# 그래프 2 (연습)

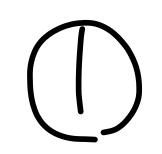
최백준 choi@startlink.io

https://www.acmicpc.net/problem/1948

• DAG에서 가장 긴 경로를 구하는 문제

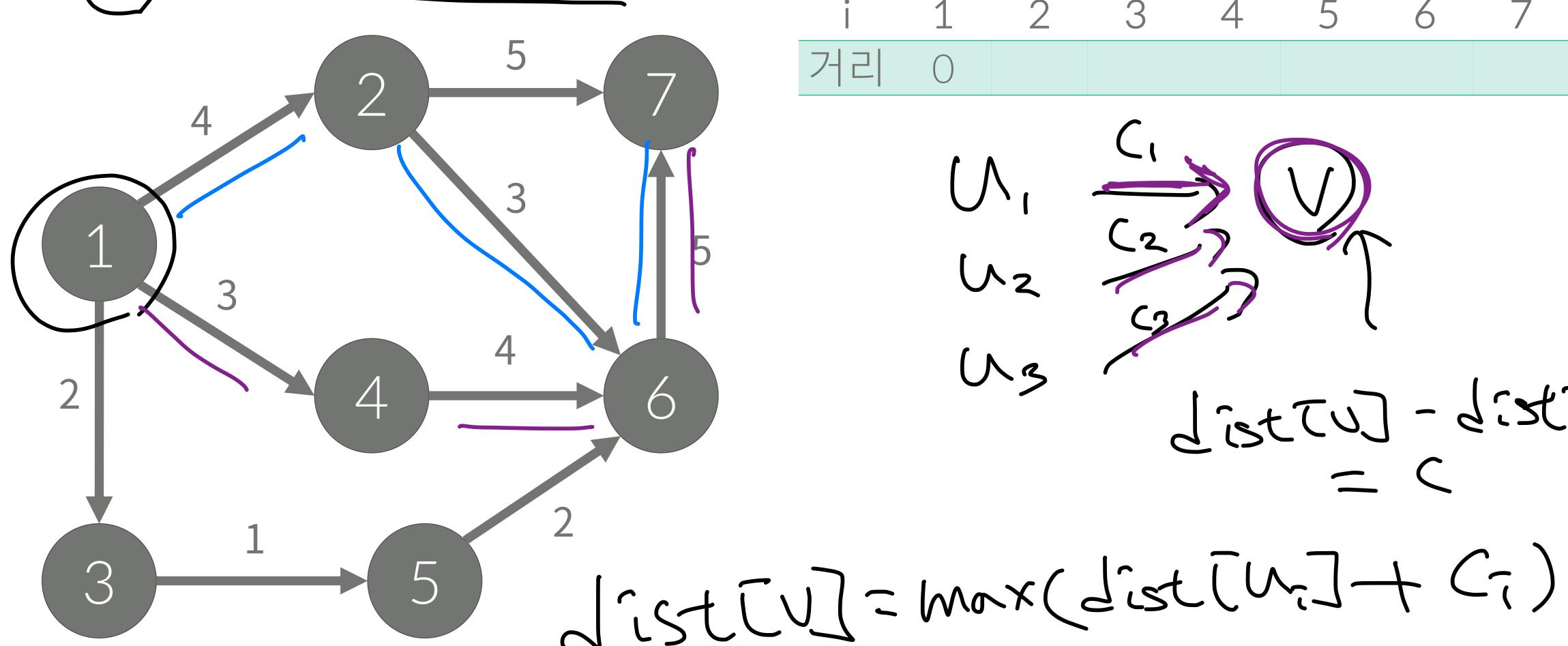
• 그리고 그 때, 가장 긴 경로에 포함된 간선의 개수를 구하는 문제

32 7-2-1

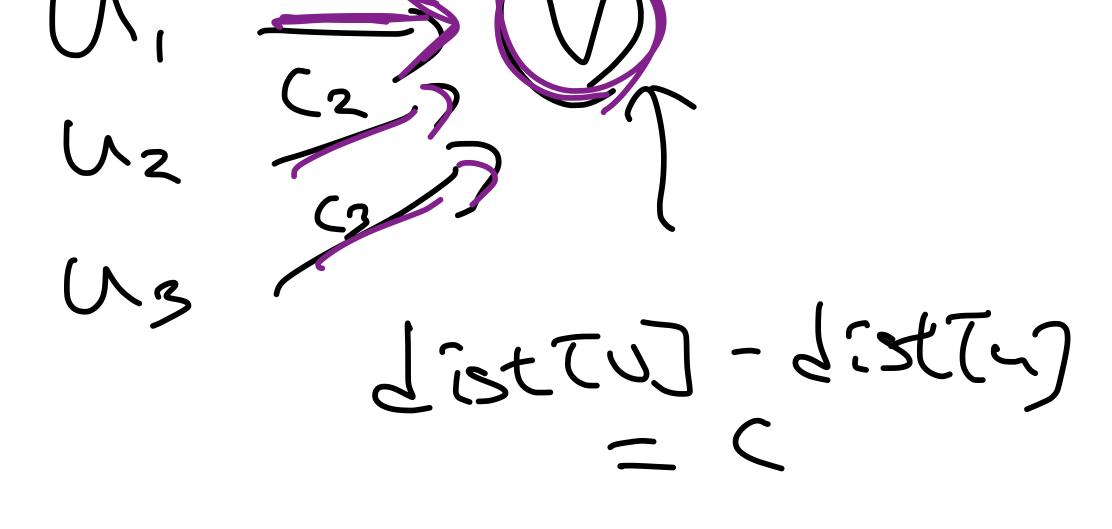


https://www.acmicpc.net/problem/1948

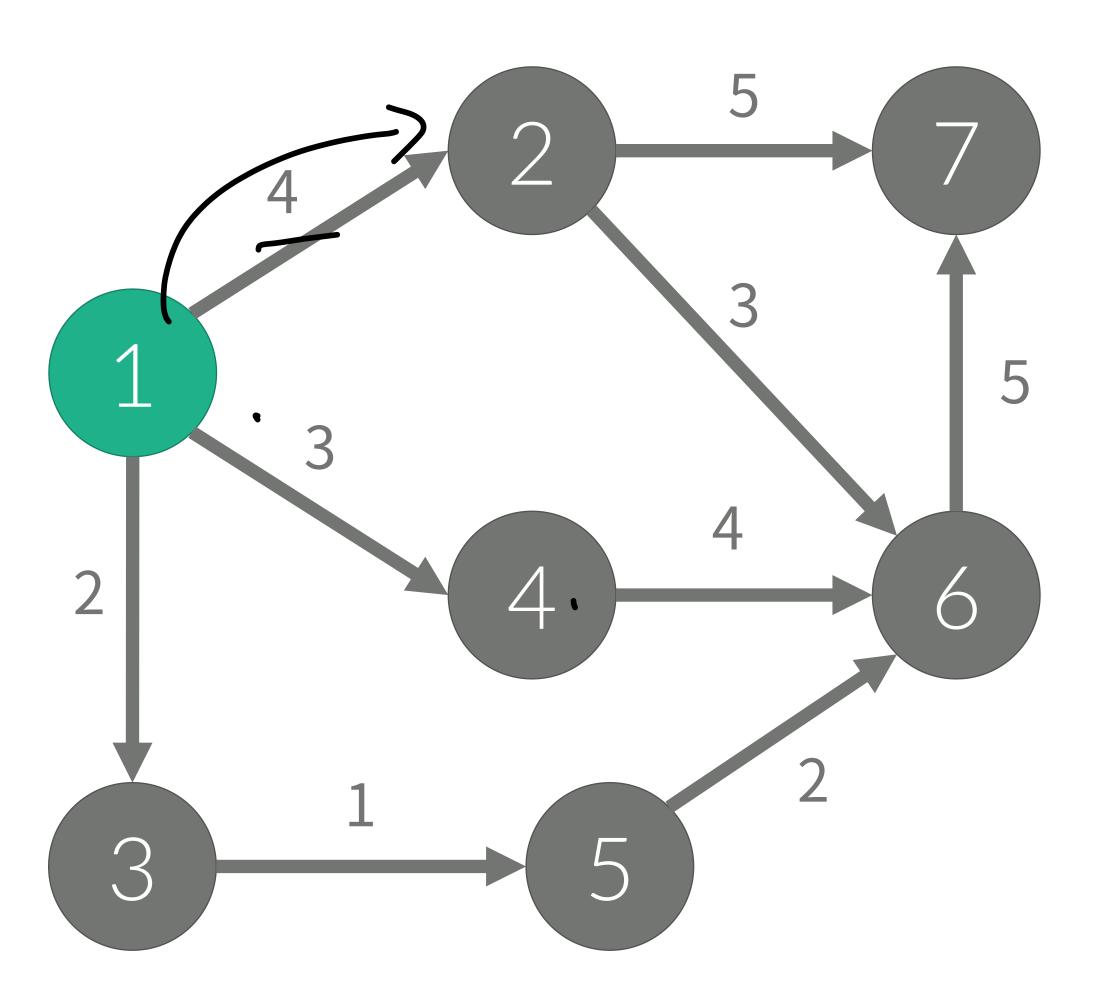




i	1	2	3	4	5	6	7
거리	0						

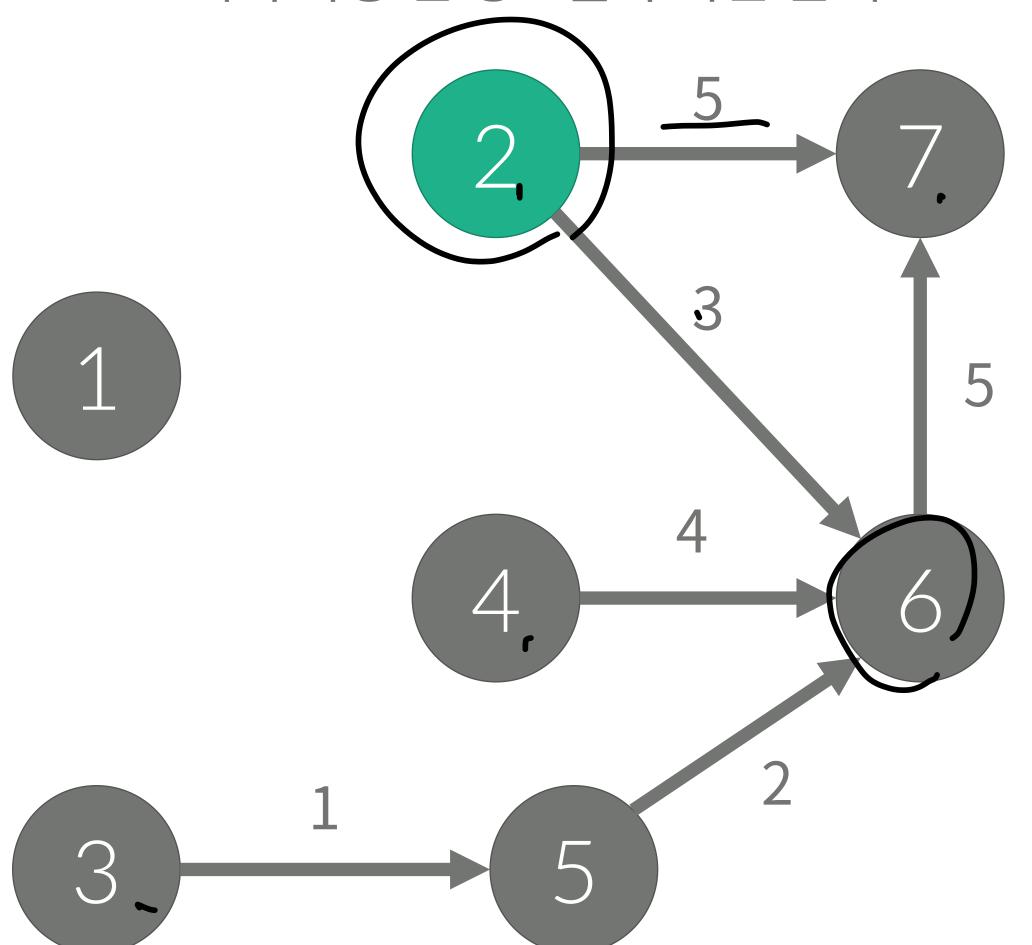


https://www.acmicpc.net/problem/1948



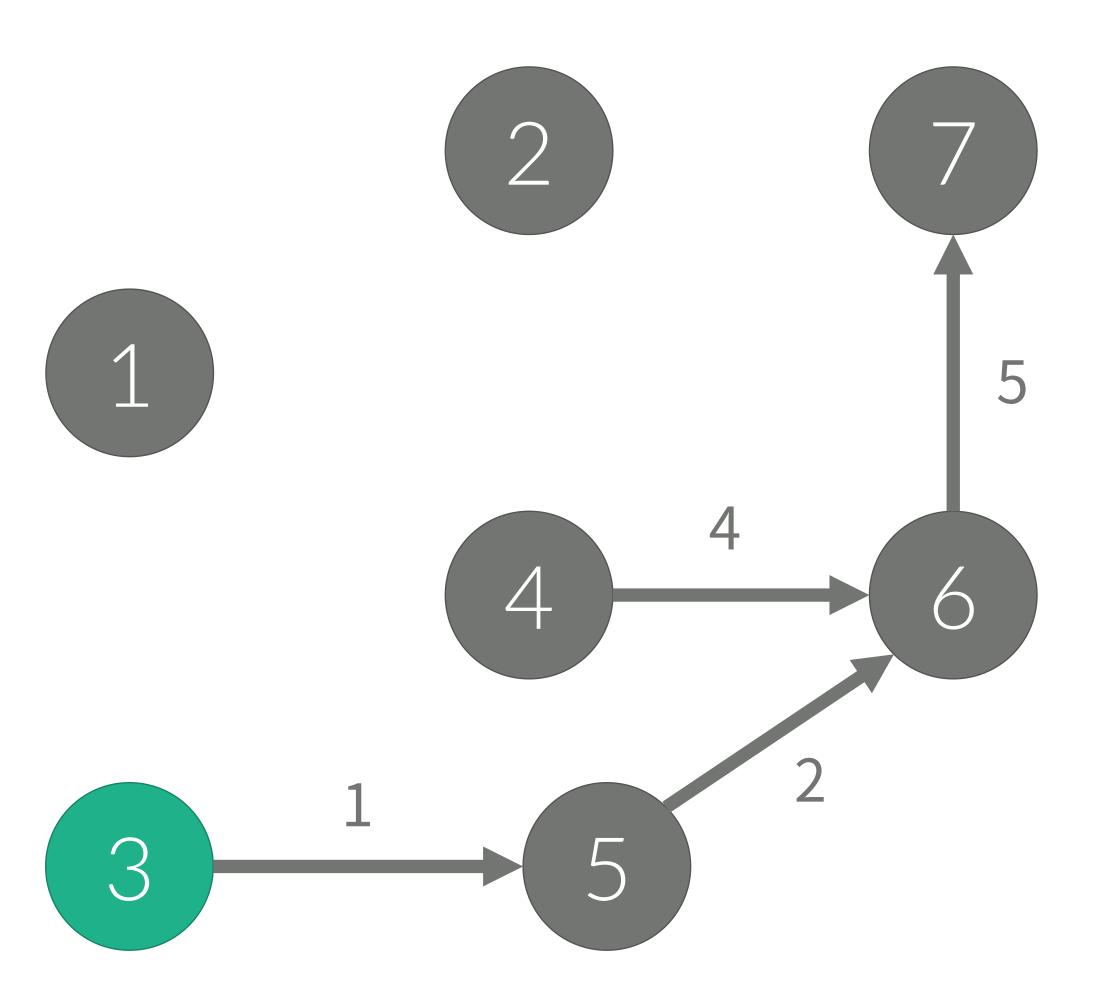
i	1	2		4	5	6	7
거리	0	4	2	(3)			

https://www.acmicpc.net/problem/1948



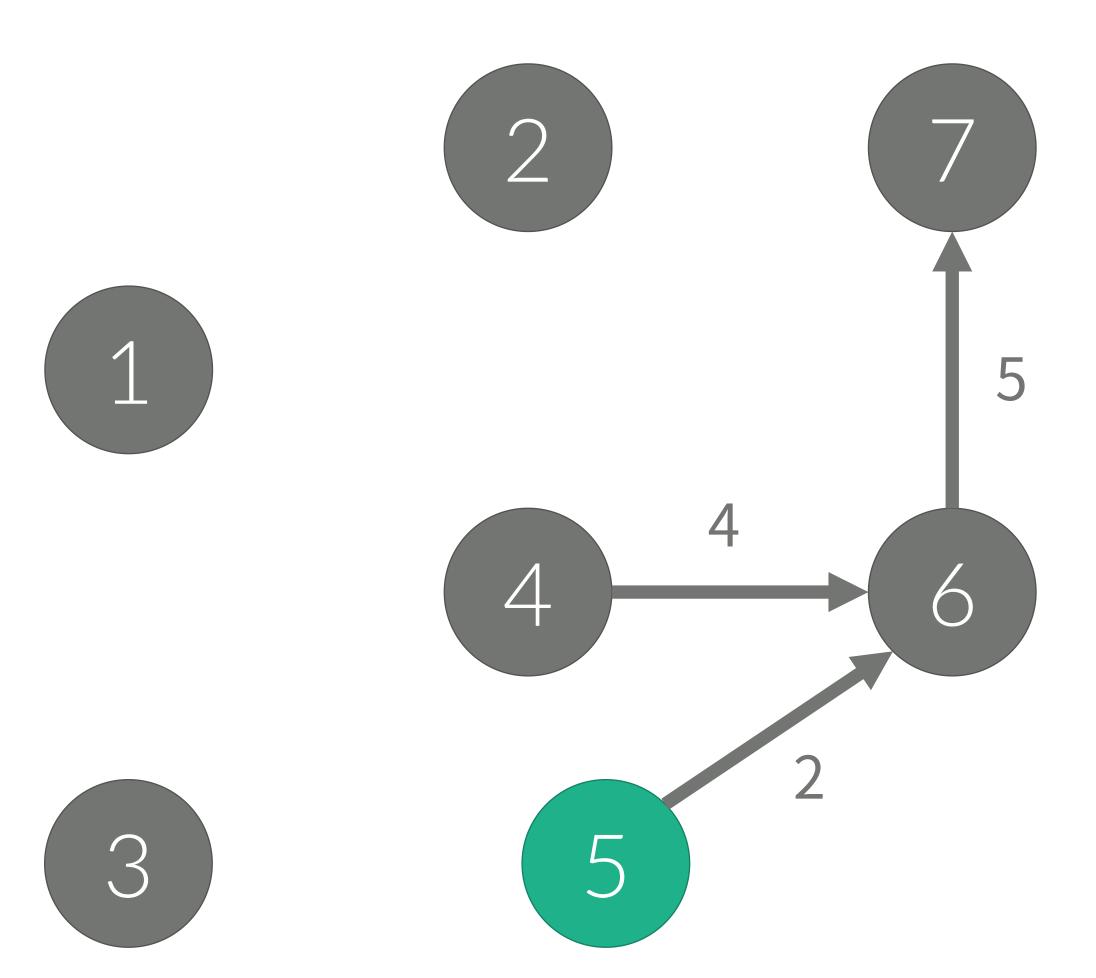
i	1	2	3	4	5	6	7
거리		4	2	3		$\overline{7}$	9

https://www.acmicpc.net/problem/1948



İ	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	9

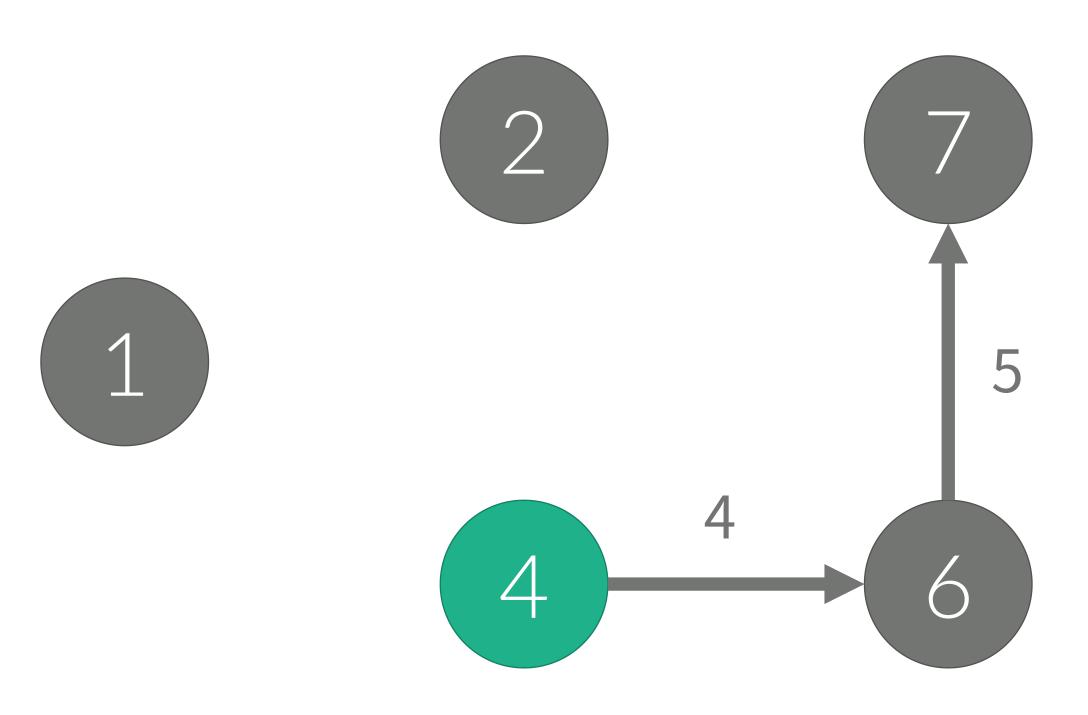
https://www.acmicpc.net/problem/1948



i	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	9

https://www.acmicpc.net/problem/1948

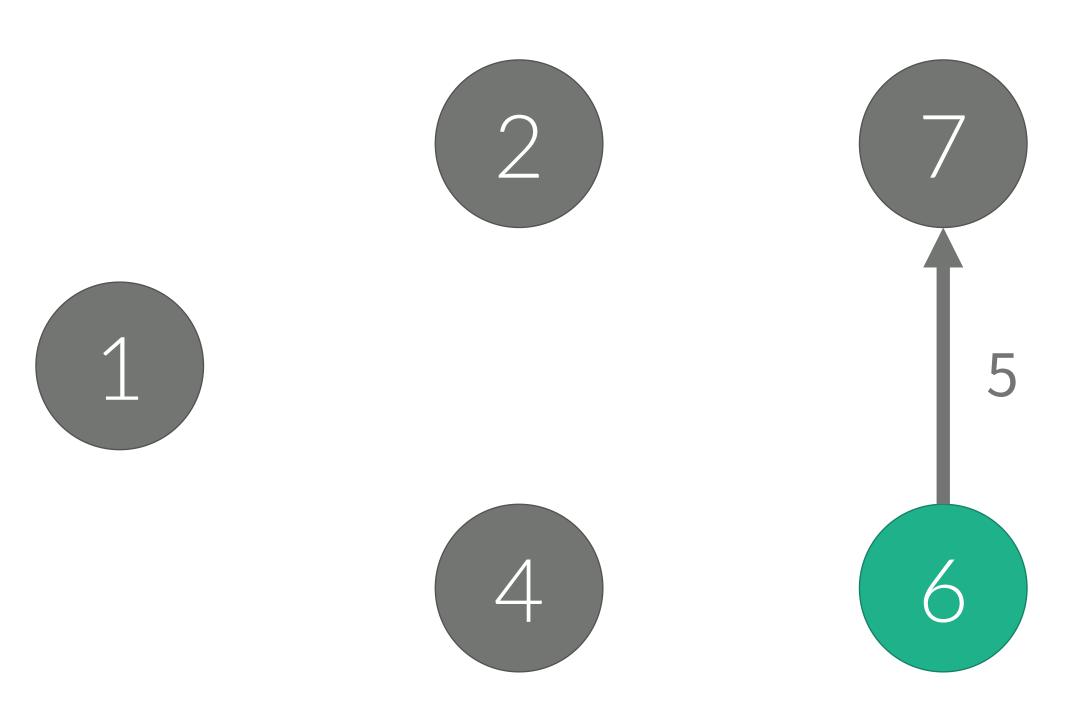
• DAG에서 가장 긴 경로를 구하는 문제



İ	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	9

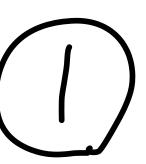
3

https://www.acmicpc.net/problem/1948



i	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12

https://www.acmicpc.net/problem/1948

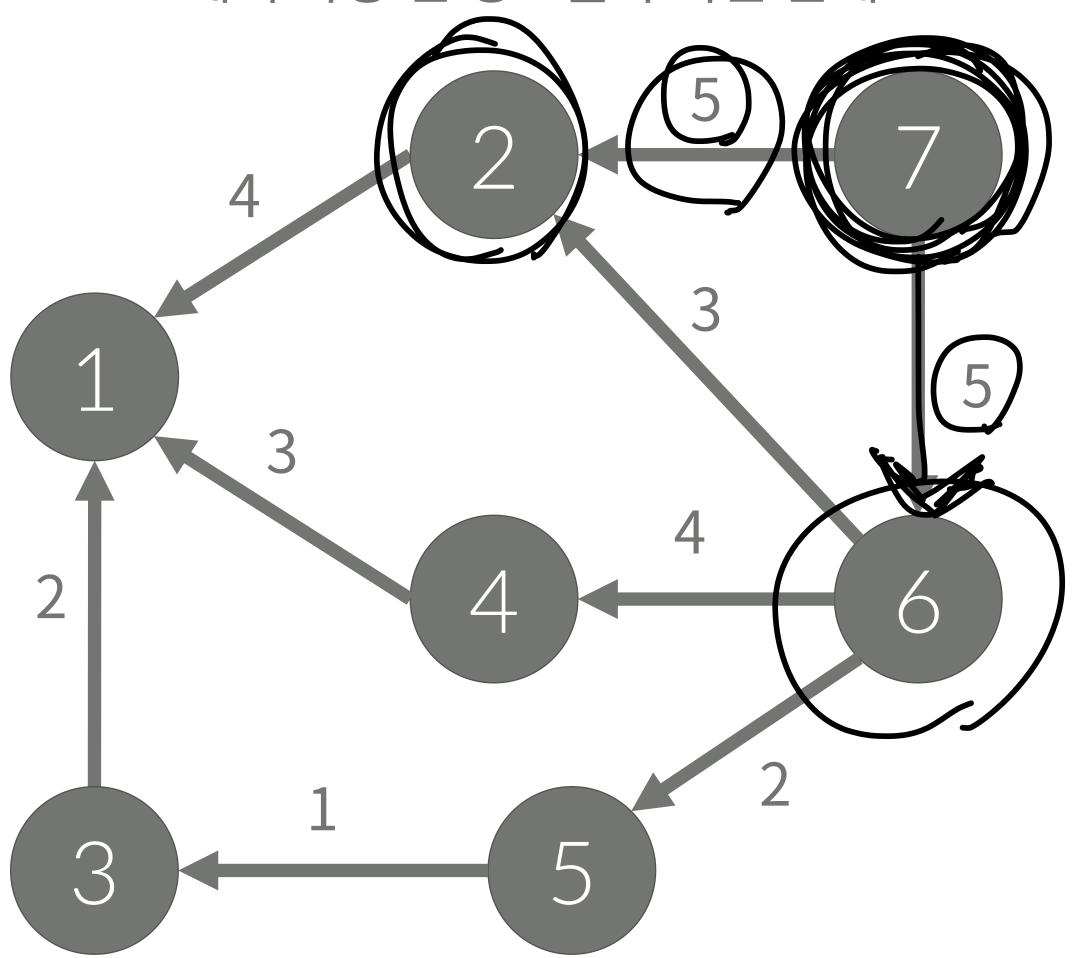


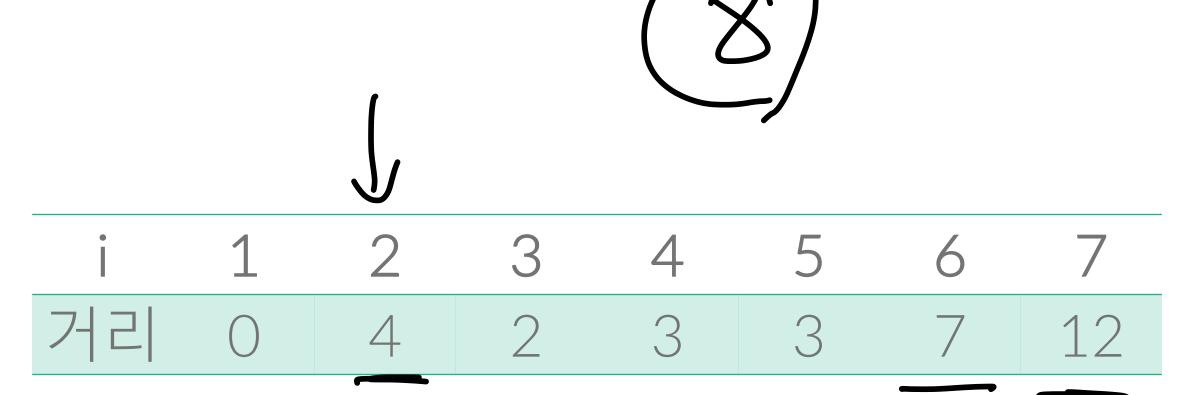
• DAG에서 가장 긴 경로를 구하는 문제



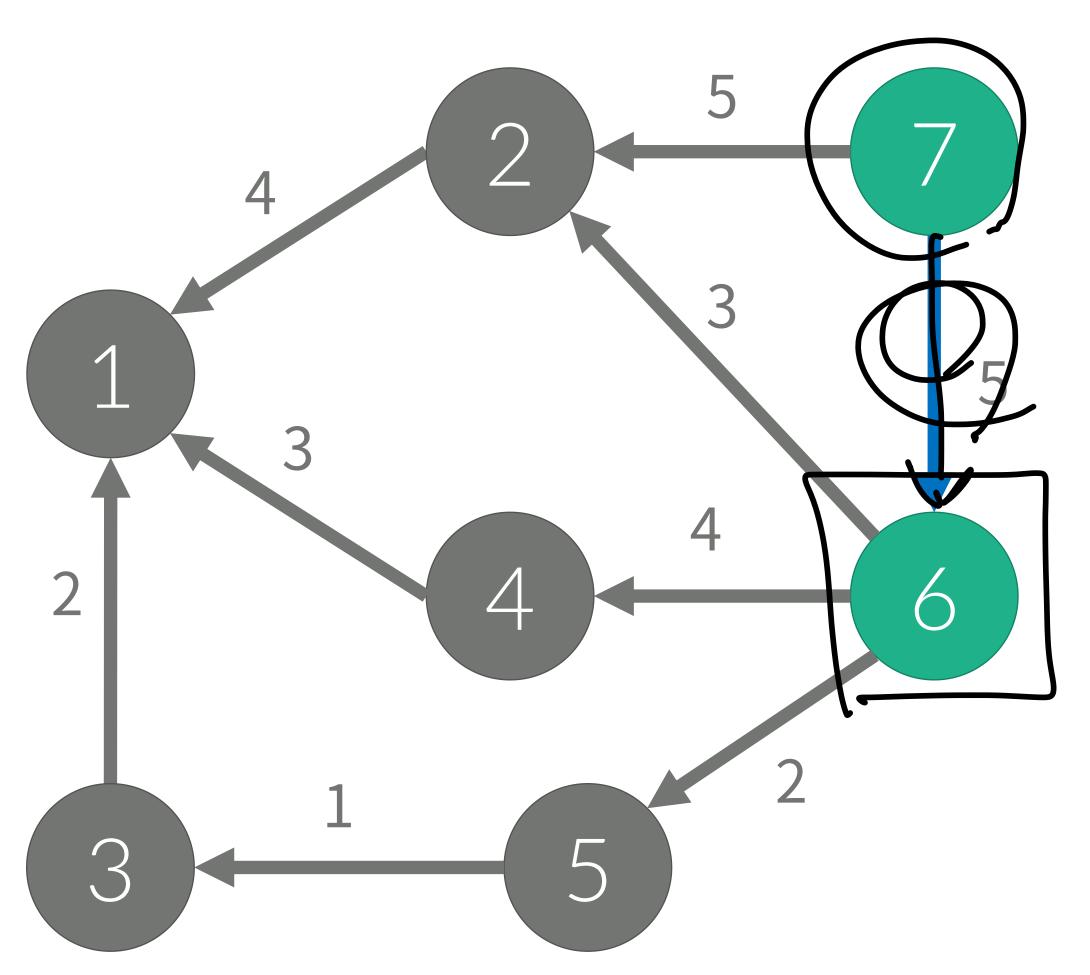
i	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12)

https://www.acmicpc.net/problem/1948



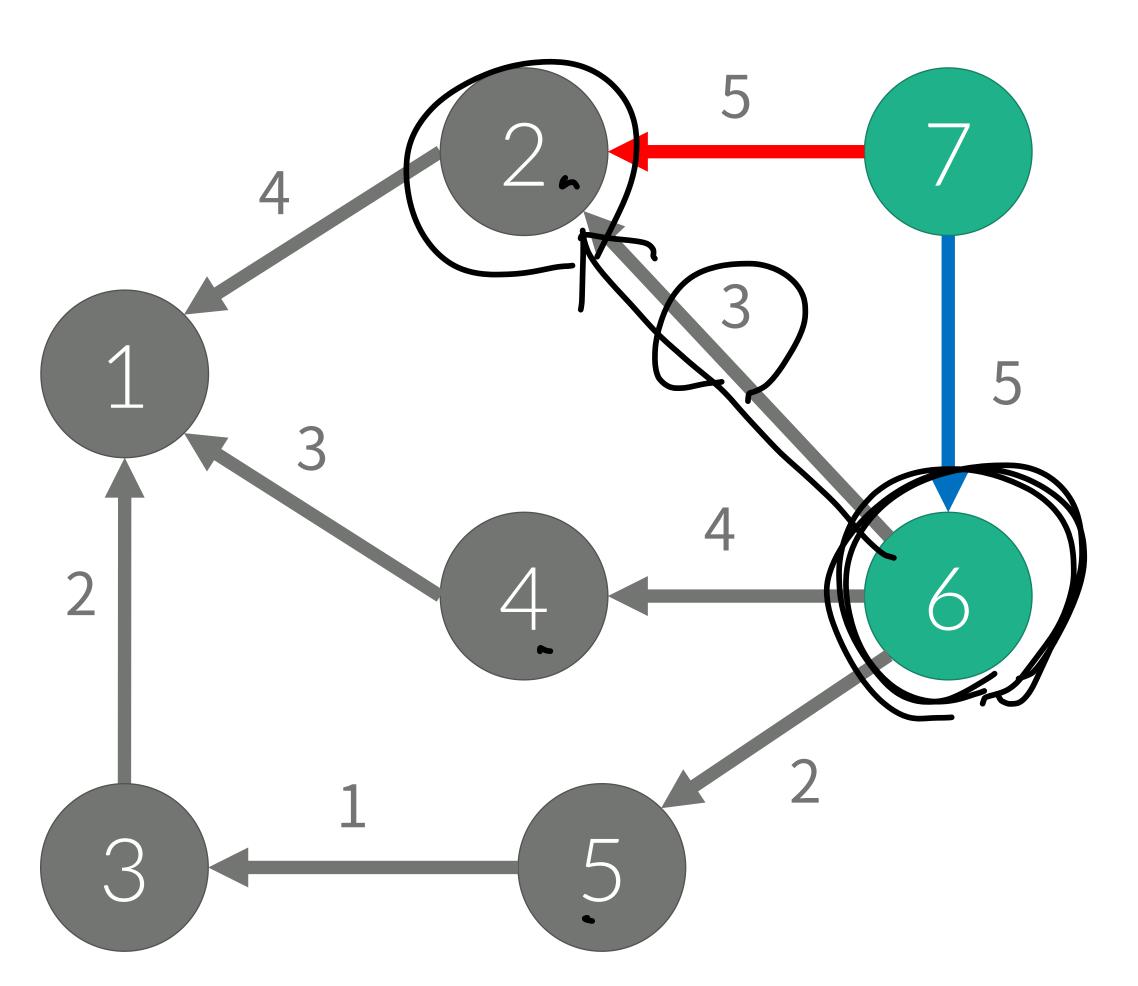


https://www.acmicpc.net/problem/1948



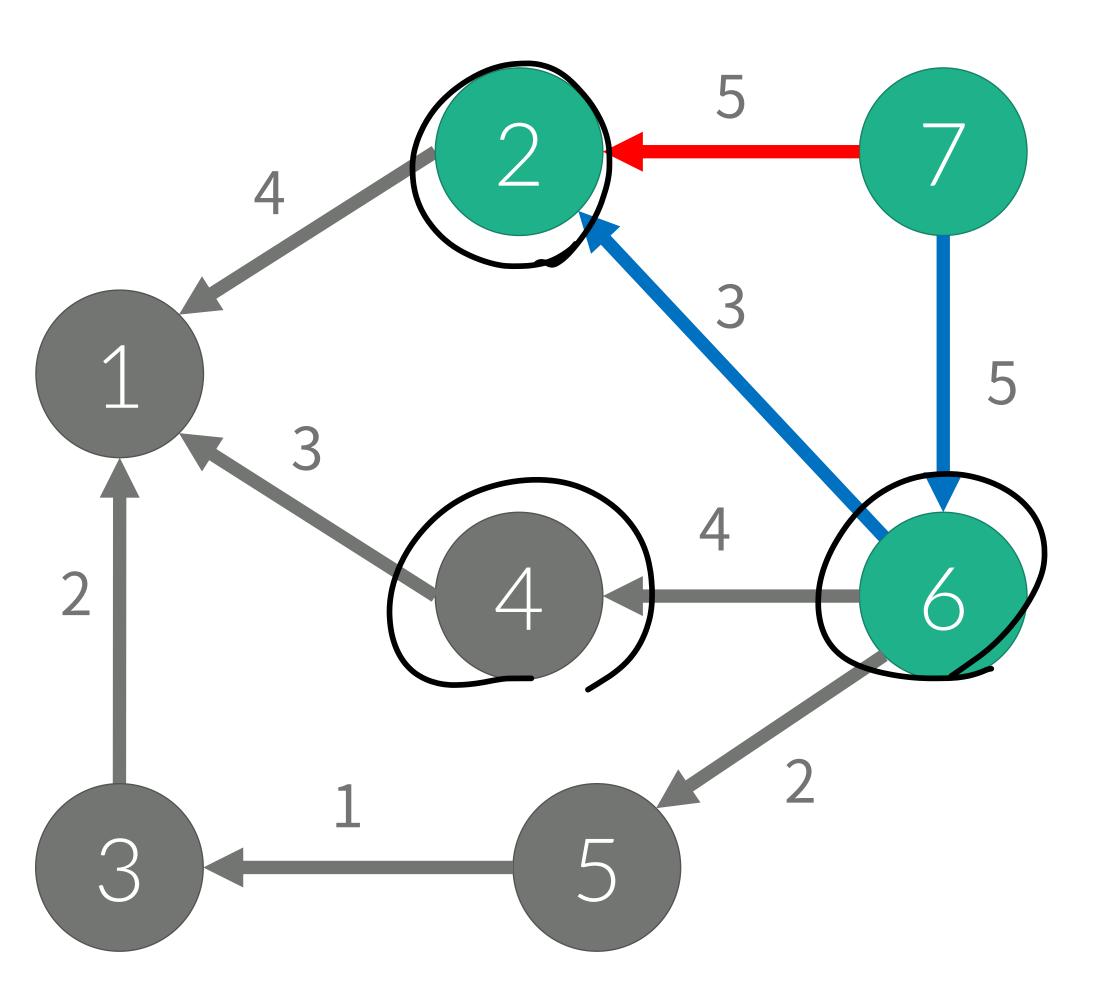
i	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12

https://www.acmicpc.net/problem/1948



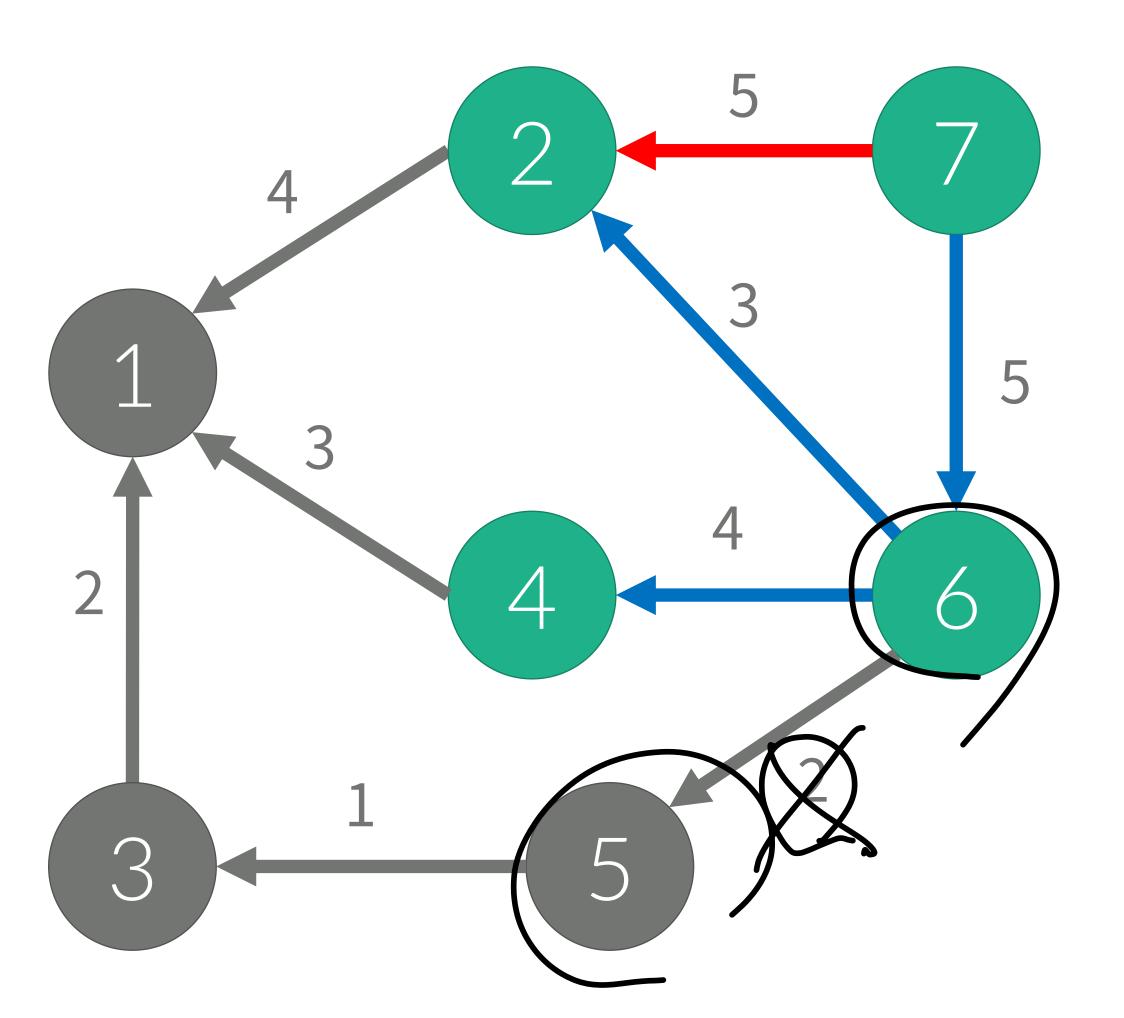
•	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12

https://www.acmicpc.net/problem/1948



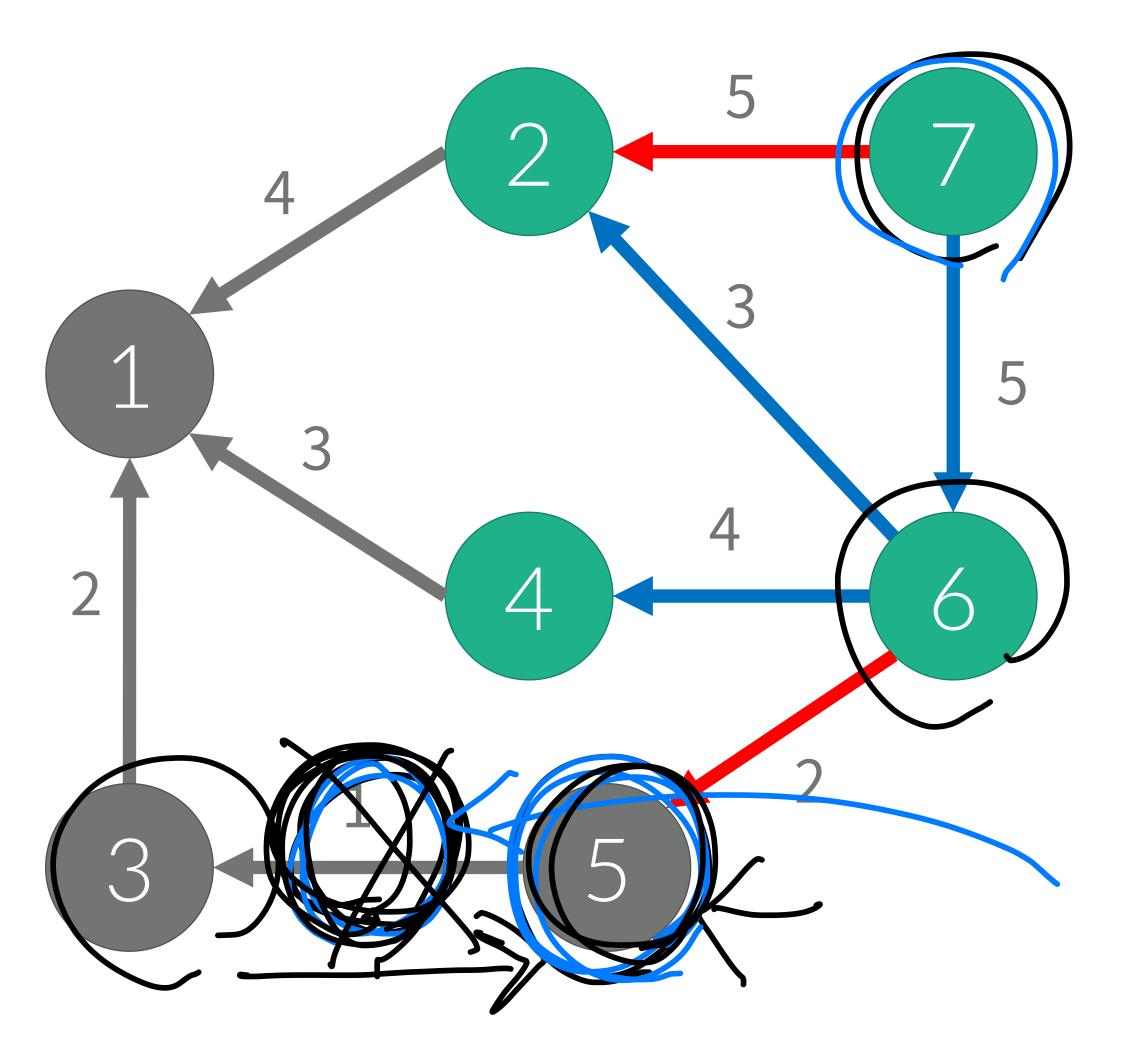
i	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12

https://www.acmicpc.net/problem/1948



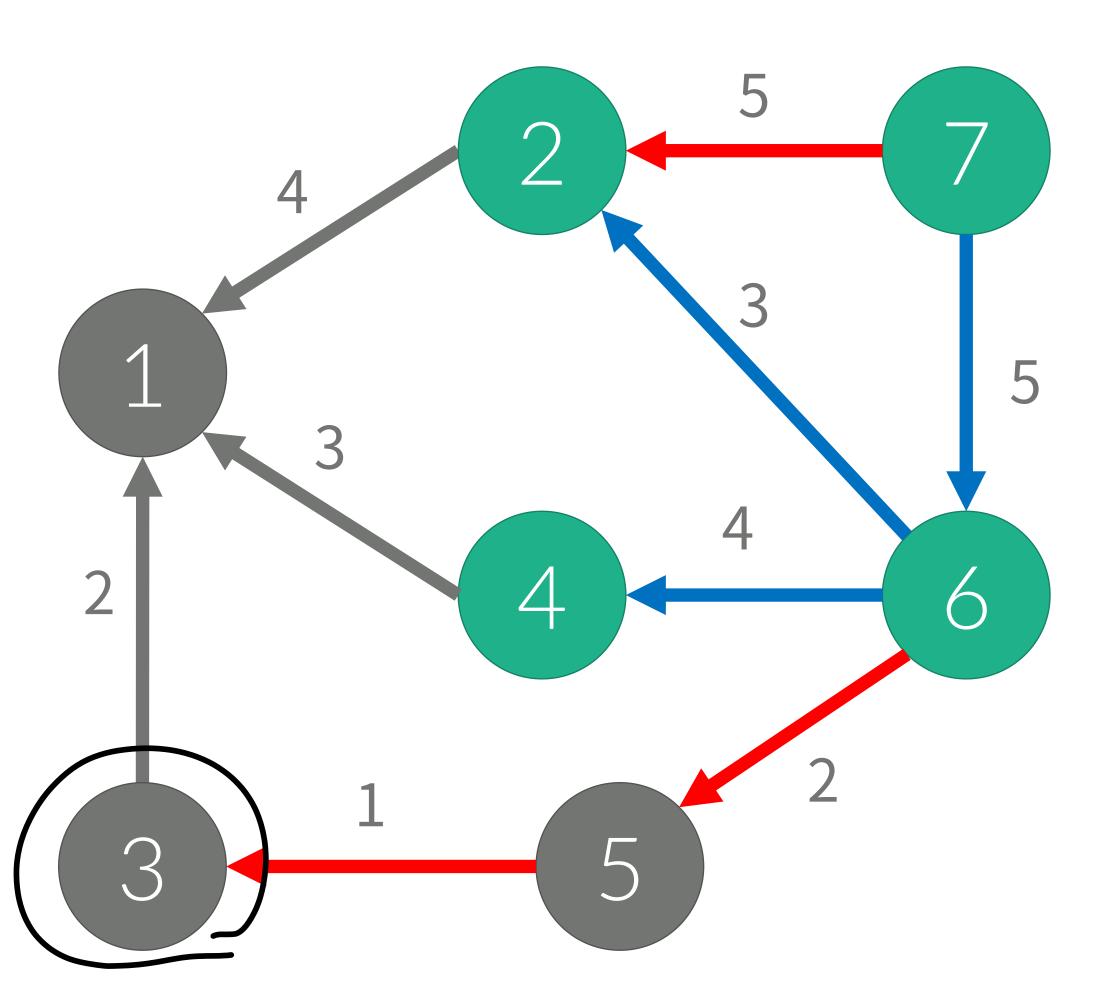
İ	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12

https://www.acmicpc.net/problem/1948



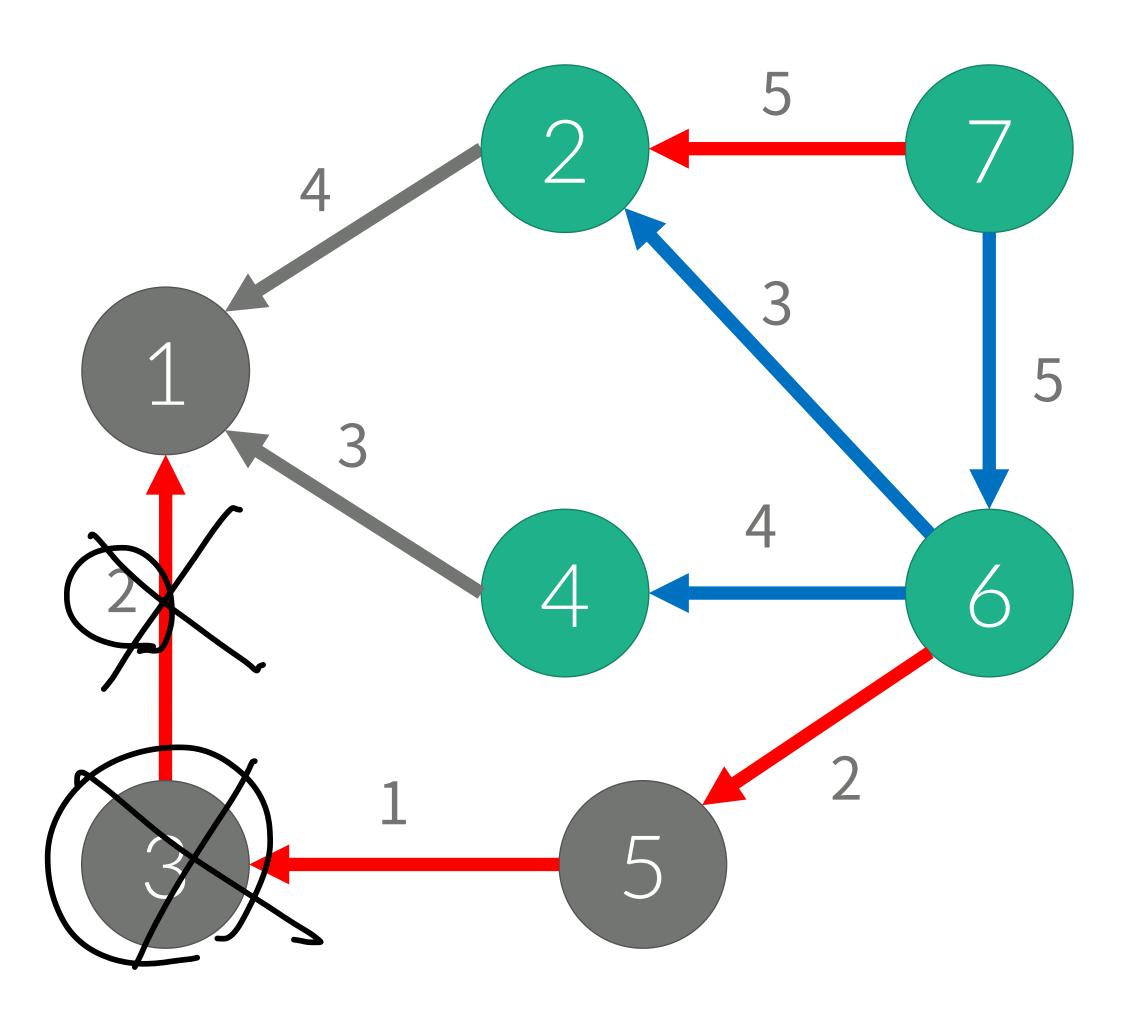
İ	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12
			1				
				•			
				/			

https://www.acmicpc.net/problem/1948



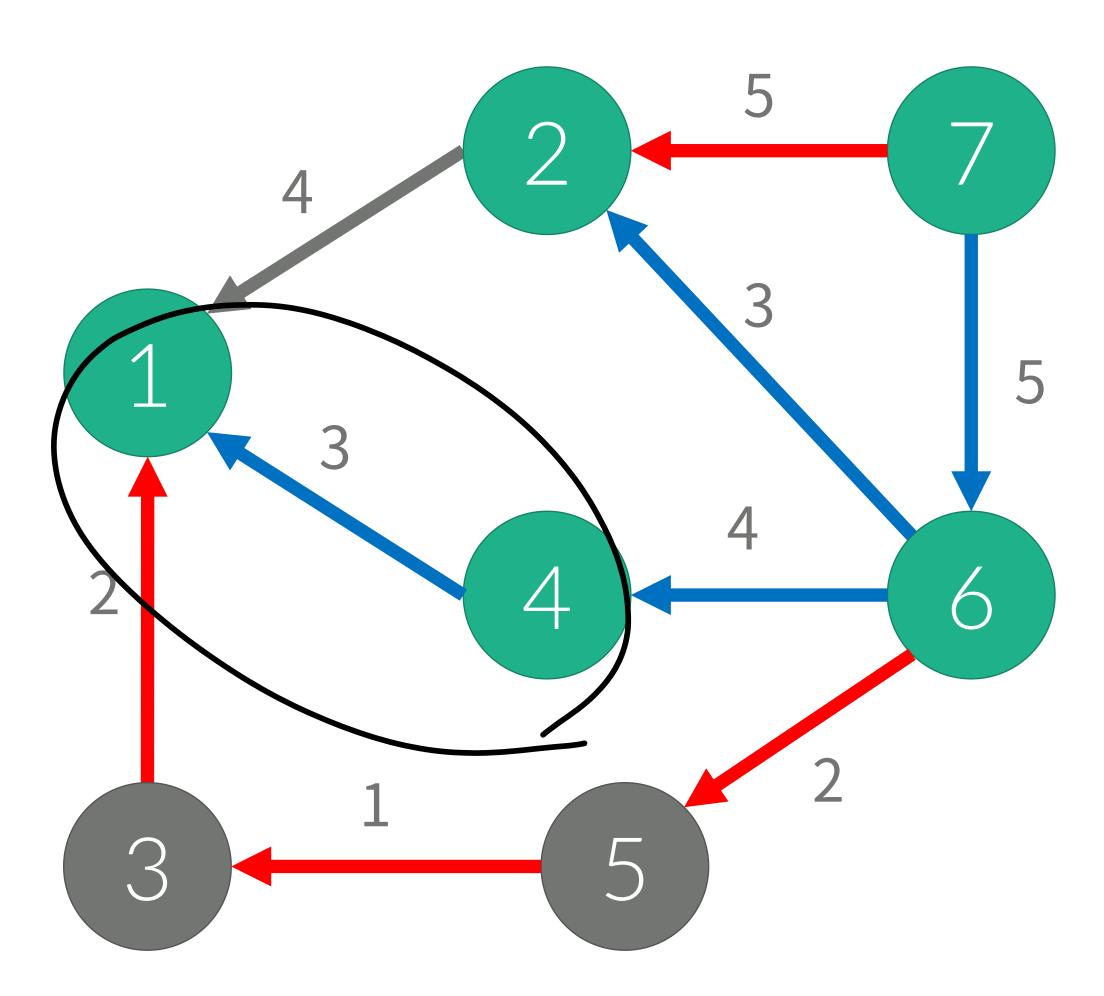
i	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12

https://www.acmicpc.net/problem/1948



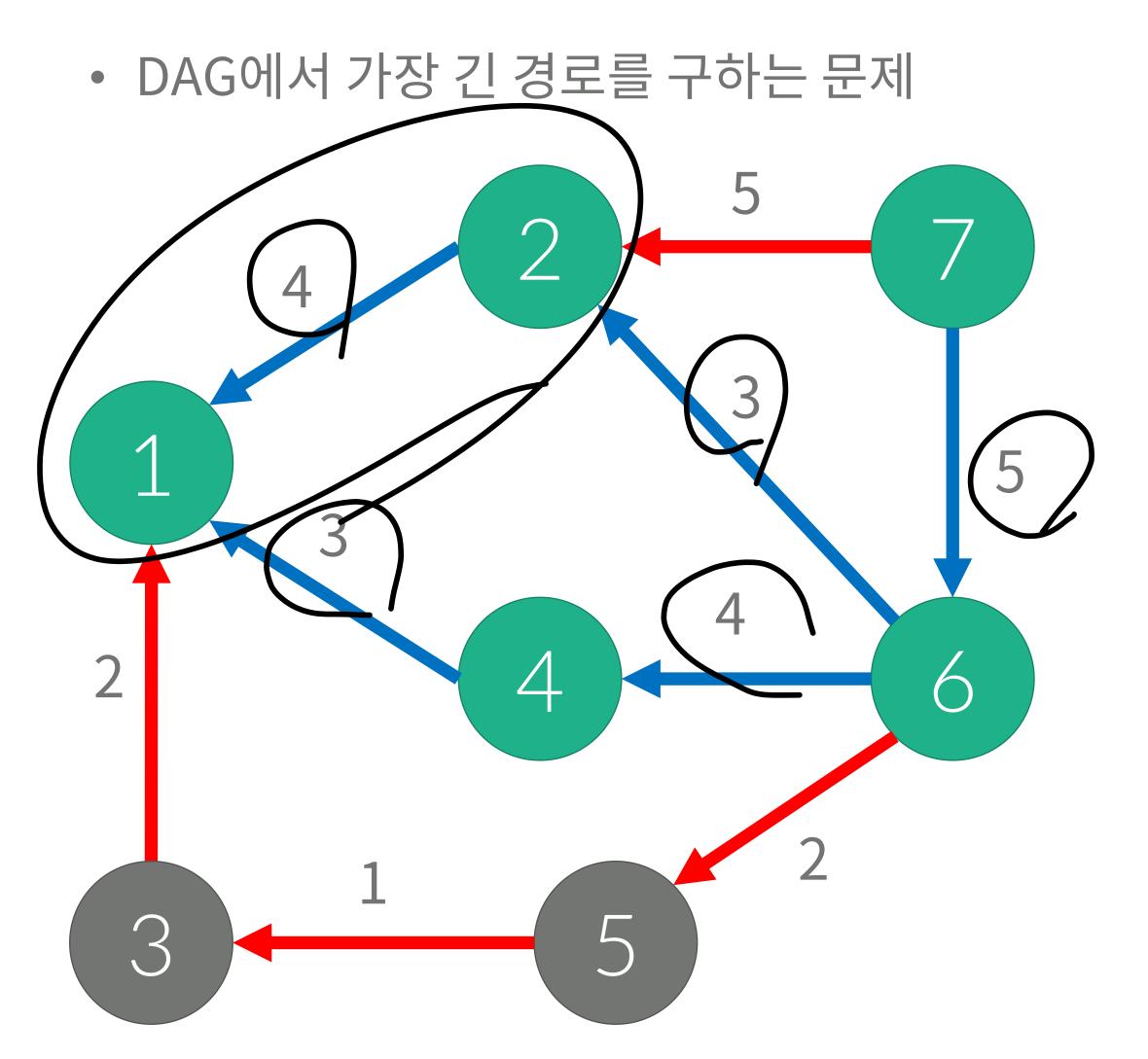
İ	1	2	3	4	5	6	7
거리		4	2	3	3	7	12

https://www.acmicpc.net/problem/1948



i	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12

https://www.acmicpc.net/problem/1948



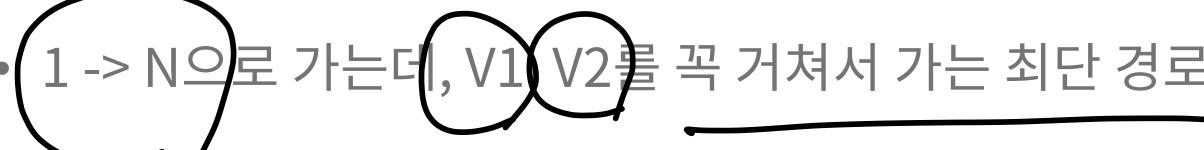
i	1	2	3	4	5	6	7
거리	0	4	2	3	3	7	12

https://www.acmicpc.net/problem/1948

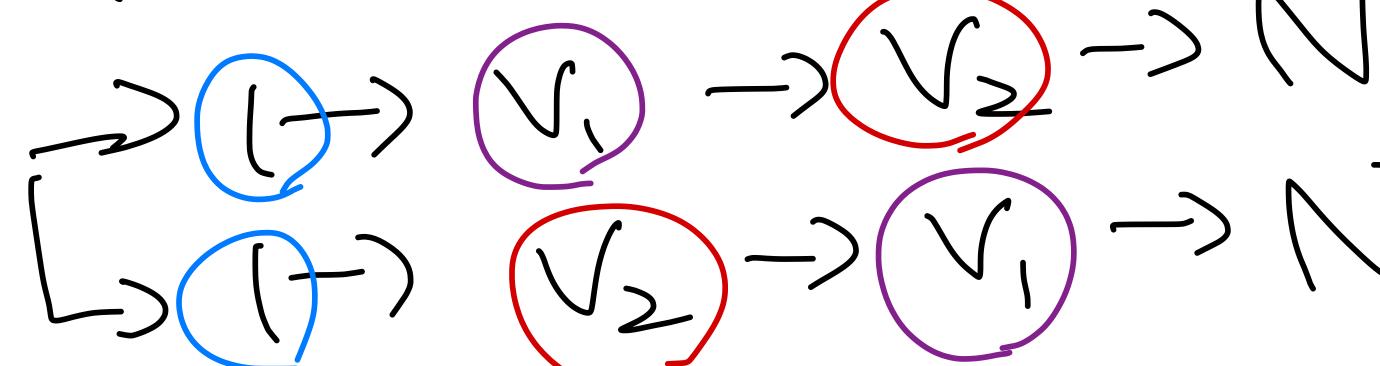
• 소스: http://codeplus.codes/bda16c53320945f492dafccb2ba91add

#### 특정한최단경로

https://www.acmicpc.net/problem/1504



- 가능한 경우 2가지
- 1 -> V1 -> V2 -> N
- 1 -> V2 -> V1 -> N



• 다익스트라의 시작점을 1, V1, V2로 총 3번 알고리즘을 수행한 다음에 답을 구할 수 있다.

#### 특정한최단경로

https://www.acmicpc.net/problem/1504

• 소스: http://codeplus.codes/2d1fa0a59a494c049925f9ddb87bc249

https://www.acmicpc.net/problem/1162

• 도로를 포장하면 걸리는 시간이 0이다.

• 1에서 N으로 가는 최단 경로 중에서 K개 이하의 도로를 포장해서 최단 시간을 찾는 문제

https://www.acmicpc.net/problem/1162

• 그래프에서 최단 시간을 구하는 문제는 다익스트라 알고리즘으로 풀 수 있다

 $\frac{73200153}{532591342}$  the  $\frac{532591342}{(4,t)-5(4,t)}$  (532547)

 $(x,t) \rightarrow (x,t) (2225)$ 

4 < K

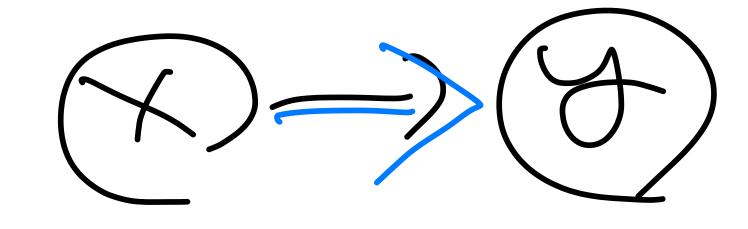
https://www.acmicpc.net/problem/1162

- 이 문제는 도로 포장 개념이 존재한다.
- 그럼, 어떤 정점 v에 도착했을 때, 1개를 포장하고 도착한 경우와 2개를 포장하고 도착한 경우는 서로 다른 경우이다.
- 정점을 k+1등분해서 다익스트라 알고리즘을 수행한다.
- (v, t) = 정점 v에 도착했는데, 포장한 도로는 t개 지나갔음

https://www.acmicpc.net/problem/1162

• 기존 다익스트라

```
if (dist[y] > dist[x] + a[x][i].cost) {
    dist[y] = dist[x] + a[x][i].cost;
    q.push(make_pair(-dist[y], y));
}
```



https://www.acmicpc.net/problem/1162

```
• 바뀐 다익스트라
              k)&& dist[y][step+1] > dist[x][step]
   dist[y][step+]] = dist[x][step];
   q.push(make_tuple(-dist[y][step+1], y, (step+1)));
if (dist[y][step] > dist[x][step] +(a[x][i].cost
   dist[y][step] = dist[x][step] + ([x][i].cost;
   q.push(make_tuple(-dist[y][step], y, step);
```

https://www.acmicpc.net/problem/1162

• 소스: http://codeplus.codes/5df96fb65efa486fb99d1a37fae98622

tpl://www.acmicpc.net/problem/1854

1번 도시에서 다른 모든 도시로 가를 첫째 최단 경로를 찾는 문제



# (번째)최단경로 찾기

https://www.acmicpc.net/problem/1854

• 최단 경로를 찾는 문제는 다익스트라를 이용해서 풀 수 있다

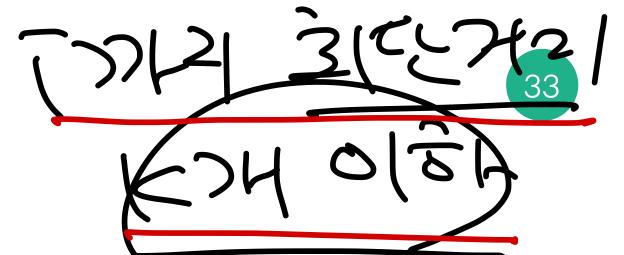
• 다익스트라를 응용해서 최단 경로 문제를 푼다

https://www.acmicpc.net/problem/1854

- 다익스트라의 dist 배열을 항상 K개의 최단 경로를 저장하게 구현한다.
- 이 때, 새로운 거리가 K개보다 작은 경우에는 그냥 추가하고
- K개와 같은 경우에는 dist에서 가장 큰 값과 비교한다.
- 비교했을 때, 가장 큰 값보다 작으면, 큰 값을 제거하고 추가한다.

## K번째 최단경로 찾기 (Succ



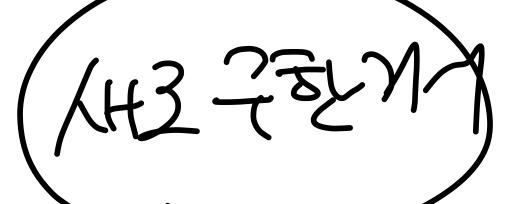


https://www.acmicpc.net/problem/1854

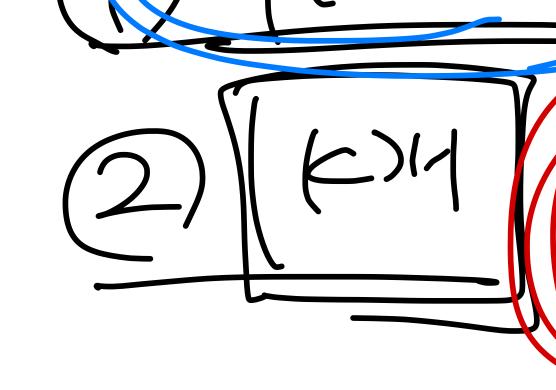
```
if (dist[y].size() < k) || (dist[y].top() > (cur) + a[x][i].cost) {
    if (dist[y].size() == k) {
        dist[y].pop();
    }
}
```

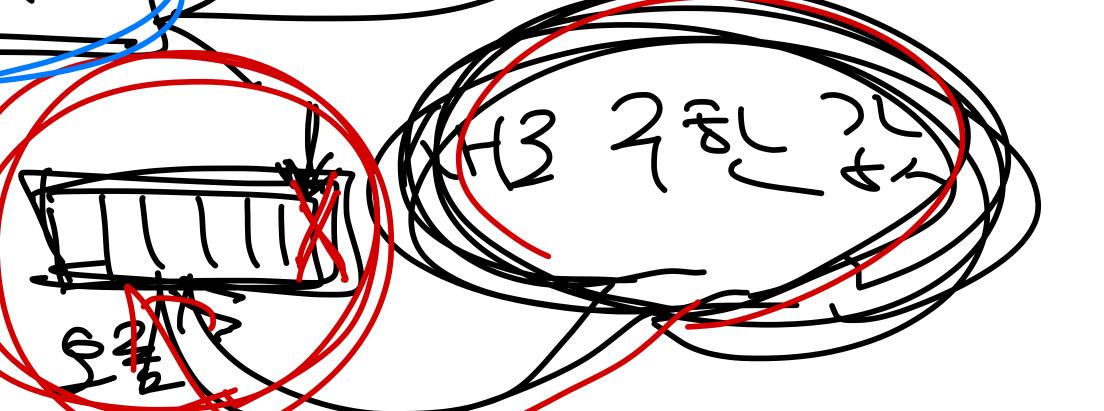
dist[y].push(cur+a[x][i].cost);

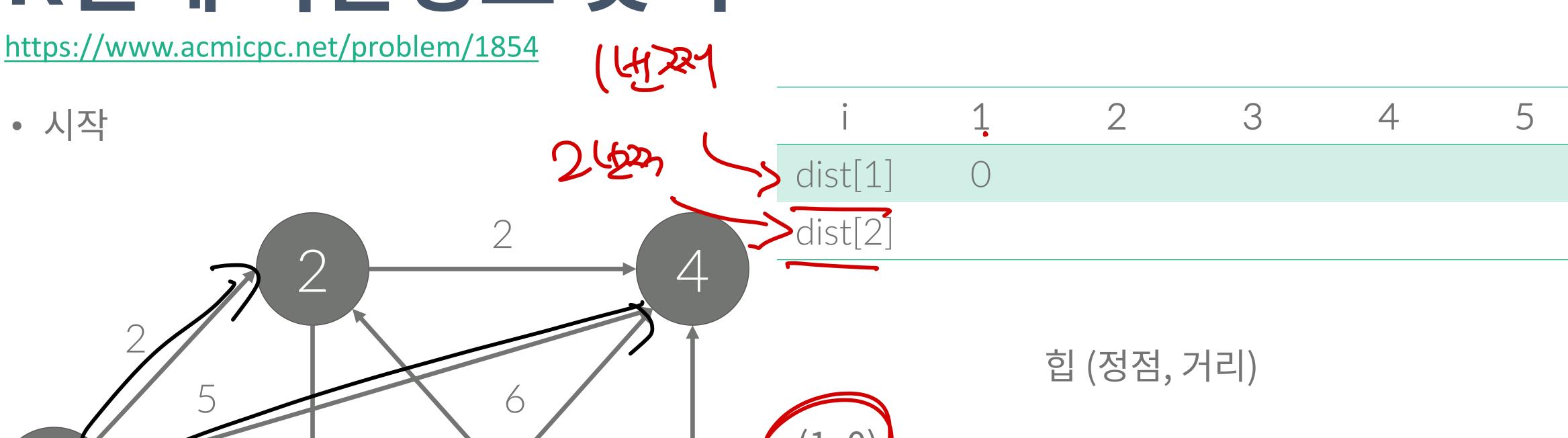
q.push(make\_pair(-(cur+a[x][1].cost), y));



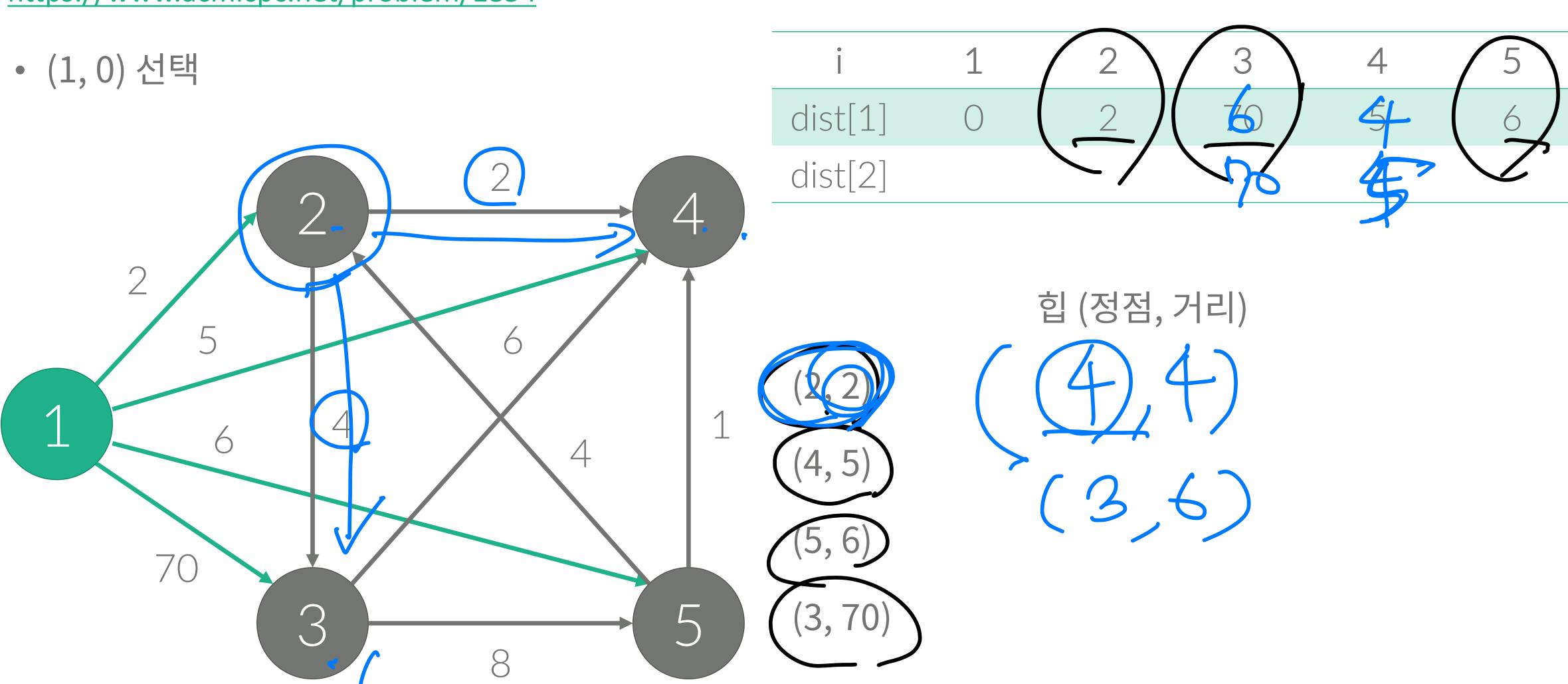






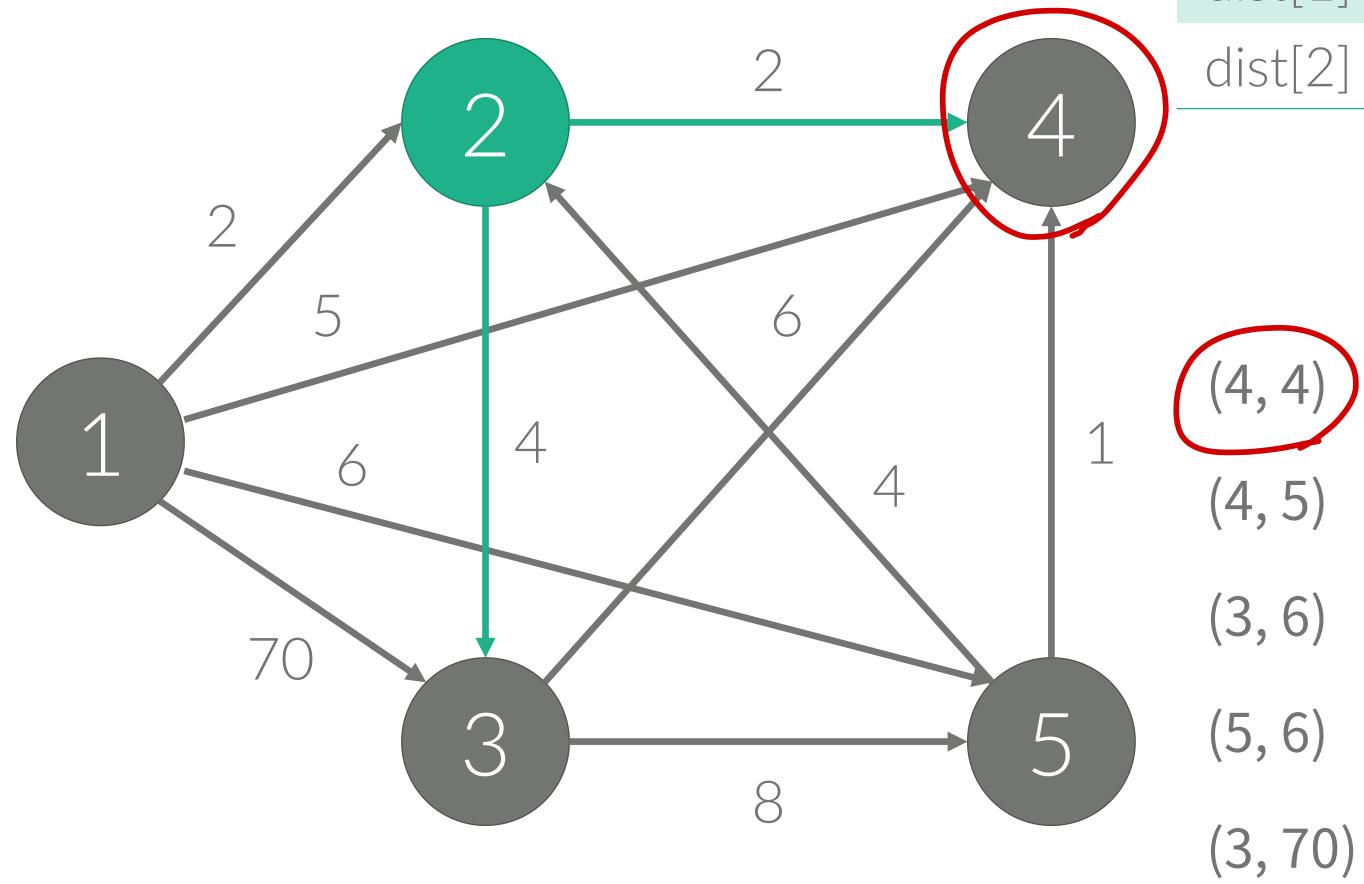


https://www.acmicpc.net/problem/1854



https://www.acmicpc.net/problem/1854

(2, 2) 선택

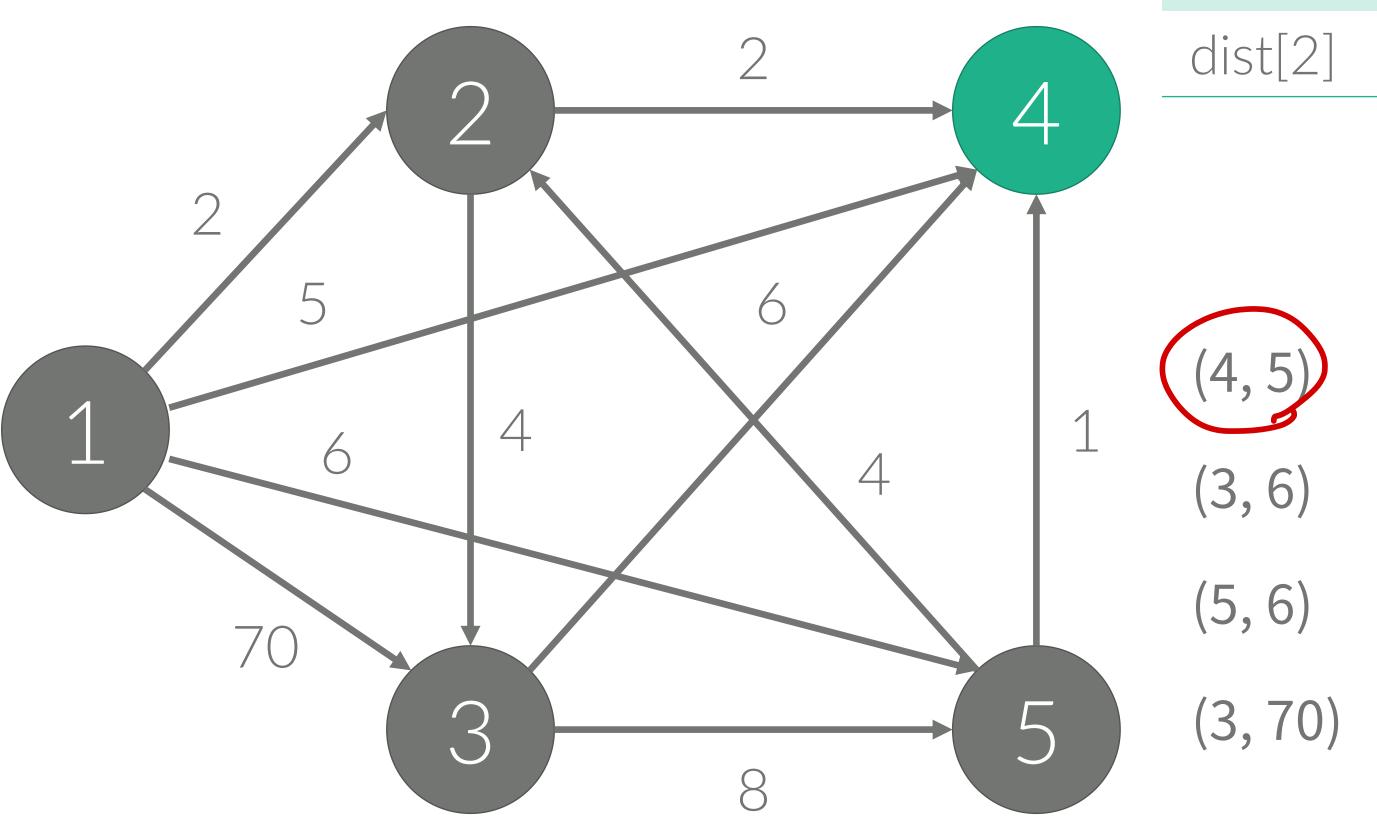


İ	1	2	3	4	5
dist[1]	0	2	6	4	6
dist[2]			70	5	

힙 (정점, 거리)

https://www.acmicpc.net/problem/1854

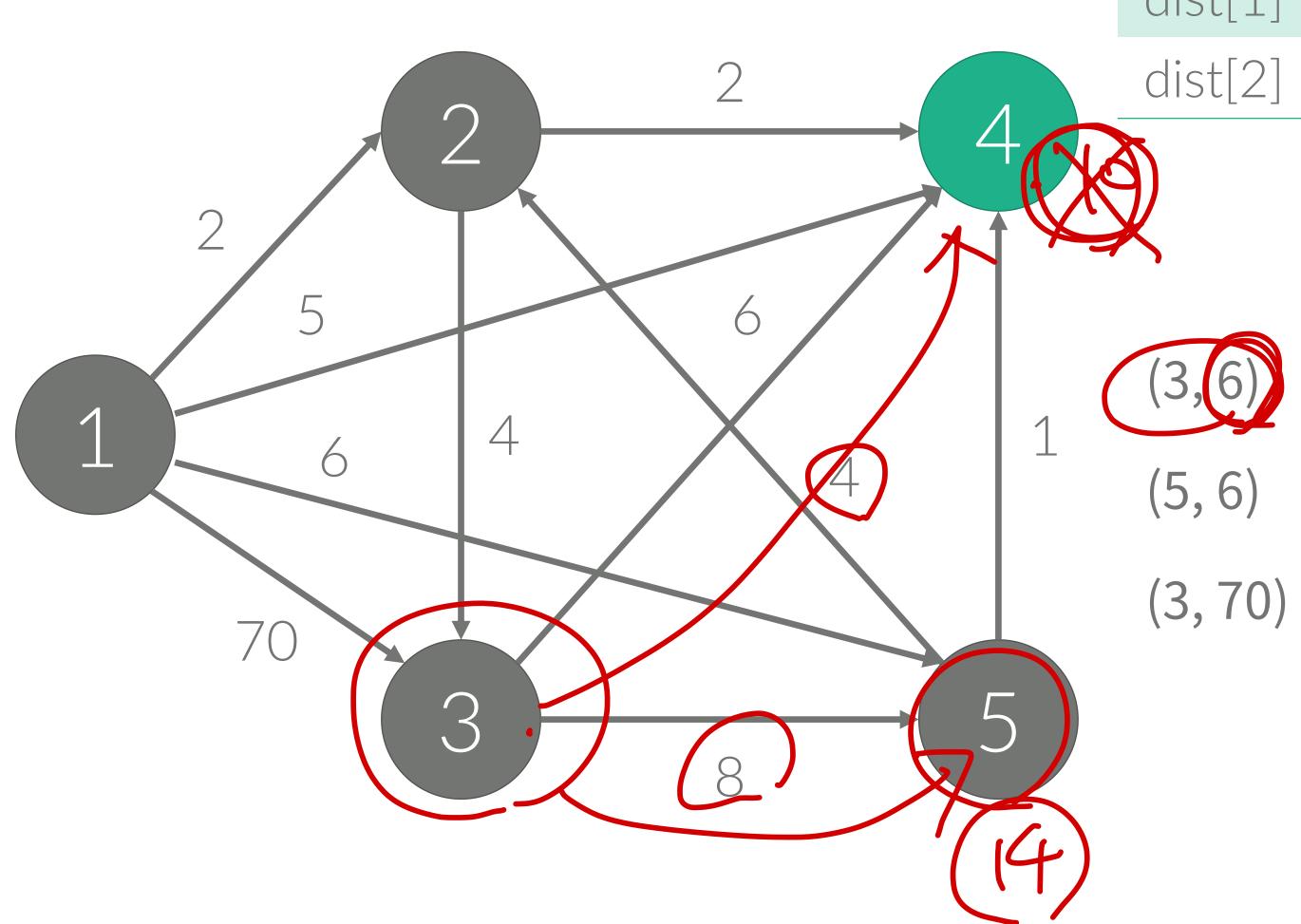
(4, 4) 선택



i	1	2	3	4	5
dist[1]	0	2	6	4	6
dist[2]			70	5	

https://www.acmicpc.net/problem/1854

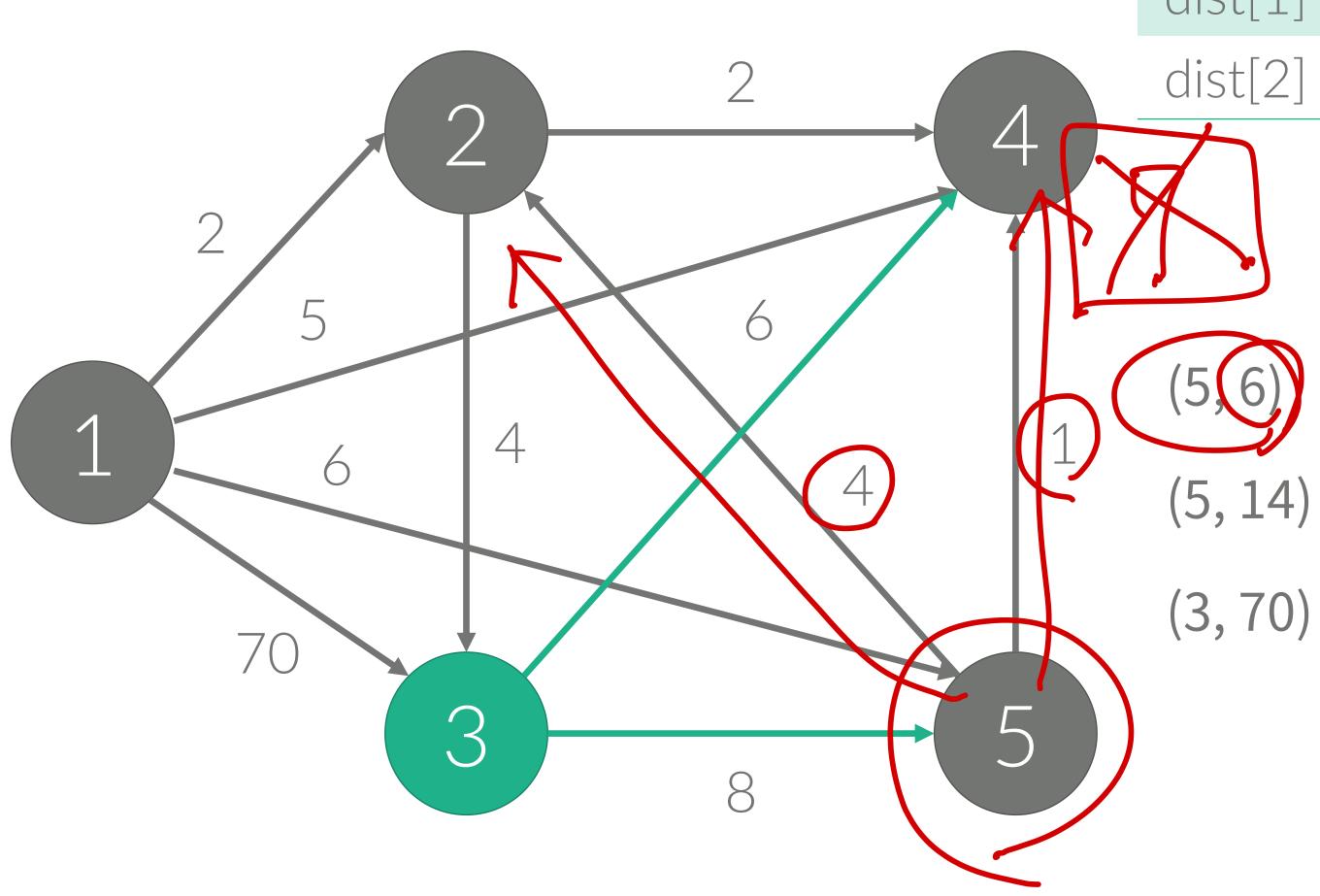
(4, 5) 선택



İ	1	2	3	4	5
dist[1]	0	2	6	4	6
dist[2]			70	5	(4)

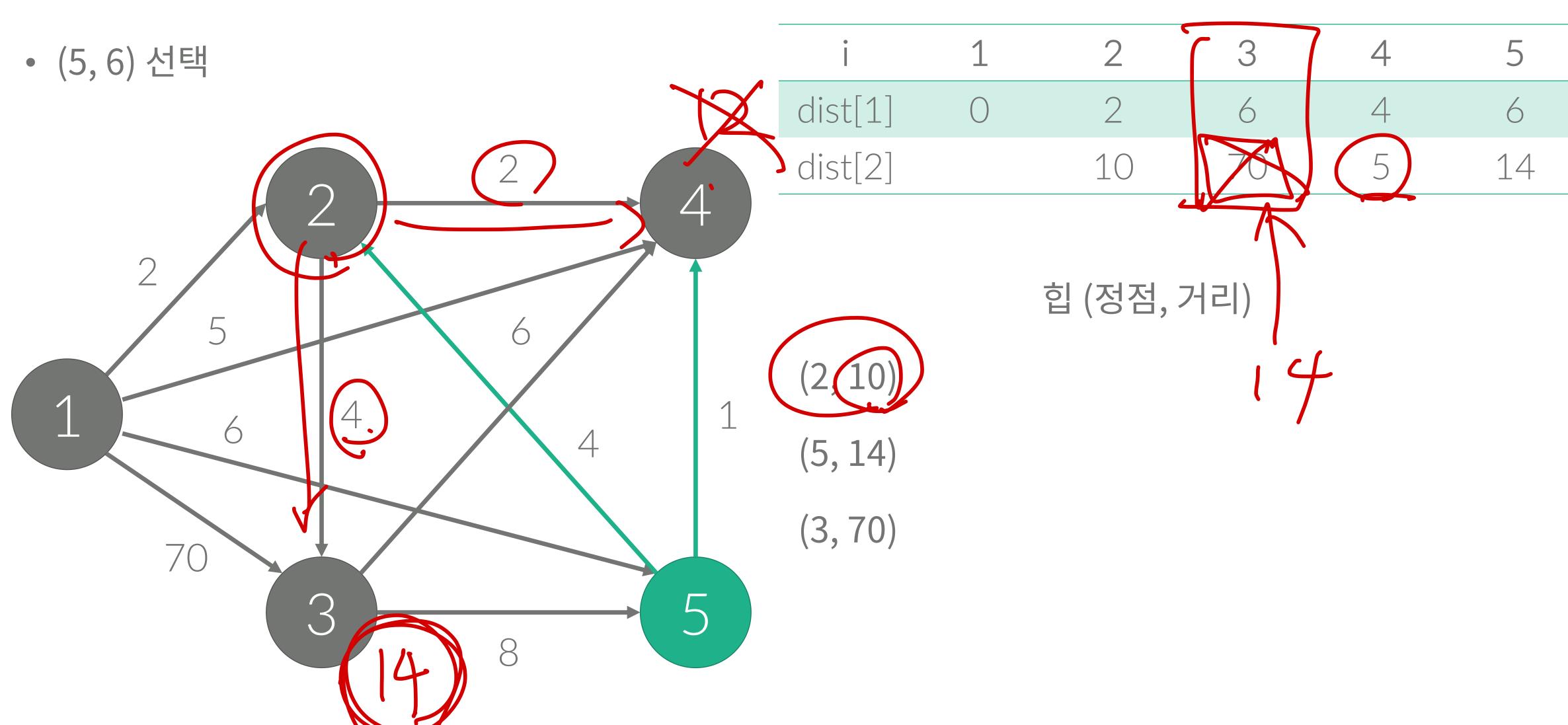
https://www.acmicpc.net/problem/1854





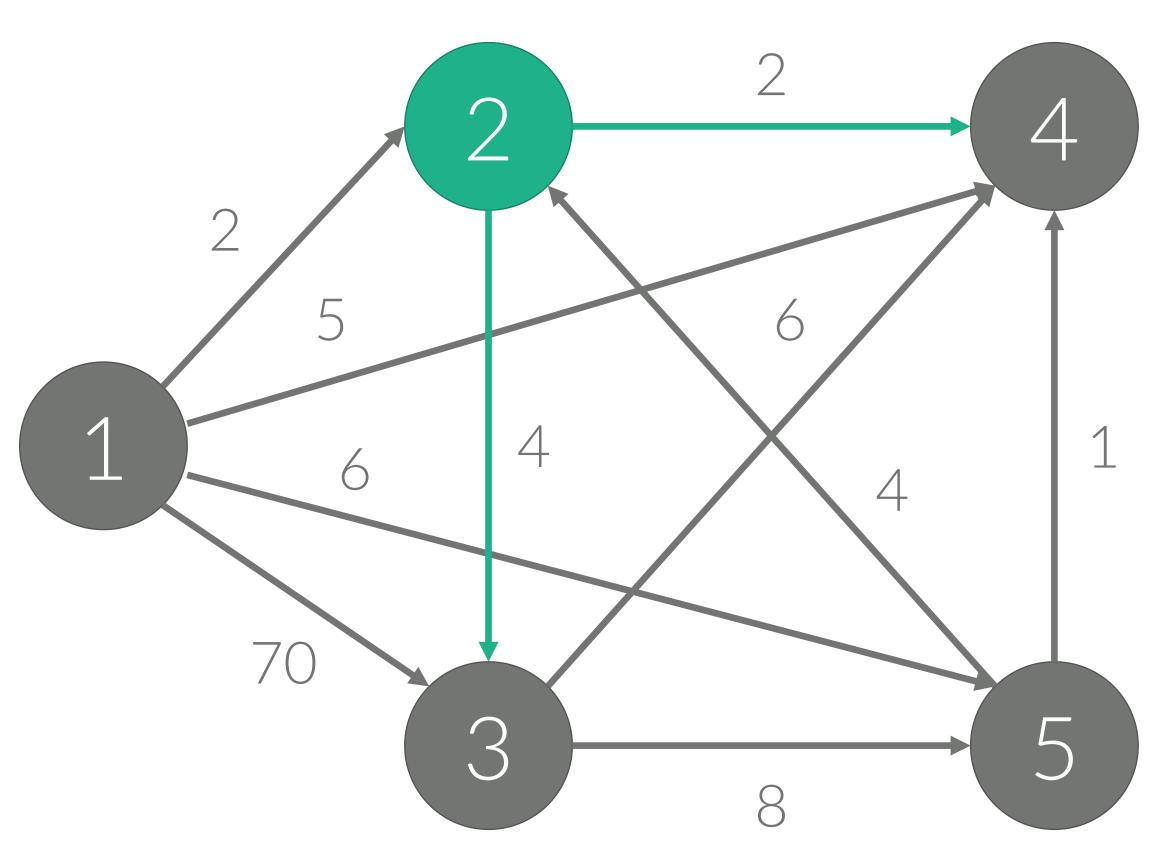
İ	1	2	3	4	5
dist[1]	0	2	6	4	6
dist[2]			70	5	14

https://www.acmicpc.net/problem/1854



https://www.acmicpc.net/problem/1854

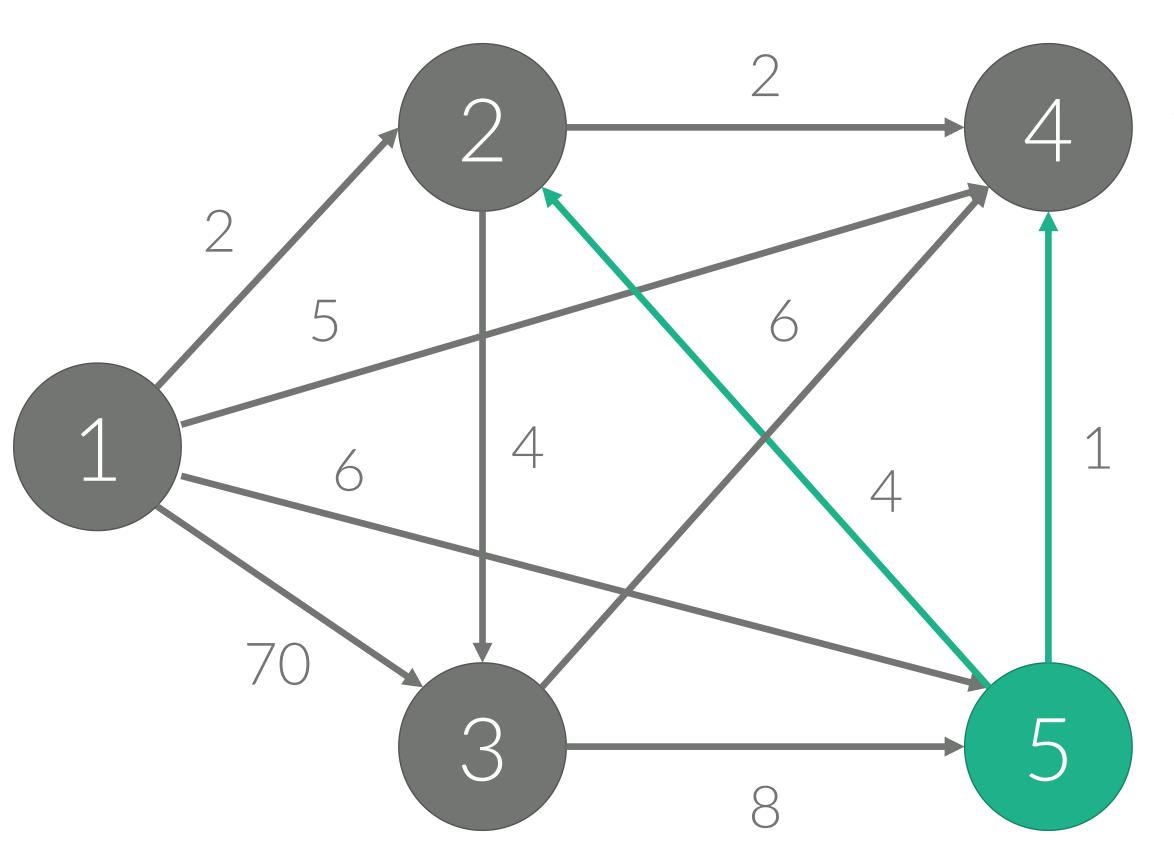
(2, 10) 선택



i	1	2	3	4	5
dist[1]	0	2	6	4	6
dist[2]		10	14	5	14

https://www.acmicpc.net/problem/1854

(5, 14) 선택



	1	2	3	4	5
dist[1]	0	2	6	4	6
dist[2]		10	14	5	14

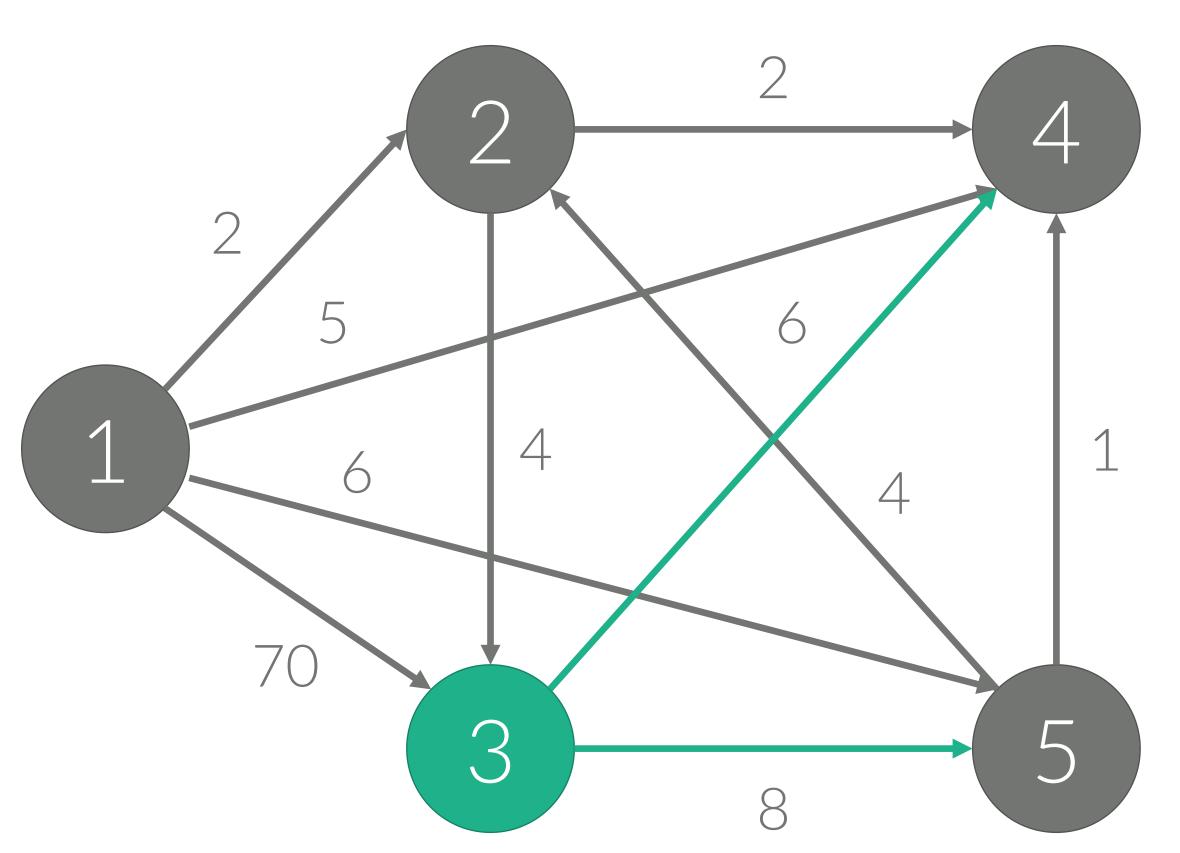
힙 (정점, 거리)

(3, 14)

(3,70)

https://www.acmicpc.net/problem/1854

• (3, 14) 선택



i	1	2	3	4	5
dist[1]	0	2	6	4	6
dist[2]		10	14	5	14

힙 (정점, 거리)

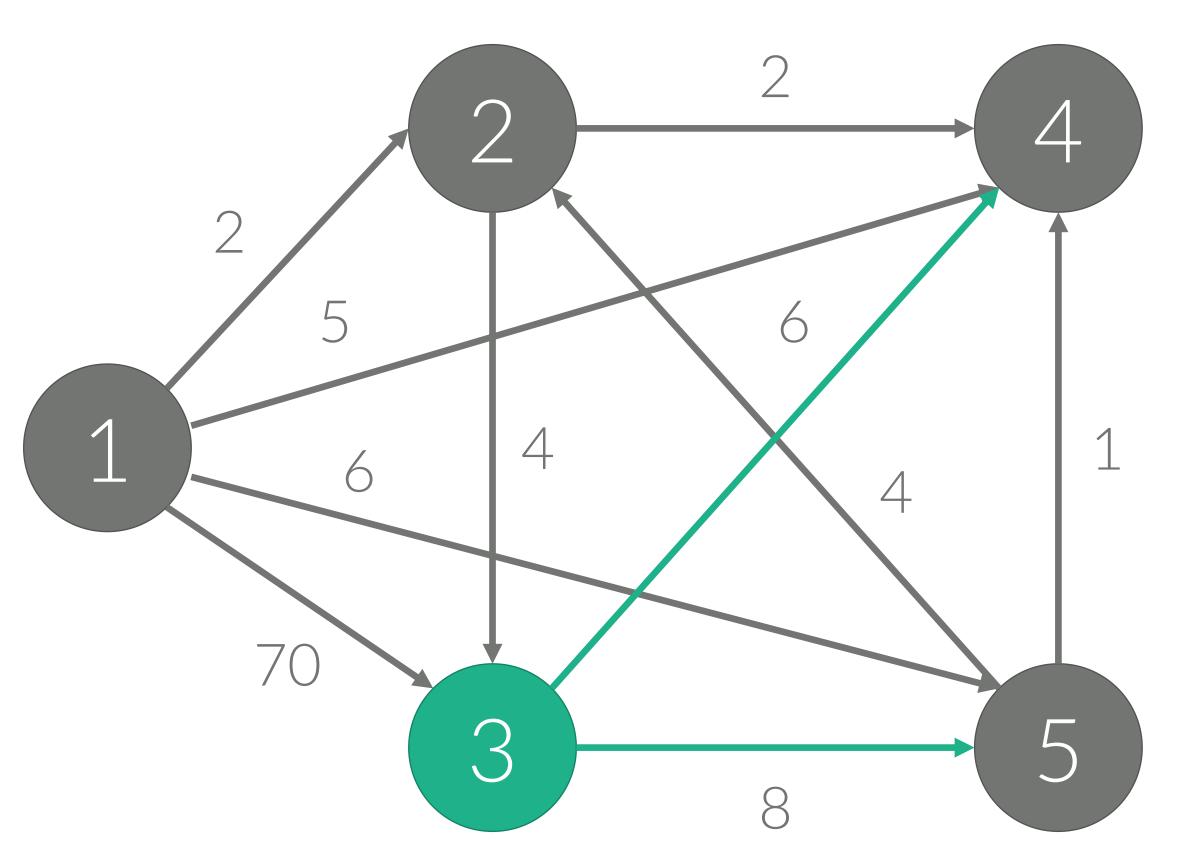
(3,70)

#### 44

# K번째 최단경로 찾기

https://www.acmicpc.net/problem/1854

(3, 70) 선택



•	1	2	3	4	5
dist[1]	0	2	6	4	6
dist[2]		10	14	5	14

https://www.acmicpc.net/problem/1854

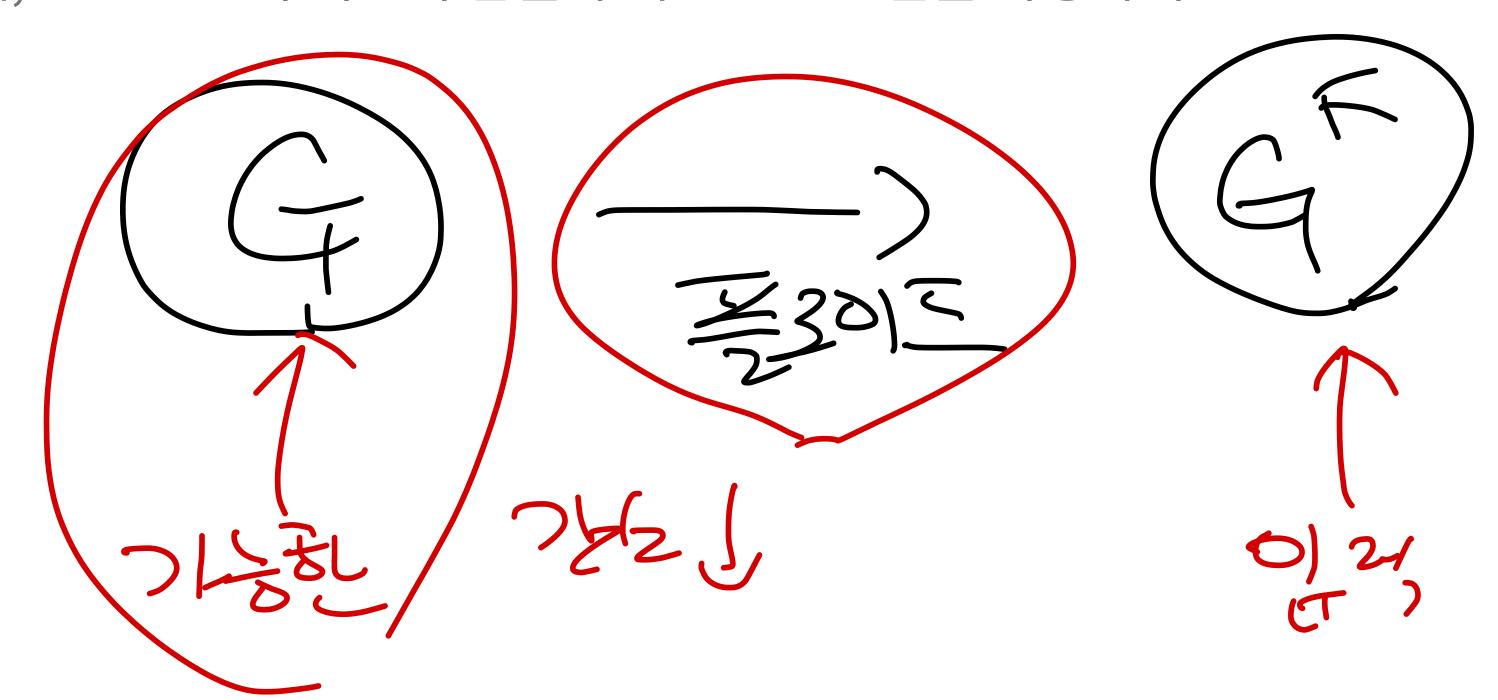
• 소스: http://codeplus.codes/fd14a69ce750419ba6c229f26cdf0c56

## 궁금한 민호

https://www.acmicpc.net/problem/1507

• 강호는 모든 쌍의 도시에 대해서 최소 이동 시간을 구해놓았다. 민호는 이 표를 보고 원래 도로가 몇 개 있는지를 구해보려고 한다.

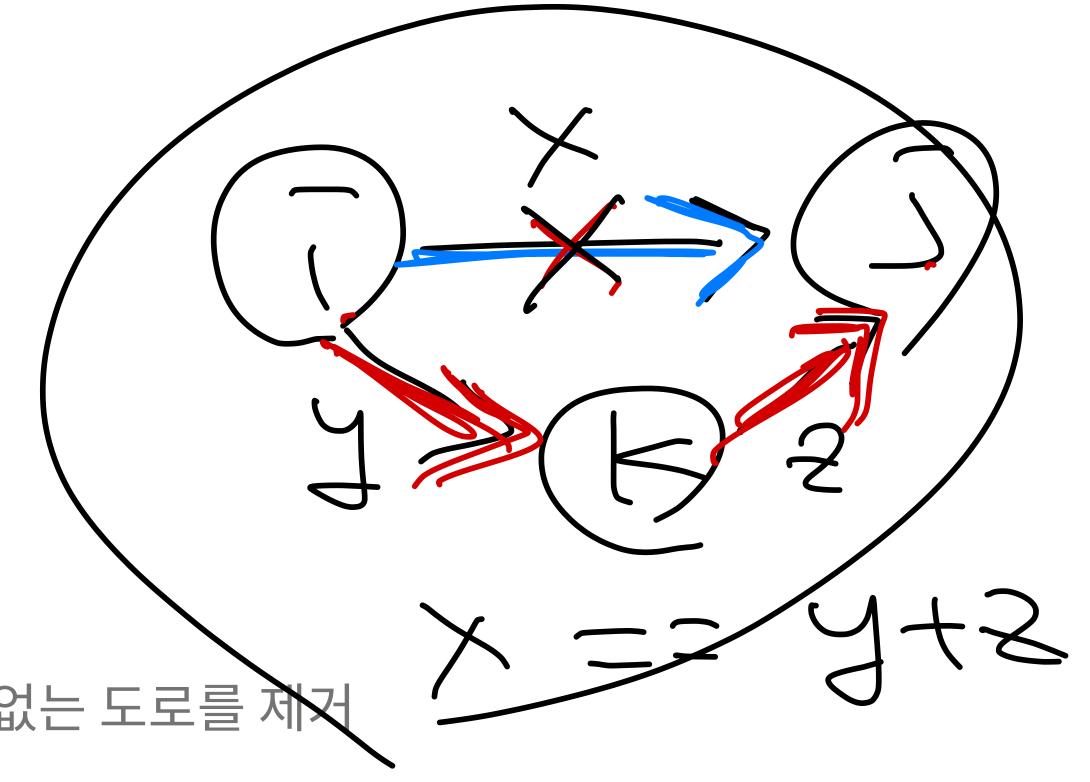
• 모든 쌍의 도시 사이의 최소 이동 시간이 주어졌을 때, 이 나라에 존재할 수 있는 도로의 개수의 최소값과 그 때, 모든 도로의 시간의 합을 구하는 프로그램을 작성하시오.



#### 궁금한 민호

https://www.acmicpc.net/problem/1507

- A에서 B로 가는 비용이 x 일 때
- A->C->B로 가는 비용이 x이면
- A->B로 가는 도로는 필요가 없다
- 이렇게 모든 도시의 쌍을 보면서 필요없는 도로를 제거 .
- 모든 C에 대해서 검사를 하면 되기 때문에, 플로이드 알고리즘을 이용할 수 있다.



# 궁금한 민호

https://www.acmicpc.net/problem/1507

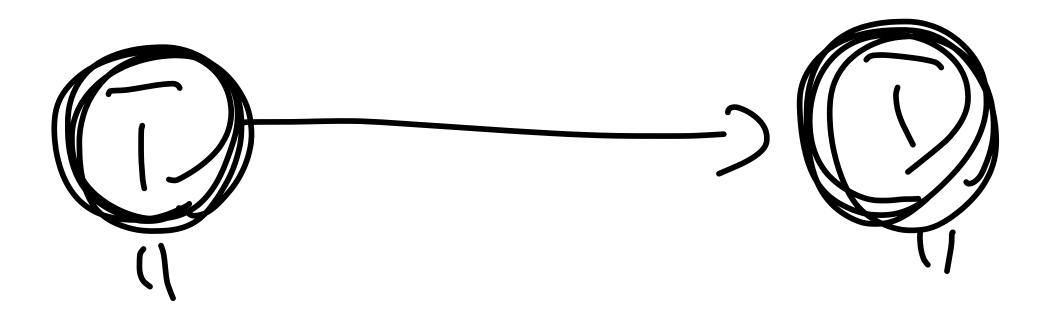
• 소스: http://codeplus.codes/8479c8d7cec84e319f1cc7c548581353

#### 운

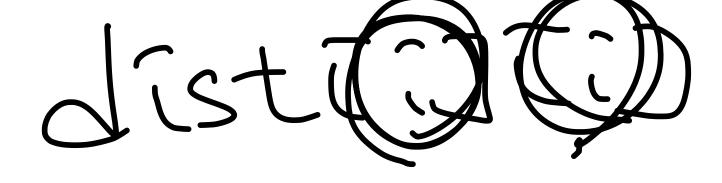
https://www.acmicpc.net/problem/1956







42)3





https://www.acmicpc.net/problem/1956

- 그래프에서 사이클 길이 중 최소길이를 찾는 문제
- 플로이드를 이용한 다음에 d[i][i]를 검사하면 된다.



https://www.acmicpc.net/problem/1956

• 소스: http://codeplus.codes/da94411c24034efa8cc1e185e5810248

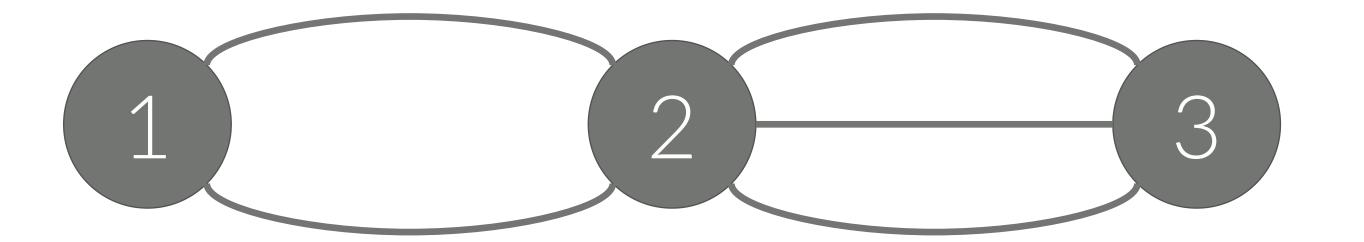
https://www.acmicpc.net/problem/1533

• 길의 정보가 인접 행렬로 주어졌을 때 S에서 E로 T분만에 가는 경로의 개수를 찾는 문제

A[i][i]= i-D)

https://www.acmicpc.net/problem/1533

• 인접 행렬 A[i][j]의 의미가 i에서 j로 가는 길의 개수라고 해보자.

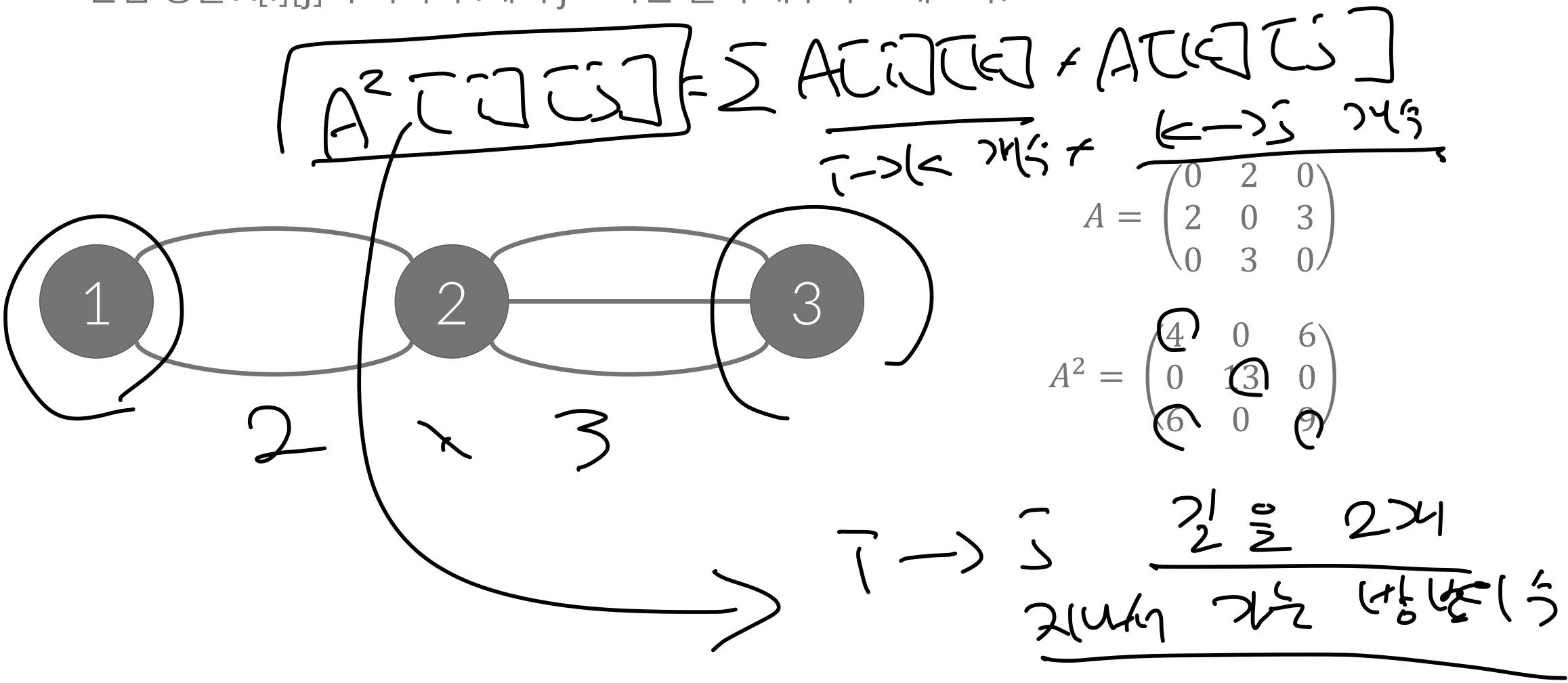


$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$



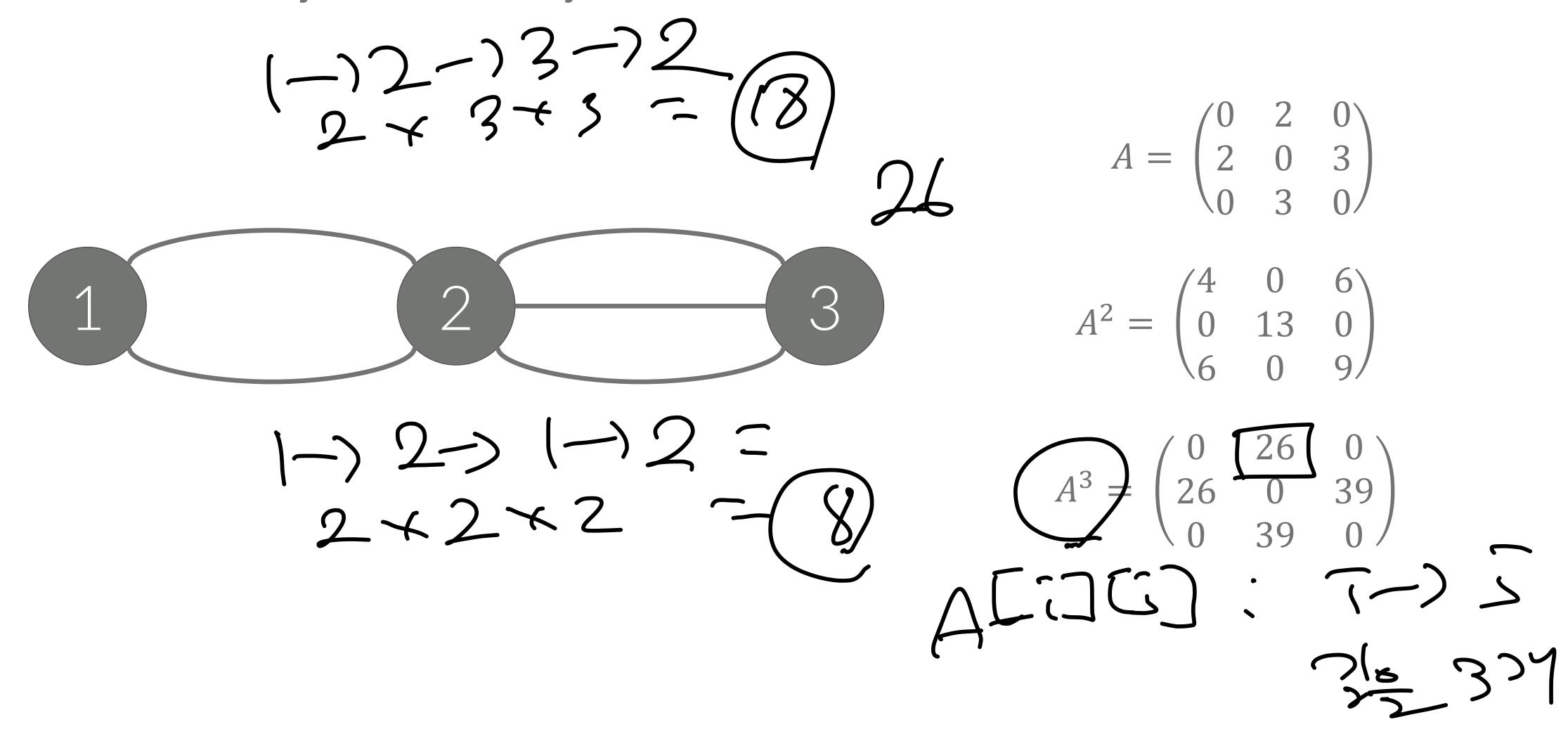
https://www.acmicpc.net/problem/1533

• 인접 행렬 A[i][j]의 의미가 i에서 j로 가는 길의 개수라고 해보자.



https://www.acmicpc.net/problem/1533

• 인접 행렬 A[i][j]의 의미가 i에서 j로 가는 길의 개수라고 해보자.



ACIDIA (-) 5 (4) (3)

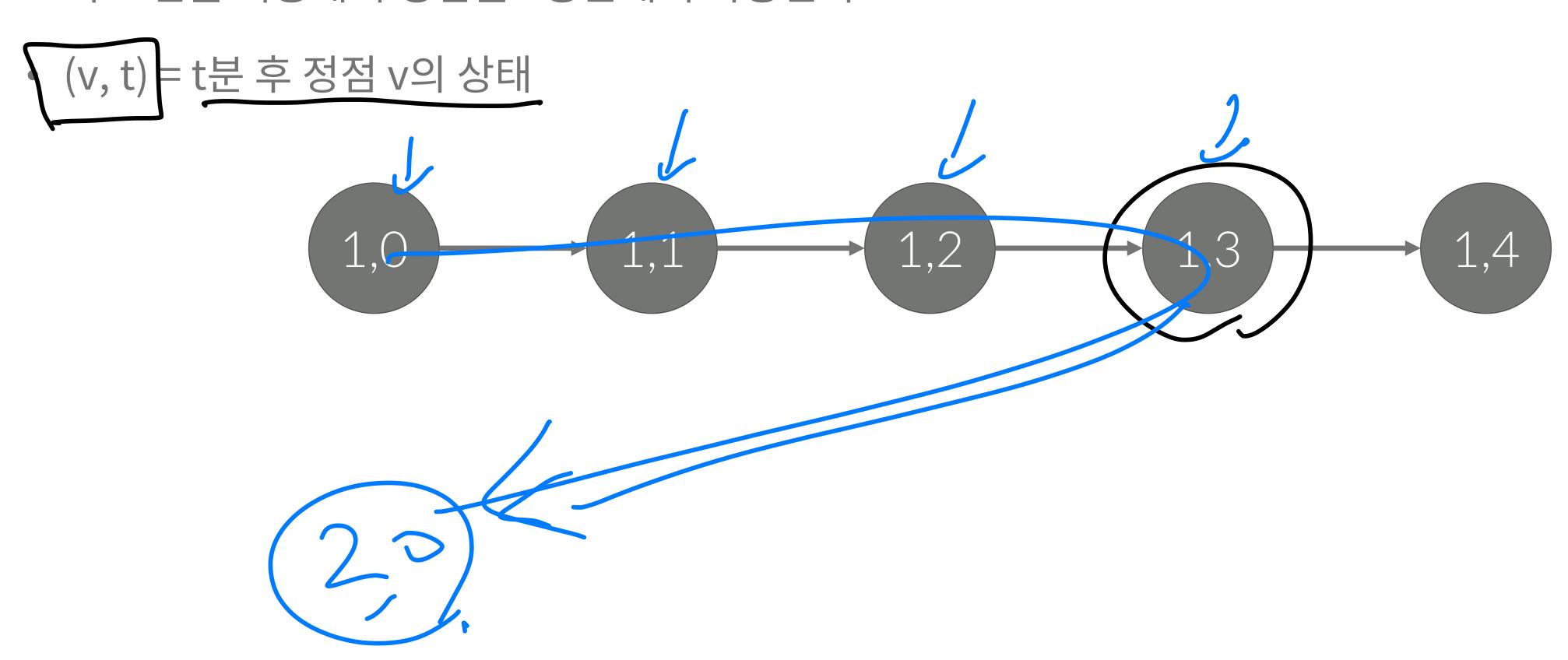
https://www.acmicpc.net/problem/1533

• 길의 정보가 인접 행렬로 주어졌을 때, S에서 E로 T분만에 가는 경로의 개수를 찾는 문제

• 인접 행렬의 의미는 A[i][j] **+** i에서 j로 가는 길의 소요 시간

https://www.acmicpc.net/problem/1533

- 문제의 조건에 보면 A[i][j] ≰ 5 라는 조건이 있다.
- 이 조건을 이용해서 정점을 5등분해서 사용한다.



ATG [2] - 4 (1,3), (2,-)

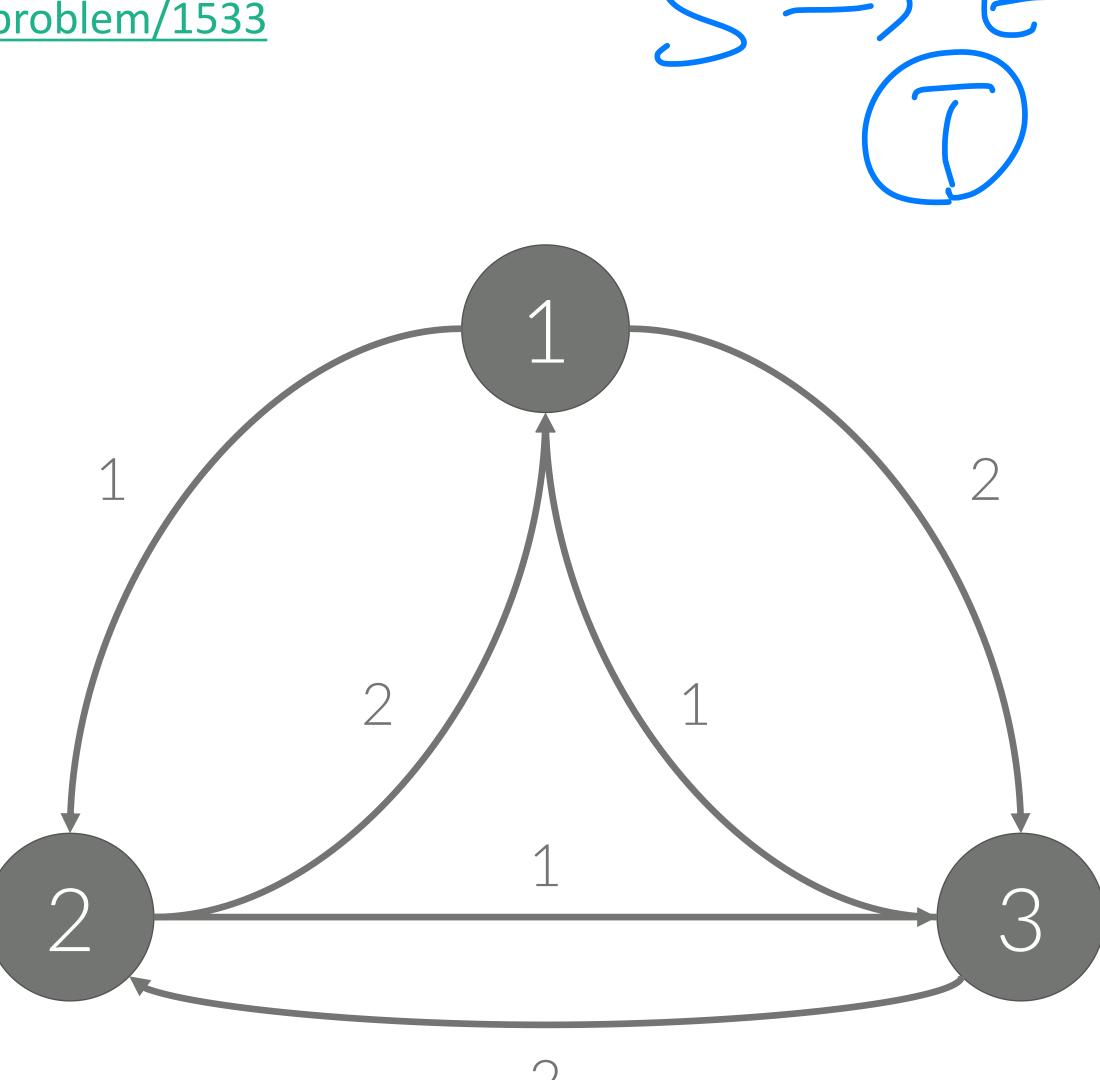
https://www.acmicpc.net/problem/1533

• A[1][2] = 4 라는 조건은 (1, 3)에서 (2, 0)으로 가는 간선으로 나타낼 수 있다. 1,0 1,1 1,4 2,4

# 길의 개수

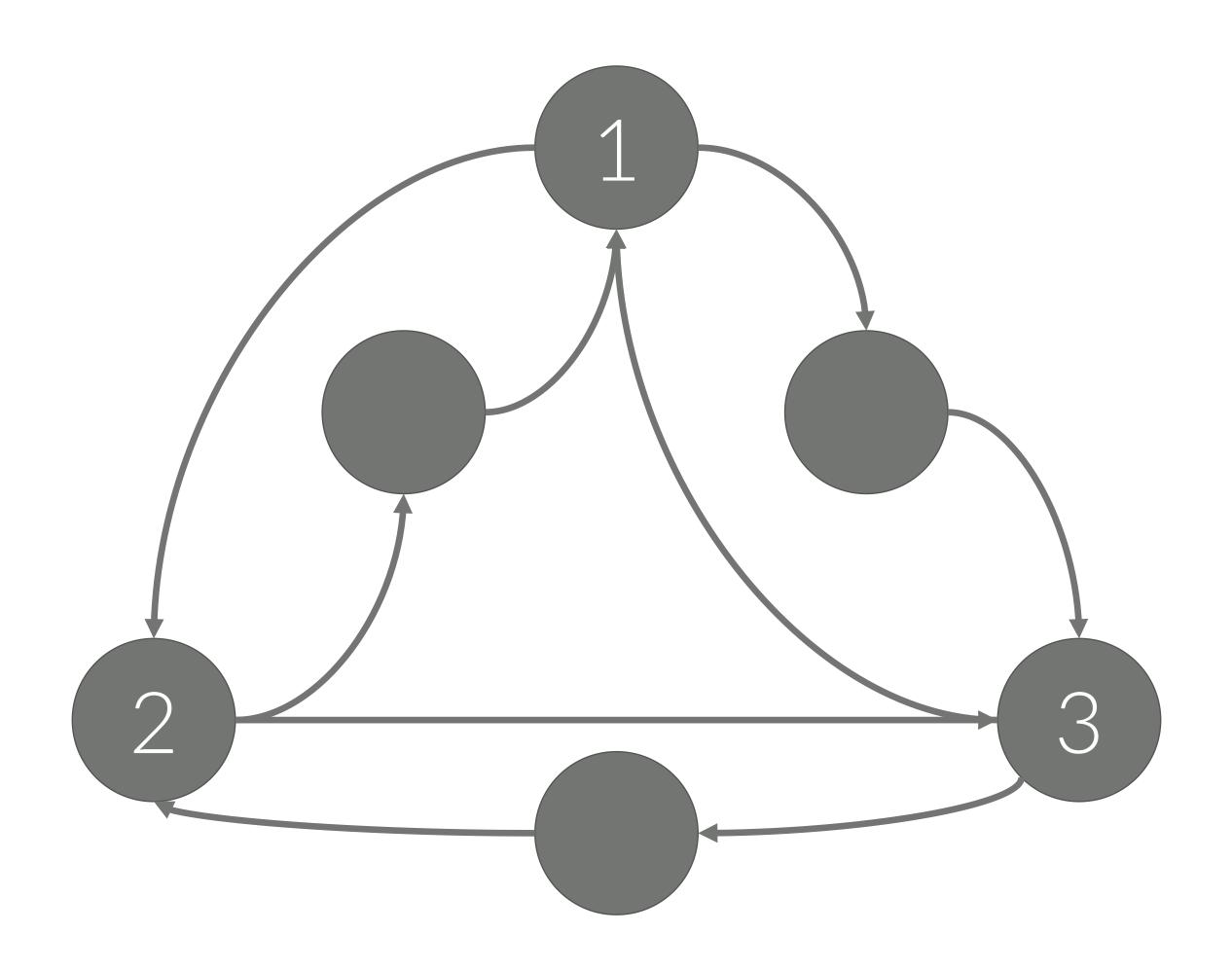
https://www.acmicpc.net/problem/1533

• 문제의 예제 그래프



https://www.acmicpc.net/problem/1533

• 문제의 예제 그래프



https://www.acmicpc.net/problem/1533

• 소스: http://codeplus.codes/7f5df5a322bc4a13b804997e4b54cd76

## 두가중치

3[283] W, XW2

https://www.acmicpc.net/problem/12930

• 그래프의 모든 간선은 두 개의 가중치를 가지고 있다.

• 경로의 비용은 가중치 1을 모두 더한 값인 W1과 가<u>중치 2</u>를 모두 더한 값인 W2를 곱해서 구할 수

• 정점의 수  $\leq$  20,  $1 \leq$  가중치  $\leq$  9





# 두가중치

https://www.acmicpc.net/problem/12930

• 최단 거리를 구하는 문제이다

#### 64

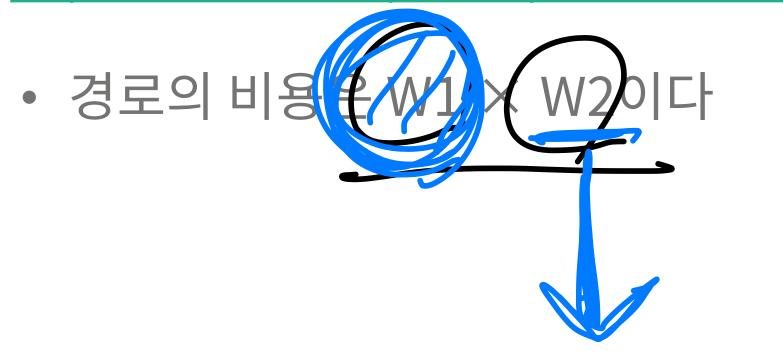
# 두가중치

https://www.acmicpc.net/problem/12930

• 다익스트라!

# 두가중치

https://www.acmicpc.net/problem/12930



# 두가중치

https://www.acmicpc.net/problem/12930

- 경로의 비용은 W1 × W2이다
- 곱을 최소로 만들기 위해, W2를 고정시키고, W1을 감소시키는 방식을 생각해보자.

# 두기중치

https://www.acmicpc.net/problem/12930

• dist[i][j] = i번 정점에 도착했고 W2가 j일 때 W1의 최소 비용

520 (5180)

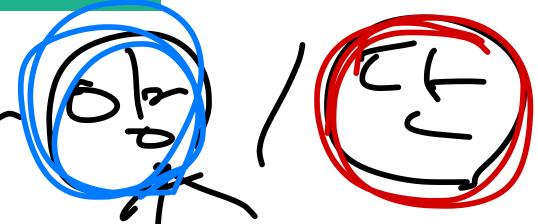
3650

# 두가중치

https://www.acmicpc.net/problem/12930

• 소스: http://codeplus.codes/39bed899a6684157b9409c0636f67ee4





4588

https://www.acmicpc.net/problem/1412

그래프가 주어졌을 때, 양방햔 간선에 방향을 결정한다.

• 이 때, 임의의 도시 x에서 출발해서 다시 그 도시 x로 돌아올 수 없게 만드는 것

けるから

(10) 多人

# 일방통행

https://www.acmicpc.net/problem/1412

• 즉, 사이클이 없게 양방향 간선의 방향을 결정하는 문제이다

# 일방통행

https://www.acmicpc.net/problem/1412

• 원래 그래프에 한향 그래(호로 이루어진 사이클이 있으면 항상 NO이다

らはもるち

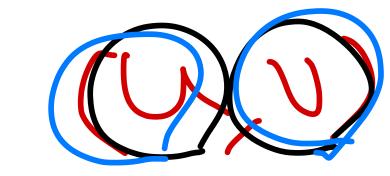


# 일방통행

りらはままた

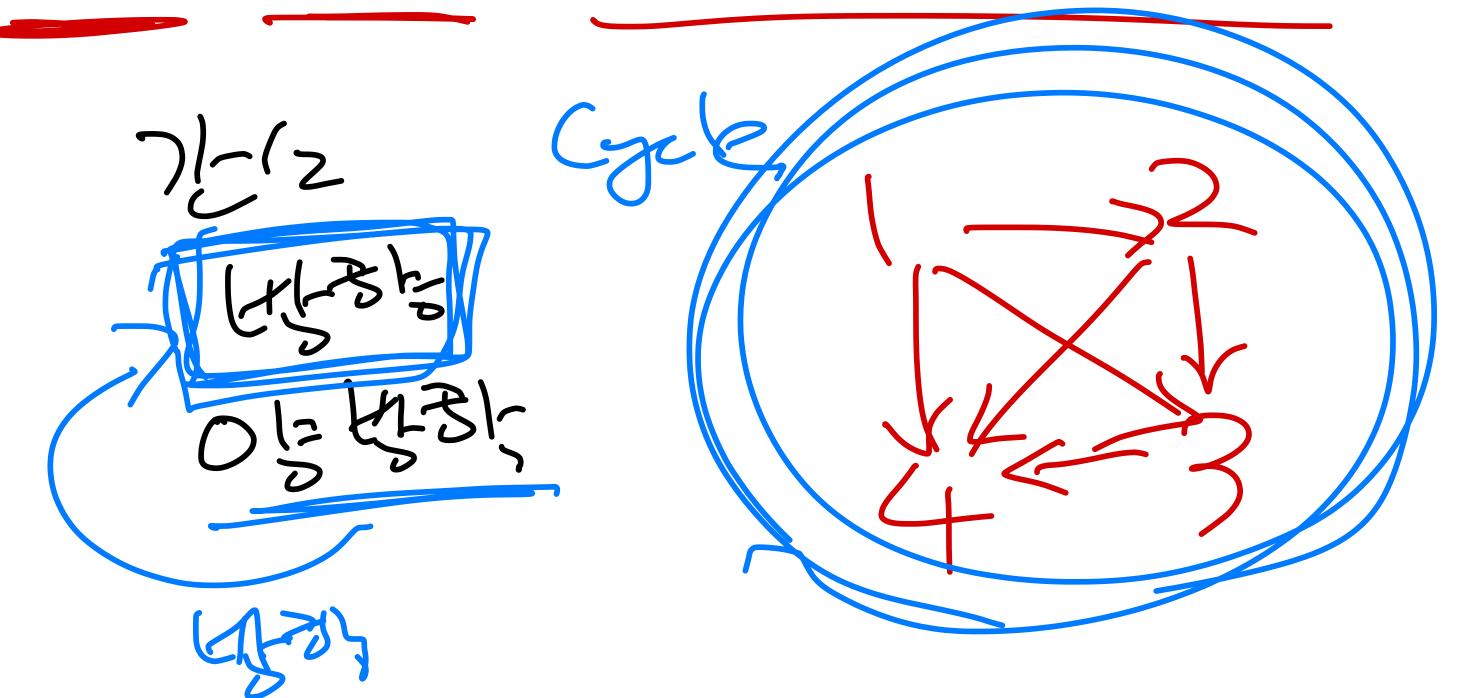
https://www.acmicpc.net/problem/1412

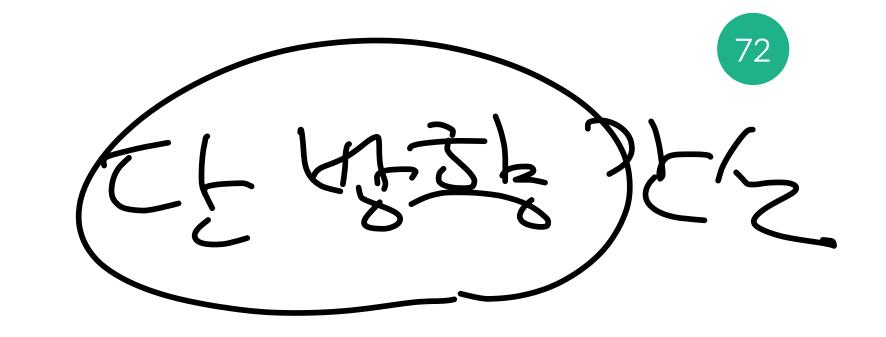
• 무방향 완전 그래프가 있을 때



• u - v 간선이 있으면







- 원래 그래프에 방향 그래프로 이루어진 사이클이 없다면
- 양방향 그래프의 각 간선을 사이클이 없게 그래프에 추가한다

- 원래 그래프에 방향 그래프로 이루어진 사이클이 없다면
- 양방향 그래프의 각 간선을 사이클이 없게 그래프에 추가한다
- 방향 그래프로만 이루어진 그래프를 위상 정렬해서 순서**불** 찾은 다음에
- 순서가 낮은것에서(큰 것으로 양방향 그래프의 간선을 이어주면 된다

https://www.acmicpc.net/problem/1412

• 즉, 원래 그래프에 방향 간선으로 이루어진 사이클이 없으면 YES이다

https://www.acmicpc.net/problem/1412

• 소스: http://codeplus.codes/7a91c986531a49bb91a3735fb4f6859e

### 역사

- 역사적 사건의 전후 관계를 알고 있을 때
- 주어진 사건의 전후 관계를 알 수 있을까?

#### 역사

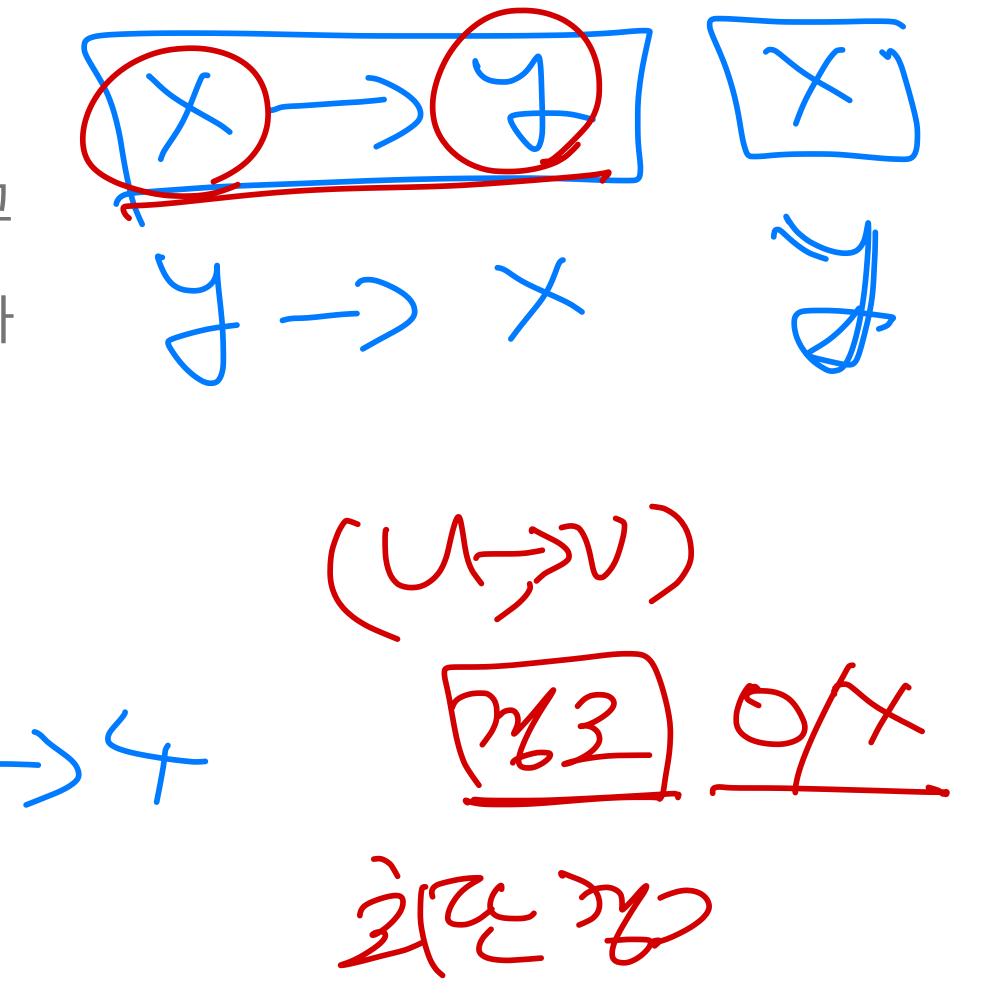
https://www.acmicpc.net/problem/1613

- 입력으로 주어지는 사건에 모순인 관계가 없기 때문에
- 선저 일어난 사건 나중에 일어난 사건으로 간선을 연결할 수 있다

(M2)

#### 역사

- 두 사건 x, y가 있을 때,
- x에서 y로 가는 경로가 있으면 x가 먼저 일어난 것이고
- y에서 x로 가는 경로가 있으면 y가 먼저 일어난 것이다
- 두경우가 아니면 알 수 없는 경우

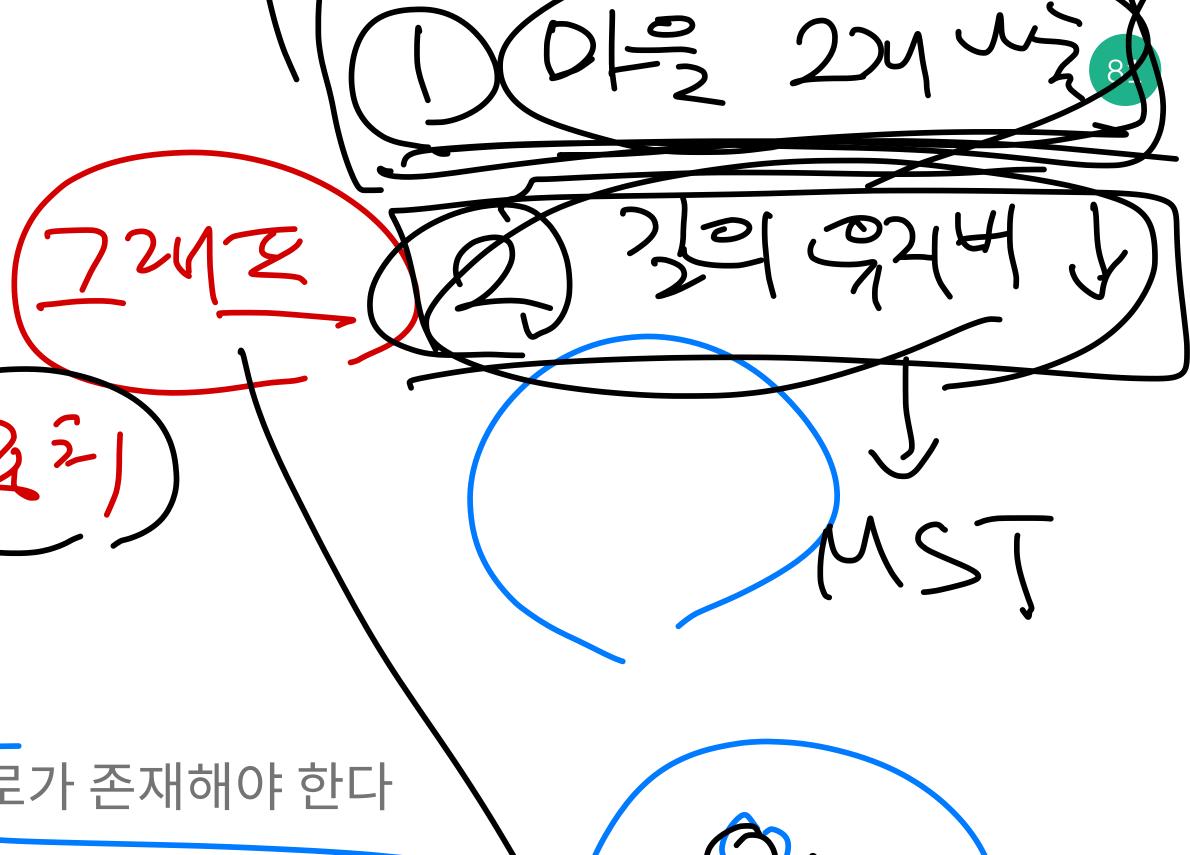




https://www.acmicpc.net/problem/1613

• 소스: http://codeplus.codes/b1cb22c958c04df99d4fee7a6af01ab5

- 마을운 N개의 집과 M개의 길로 이루어져 있다
- 길뿐 양방향의고, 유지비가 있다
- 마을을 두 개의 분리된 마을로 나누려고 한다
- 분리된 마을 안에 집이 서로(연결되어 있어야 한다
- 즉, 분리된 마을 안에 있는 임의의 두 집 사이에 경로가 존재해야 한다
- 두 마을 사이의 길은 필요가 없으니 없앨 수 있다
- 분리된 마을 안에서도 경로가 항상 존재하면, 길을 없앨 수 있다
- 길의 유지비의 합의 최소값을 구하는 문제





- 임의의 두 정점 사이의 경로가 존재해야 한다.
- 길의 유지비의 합의 최소값을 구해야 한다.
- = 간선 개수가 최소가 되어야 한다.
- → 트리를 만들어야 한다.

https://www.acmicpc.net/problem/1647

• 그래프를 트리로 만들어야 한다 →

https://www.acmicpc.net/problem/1647

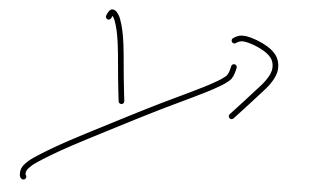
• 그래프를 트리로 만들어야 한다  $\rightarrow$  MST를 구해야 한다

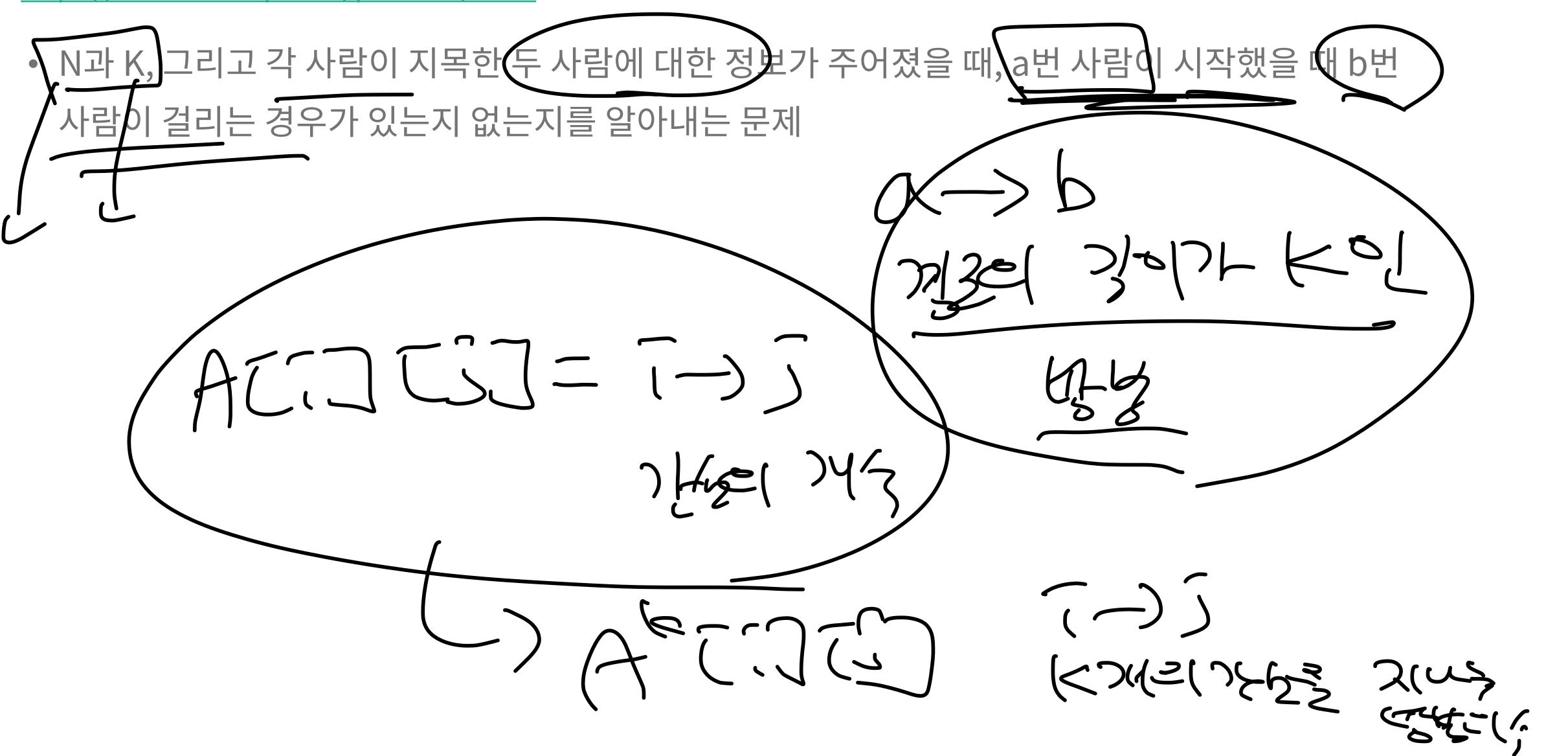
- MST를 구한 다음, 가장 가중치가 큰 간선을 제거하면 두 마을로 나눌 수 있고
- 각 분리된 마을 사이에 연결된 경로가 존재하게 된다

https://www.acmicpc.net/problem/1647

• 소스: http://codeplus.codes/908383819736420dad82a510ebcded83

- N명의 사람들이 원을 이루고 모여 앉아있다
- 사람들에게는 1번부터 N번까지 번호가 매겨져 있다
- 각 사람은 자신의 양 손을 이용해서 동시에 두 명의 사람을 가리킨다.
- 자기 자신은 가리킬 수 없으나 자신이 가리키는 두 사람이 꼭 다를 필요는 없다.
- 그리고 첫 사람이 자연수 K를 하나 정한 뒤에, 자신의 가리키고 있는 두 사람 중 한 사람을 지목한다.
- 첫 번째로 지목된 사람은 마찬가지로 자신이 가리키고 있는 두 사람 중 한 사람을 지목한다.
- 마찬가지로 지목된 사람이 같은 방법으로 사람들 지목해 나가며, K번째로 지목된 사람이 걸리게 되는 게임





https://www.acmicpc.net/problem/2099

• 그래프에서 a에서 b까지 간선 K개를 거쳐서 갈 수 있는지 없는지 구하는 문제

- 인접행렬의 제곱을 이용해서 해결할 수 있다
- A[i][j] = i에서 j까지 간선 1개를 거쳐서 갈 수 있는가?
- A^k[i][j] = i에서 j까지 간선 k개를 거쳐서 갈 수 있는가?

https://www.acmicpc.net/problem/2099

• 소스: http://codeplus.codes/56950706b2d0422fb5775e4e7925e3b4