# Лабораторная работа № 6 Синтез микропрограммного автомата

**Цель работы:** изучение методов абстрактного и структурного синтеза микропрограммных автоматов

#### 1. Понятие о микропрограммном автомате

При описании узлов и устройств цифровой обработки их часто представляют в виде композиции управляющей и операционной частей или управляющего и операционного автоматов. Операционный автомат (ОА) выполняет конкретные операции преобразования информации (шифраторы, дешифраторы, регистры и т.д.). Функцией управляющего автомата (УА) является координация работы операционных устройств.

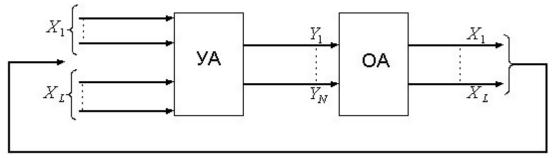


Рис. 6.1. Структура микропрограммного автомата

Задача УА — выработка распределенной во времени последовательности сигналов, определяющих порядок работы операционного автомата (рис. 6.1).

Любая операция, выполняемая OA, может быть представлена совокупностью микроопераций.

**Микрооперацией** называется элементарный неделимый акт обработки информации в ОА, происходящий в течение одного момента автоматного времени(т.е. за один такт).

Выполняемые ОА микрооперации обозначаются обычно буквами из множества  $Y = \{y_1, ..., y_N\}$ . Эти микрооперации выполняются под воздействием управляющих сигналов из УА, которые обычно обозначаются также, как и микрооперации -  $y_1, ..., y_N$ .

Микрооперации, выполняемые одновременно, называются **микрокомандой** и обозначаются  $Y_t = \{y_{tl}, ..., y_{tut}\}$ , где индекс "t" обозначает микрооперации, выполняемые за один такт автоматного времени.

Порядок выполнения микрокоманд определяется функциями перехода  $\alpha_{ij}$ -логическими функциями двоичных переменных из множества  $X = \{X_1, ..., X_L\}$  входных переменных УА. Естественно, что

каждая микрокоманда  $Y_i$  может быть связана со многими функциями перехода - множеством  $\{\alpha_{il},...,\alpha_{iT}\}$ .

Совокупность микрокоманд и функций перехода образуют микропрограмму.

Таким образом, конечный автомат, реализующий микропрограмму работы дискретного устройства, называется **микропрограммным автоматом (МПА)**.

Реализация МПА в виде совокупности ОА и УА была предложена В.М.Глушковым, но она не является единственной. Впервые структура МПА была разработана английским ученым Майклом Уилксом в 1963 году, она называется схемой Уилкса

#### 2. Языки описания МПА

МПА - это специальный автомат, поэтому он задается начальными автоматными языками, к которым относятся: содержательная графсхема алгоритма (микропрограмма), граф-схема алгоритма (ГСА), логическая схема алгоритма (ЛСА), временные диаграммы. Для описания МПА на абстрактном уровне используются и стандартные языки, из которых наиболее удобными являются графы, таблицы, матрицы переходов.

Содержательная граф-схема алгоритма. Содержательная ГСА - это ориентированный граф, содержащий начальную и конечную вершины, а также вершины, в которых микрооперации и условия записаны в содержательных терминах. Пример содержательной ГСА приведен на рис.6.2..

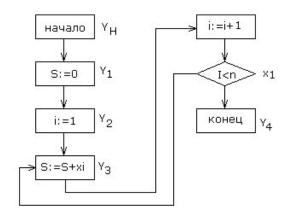


Рис.. 6. 2. Микропрограмма вычисления суммы

**Граф-схема алгоримма (ГСА).** ГСА - ориентированный граф, но в его вершинах информация представляется в закодированной форме. Обычно операторные вершины кодируются буквами  $Y_J$ , условные -  $X_J$ , а микрооперации -  $Y_J$  (см. рис.6.2):

$$Y_1: S:=0;$$
  
 $Y_2: i:=l;$   $X_1:i \le n;$   
 $Y_3: S:=S+X_J;$   
 $Y_4: i:=i+1.$ 

В ГСА одинаковые микрооперации и условия обозначаются одними и теми же символами.

По граф-схеме алгоритма можно строить функции перехода  $\alpha_{ij}$ , используя следующие правила.

Если переход из вершины  $Y_i$ , в вершину  $Y_j$ , проходит только через условные вершины, соответствующая функция перехода записывается в виде:

$$a_{ij} = A \quad e_{ij}$$
 $a_{ir}$ ,

где  $x_{ir}$  - логическое условие, записанное в r-й вершине;

R - число условных вершин на пути  $Y_i$  -  $Y_i$ ;

 $e_{jr}$  - принадлежит  $\{0;1\}$  и приписывается выходу условной вершины;

$$x_{-ir} = \int_{1}^{1} \frac{x_{-ir}}{x_{-ir}}, ecnu \qquad e_{-ir} = 1;$$

Если на переходе от  $Y_i$  к  $Y_j$  имеется несколько путей, проходящих через условные вершины, то функция перехода формируется как дизьюнкция конъюнкций, соответствующих всем путям перехода:

$$\begin{array}{ccc}
H & e_{ij} \\
\alpha_{ij} = & \Lambda \alpha_{ij},
\end{array}$$

где H - число всевозможных путей от  $Y_i$  к  $Y_j$ ;

 $\alpha_{ij}^{\ \ h}$  - конъюнкция, соответствующая h-му пути от  $Y_i$  к  $Y_j$ . Например, для ГСА (рис.6.3) формулы перехода имеют вид:

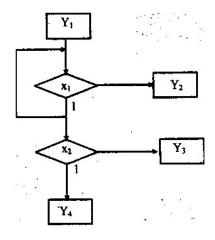


Рис. 6.3. Пример построения функций перехода по ГСА

**Логическая схема алгоритма (ЛСА). ЛСА** - конечная строка, содержащая символы операторов  $Y_i$  и условий  $X_J$  и верхние и нижние стрелки, пронумерованные числами натурального ряда. Например:  $Y_H Y_1 Y_2 \downarrow^I Y_3 Y_4 x_1 \uparrow^2 w \uparrow^I \downarrow^2 Y_K$ 

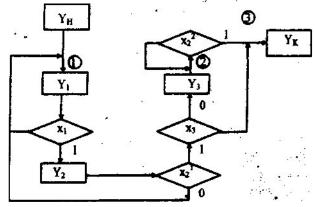
Правила построения ЛСА:

- 1) ЛСА содержит один оператор начала  $Y_H$  и один оператор конца  $Y_K$ .
- 2) Перед оператором  $Y_H$  и после оператора  $Y_K$  стрелки не ставятся.
- 3) После логического условия  $x_i$  всегда ставится верхняя стрелка  $\uparrow$ .
- 4) В ЛСА не может быть одинаковых нижних стрелок.
- 5) Каждой верхней стрелке соответствует одна нижняя.
- 6) Каждой нижней стрелке может соответствовать несколько верхних стрелок.

Переход от ГСА к ЛСА выполняется следующим образом

- 1) В ГСА отмечаются входы всех вершин, к которым подходит более одной стрелки, натуральными числами от I до S.
- 2) Записывается оператор начала  $Y_H$ ; если после начальной вершины в ГСА следует отмеченная S вершина, то после  $Y_H$  ставится нижняя стрелка с номером S. Далее записывается следующий оператор.
- 3) После условия x ставится верхняя стрелка  $\uparrow$  с номером S в том случае, если выход условной вершины по нулю отмечен, в противном случае номер не ставится. Если единичный выход условной вершины отмечен, верхней ставится стрелка после **РИЖИН** соответствующим номером, после чего записывается символ оператора, следующего за условной вершиной по выходу "1".
- 4) Процедура записи продолжается, пока в строке не появится нижняя стрелка, записанная ранее, или символ " $Y_K$ " до окончания ЛСА. В этих случаях вместо нижней стрелки и  $Y_K$  ставится тождественно ложное условие w↑.

- 5) В записанной строке находятся верхние стрелки без номеров, они отмечаются натуральными числами, начиная от S+I.
- 6) Записываются новые строки ЛСА, каждая из которых начинается с нижней стрелки с номером S+1,S+2,..., вслед за которыми записываются символы операторов и условий, соответствующие нулевым выходам условных вершин.
- 7) Все строки объединяются в одну путем их последовательной записи, причем последним символом в ЛСА будет оператор конца с нижней стрелкой  $\downarrow Y_K$ .
- 8) Проверяется соответствием верхних и нижних стрелок. На рис.6.4 показана ГСА и соответствующая ей ЛСА.



$$Y_{H} \stackrel{1}{=} Y_{1}x_{2} \stackrel{1}{=} Y_{2}x_{2} \stackrel{1}{=} X_{3} \stackrel{1}{=} X_{3} \stackrel{4}{=} W \stackrel{3}{=} \stackrel{4}{=} Y_{3} \stackrel{2}{=} X_{2} \stackrel{2}{=} \stackrel{3}{=} Y_{K}$$

Рис. 6.4. Пример построения ЛСА по граф-схеме алгоритма

**Формулы перехода.** Формулы перехода указывают всевозможные пути перехода от оператора  $Y_1$  к другим операторам и имеют вид :

$$Y_i \otimes \bigvee_{t=1}^T \mathsf{a}_{it} Y_t$$

где  $\alpha_{ib}$  - функция перехода от  $Y_i$  к  $Y_t$ . Для построения формул перехода удобны ГСА.

**Матричная схема алгоритма (МСА). МСА** - это квадратная матрица, строки и столбцы второй отмечаются символами операторных вершин, а в поле матрицы записываются функции перехода  $\alpha_{it}$ .

Например, для ГСА на рис. 6.4 МСА имеет вид:

$$Y_1$$
  $Y_2$   $Y_3$   $Y_4$   $\leftarrow$ вершины перехода

# 3. Синтез микропрограммного автомата по граф-схеме алгоритма (ГСА)

## 3.1. Синтез абстрактного автомата

Синтез абстрактного автомата, или *абстрактный синтез*, заключается в построении абстрактного автомата на основе имеющегося физического описания работы автомата и состоит из двух этапов:

- 1) описание автомата на одном из стандартных автоматных языков и определение числа внутренних состояний;
- 2) минимизация внутренних состояний автомата.

Стандартными автоматными языками являются таблицы переходов и выходов, графы и матрицы переходов.

Микропрограммные автоматы, как правило, задаются на начальном языке в виде содержательной граф-схемы алгоритма или микропрограммы. Для построения граф-схемы (ГСА) все микрооперации кодируются символами  $y_1, y_2,...$ , а условия – символами  $x_1, x_2,...$ ; причем одинаковые микрооперации и условия кодируются одинаково.

По закодированной ГСА можно построить граф автомата. Для определения числа внутренних состояний автомата проводится отметка ГСА следующим образом:

для автомата Мили

- 1) символом  $a_1$  отмечается вход первой вершины, следующей за начальной, и вход конечной вершины;
- 2) входы вершин, следующих за операторными, отмечаются разными символами  $a_2$ ,  $a_3$ , ...;

для автомата Мура

- 1) символом  $a_1$  отмечаются начальная и конечная вершины ГСА;
- 2) каждая операторная вершина отмечается единственным символом  $a_2, a_3, ....$

Далее составляются слова вида:

- 1)  $a_m X(a_m, a_s), Y(a_m, a_s)a_s;$
- 2)  $a_m X(a_m, a_s) a_s$ ;
- 3)  $a_m Y(a_m, a_s) a_s$ ;
- 4)  $a_m a_s$ .

Слова первого, второго и третьего видов сопоставляются переходам от метки  $a_m$  к метке  $a_s$  через условные и операторные вершины, условные вершины и операторные вершины соответственно. Слова четвертого вида соответствуют переходу

между операторными вершинами. Очевидно, что слова 1), 2) и 3) определяются для автомата Мили, а слова 2) и 4) — для автомата Мура.

На рис.6.5 приведен пример отметки ГСА для автомата Мили и автомата Мура. Состояния автомата Мура обозначены символами  $e_1$ ,  $e_2$ ,..., а для автомата Мили сохранены обозначения  $a_1$ ,  $a_2$ ,.... Синтезируемый абстрактный автомат Мили имеет 5 состояний, а автомат Мура – 7.

Переход автомата из ссостояния  $a_m$  в состояние  $a_s$  ( $a_m \rightarrow a_s$ ) определяется функцией перехода  $X(a_m,a_s)$ , представляющей конъюнкцию всех условий, записанных в условных вершинах на пути  $a_m \rightarrow a_s$ . Содержимое операторных вершин  $Y(a_m,a_s)$  определяет выходной сигнал на переходе  $a_m \rightarrow a_s$ .

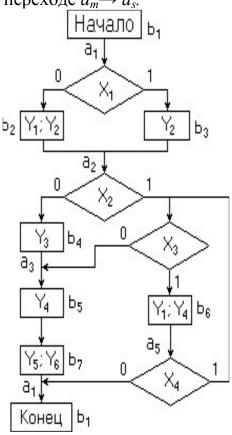


Рис. 6.5. Пример отметки ГСА для автомата Мили (a) и автомата Мура (б)

При построении графа автомата Мили началу дуги приписывается входной сигнал  $X(a_m,a_s)$ , а концу — выходной сигнал  $Y(a_m,a_s)$ . Если выполняется переход вида 2), на месте выходного сигнала ставится "0" или прочерк, при переходе вида 3) входной сигнал  $X(a_m,a_s)$  полагается равным единице. При построении автомата Мура содержимое операторных вершин ГСА

приписывается вершинам графа, а дуги помечаются символами входных сигналов. Если выполняется переход вида 4), то  $X(a_m, a_s) = 1$ . На рис.6.6 показан граф автомата Мили (рис.6.5)

#### Рис.6.6

При синтезе микропрограммного автомата удобнее использовать таблицу переходов в измененном виде. *Прямая таблица переходов* - таблица, в которой последовательно перечисляются все переходы сначала из первого состояния, затем из второго и т.д. В ряде случаев оказывается удобным пользоваться обратной таблицей переходов, в которой столбцы обозначены точно так же, но сначала записываются все переходы в первое состояние, затем во второе и т.д. В качестве примера приведена прямая таблица переходов микропрограммного автомата Мили на рис.6.6 – табл.6.1.

Таблица.6.1

$a_m$	$a_s$	$X(a_m,a_s)$	$Y(a_m,a_s)$	
$a_1$	$a_2$	$x_1$	<i>y</i> <sub>2</sub>	
	$a_2$	$\neg x_1$	$y_1,y_2$	
$a_2$	$a_3$	$\neg x_2$	<i>y</i> <sub>3</sub>	
	$a_3$	$\neg x_3x_2$	-	
	$a_5$	$x_3x_2$	<i>y</i> 1, <i>y</i> 4	
$a_3$	$a_4$	1	$y_4$	
$a_4$	$a_1$	1	<i>Y5,Y</i> 6	
$a_5$	$a_1$	$\neg x_4$	-	
	$a_5$	$x_3x_4$	<i>Y</i> 1 <i>,Y</i> 4	
	$a_3$	$\neg x_3x_4$	-	

# 3.2. Структурный синтез МПА.

Структурный синтез микропрограммного автомата состоит в построении структурной схемы автомата и выполняется в соответствии с общим *алгоритмом канонического метода* синтеза:

1) выбирается тип и определяется количество автоматов памяти (АП) по формуле

$$R > \log_2 M$$
 [,

где М – число состояний автомата.

- 2) кодируются состояния автомата;
- 3) составляется структурная таблица автомата;
- 4) по структурной таблице составляется система логических уравнений, связывающих функции выходов и возбуждения с состояниями автомата и входными сигналами;
- 5) проводится минимизация системы логических функций;
- 6) на выбранной элементной базе синтезируется комбинационная схема автомата и строится его структурная схема.

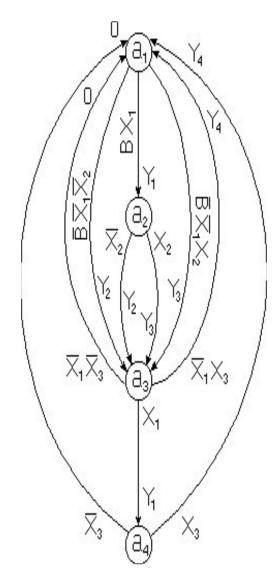
Отличие процедуры синтеза МПА заключается в принципе построения структурной таблицы. В общем случае эта таблица содержит столбцы состояний  $a_m$  и  $a_s$ , входных сигналов  $X(a_m, a_s)$ , выходных сигналов  $Y(a_m, a_s)$ , сигналов возбуждения  $F(a_m, a_s)$  и кодов состояний. Каждая строка такой таблицы соответствует одному пути перехода на графе автомата.

При построении функции возбуждения используются таблицы переходов или выходов автоматов памяти. В качестве АП может использоваться любой автомат Мура, но наиболее просто функции возбуждения строятся для элементарных АП, к которым относятся триггеры.

Таблицы переходов и входов D-, T-, RS-и JK-триггеров приведены в работе №5.

## Пример

На рис.6.7 приведен граф автомата Мили  $S_6$ . Требуется составить структурную таблицу МПА и систему канонических уравнений.



*Решение*. Автомат  $S_6$  имеет 4 состояния, для кодирования которых необходимо  $R = \log_2 4 = 2$  триггера. В качестве автомата памяти будем использовать RS-триггер.

Для кодирования можно использовать метод единичного кодирования (лаб. работа №4), тогда коды состояний будут такими:

$$K(a_1) - 00$$
,  $K(a_2) - 01$ ,  $K(a_3) - 10$ ,  $K(a_4) - 11$ .

Структурная таблица отличается от таблицы переходов тем, что содержит коды состояний и сигналы возбуждения, формируемые на переходе ( $a_m$ ,  $a_s$ ). Для RS — триггера в столбце сигналов возбуждения указывается сигнал S, если триггер переключается из состояния 0 в состояние 1, и сигнал R, если из состояния 1 в состояние 0.

Табл.6.2. представляет собой расширенную таблицу переходов и содержит помимо кодов состояний сигналы возбуждения, подаваемые на входы соответствующих триггеров.

					Таблица 6.2		
$a_m$	$K(a_m)$	$a_s$	$K(a_s)$	$X(a_m, a_s)$	$Y(a_m, a_s)$	$F(a_m, a_s)$	
$a_1$	00	$a_2$	0 1	$\underline{\underline{B} x_1}$	$y_I$	$S_2$	
		$a_3$	10	$B \chi_1 \chi_2$	$y_2$	$S_I$	
		$a_3$	10	$B \frac{-}{\chi_1 \chi_2}$	<i>y</i> <sub>3</sub>	$S_I$	
$a_2$	0 1	$a_3$	10	_	$y_2$	$S_1 R_2$	
		$a_3$	10	$x_2 \\ x_2$	<i>y</i> <sub>3</sub>	$S_1 R_2$	
$a_3$	10	$a_1$	00	$X_1X_3$	-	$R_I$	
		$a_1$	00	$\frac{}{\boldsymbol{\chi}_{1}}\boldsymbol{\chi}_{3}$	$\mathcal{Y}_4$	$R_1$	
		$a_4$	11	$\mathcal{A}_1\mathcal{A}_3$	$y_1$	$S_2$	
				${oldsymbol{\mathcal{X}}}_1$			
$a_4$	11	$a_1$	00	$\frac{}{\mathcal{X}_3}$	-	$R_1 R_2$	
		$a_1$	00	$\mathcal{X}_3$	$\mathcal{Y}_4$	$R_1 R_2$	

Ниже приводится система канонических уравнений автомата  $S_6$ .

$$y_1 = \overline{\tau_1} \overline{\tau_2} B x_1 V \tau_1 \overline{\tau_2} x_1,$$

$$y_{2} = \overline{\tau_{1}} \overline{\tau_{2}} B x_{1} x_{2} V \overline{\tau_{1}} \tau_{2} x_{1} x_{2},$$

$$y_{3} = \overline{\tau_{1}} \overline{\tau_{2}} B x_{1} x_{2} V \overline{\tau_{1}} \tau_{2} x_{1} x_{2},$$

$$y_{4} = \overline{\tau_{1}} \overline{\tau_{2}} x_{1} x_{3} V \overline{\tau_{1}} \tau_{2} x_{3}.$$

$$R_{1} = \overline{\tau_{1}} \overline{\tau_{2}} V \overline{\tau_{1}} \tau_{2} x_{1},$$

$$R_{2} = \overline{\tau_{1}} \overline{\tau_{2}} V \overline{\tau_{1}} \tau_{2},$$

$$S_{1} = \overline{\tau_{1}} \overline{\tau_{2}} B x_{1} V \overline{\tau_{1}} \overline{\tau_{2}},$$

$$S_{2} = \overline{\tau_{1}} \overline{\tau_{2}} B x_{1} V \overline{\tau_{1}} \overline{\tau_{2}} x_{1}.$$

Далее выполняются п.п.5 и 6 алгоритма канонического метода синтеза структурного автомата.

При синтезе МПА по граф-схеме алгоритма предполагается, что автомат имеет наименьшее число состояний, так как это обусловленно самим принципом построения граф-схемы. Однако в некоторых задачах можно сократить число состояний автомата путем выявления 0-,1-,2-,...,  $\kappa$ -эквивалентных состояний. По существу этот метод мало отличается от метода минимизации автоматов общего типа, однако здесь используется более слабое отношение эквивалентности, что дает возможность провести минимизацию.

 $\theta$ -эквивалентными называются состояния, которые при одинаковых входных сигналах характеризуются одинаковыми выходными сигналами. I- эквивалентными называются состояния, переход из которых при одних и тех же входных сигналах происходит в одни и те же  $\theta$  - эквивалентные состояния и т.п.

Метод минимизации заключается в разбиении множества состояний автомата на эквивалентные классы. Строятся классы 0-эквивалентных состояний  $(\pi_0)$ , 1-эквивалентных, 2-эквивалентиых и т.д. Множество 1-эквивалентных классов обозначается  $(\pi_1)$  и т.д., пока на каком-то  $(\kappa+1)$ -м шаге не окажется, что

 $\pi_k = \pi_{k+1}$ , т.е. разбиение на  $(\kappa)$ - эквивалентные и (k+1)-эквивалентные классы совпадает. Последнее разбиение  $\pi_{k+1}$  будет соответствовать минимальному автомату.

## 4. Задания выполнению работы

- 4.1. Синтезировать структурную схему автомата  $S_6$ , использовав в качестве АП  $\,$  D триггеры.
- 4.2. Синтезировать структурную схему автомата  $S_6$ , использовав в качестве АП T триггеры.
- 4.3. Построить автомат Мура  $S_7$ , эквивалентный автомату Мили  $S_6$ ; составить таблицу переходов МПА.
- 4.4. Синтезировать структурную схему автомата  $S_7$ , в качестве  $A\Pi$  использовать D триггеры.
  - 4.5. Решить задачу 4.4 для RS триггера.
  - 4.6. Решить задачу 4.4. для Т триггера.
- 4.7. Построить граф автомата Мура, реализующего микропрограмму на рис.6.8., его таблицу переходов и синтезировать схему на RS триггерах.
- 4.8. Построить граф и таблицу переходов автомата Мили, реализующего микропрограмму на рис.6.8. Синтезировать схему автомата на Д-триггерах.
  - 4.9. Решить задачу 4.7 для Т-триггеров.
  - 4.10. Решить задачу 4.7 для D-триггеров
  - 4.11. Решить задачу 4.8 для Т-триггеров
  - 4.12. Решить задачу 4.8 для RS-триггеров

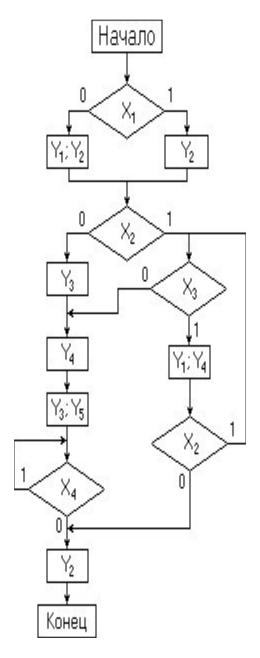


Рис. 6.8. Микропрограммный автомат

# 5. Контрольные вопросы

- 5.1. Назовите функции операционного и управляющего автоматов.
- 5.2.Приведите основные положения принципа микропрограммного управления.
  - 5.3.Объясните структуру МПА, полученную В.М.Глушковым.
  - 5.4. Способы задания микропрограммных автоматов.
  - 5.5. Что называется микропрограммой?
  - 5.6. Объясните отличие содержательной ГСА и ГСА.
  - 5.7. Что такое логическая схема алгоритма?
  - 5.8. Приведите правила построения ЛСА.
  - 5.9. Как происходит переход от ГСА к ЛСА?
  - 5.10. Что такое функция перехода?

- 5.11. Что такое формула перехода?
- 5.12. Что такое матричная схема алгоритма?
- 5.13. Приведите основные этапы абстрактного синтеза.
- 5.14. В чем отличие абстрактного синтеза автоматов Мили и Мура?
- 5.15. Как строится таблица переходов или граф МПА?
- 5.16. Какую структуру имеет структурная таблица переходов МПА?

Правила составления логической схемы алгоритма (ЛСА)

1. Обозначения:

 $Y_t$  – символ, обозначающий безусловный оператор, который записывается в прямоугольник (t – номер оператора);

 ${\bf Y}_{{\bf H}}$  – начальный оператор,  ${\bf Y}_{{\bf K}}$  – конечный оператор;

 $\mathbf{x}_{\mathbf{m}}$  — символ, обозначающий условный оператор, записываемый в ромб, который обязательно должен иметь обозначения выходов или одного из них (единичного или нулевого), (m — номер условного оператора).



## 2. Отметка граф-схемы алгоритма (ГСА).

Входы всех вершин ГСА, к которым подходит более одной дуги (стрелки), а также вход последней вершины оператора  $\mathbf{Y}_{\kappa}$ , даже если к ней подходит одна дуга, отмечаются «жирными» точками на этой дуге с числовой отметкой в виде натуральных чисел 1, 2, ..., S, от начального оператора  $\mathbf{Y}_{\mathbf{h}}$  к конечному оператору  $\mathbf{Y}_{\kappa}$ .