問題

整数N, M, Pが与えられる．このとき，N^PをMで割った余りを求めよ．

制約

- $1 \leq N, M \leq 10^9$
- $1 \leq P \leq 10^{14}$

出典

AtCoder Typical Contest 002 C

コード解説

normal1.cpp

for文を用いてansにNをP回かける．
計算量は$O(P)$．

normal2.cpp

再帰関数を用いた累乗のナイーブな実装．

$$N^X = N^{X-1} \cdot N$$

を用いて再帰的に計算する．
計算量は$O(P)$．

kuhuu1.cpp

繰り返し2乗法の再帰帰数を用いた実装．

$$N^X = \begin{cases} N^{X/2} \cdot N^{X/2} & (X\text{が偶数}) \\ N^{(X-1)/2} \cdot N^{(X-1)/2} \cdot N & (X\text{が奇数}) \end{cases}$$

を用いて再帰的に計算する．
計算量は$O(\log P)$．

kuhuu2.cpp

繰り返し2乗法の非再帰的な実装．

$$X = \sum_{i=0}^{h} a_i \cdot 2^i,$$

のように書けたとき，

$$N^X = \left(N^{2^0}\right)^{a_0} \cdot \left(N^{2^1}\right)^{a_1} \cdot \cdots \cdot \left(N^{2^h}\right)^{a_h}$$

という性質 (分配法則です．) を使い，N^{2^i}を計算しながら，$a_i = 1$の時に，ansにN^{2^i}をかける．

$$N^{2^{i+1}} = N^{2^i} \cdot N^{2^i}$$

であるから，N^{2^i}は簡単に計算できる．$h = \lceil \log_2(X) \rceil$だから，計算量は$O(\log P)$．