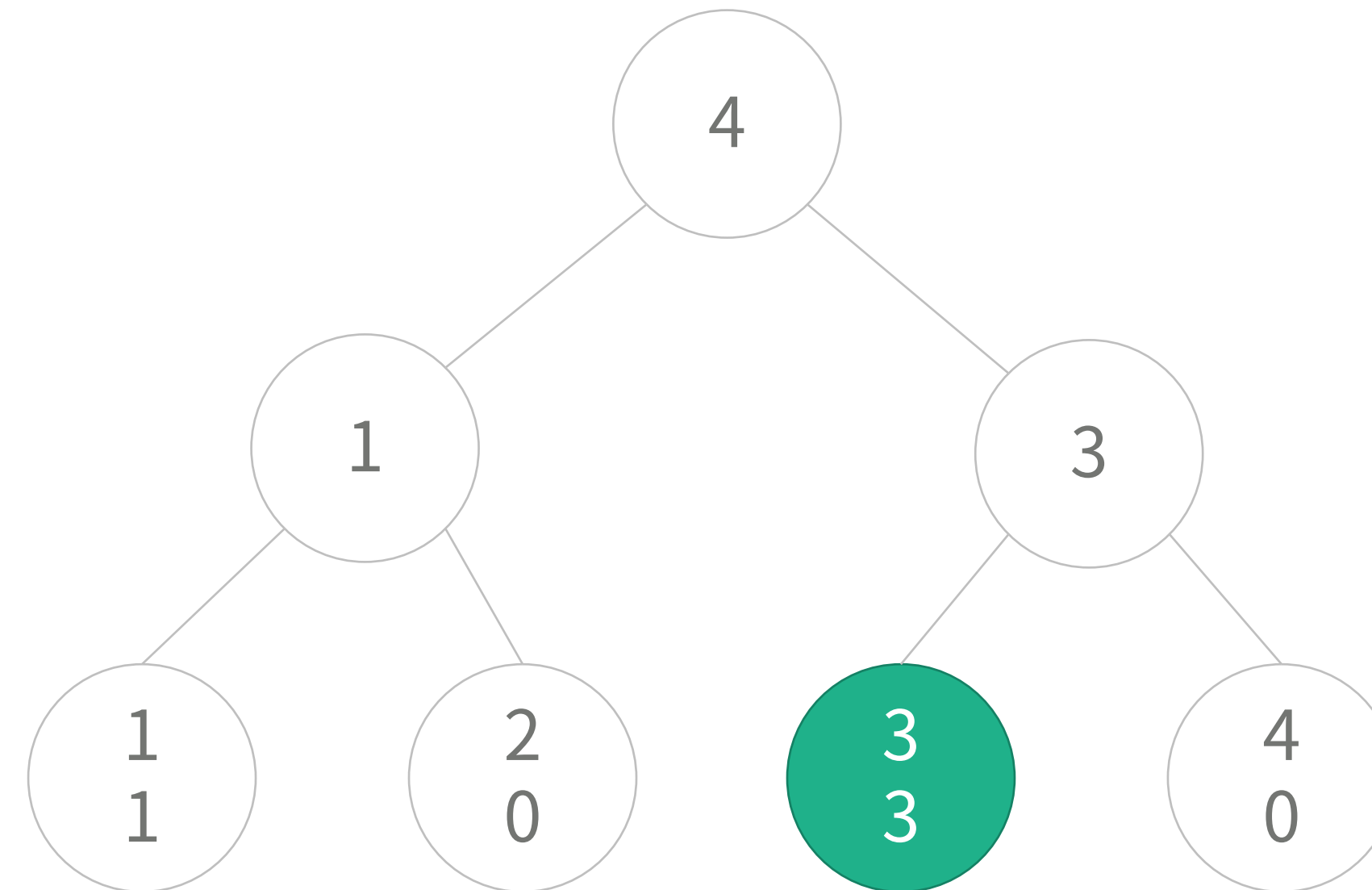


사탕상자

58

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 1번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 사탕을 빼고 트리를 업데이트 한다

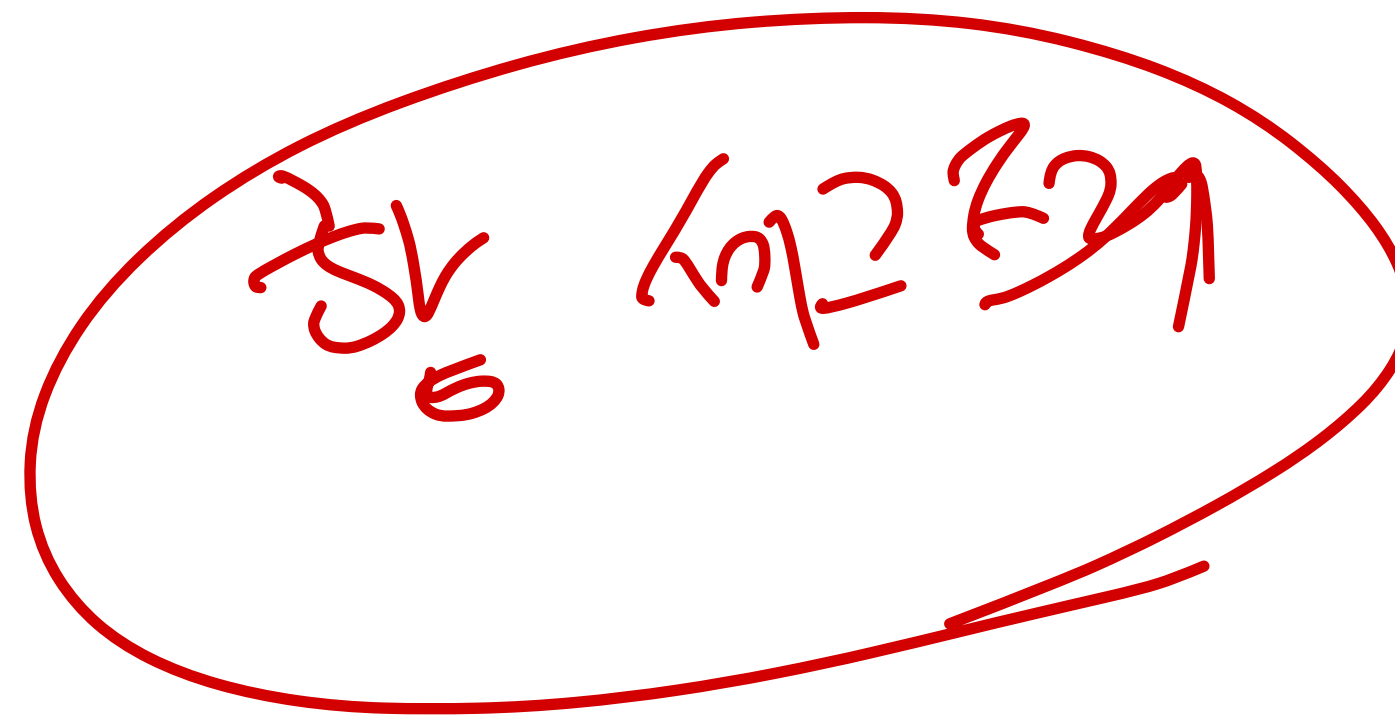


사탕상자

59

<https://www.acmicpc.net/problem/2243>

- 소스: <http://codeplus.codes/542e9fd85b10442f84d79de49e4bad0a>



순열

$N \times \text{[array]}$

$O(N^2)$

시간: N

60

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

• 1~N까지 이루어진 수열 ($1 \leq N \leq 100,000$)

• i앞에 있는 수 중에서 i보다 큰 수의 개수가 A[i]

• A[i]가 주어졌을 때, 원래 수열을 구하는 문제

2 7 3 5 4 1 8 6

• A: 5 0 1 2 1 2 0 0

• 원래 수열: 2 7 3 5 4 1 8 6

A[i]: 5 0 1 2 1 2 0 0

5	0	1	2	1	2	0	0
1	2	3	4	5	6	7	8

2	7	3	5	4	1	8	6
1	2	3	4	5	6	7	8

2

시간: 2

순열

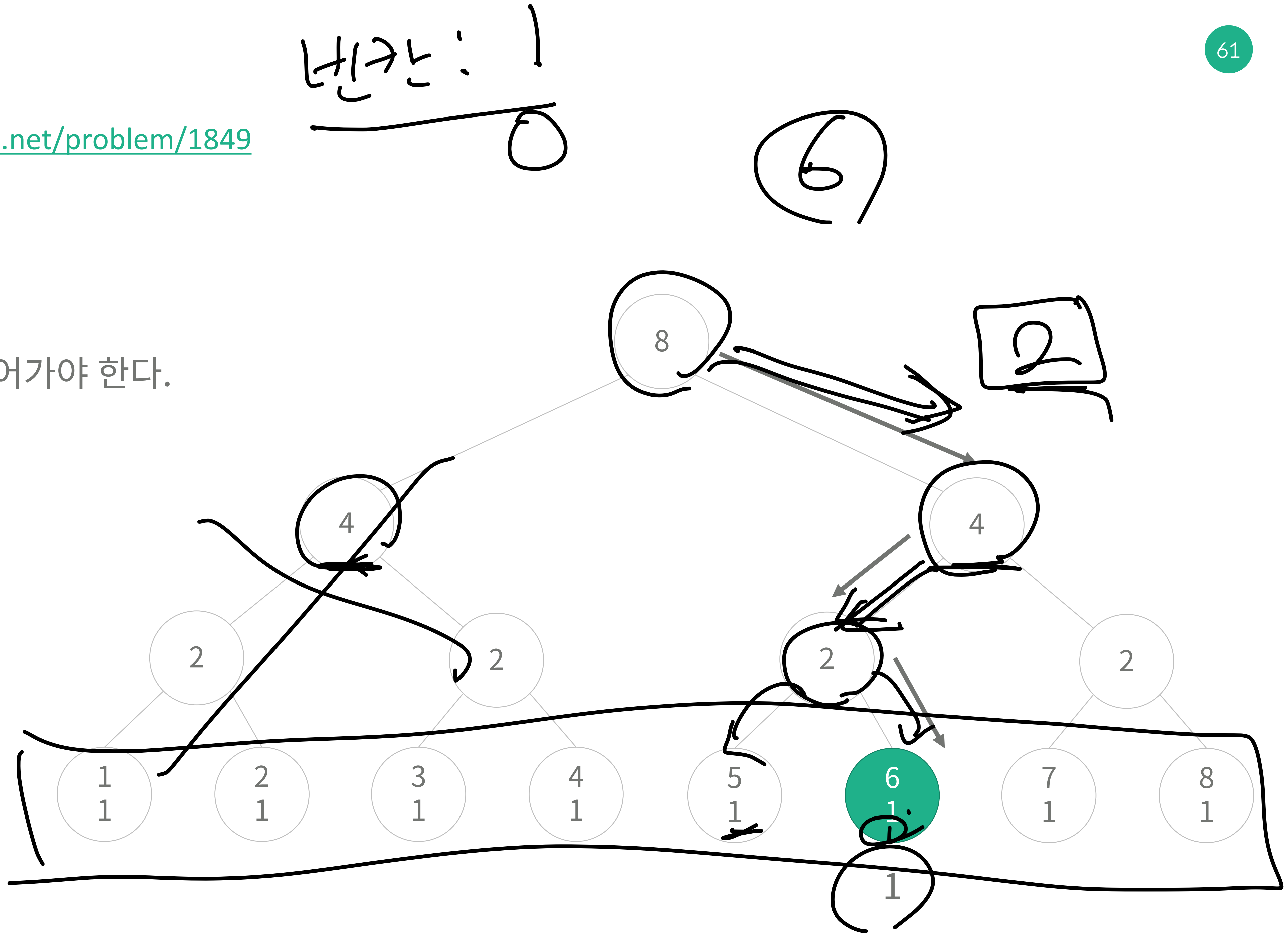
<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

61

• 5 0 1 2 1 2 0 0

• A[1] = 5

• 6번째 위치에 들어가야 한다.

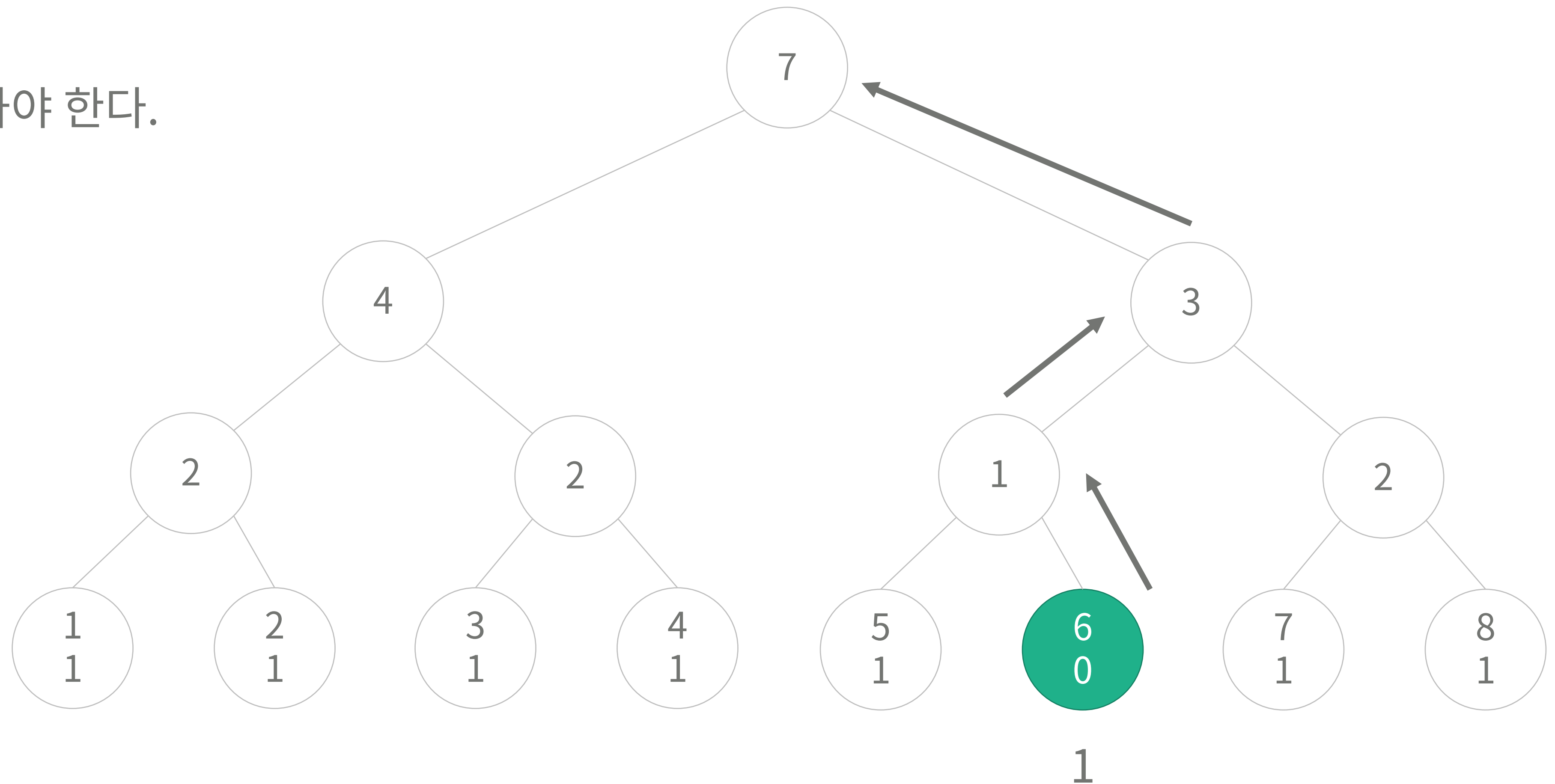


순열

62

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0
- $A[1] = 5$
- 6번째 위치에 들어가야 한다.



순열

63

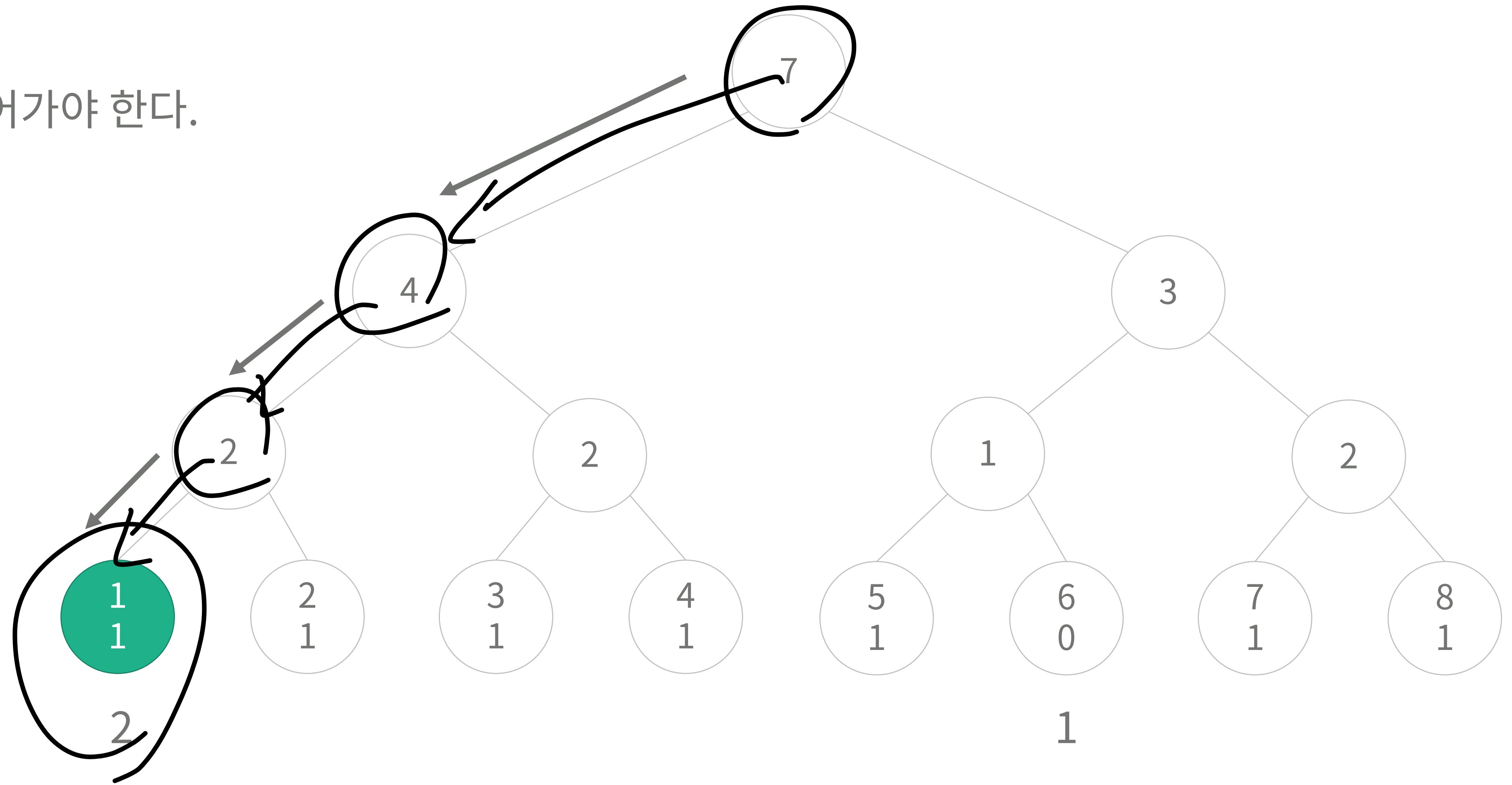
<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

16년 2월

- 5 0 1 2 1 2 0 0

- $A[2] = 0$

- 1번째 위치에 들어가야 한다.

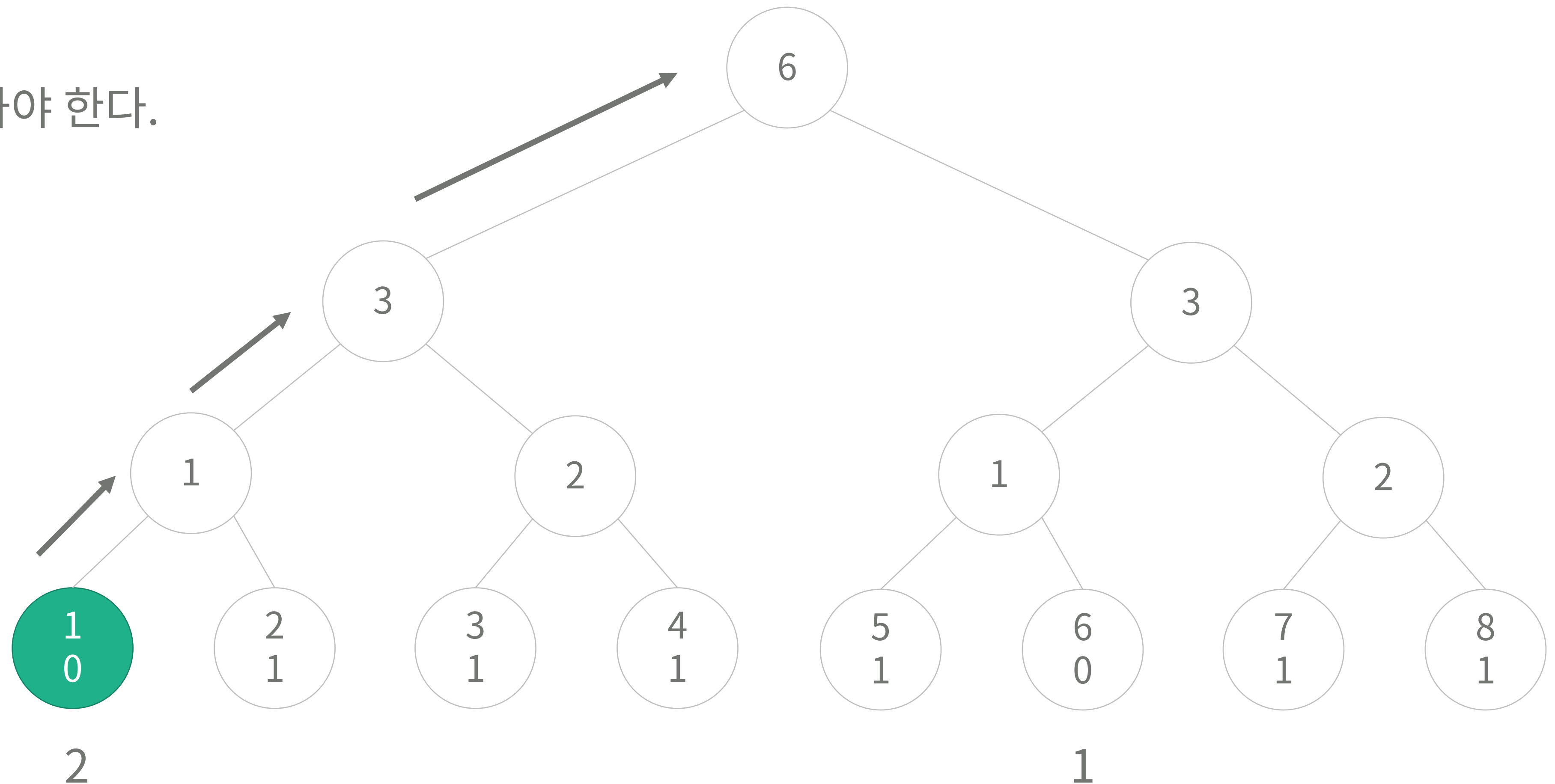


순열

64

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0
- $A[2] = 0$
- 1번째 위치에 들어가야 한다.



순열

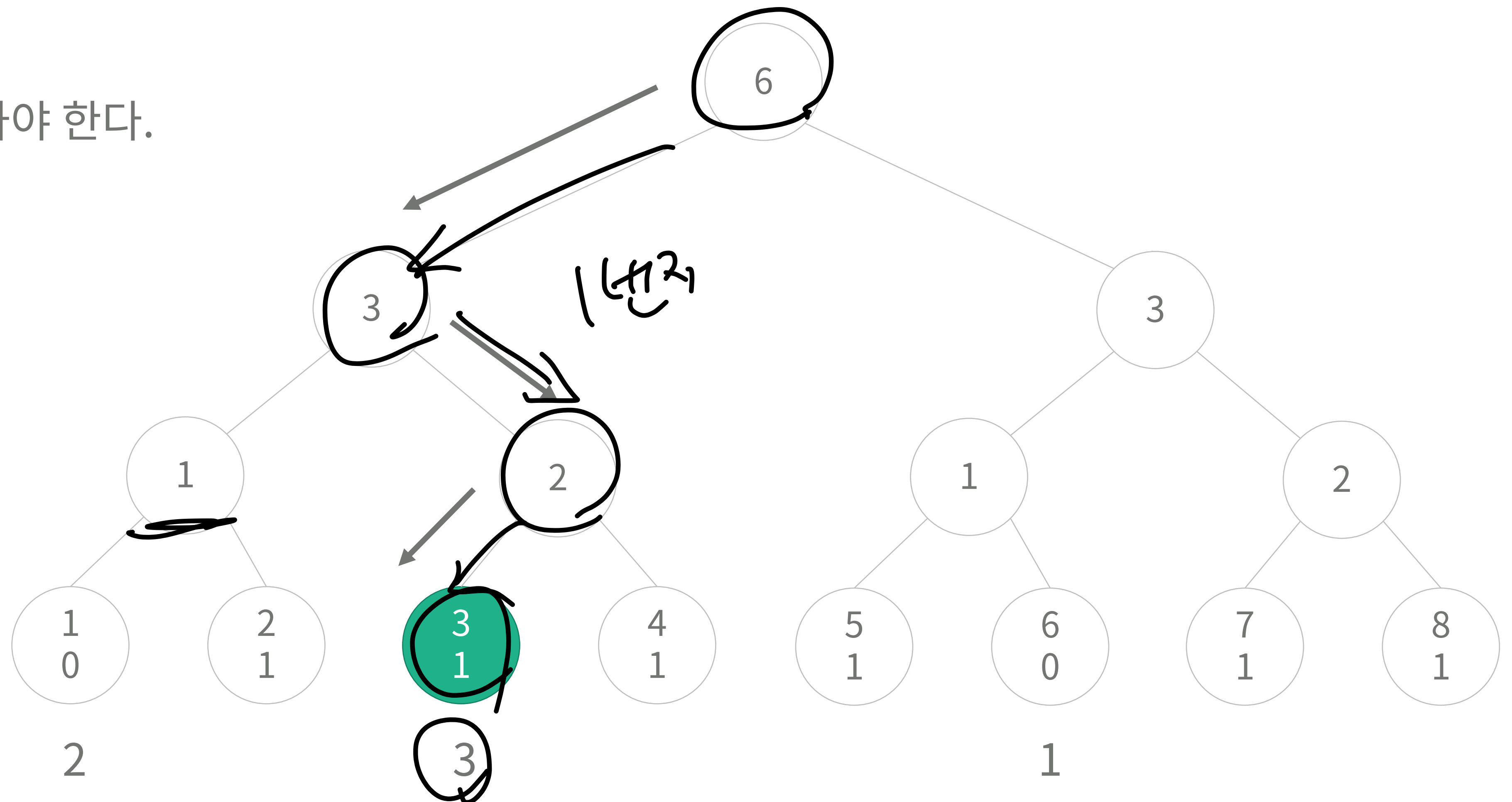
65

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 **1** 2 1 2 0 0

- $A[3] = 1$

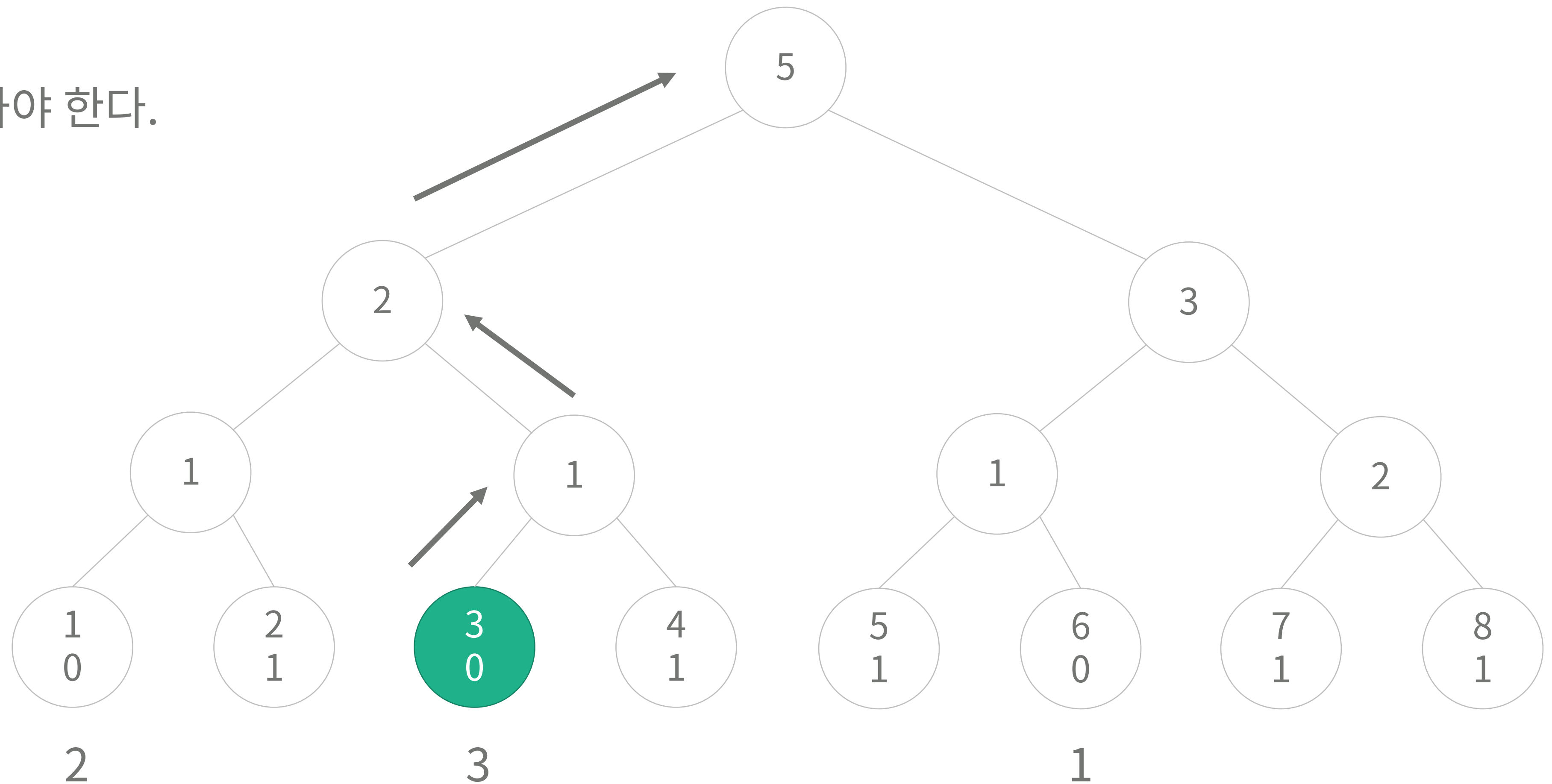
- 2번째 위치에 들어가야 한다.



순열

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 **1** 2 1 2 0 0
- $A[3] = 1$
- 2번째 위치에 들어가야 한다.



순열

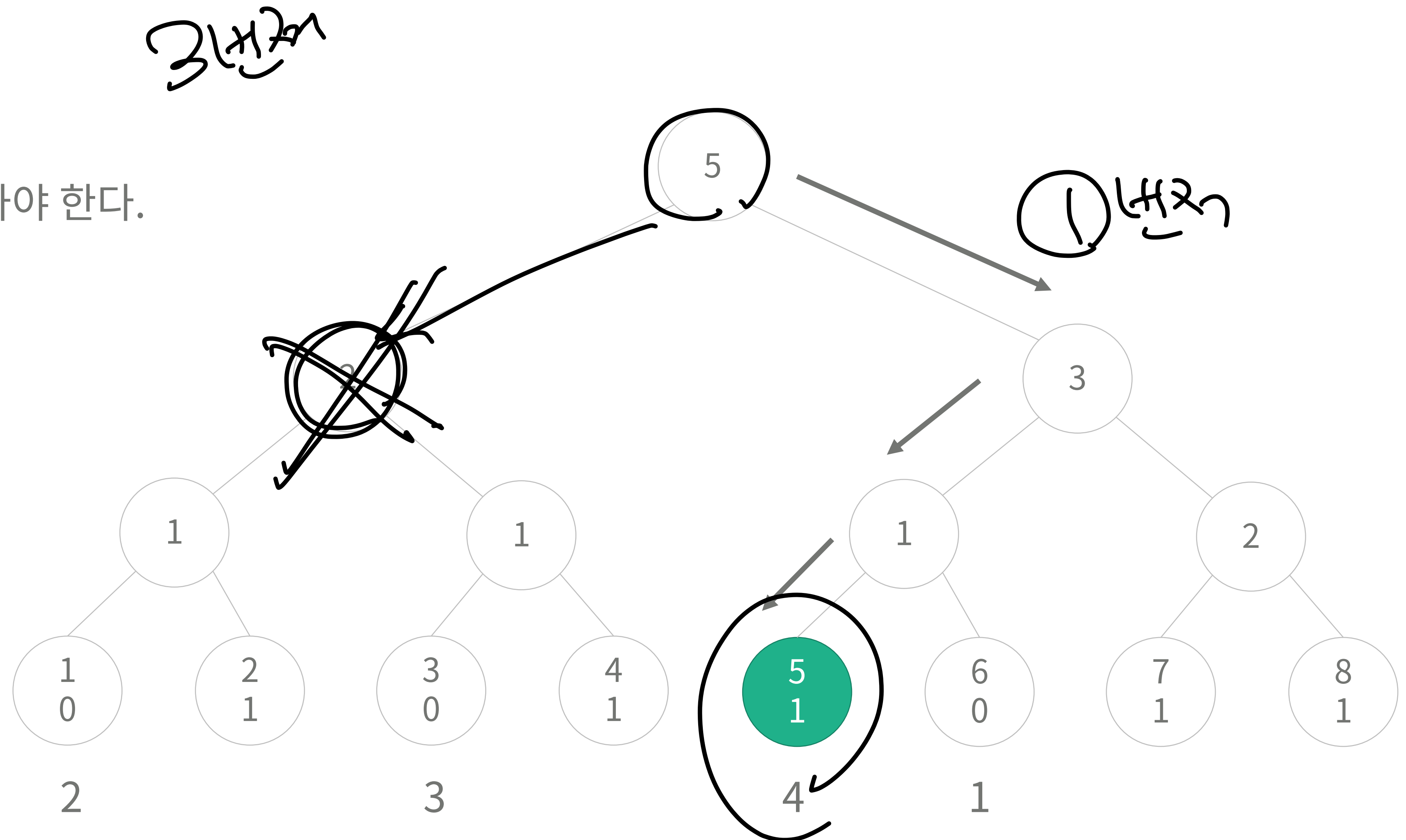
67

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

• 5 0 1 2 1 2 0 0

• $A[4] = 2$

• 3번째 위치에 들어가야 한다.

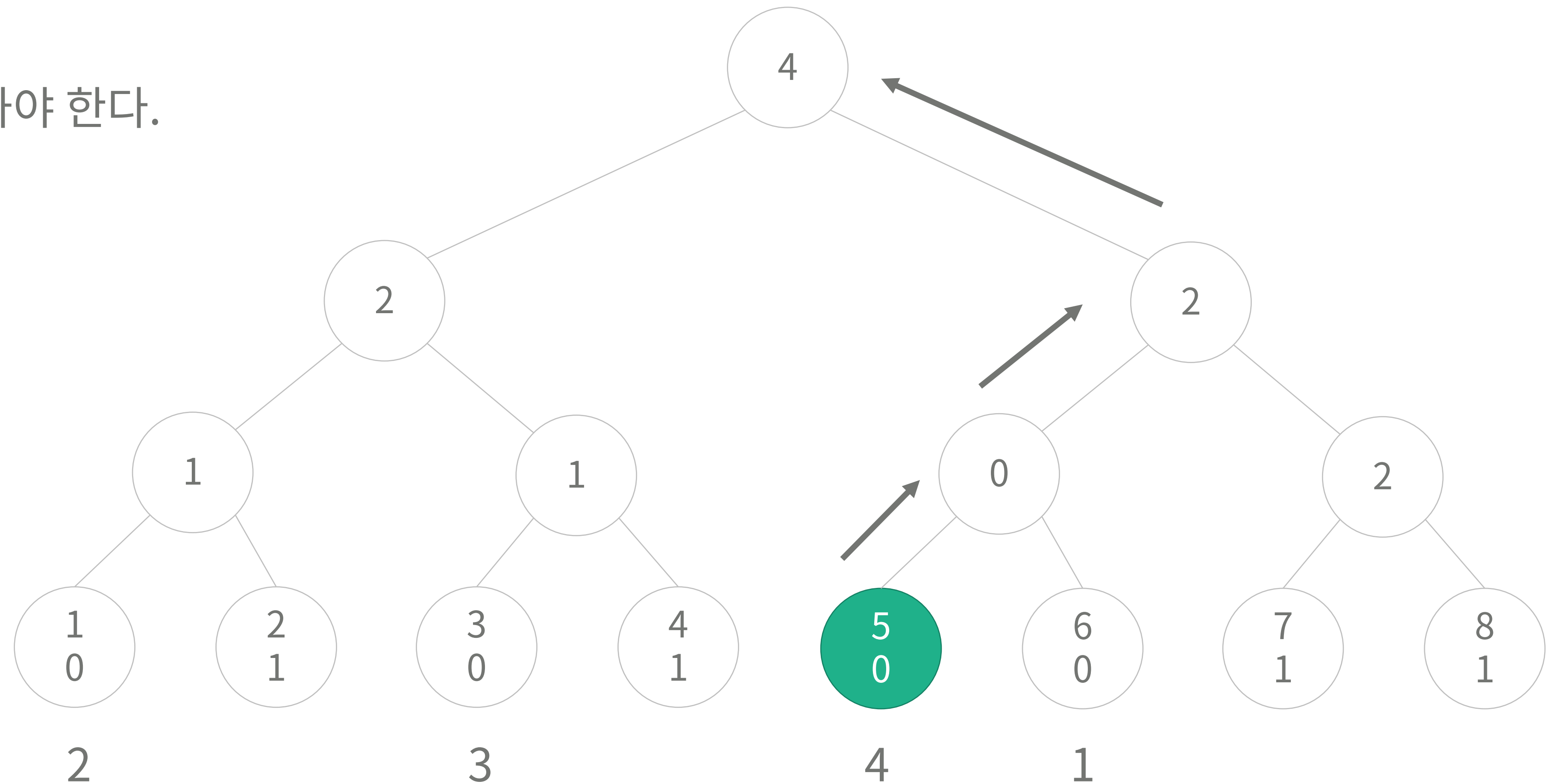


순열

68

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0
- $A[4] = 2$
- 3번째 위치에 들어가야 한다.



순열

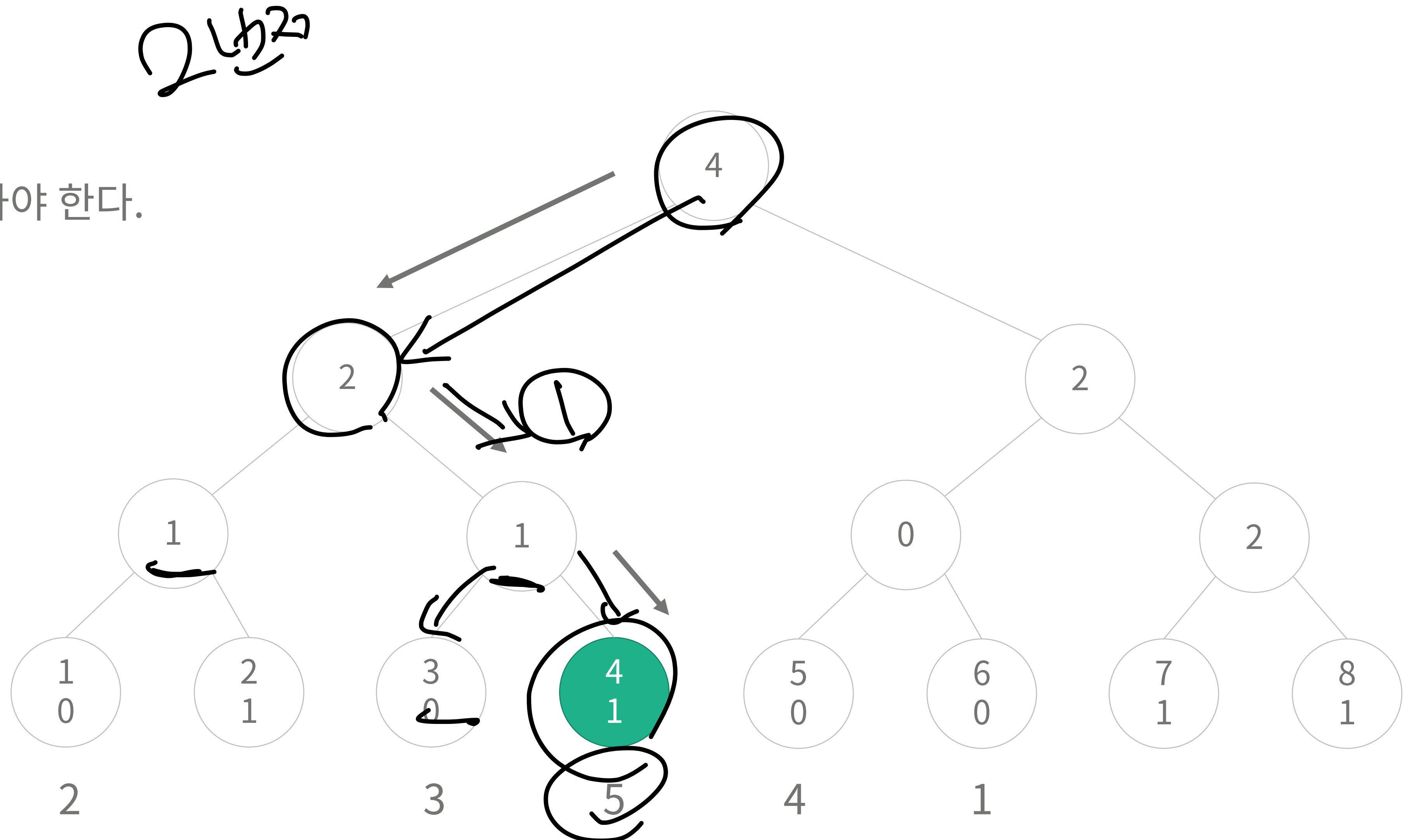
69

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0

- A[5] = 1

- 2번째 위치에 들어가야 한다.

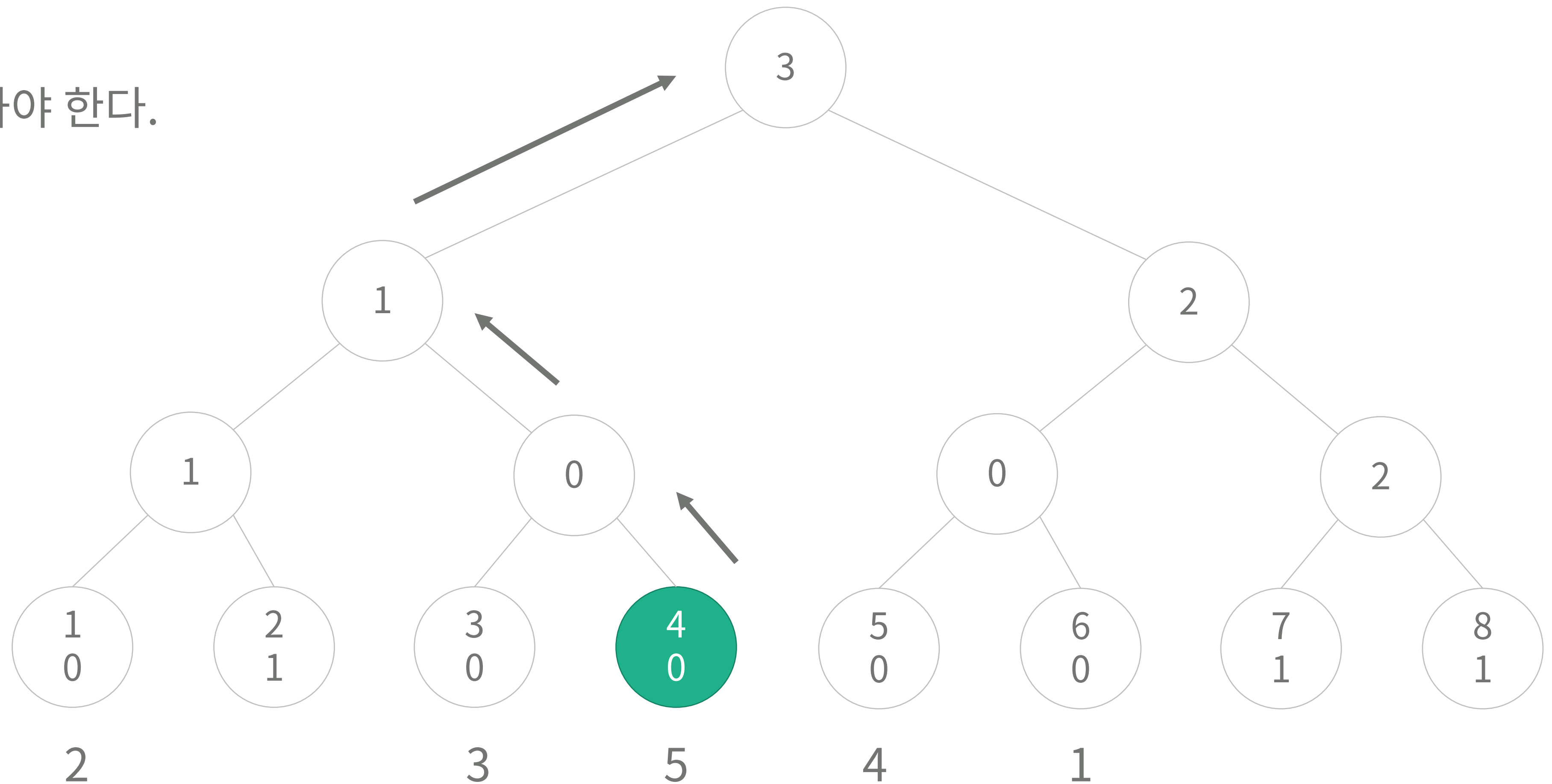


순열

70

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0
- $A[5] = 1$
- 2번째 위치에 들어가야 한다.



순열

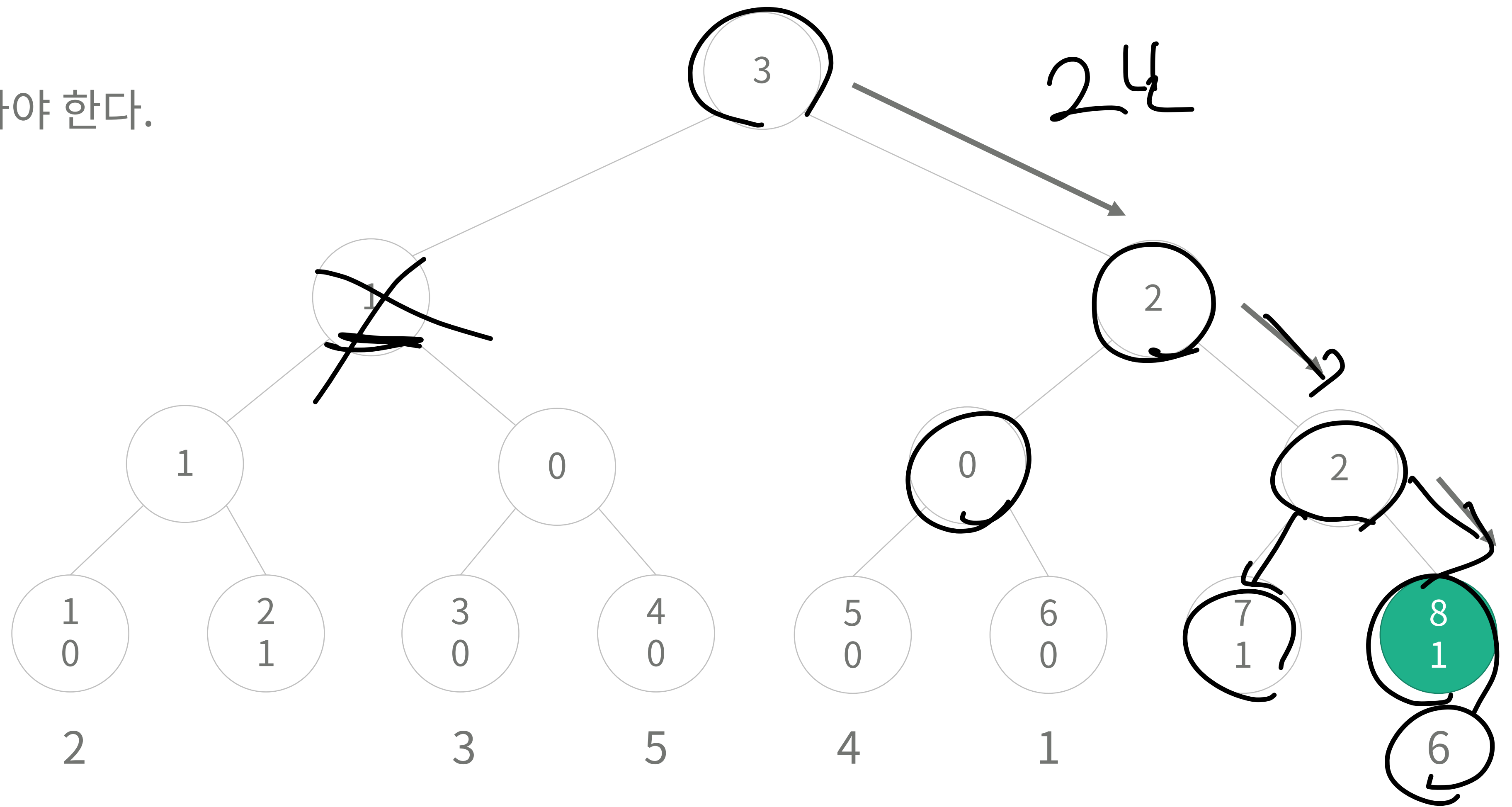
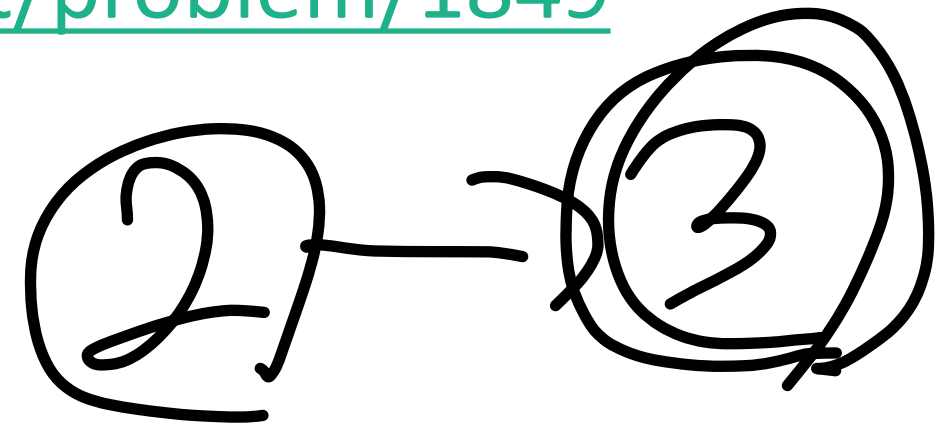
71

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

• 5 0 1 2 1 2 0 0

• $A[6] = 2$

• 3번째 위치에 들어가야 한다.

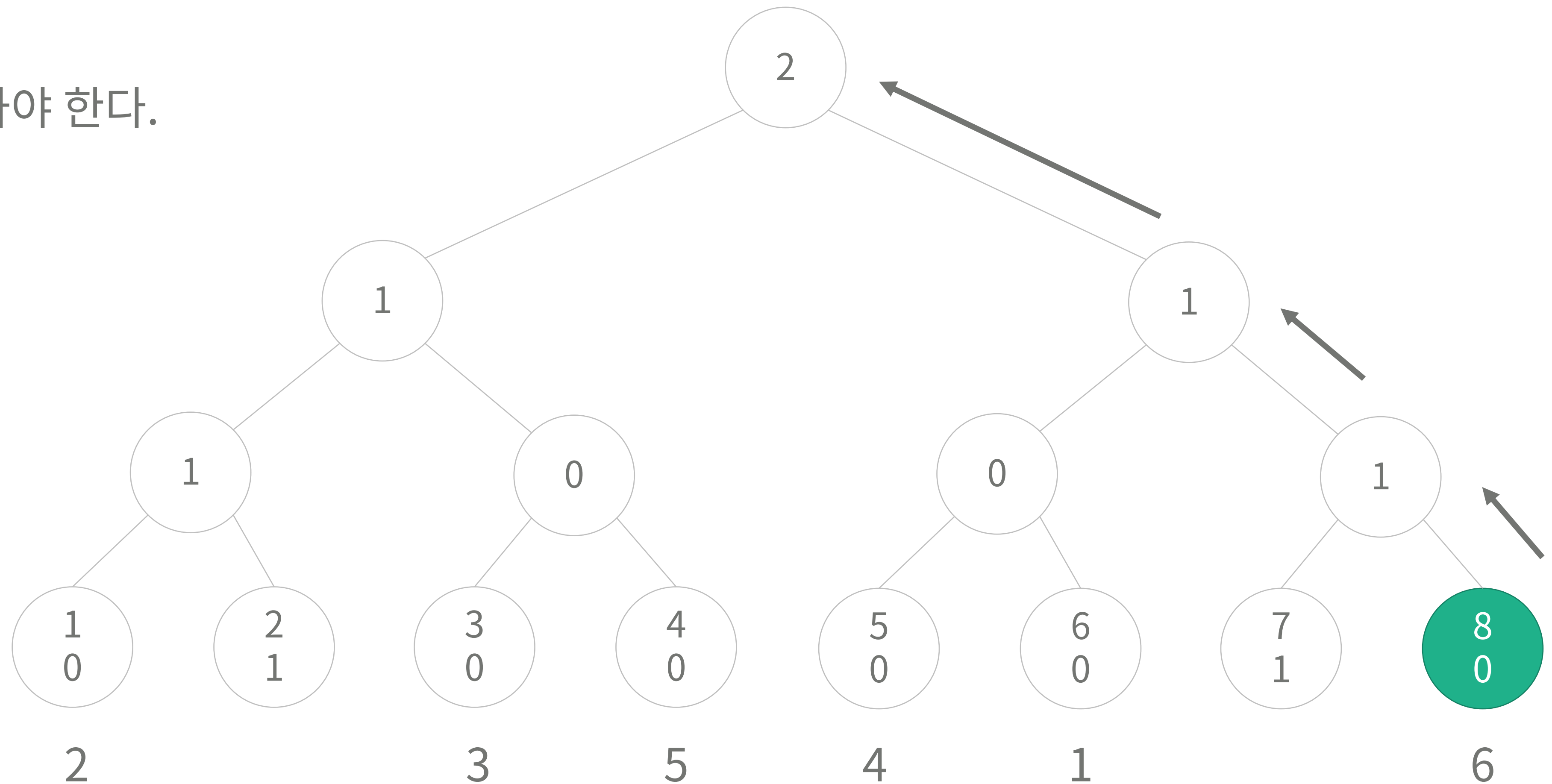


순열

72

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0
- $A[6] = 2$
- 3번째 위치에 들어가야 한다.

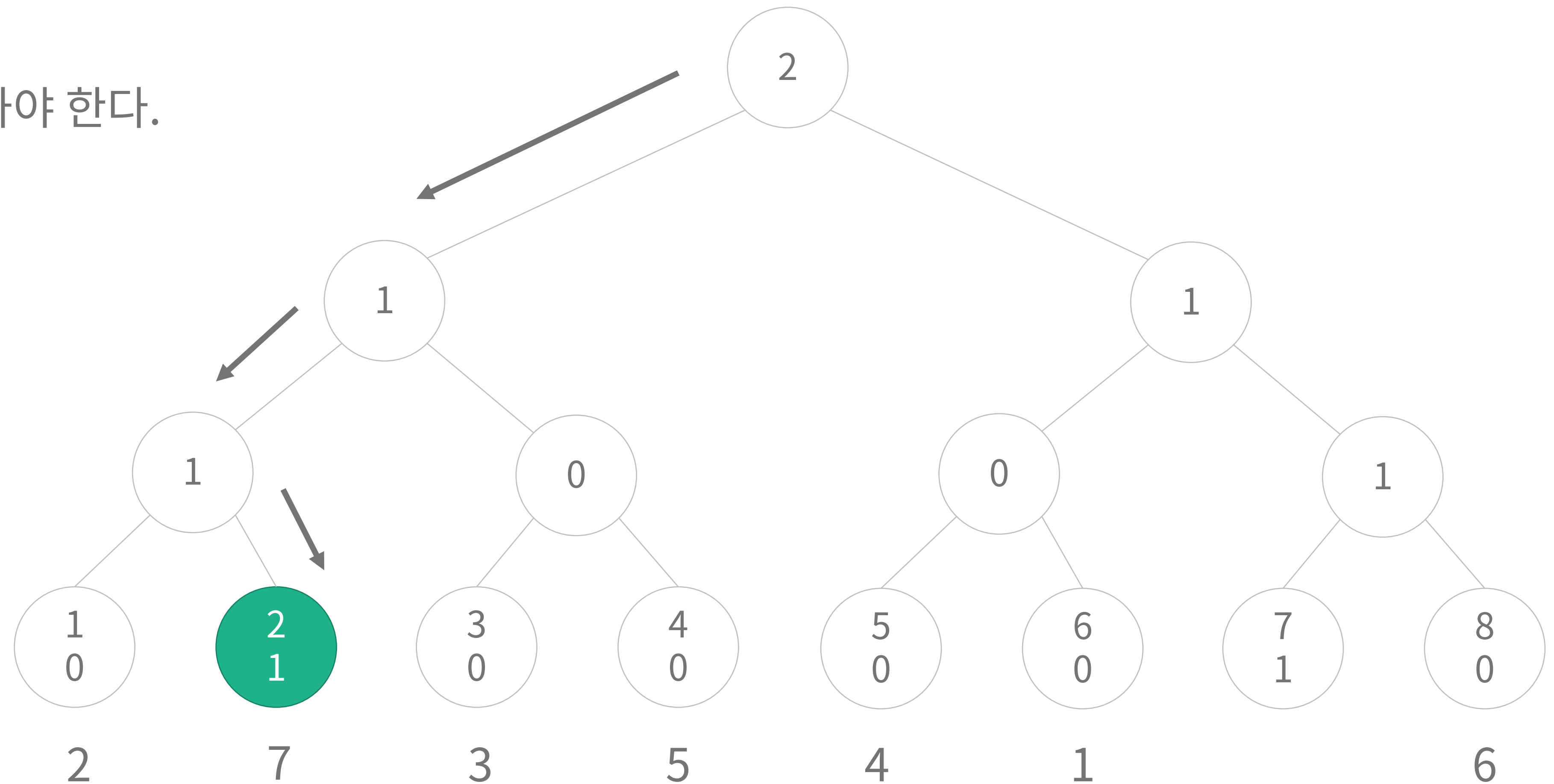


순열

73

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0
- $A[7] = 0$
- 1번째 위치에 들어가야 한다.

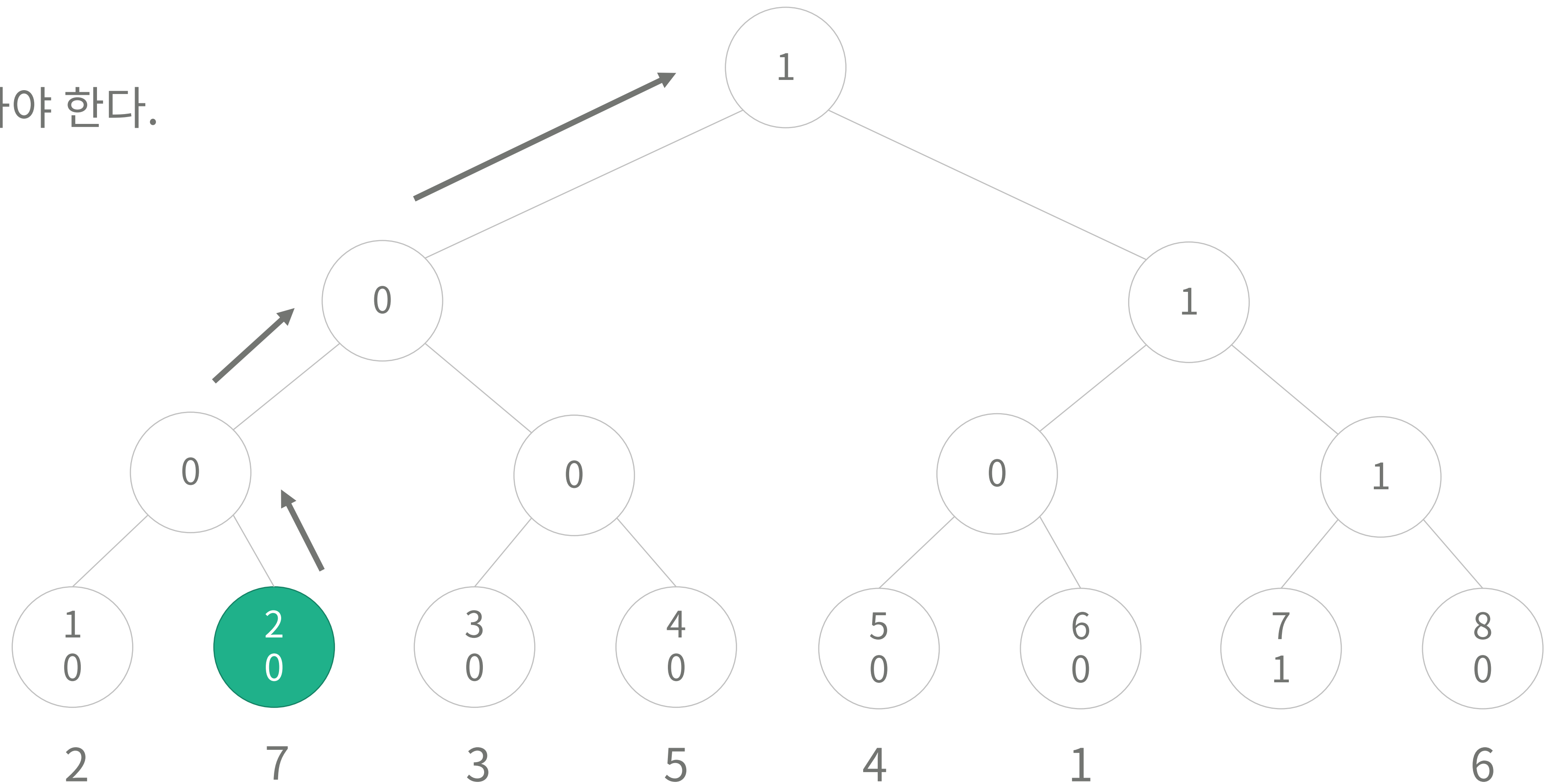


순열

74

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0
- $A[7] = 0$
- 1번째 위치에 들어가야 한다.

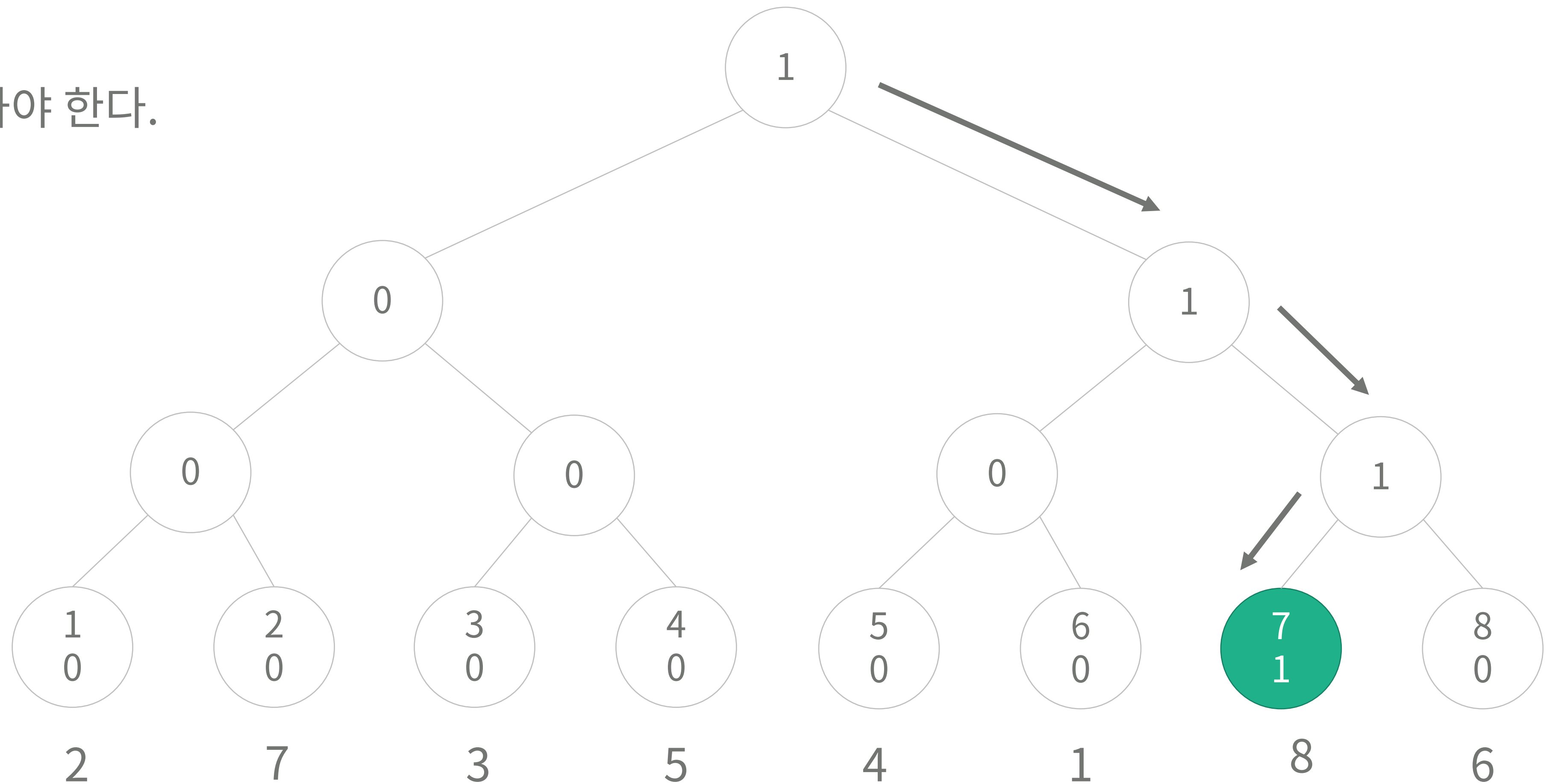


순열

75

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0
- $A[8] = 0$
- 1번째 위치에 들어가야 한다.

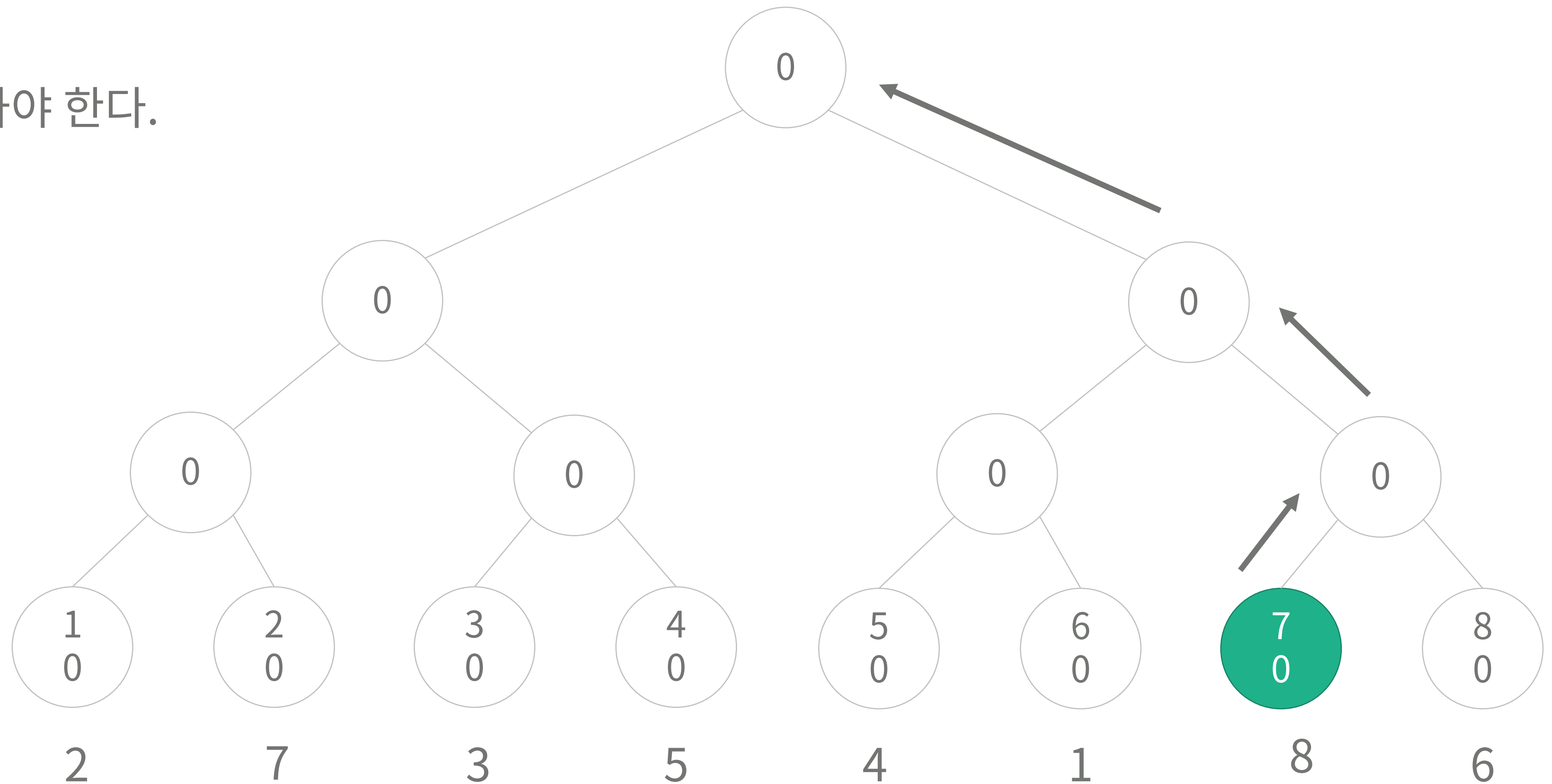


순열

76

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

- 5 0 1 2 1 2 0 0
- $A[8] = 0$
- 1번째 위치에 들어가야 한다.



순열

<https://www.acmicpc.net/problem/1849>

$$O(N \log N)$$

- 소스: <http://codeplus.codes/64b77e8012e445c38ddd6937cf6ad8c0>