

트리 2 (연습)

최백준 choi@startlink.io

합성함수와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/17435>

2

$$\underline{f_1(x)} = \boxed{f(x)}$$

- 함수 $f: \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$ 이 있을 때
- $f_n: \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$ 을 다음과 같이 정의
 - $f_1(x) = f(x)$
 - $f_{n+1}(x) = f(f_n(x))$

$$\boxed{f_{n+1}(x) = f(f_n(x))}$$

- n 과 x 가 주어질 때 $f_n(x)$ 를 계산하는 쿼리를 수행하는 문제

- $1 \leq m \leq 200,000, 1 \leq \text{쿼리의 수} \leq 200,000$

- $1 \leq n \leq 500,000, 1 \leq x \leq m$

1000000

$\boxed{O(n)}$

합성함수와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/17435>

• $f_{a+b}(x) = f_a(f_b(x))$ 와 같다는 점을 확인할 수 있다.

합성함수와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/17435>

• $d[i][j] = f_2^j(i)$ 로 정의한다면

• $d[i][0] = f(i)$

• $d[i][j] = f_2^j(i) = f_2^{j-1}(f_2^{j-1}(i)) = d[d[i][j-1]][j-1]$

$$2^j = 2^{j-1} + 2^{j-1}$$

$f_2^j(i)$

LCA

$f_1(i) = f(i)$

합성함수와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/17435>

- LCA를 구하는 것과 유사하게 구할 수 있다.

합성함수와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/17435>

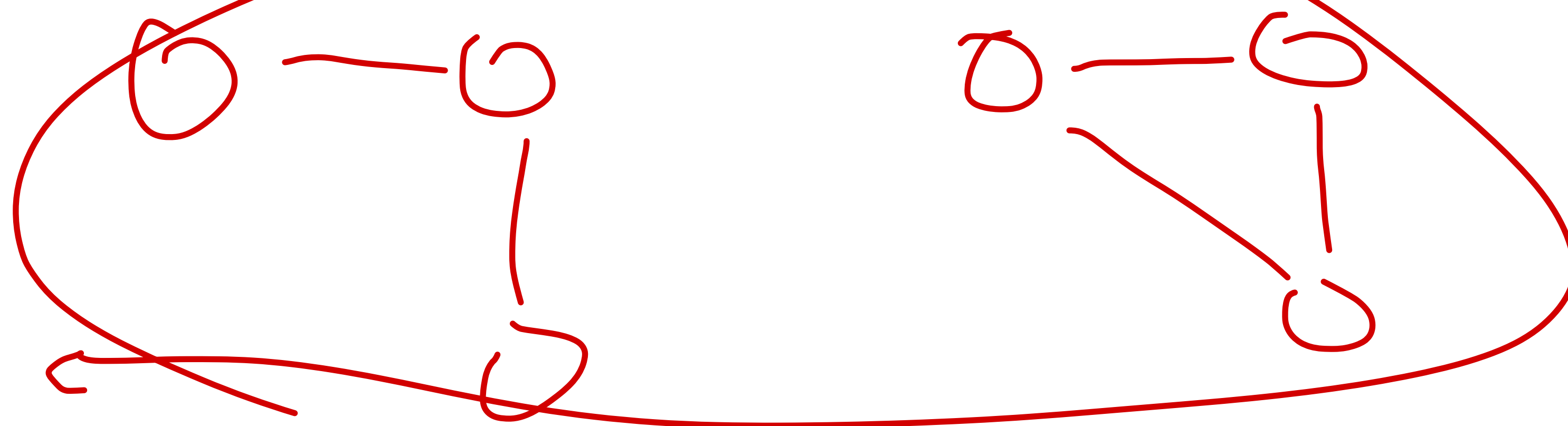
- 소스: <http://codeplus.codes/44ffc996d4d042a1bfa6e2cd2fa318d6>

도로 네트워크

<https://www.acmicpc.net/problem/3176>

7

- N개의 도시와 그 도시를 연결하는 N-1개의 도로로 이루어진 도로 네트워크가 있다.
- 모든 도시의 쌍에는 그 도시를 연결하는 유일한 경로가 있고, 각 도로의 길이는 입력으로 주어진다.
- 총 K개의 도시 쌍이 주어진다. 이 때, 두 도시를 연결하는 경로 상에서 가장 짧은 도로의 길이와 가장 긴 도로의 길이를 구하는 프로그램을 작성하시오.



도로 네트워크

<https://www.acmicpc.net/problem/3176>

- LCA를 구하는 문제인데
- 배열을 2개 더 만들어야 한다.
- $P[i][j]$ = i 의 2^j 번째 parent
- $len_min[i][j]$ = i 의 2^j 번째 parent까지 올라가면서 만나는 모든 도로 중 가장 짧은 것의 길이
- $len_max[i][j]$ = i 의 2^j 번째 parent까지 올라가면서 만나는 모든 도로 중 가장 긴 것의 길이



도로 네트워크

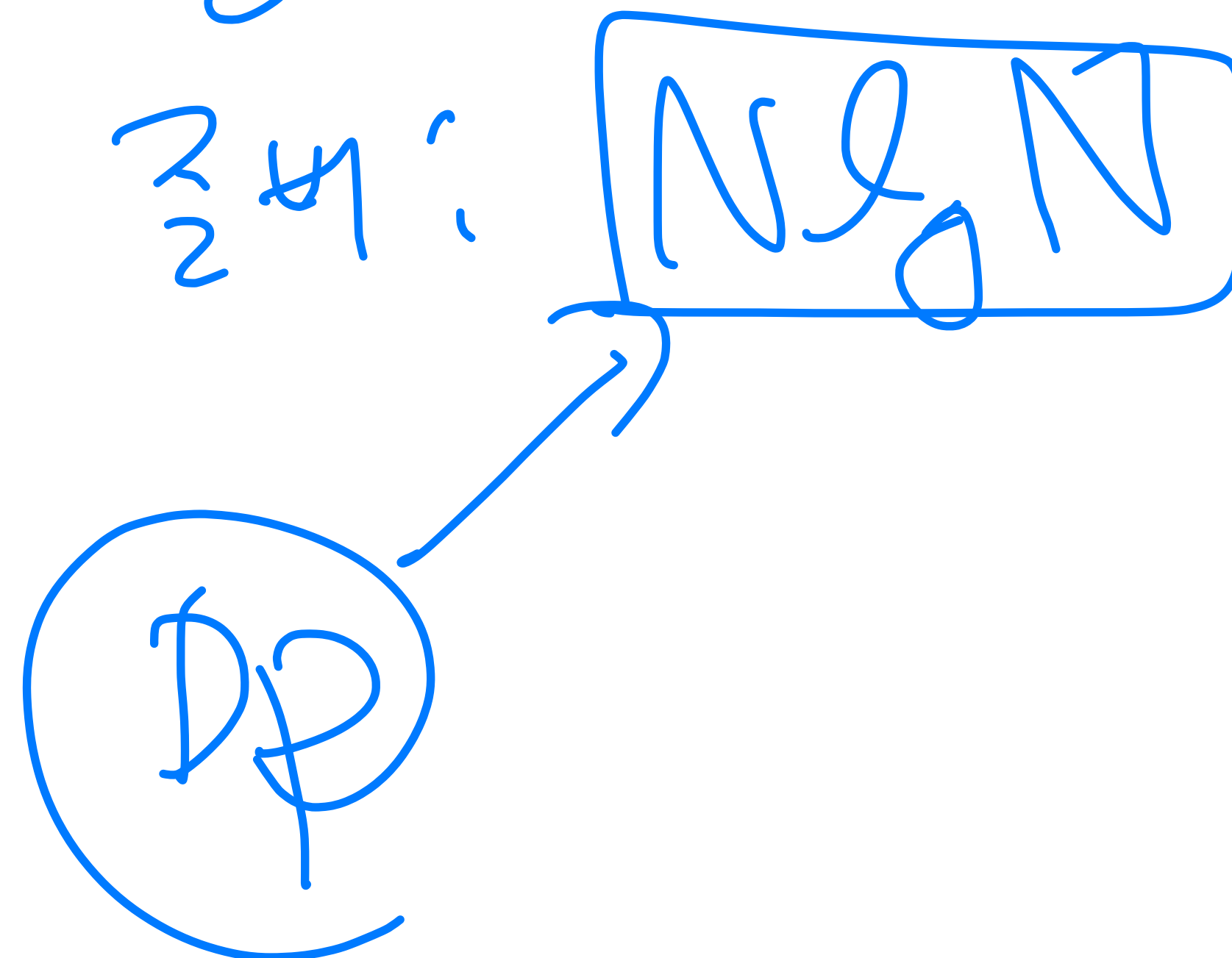
<https://www.acmicpc.net/problem/3176>

- 소스: <http://codeplus.codes/8dad00cf50ed4a0cb6fb9bf78491a30c>

LCA와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/15480>

- N개의 정점으로 이루어진 트리가 주어졌을 때, 쿼리 M개를 수행하는 문제
- 쿼리 $r\ u\ v$: 트리의 루트가 r 이라고 했을 때, u 와 v 의 LCA를 구한다.



LCA와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/15480>

- $LCA(x, y)$ = 루트가 1일 때, x 와 y 의 LCA

LCA와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/15480>

- $LCA(x, y)$ = 루트가 1일 때, x 와 y 의 LCA
- 쿼리 $r\ u\ v$: 트리의 루트가 r 이라고 했을 때, u 와 v 의 LCA를 구한다.
- 쿼리의 정답은 $r, u, v, LCA(u, v), LCA(r, u), LCA(r, v)$ 중 하나이다.

LCA와 쿼리

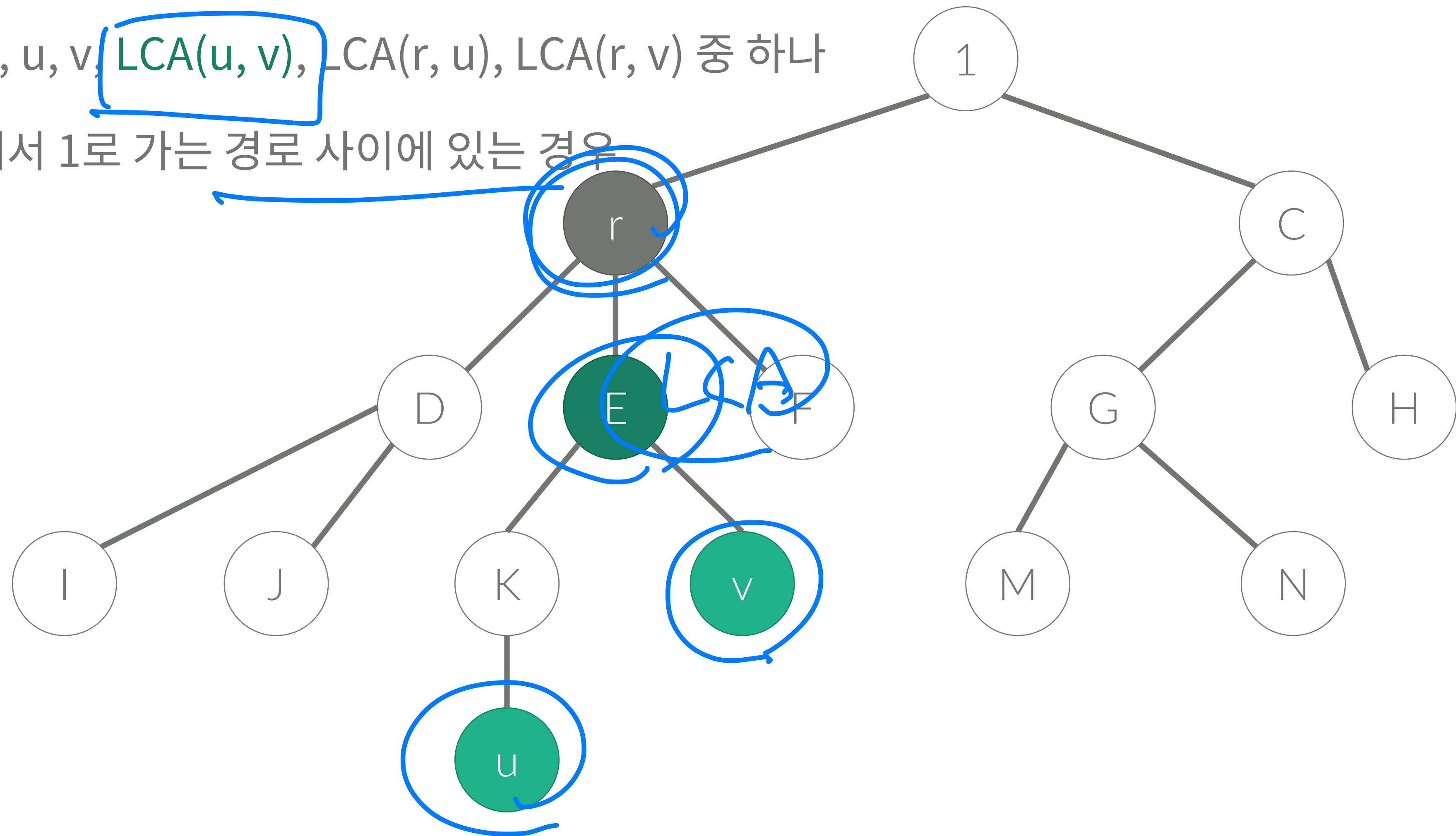
<https://www.acmicpc.net/problem/15480>

- $LCA(x, y)$ = 루트가 1일 때, x 와 y 의 LCA
- 쿼리 $r\ u\ v$: 트리의 루트가 r 이라고 했을 때, u 와 v 의 LCA를 구한다.
- 쿼리의 정답은 $r, u, v, LCA(u, v), LCA(r, u), LCA(r, v)$ 중 하나이다.
- $r = u$ 인 경우: u
- $r = v$ 인 경우: v

LCA와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/15480>

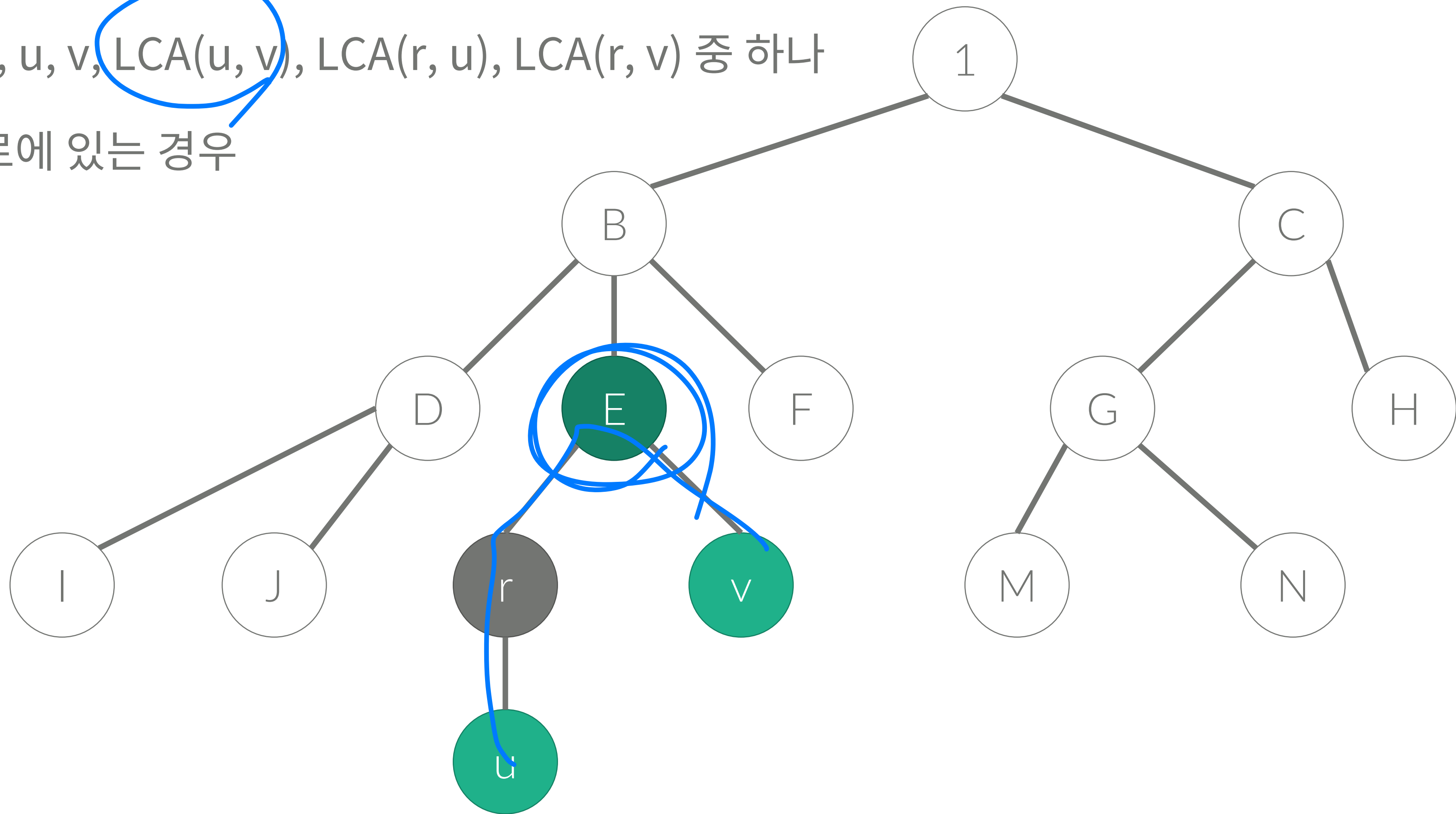
- 쿼리의 정답은 $r, u, v, \text{LCA}(u, v), \text{LCA}(r, u), \text{LCA}(r, v)$ 중 하나
- r 이 $\text{LCA}(u, v)$ 에서 1로 가는 경로 사이에 있는 경우



LCA와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/15480>

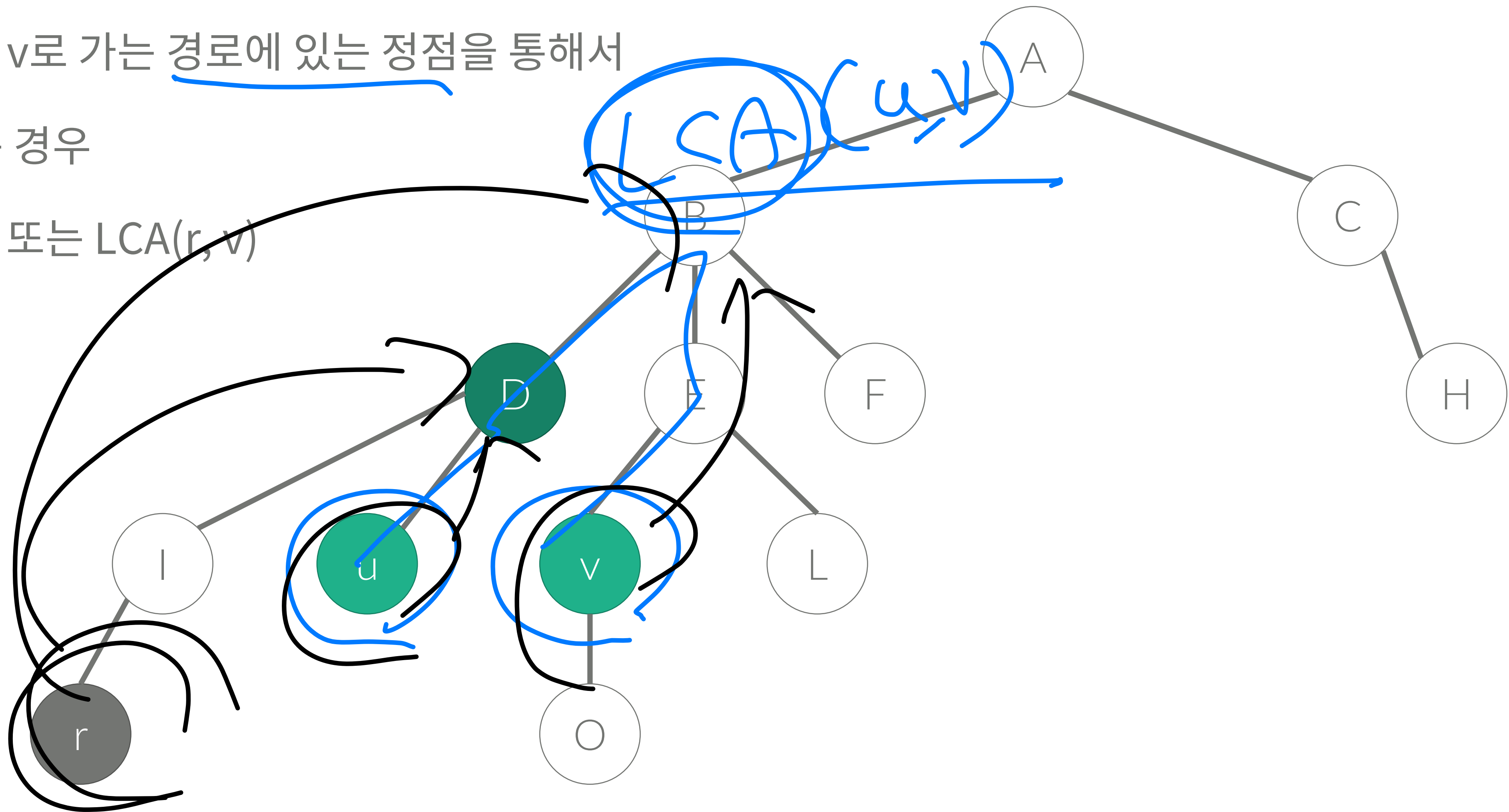
- 쿼리의 정답은 r , u , v , $LCA(u, v)$, $LCA(r, u)$, $LCA(r, v)$ 중 하나
- r 이 u 와 v 의 경로에 있는 경우



LCA와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/15480>

- r 이 u 에서 v 로 가는 경로에 있는 정점을 통해서
- 갈 수 있는 경우
- $LCA(r, u)$ 또는 $LCA(r, v)$



LCA와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/15480>

- $LCA(x, y)$ = 루트가 1일 때, x 와 y 의 LCA
- 쿼리 $r\ u\ v$: 트리의 루트가 r 이라고 했을 때, u 와 v 의 LCA를 구한다.
- 쿼리의 정답은 $r, u, v, LCA(u, v), LCA(r, u), LCA(r, v)$ 중 하나이다.
- 트리의 루트가 r 이라고 했을 때, u 와 v 의 LCA가 x 라면
- x 는 $\text{dist}(x, u) + \text{dist}(x, v) + \text{dist}(x, r)$ 이 가장 작은 값을 가지는 정점이다

LCA와 쿼리

<https://www.acmicpc.net/problem/15480>

- 소스: <http://codeplus.codes/c8b093a0b68d40a280ddfebb885460a7>