세그먼트 트리와 펜윅 트리

최백준 choi@startlink.io

최소값찾기

- 수열 A가 주어졌을 때, 가장 긴 증가하는 부분 수열을 구하는 프로그램을 작성하시오
- 예를 들어, 수열 A = {10, 20, 10, 30, 20, 50} 인 경우에 가장 긴 증가하는 부분 수열은 A = {10, 20, 10, 30, 20, 50} 이고, 길이는 4이다
- $1 \le N \le 1,000,000, 1 \le A[i] \le 1,000,000$

- 수열 = {1, 3, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

- 수열 = {1, 3, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

İ	1	2	3	4	5
tree[i]					

- 수열 = {1, 3, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1			0	

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

	1	2	3	4	5
tree[i]	1	0	2	0	

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	2		

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	2	3	

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	3	3	

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

İ	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	3	4	

- 수열 = {1, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 2} 인 경우
- tree[i] = 수 i를 마지막으로 하는 가장 긴 증가하는 부분 수열의 길이

i	1	2	3	4	5	6	7
A[i]	1	3	2	4	3	4	2

i	1	2	3	4	5
tree[i]	1	2	3	4	

https://www.acmicpc.net/problem/12015

• 소스: http://codeplus.codes/87fe34b385df4d1786293100869b0f3f

- 가장 긴 증가하는 부분 수열 2와 다 같은데,
- 수의 범위가 -1,000,000,000 \leq A[i] \leq 1,000,000,000 이다
- 세그먼트 트리를 만들 수 없다

- 2, 50, 25, 20, 35, 60, 20, 50, 35, 3, 8, 25
- 에서 정답은
- 1, 7, 5, 4, 6, 8, 4, 7, 6, 2, 3, 5
- 에서 정답과 같다

https://www.acmicpc.net/problem/12738

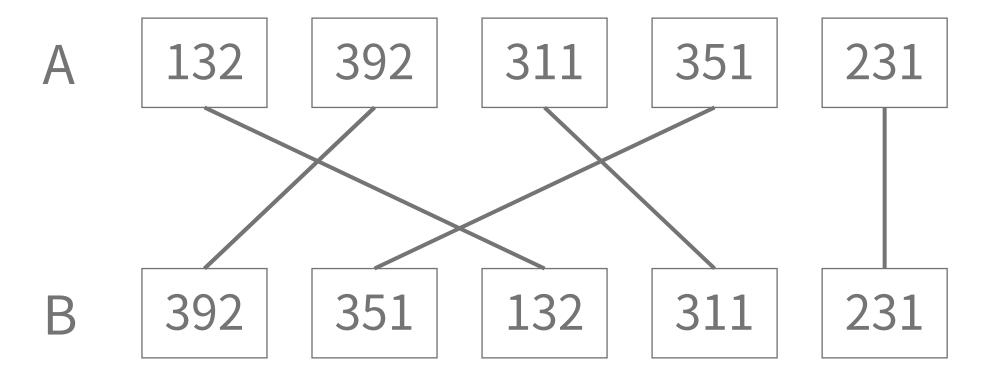
• 소스: http://codeplus.codes/bf2bda0fe2e046aa9cbf679da791f182

합구하기

공하

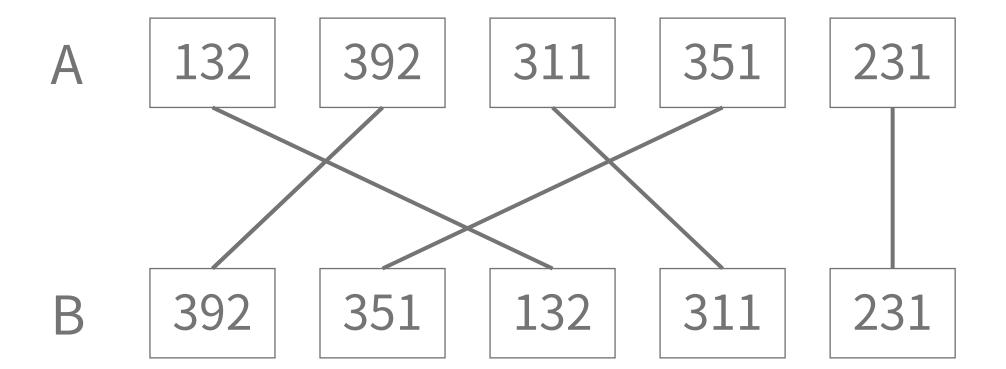
https://www.acmicpc.net/problem/7578

• 교차의 개수를 세는 문제



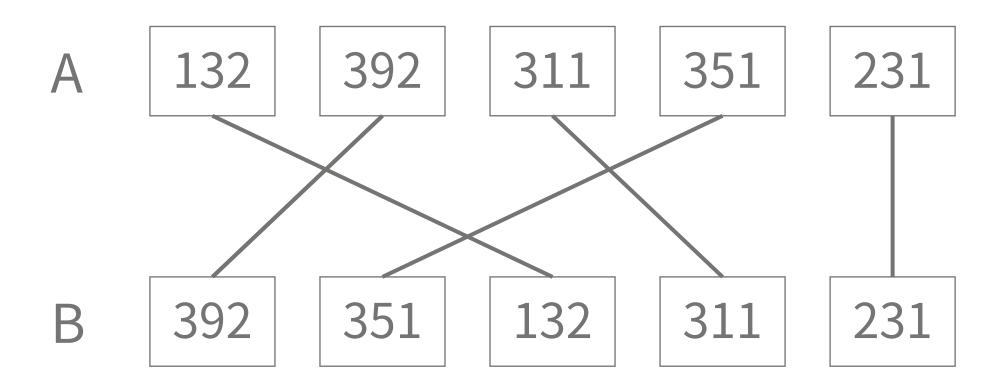
궁

- 교차의 개수를 세는 문제
- 교차 하려면
- A[i] < A[j] 이면서, B[i] > B[j]
- 의 개수를 세야 한다



공장

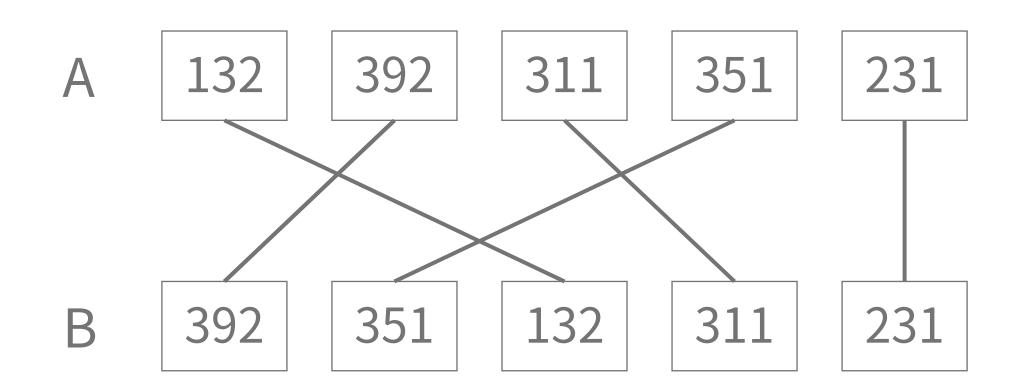
- 교차의 개수를 세는 문제
- 교차 하려면
- A[i] < A[j] 이면서, B[i] > B[j]
- 의 개수를 세야 한다
- A[i] < A[j]: 트리에 넣는 순서로 해결 가능
- B[i] > B[j]: 트리에서 개수를 세는 방식으로 해결 가능



공하

https://www.acmicpc.net/problem/7578

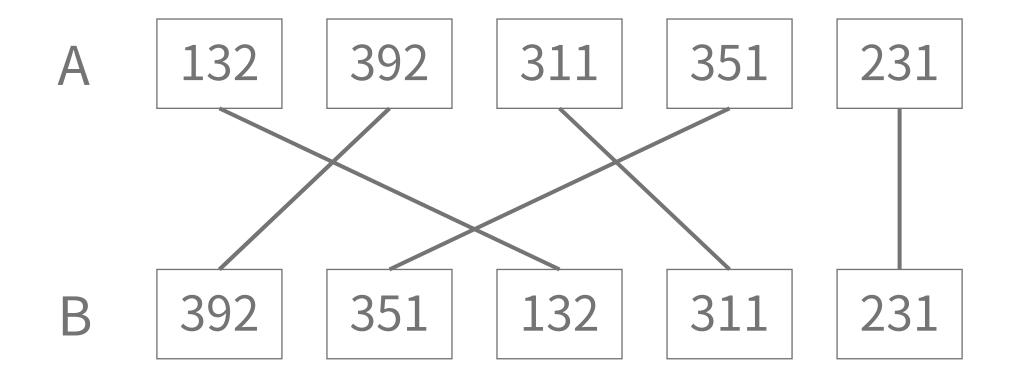
• 132, 392, 311, 351, 231



i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]					

궁하

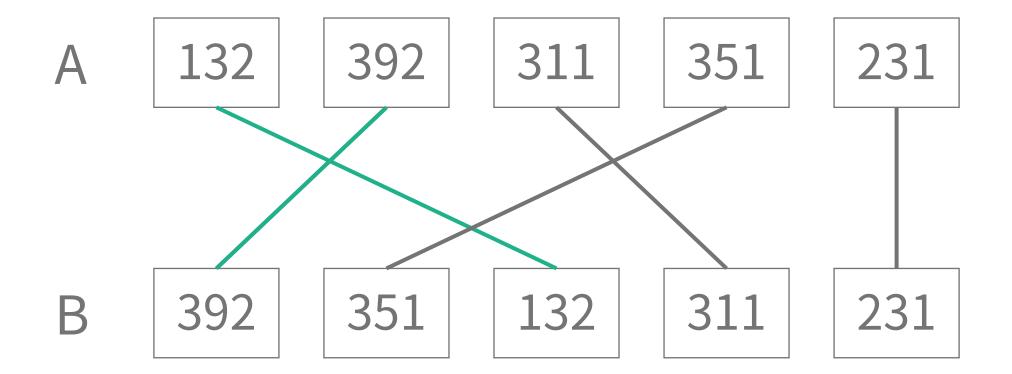
- **132**, 392, 311, 351, 231
- 311~231까지 합: 0



i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]			1		

궁

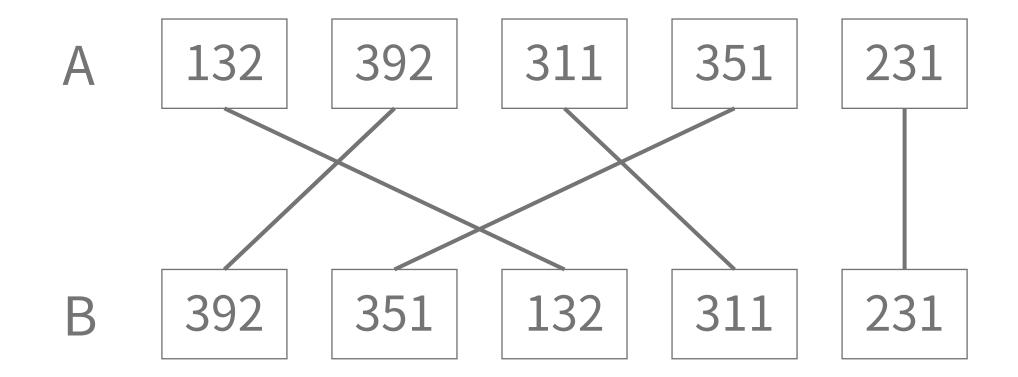
- 132, **392**, 311, 351, 231
- 351~231까지 합: 1
- 교차: 1



i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	1		1		

궁하

- 132, 392, **311**, 351, 231
- 231~231까지 합: 0



i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	1		1	1	

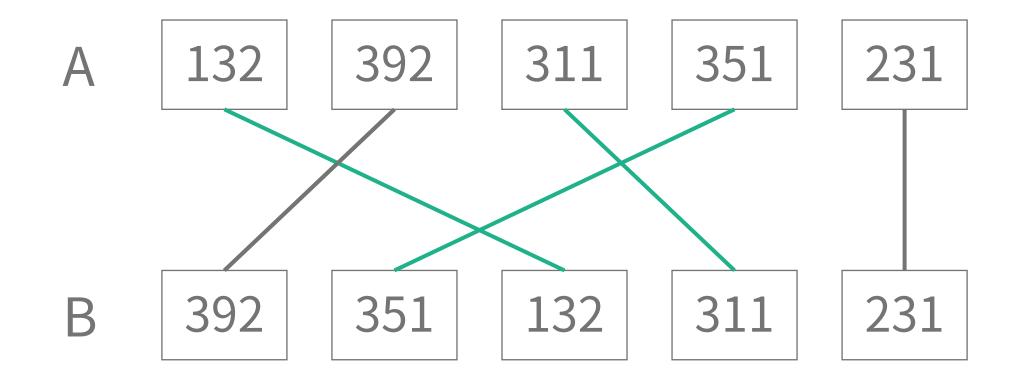
궁

https://www.acmicpc.net/problem/7578

• 132, 392, 311, **351**, 231

• 132~231까지 합: 2

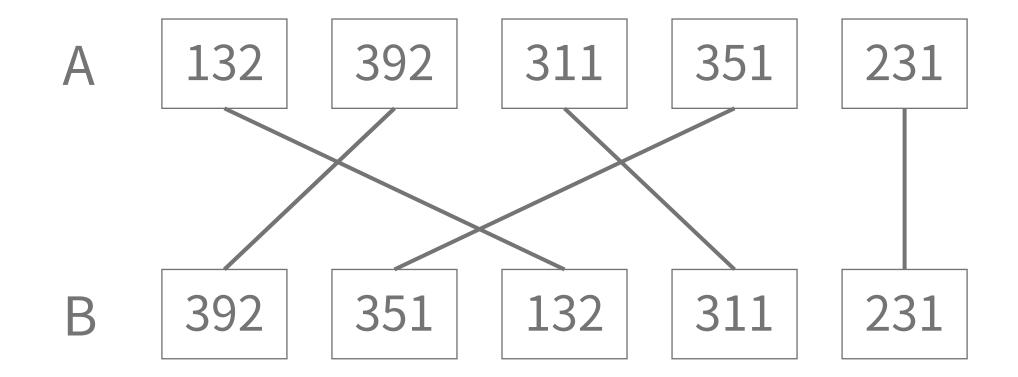
교차: 2



i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	1	1	1	1	

궁하

- 132, 392, 311, 351, **231**
- 231~231까지 합: 0



i	1	2	3	4	5
B[i]	392	351	132	311	231
Tree[i]	1	1	1	1	1

공하

https://www.acmicpc.net/problem/7578

• 소스: http://codeplus.codes/18571c69225a42938d4de7a021767278

- 보고 싶은 영화가 있을 때는, DVD의 위치를 찾은 다음 쌓아놓은 콜렉션이 무너지지 않게 조심스럽게 DVD를 뺀다
- 가장 처음에 영화가 쌓여진 순서는 1부터 증가하는 순서이다
- 가장 위에 있는 영화의 번호는 1이다
- 상근이가 영화를 한 편 볼 때마다 그 DVD의 위에 몇 개의 DVD가 있었는지를 구해야 한다

https://www.acmicpc.net/problem/3653

• 영화의 개수: 5개, 보려고 하는 영화의 개수: 3개

1	2	3	4	5	6	7	8
							5

https://www.acmicpc.net/problem/3653

• 4를 본다.

1	2	3	4	5	6	7	8
							5

1	2	3	4	5	6	7	8
		4	1	2	3		5

https://www.acmicpc.net/problem/3653

• 5를 본다.

1	2	3	4	5	6	7	8
							5

1	2	3	4	5	6	7	8
	5	4	1	2	3		

https://www.acmicpc.net/problem/3653

• 2를 본다.

1	2	3	4	5	6	7	8
	5	4	1	2	3		

1	2	3	4	5	6	7	8
2							

- 총 N+M개라고 생각을 하고
- 가장 처음에는 M+1 ~ M+N 에 영화를 놓는다
- 그 다음, 한 칸씩 앞으로 옮기는 방식

https://www.acmicpc.net/problem/3653

• 소스: http://codeplus.codes/e3f2f3a940054eec8292372b8983fc26

수열과 쿼리 37

- 길이가 N인 수열 A[1], A[2], …, A[N]이 있다. 쿼리 M개를 수행하는 문제
- 쿼리 1: A[i] = x
- 쿼리 2: A[l], A[l+1], …, A[r]에서 짝수의 개수를 출력
- 쿼리 3: A[l], A[l+1], …, A[r]에서 홀수의 개수를 출력
- N, M \leq 100,000, A[i], x \leq 10⁹

수열과 쿼리 37

https://www.acmicpc.net/problem/18436

• 트리에 어떤 값을 저장하면 좋을까?

수열과 쿼리 37

- 모든 수는 짝수 또는 홀수이기 때문에, 둘 중 하나의 개수만 저장하면 나머지를 계산할 수 있다.
- tree[i] = A[i]가 짝수이면 1, 아니면 0

수열과 쿼리 37

https://www.acmicpc.net/problem/18436

• 소스: http://codeplus.codes/3f7e13b1bef1461eb90b07cad858a4f8

https://www.acmicpc.net/problem/5676

• 구간의 곱을 구하는 문제이다

음주코딩

- 실제로 어떤 수가 들어있는지가 중요한 것이 아니고, 부호만 중요하기 때문에
- 1, 0, -1만 저장해서 문제를 푼다.
- 세그먼트 트리를 사용해야 한다.

https://www.acmicpc.net/problem/5676

• 소스: http://codeplus.codes/a357a43a1d804992ba5acbbdb4d735c6

https://www.acmicpc.net/problem/5676

• BIT를 이용해서도 문제를 풀 수 있다

- 수 N개를 곱했을 때, 부호는 음수에 의해서 결정된다.
- 음수의 개수가 짝수이면 양수, 홀수이면 음수이다.

음주코딩

- 수 N개를 곱했을 때, 부호는 음수에 의해서 결정된다.
- 음수의 개수가 짝수이면 양수, 홀수이면 음수이다.
- 음수: 1, 양수: 0, 0은 -무한대
- 를 넣어서 해결할 수 있다.

https://www.acmicpc.net/problem/5676

• 소스: http://codeplus.codes/42f9ed8cbc1a4ccaa8c136b3c4cdeea8

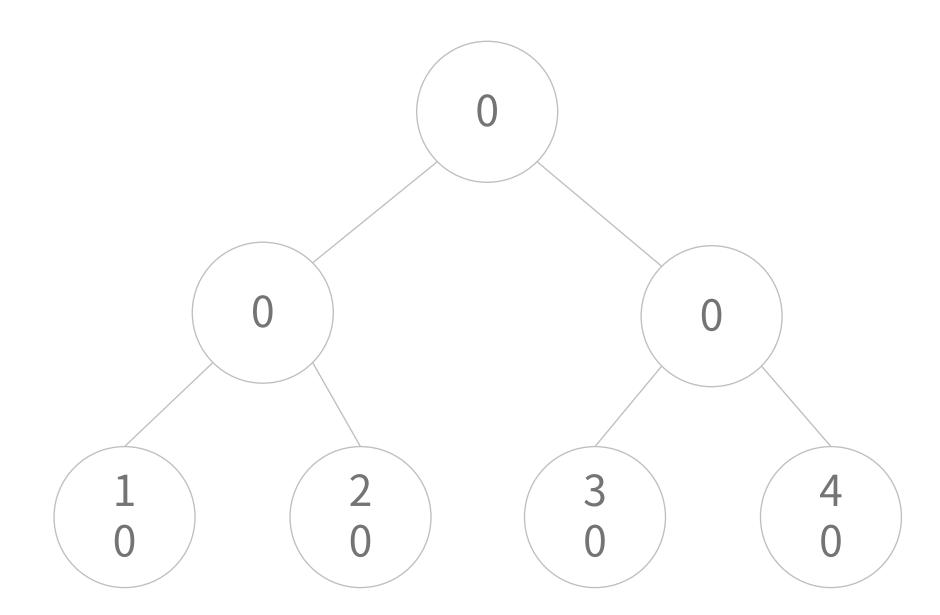
K번째 찾기

- 각각의 사탕은 그 맛의 좋고 나쁨이 1부터 1,000,000까지의 정수로 구분된다.
- 1이 가장 맛있는 사탕을 의미하며, 1,000,000은 가장 맛없는 사탕을 의미한다.
- 수정이는 동생이 말을 잘 들은 정도에 따라서, 사탕상자 안에 있는 사탕들 중 몇 번째로 맛있는 사탕을 꺼내주곤 한다.
- 예를 들어 말을 매우 잘 들었을 때에는 사탕상자에서 가장 맛있는 사탕을 꺼내주고, 말을 조금 잘 들었을 때에는 사탕상자에서 여섯 번째로 맛있는 사탕을 꺼내주는 식이다.

- 사탕을 꺼내는 경우
- 꺼내는 순위
- 사탕을 넣는 경우
- 맛과 개수

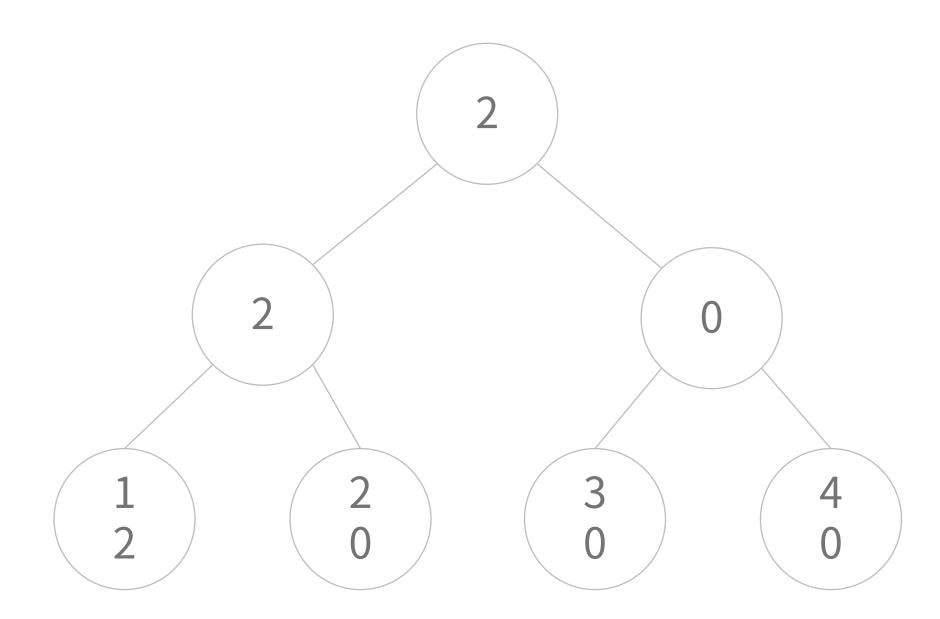
https://www.acmicpc.net/problem/2243

• 처음 상태



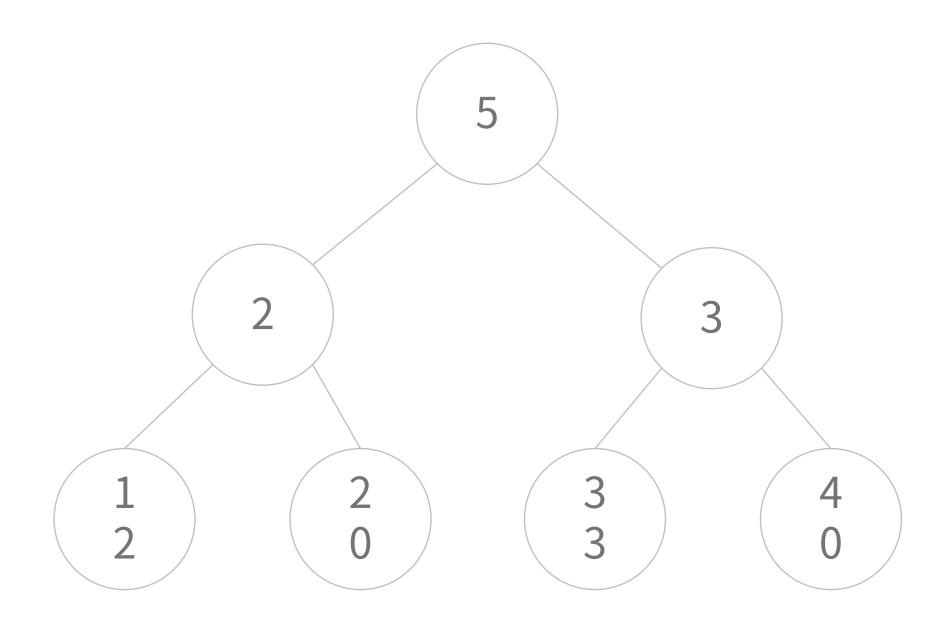
https://www.acmicpc.net/problem/2243

• 맛이 1인 사탕을 2개 넣는다

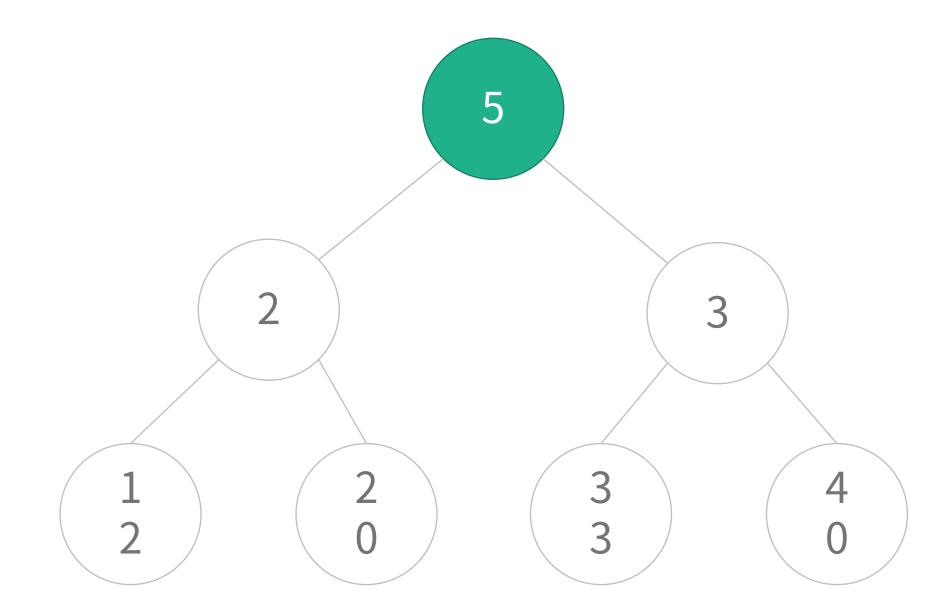


https://www.acmicpc.net/problem/2243

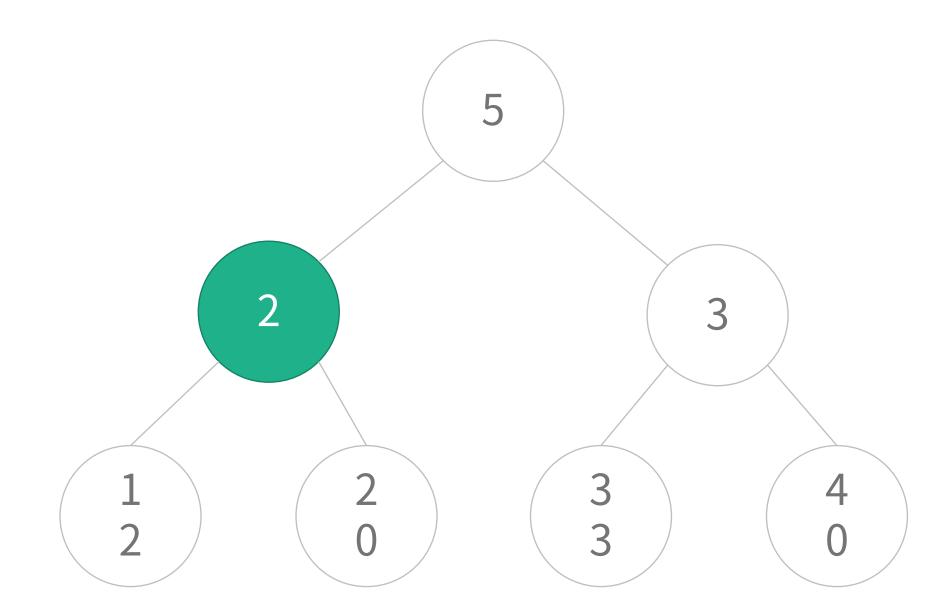
• 맛이 3인 사탕을 3개 넣는다



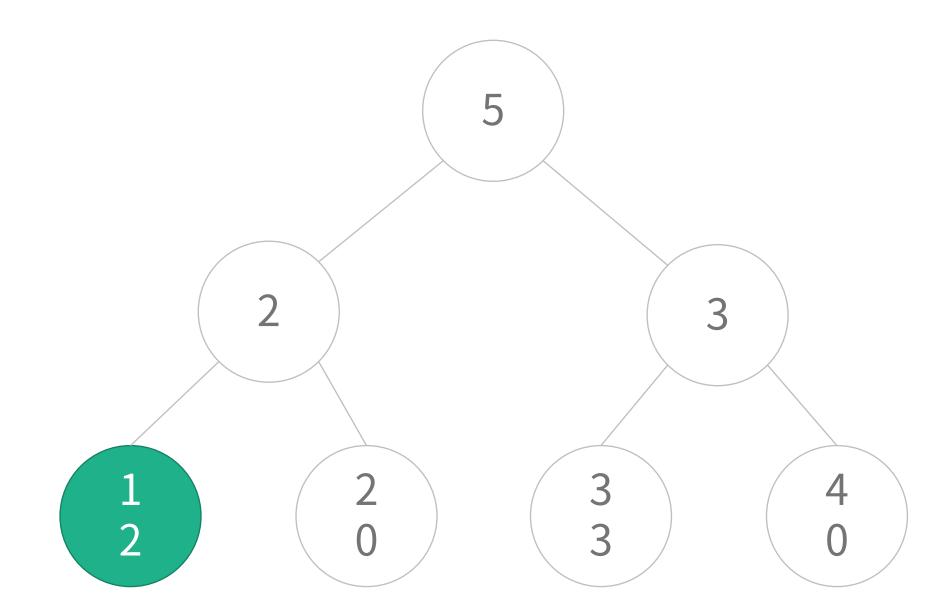
- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다



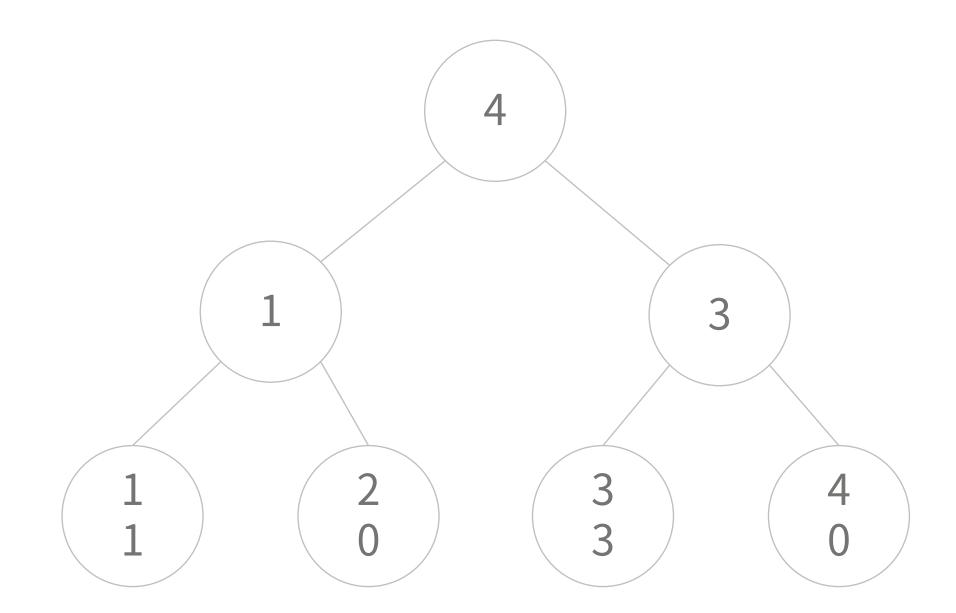
- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다



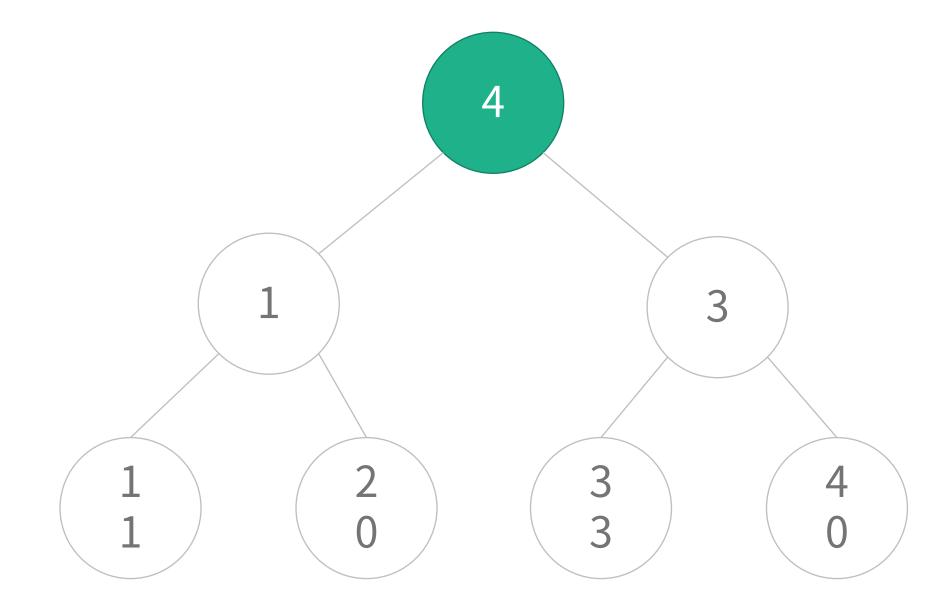
- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다



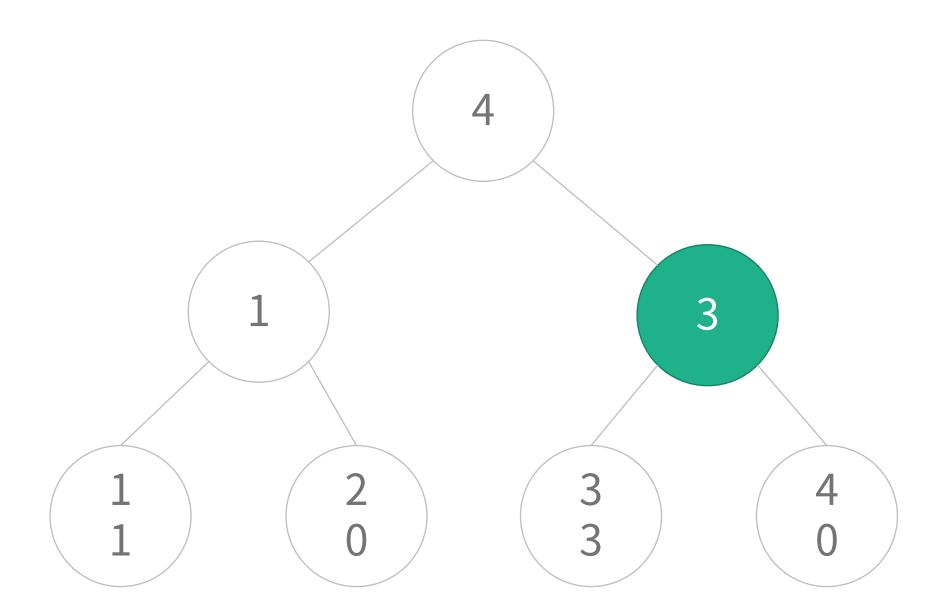
- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다
- 사탕을 빼고 트리를 업데이트 한다



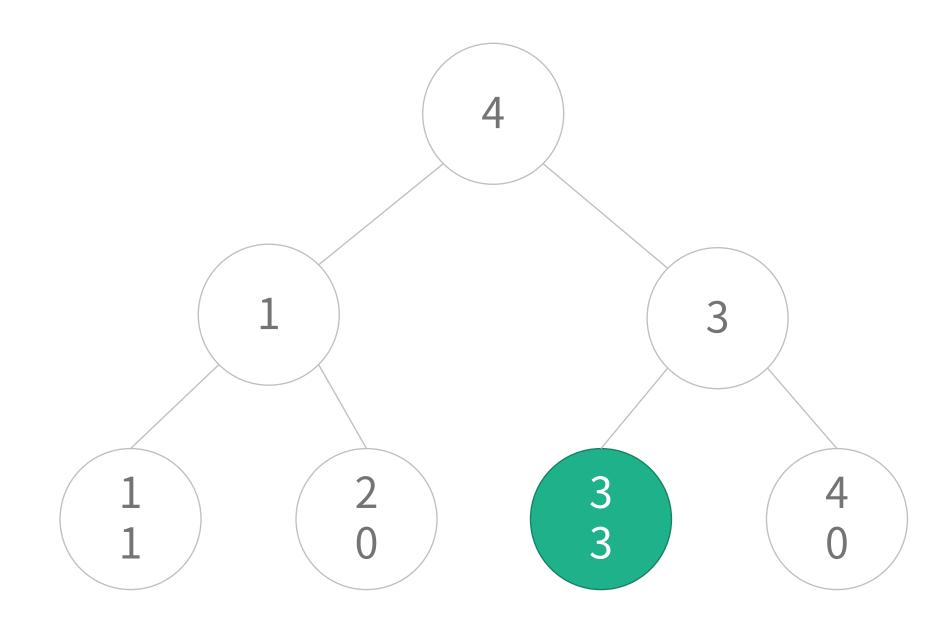
- 2번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 오른쪽에 있다
- 오른쪽에서 2-1 = 1번째 사탕이다.



- 1번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 왼쪽에 있다
- 왼쪽에서 1번째 사탕이다.



- 1번째 맛있는 사탕을 뺀다
- 사탕을 빼고 트리를 업데이트 한다



https://www.acmicpc.net/problem/2243

• 소스: http://codeplus.codes/542e9fd85b10442f84d79de49e4bad0a

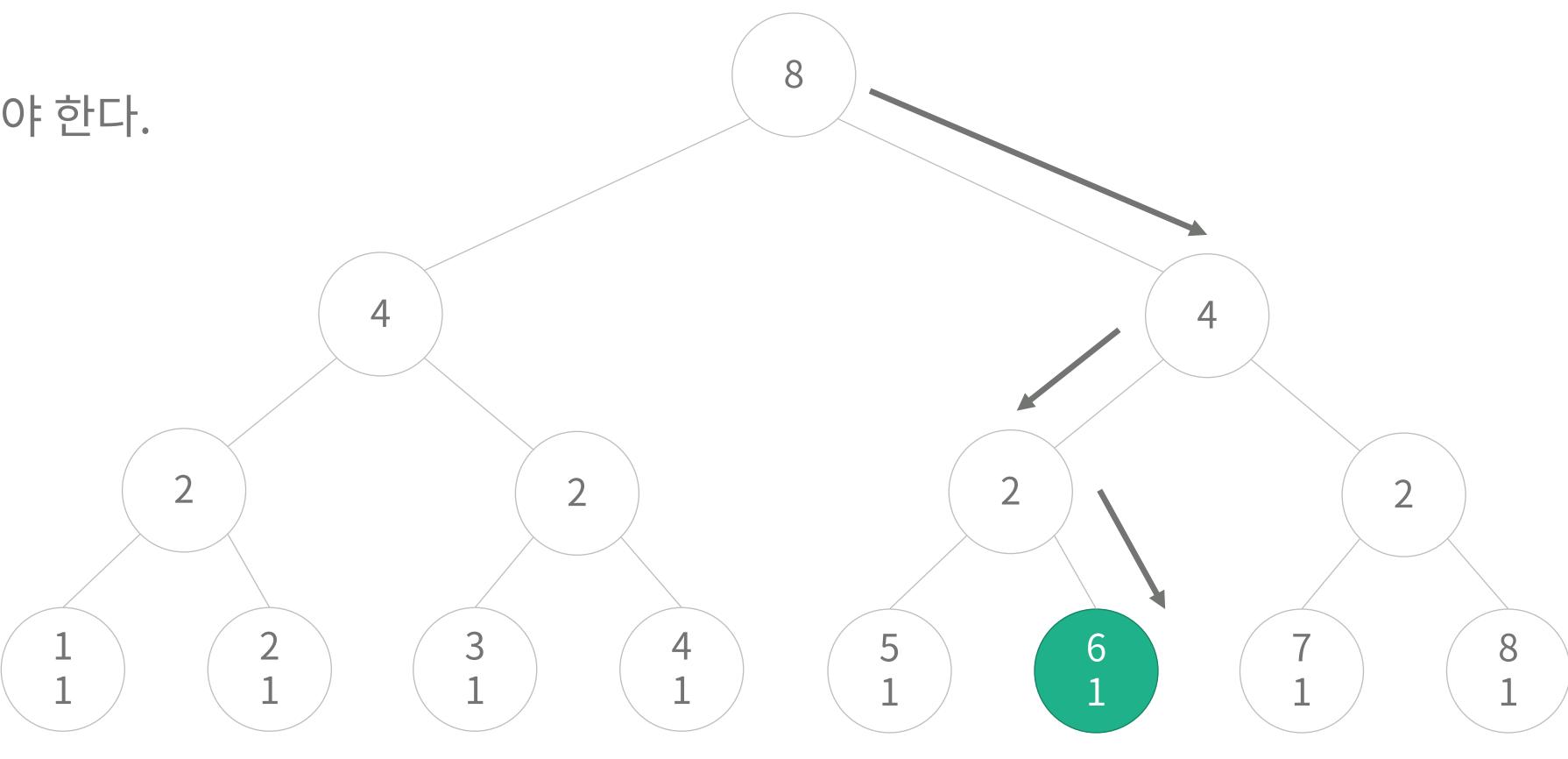
- i앞에 있는 수 중에서 i보다 큰 수의 개수가 A[i]
- A[i]가 주어졌을 때, 원래 수열을 구하는 문제

- A: 50121200
- 원래 수열: 27354186

https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 50121200
- A[1] = 5

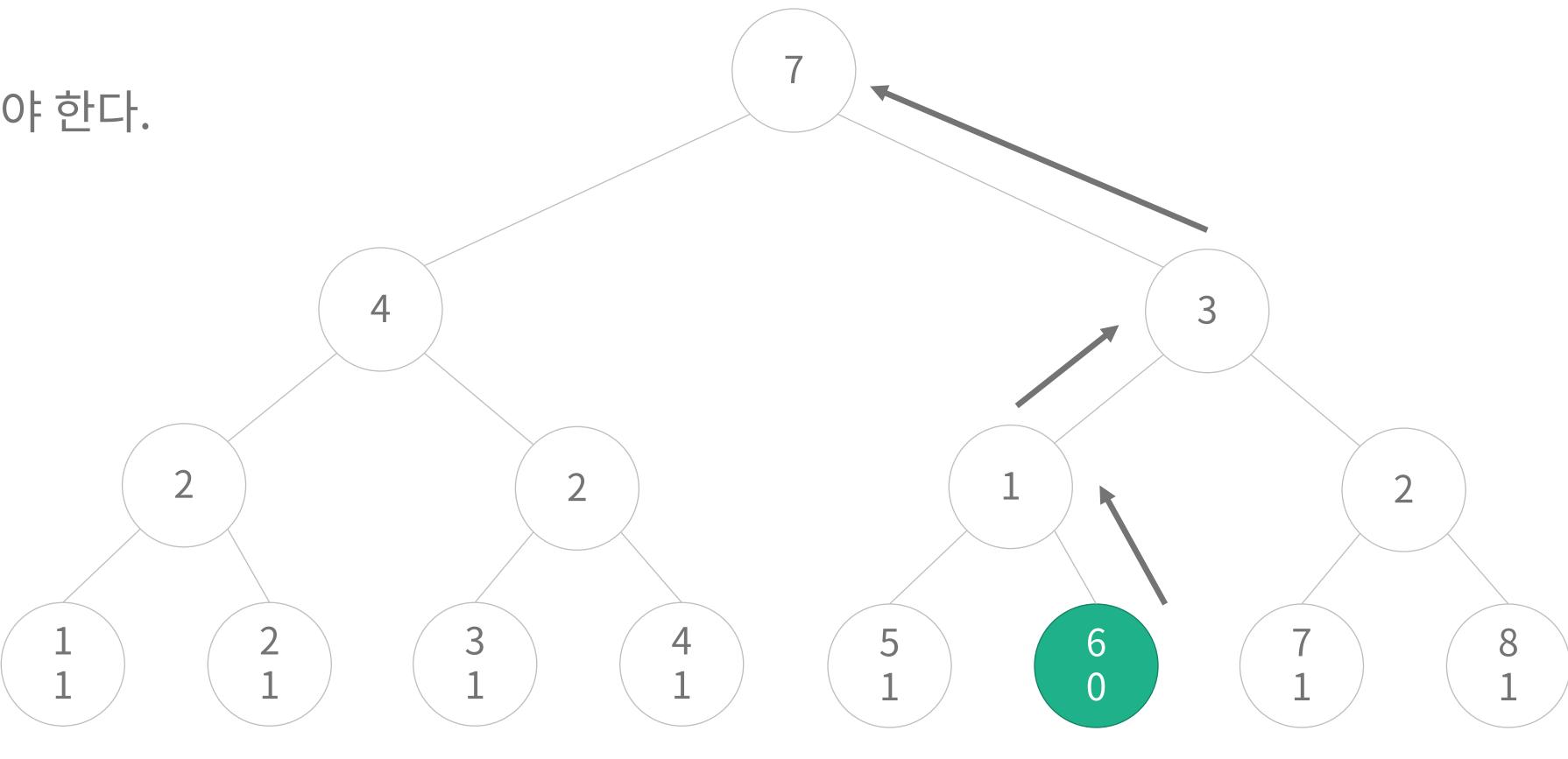
• 6번째 위치에 들어가야 한다.



https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 50121200
- A[1] = 5

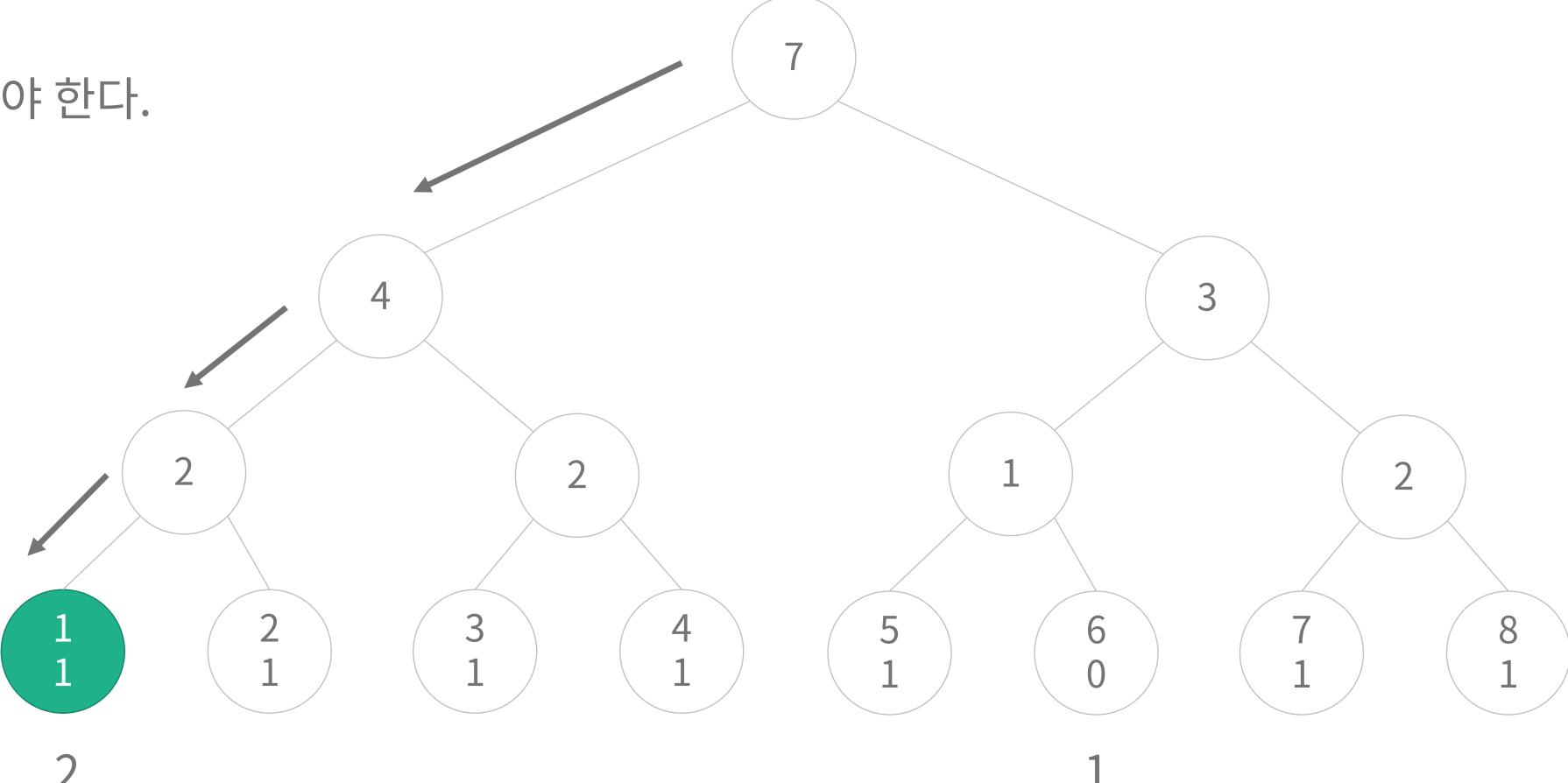
• 6번째 위치에 들어가야 한다.



https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 50121200
- A[2] = 0

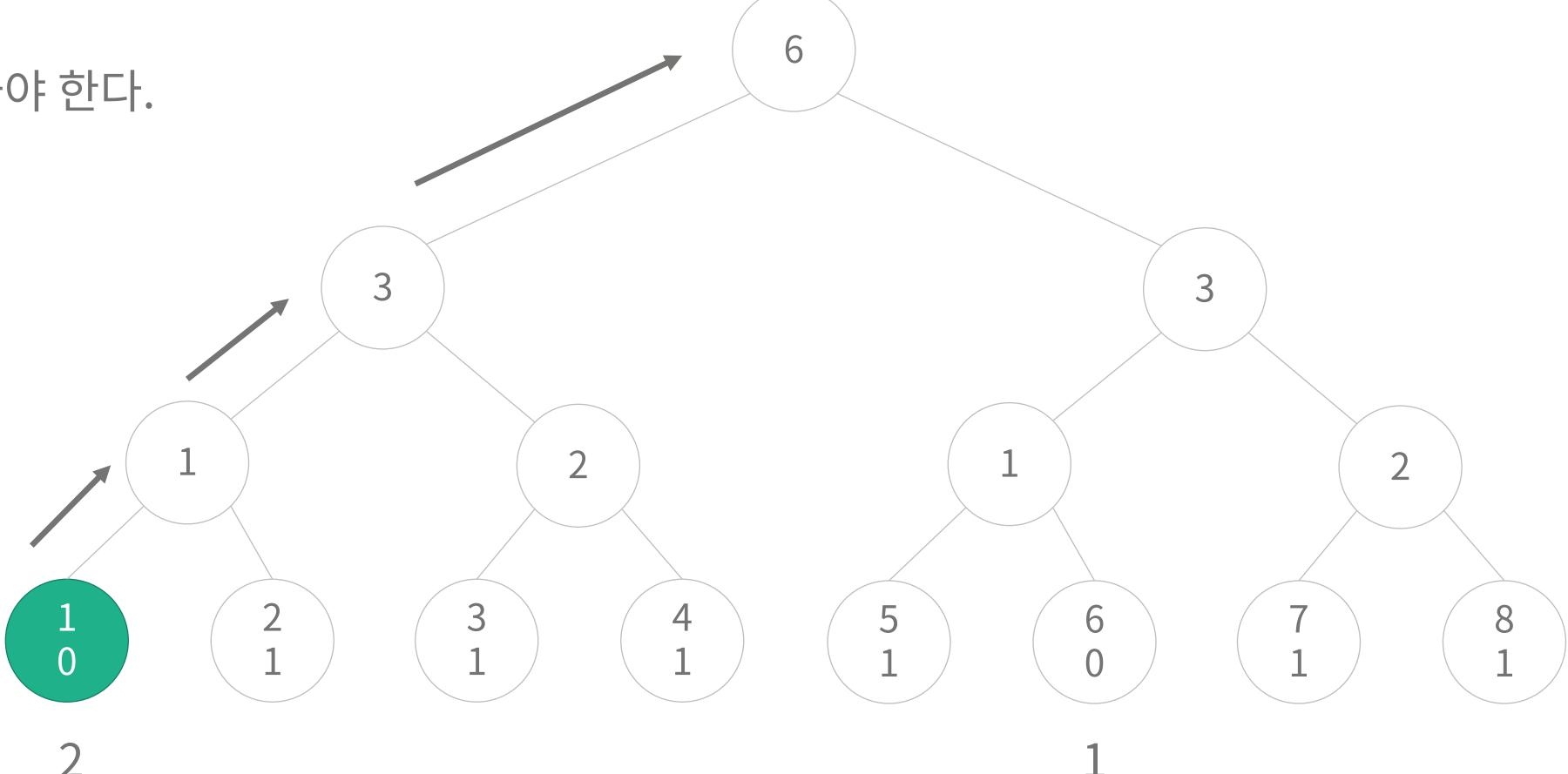
• 1번째 위치에 들어가야 한다.



https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 50121200
- A[2] = 0

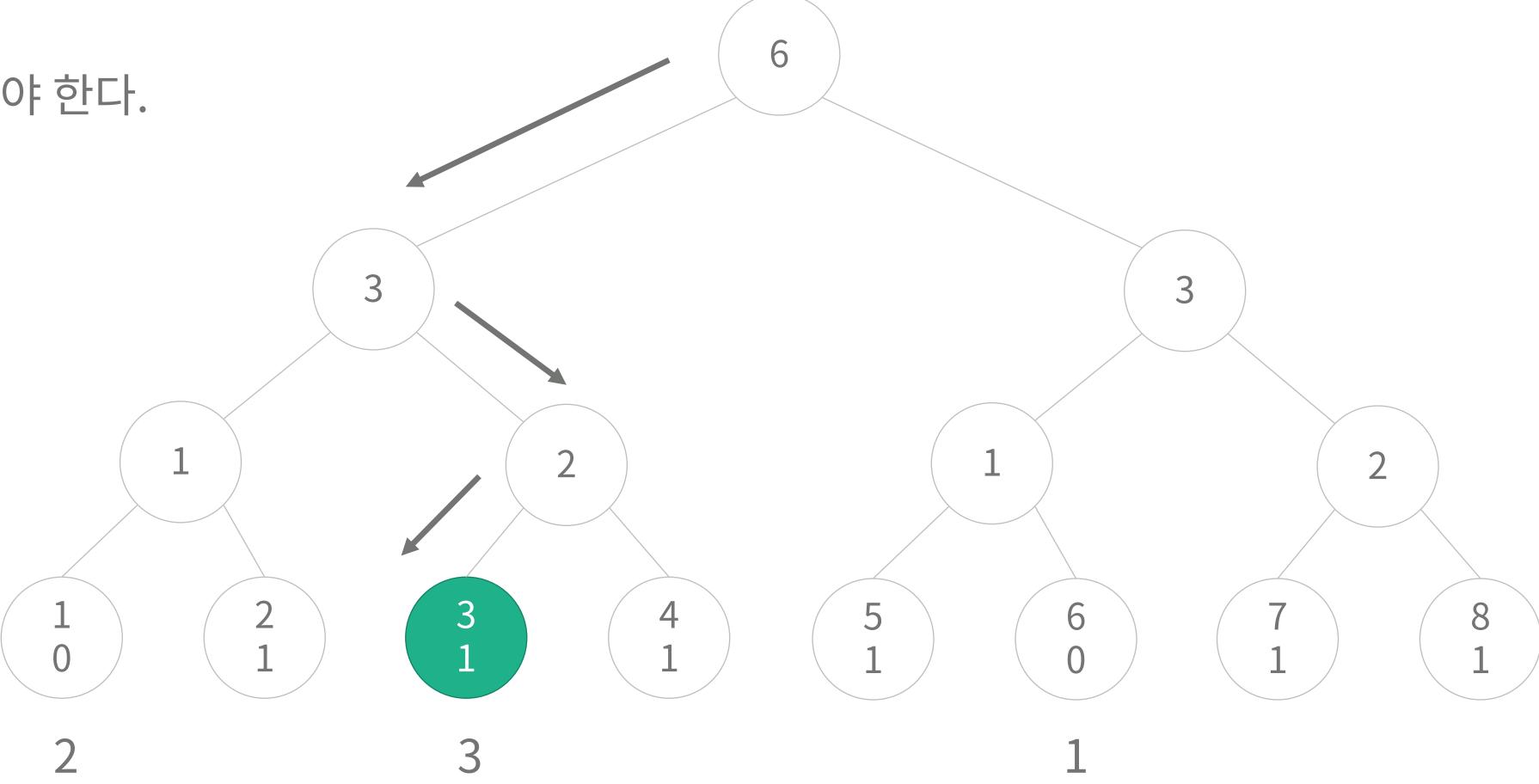
• 1번째 위치에 들어가야 한다.



https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 50**1**21200
- A[3] = 1

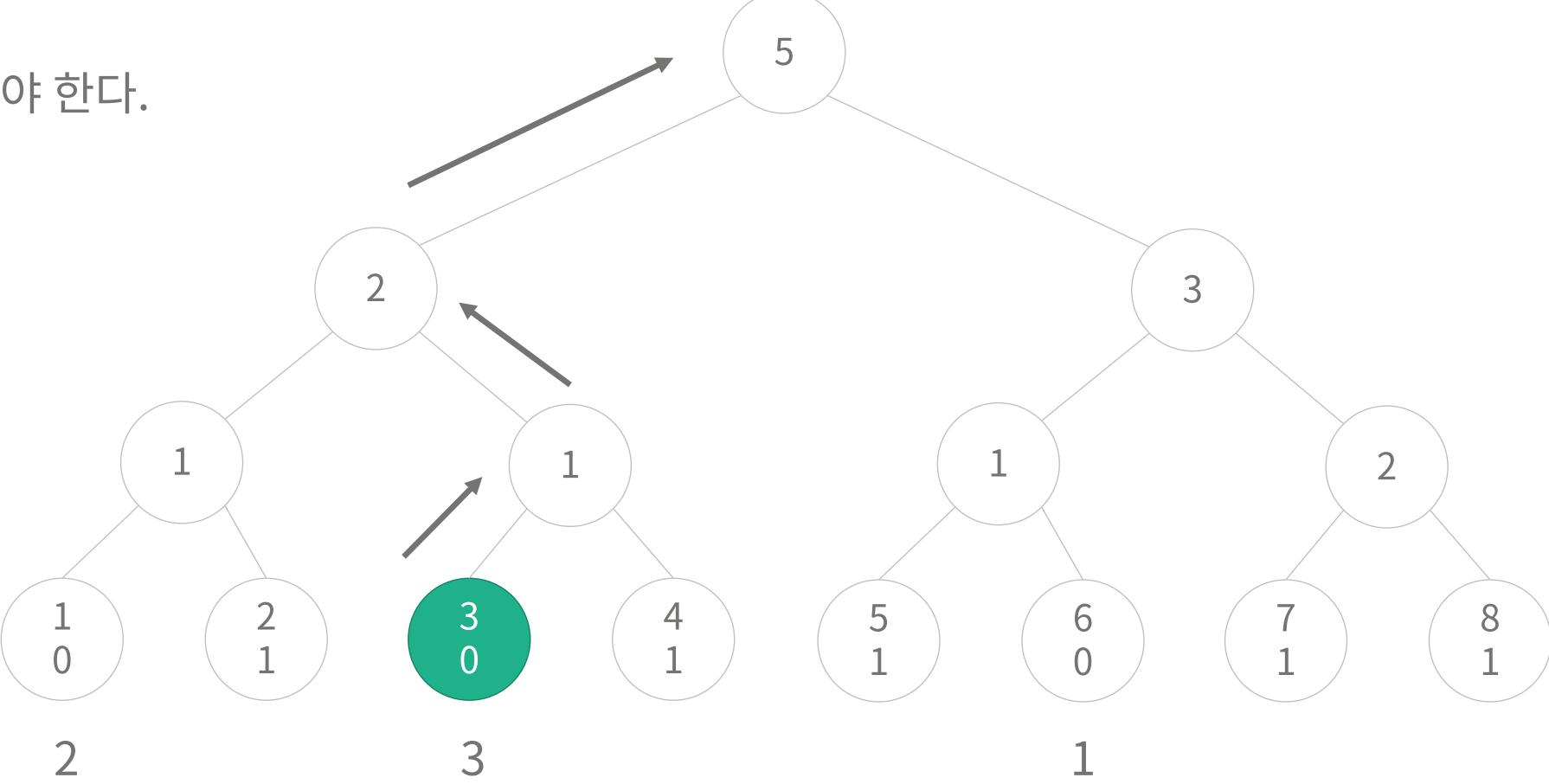
• 2번째 위치에 들어가야 한다.



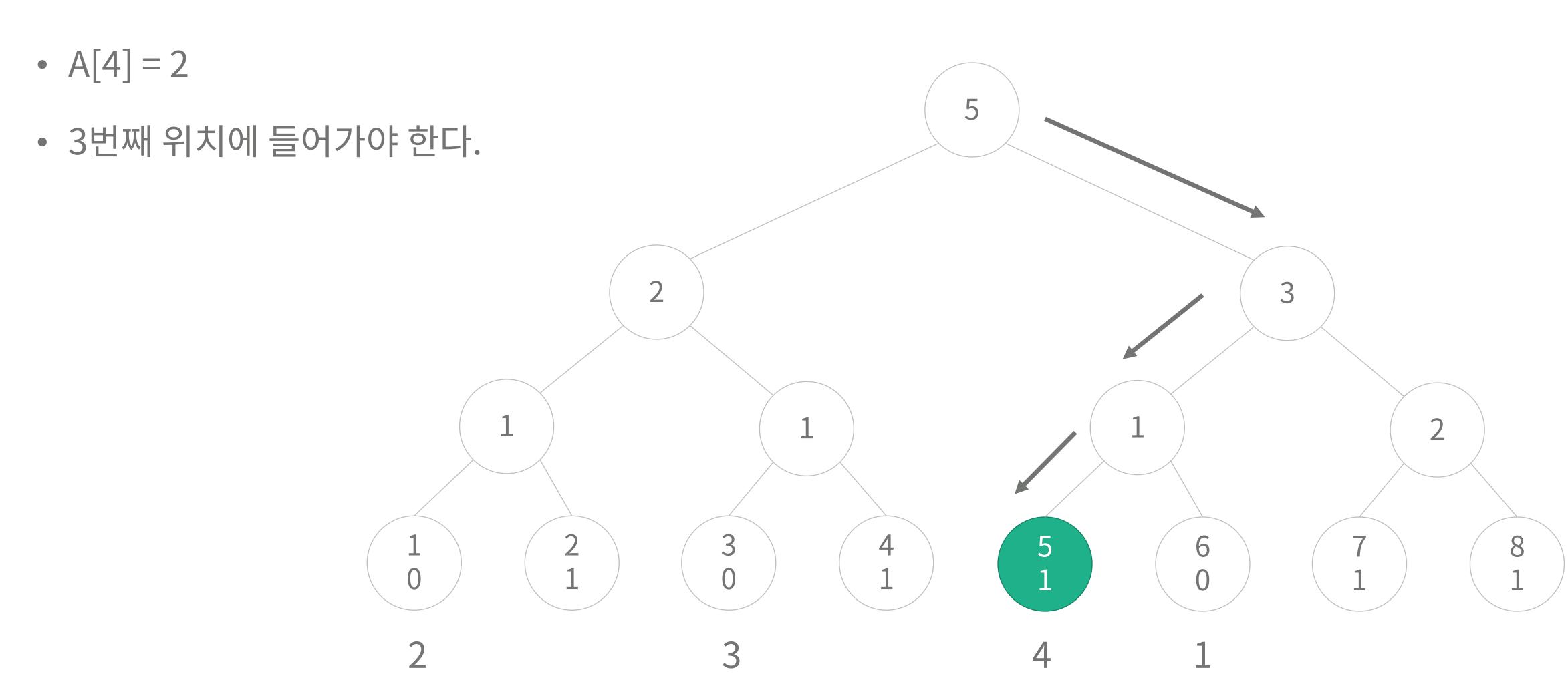
https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 50**1**21200
- A[3] = 1

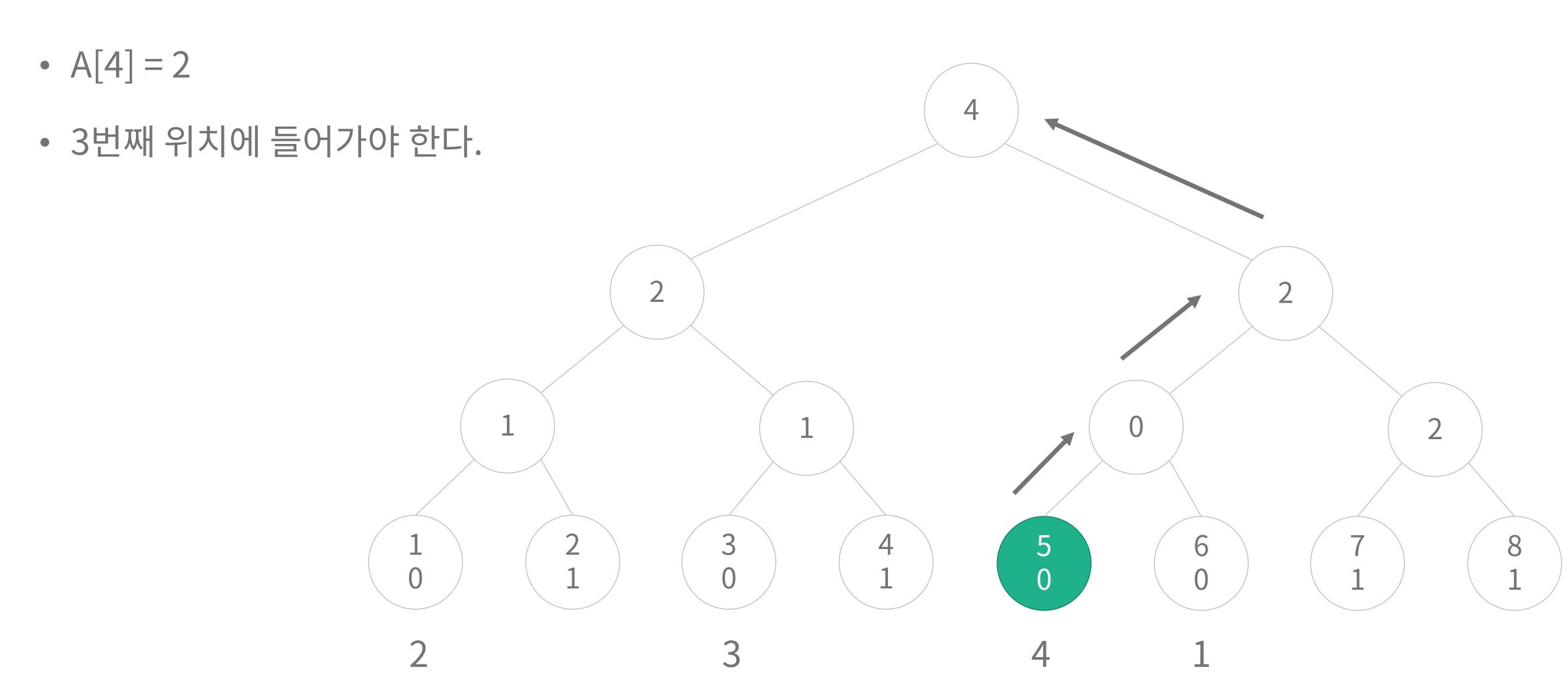
• 2번째 위치에 들어가야 한다.



https://www.acmicpc.net/problem/1849



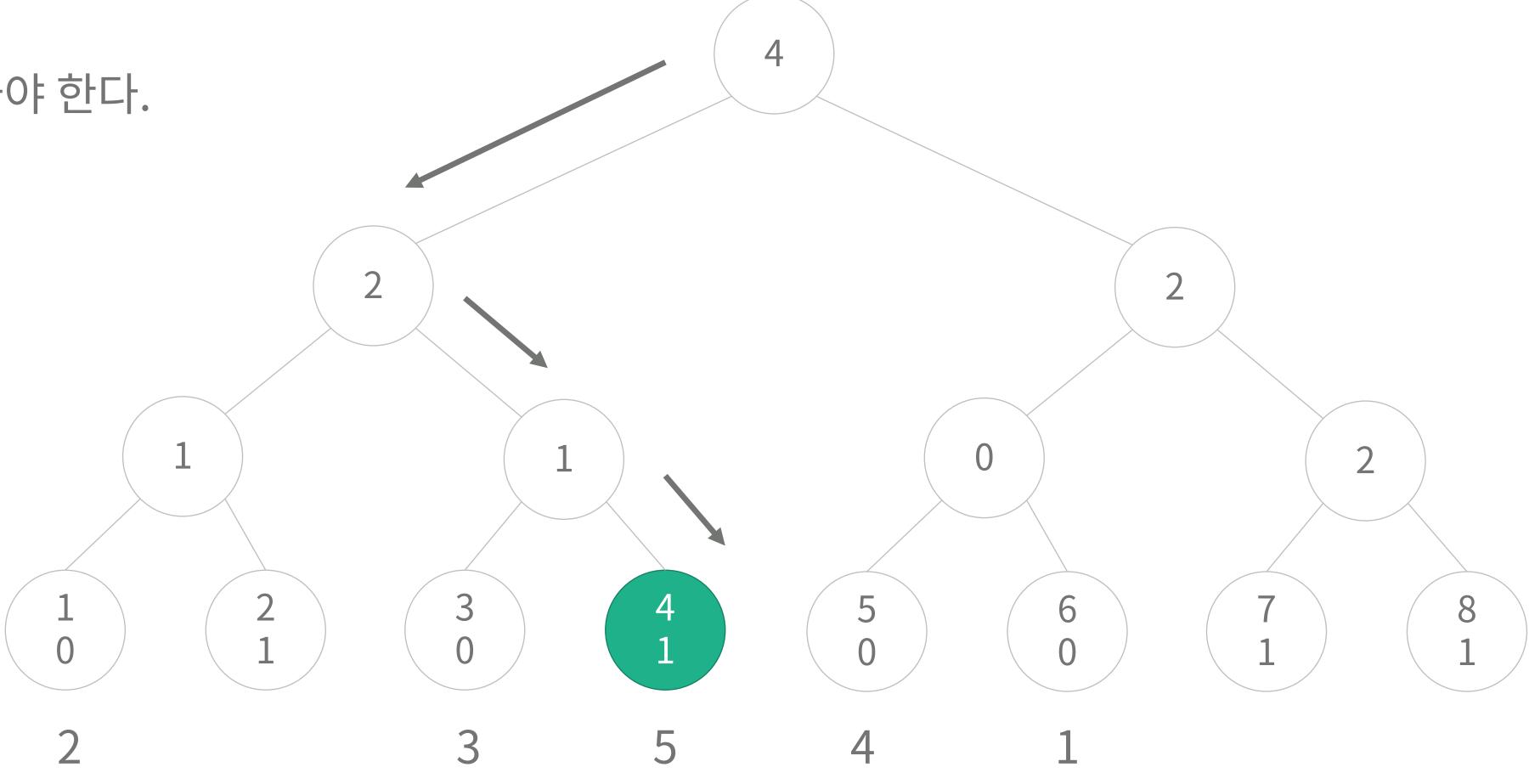
https://www.acmicpc.net/problem/1849



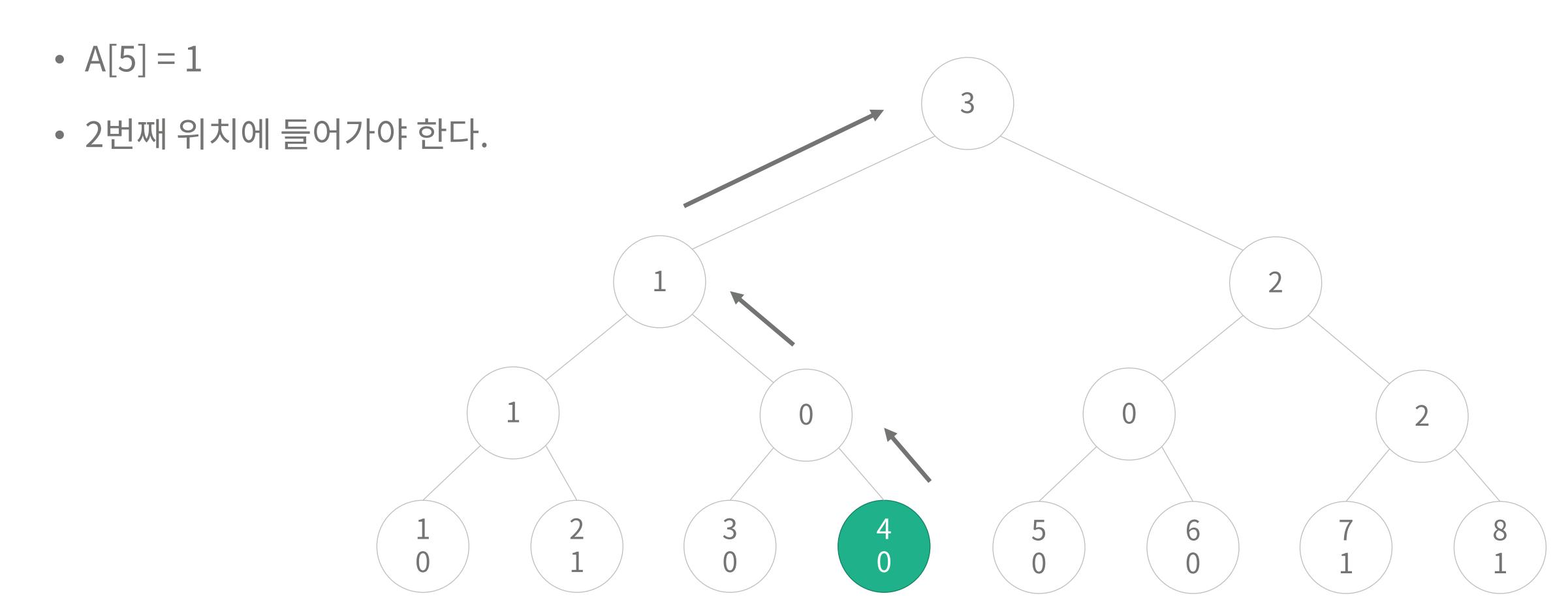
https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 5012**1**200
- A[5] = 1

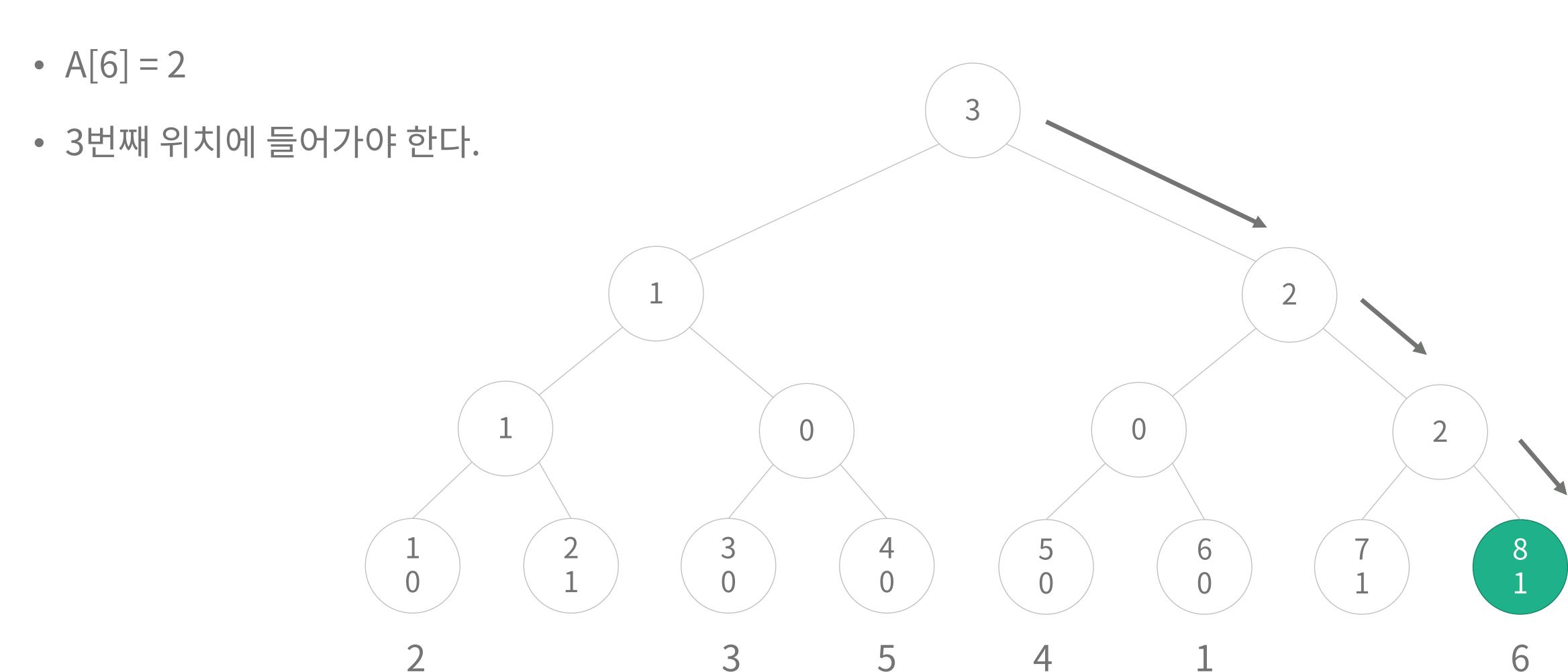
• 2번째 위치에 들어가야 한다.



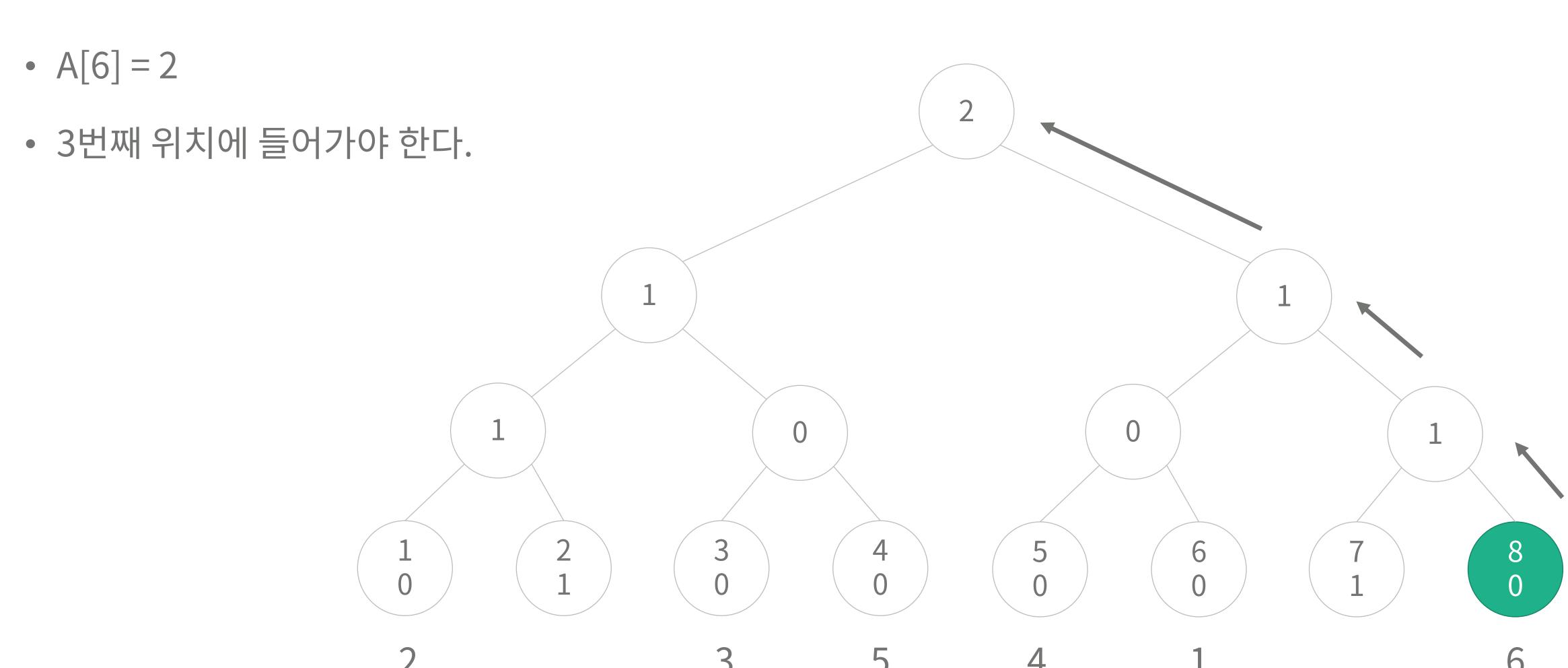
https://www.acmicpc.net/problem/1849



https://www.acmicpc.net/problem/1849



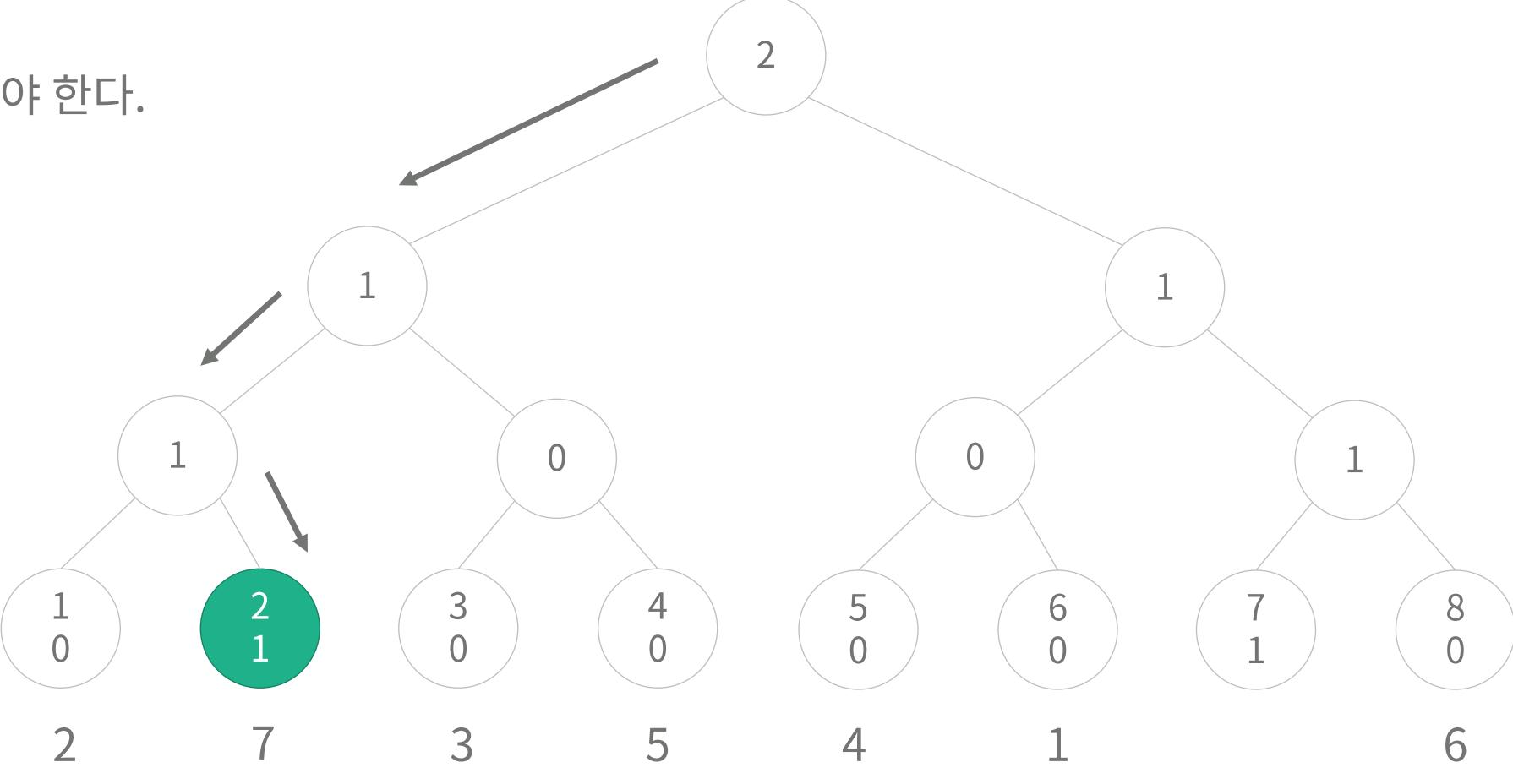
https://www.acmicpc.net/problem/1849



https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 501212**0**0
- A[7] = 0

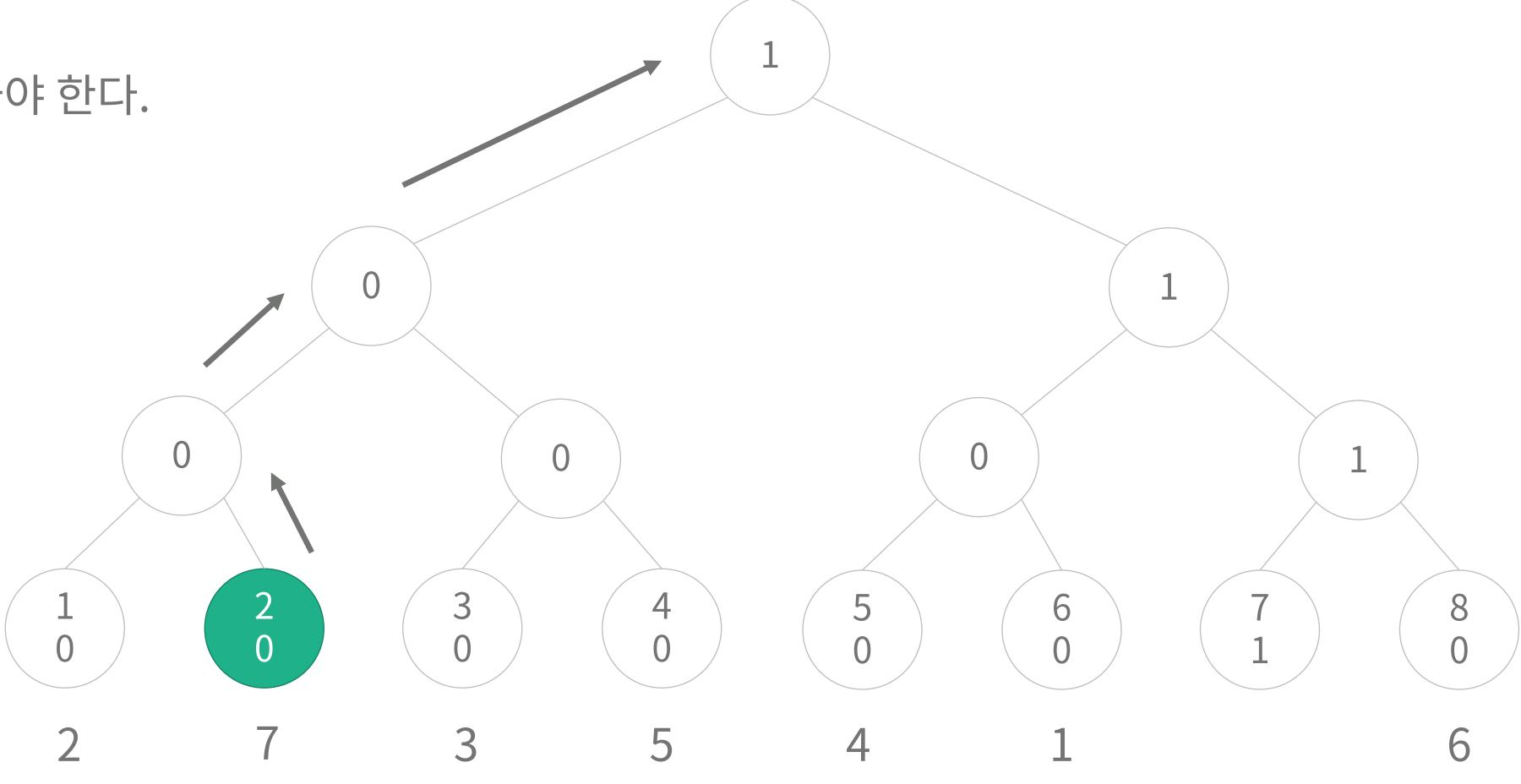
• 1번째 위치에 들어가야 한다.



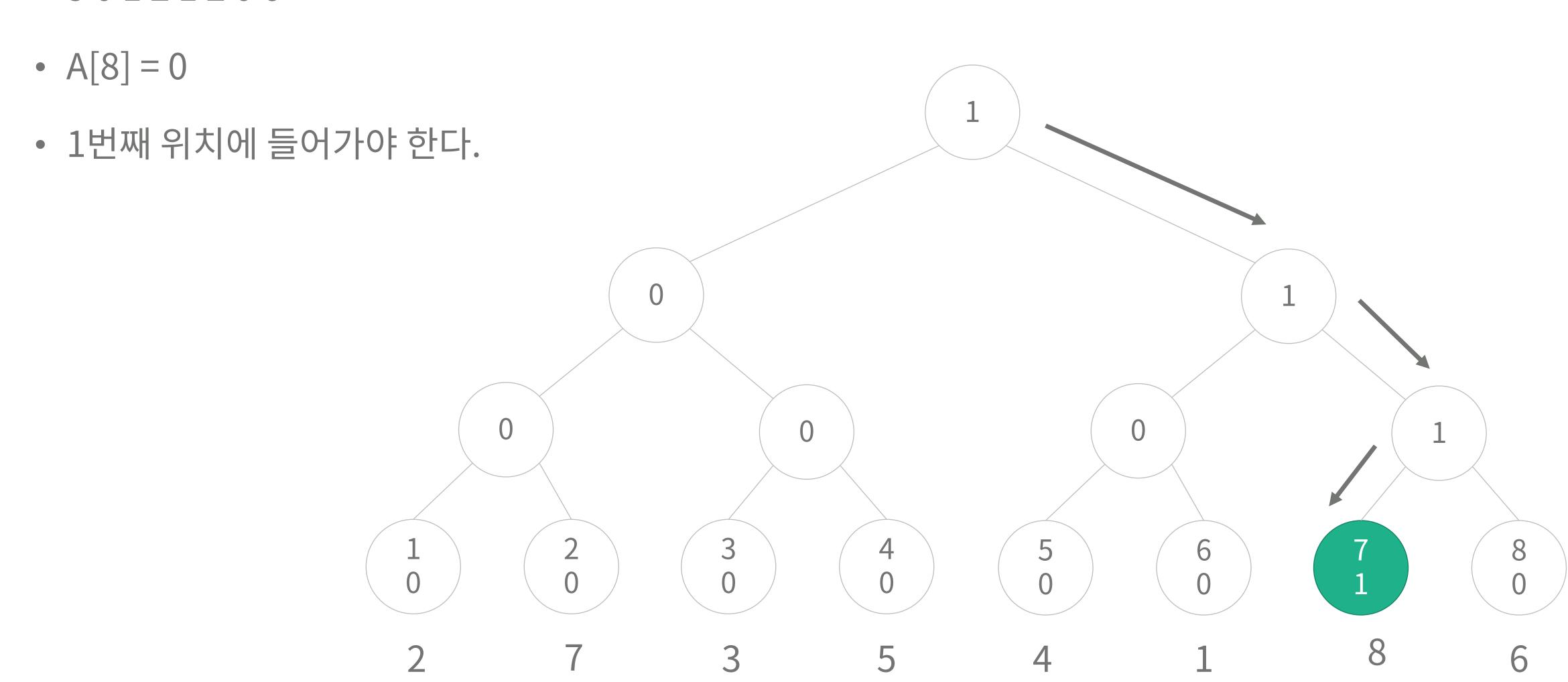
https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 501212**0**0
- A[7] = 0

• 1번째 위치에 들어가야 한다.



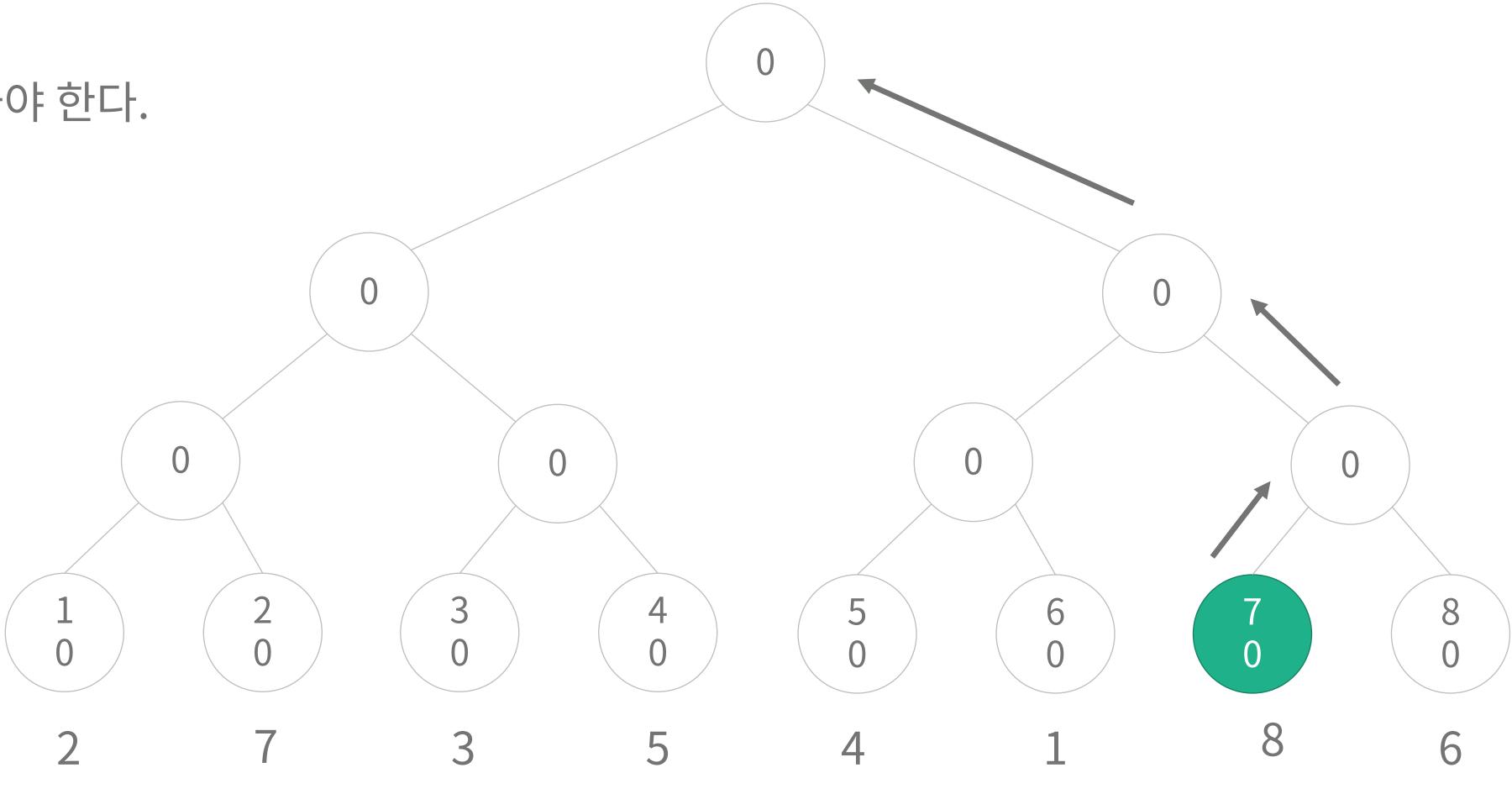
https://www.acmicpc.net/problem/1849



https://www.acmicpc.net/problem/1849

- 5012120**0**
- A[8] = 0

• 1번째 위치에 들어가야 한다.



https://www.acmicpc.net/problem/1849

• 소스: http://codeplus.codes/64b77e8012e445c38ddd6937cf6ad8c0