

Neural Network Basic Assignment

이름: 이기정

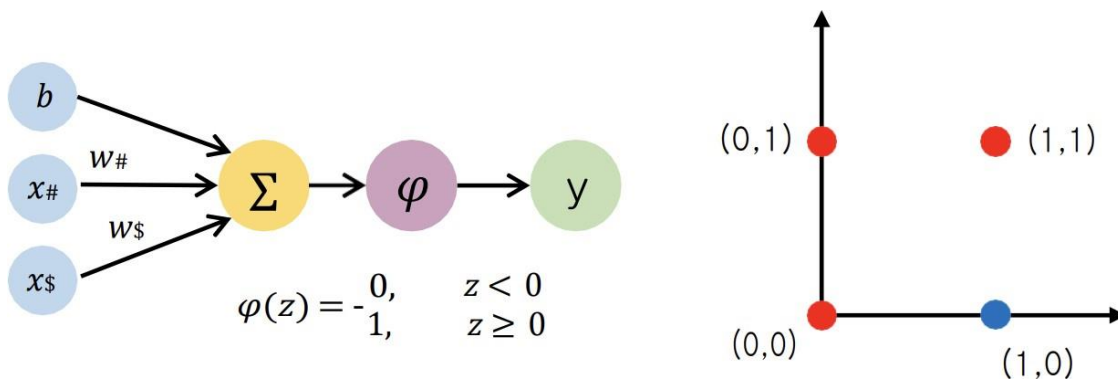
1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\frac{d}{dz} \sigma(z) = \frac{0 \cdot (1 + e^{-z}) - (-z) \cdot e^{-z} \cdot 1}{(1 + e^{-z})^2} = \frac{z}{1 + e^{-z}} \cdot \frac{e^{-z}}{1 + e^{-z}} = \sigma(z)(1 - \sigma(z))$$

$$\therefore \frac{d}{dz} \sigma(z) = \sigma(z)(1 - \sigma(z))$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$$b = -1, w_{\#} = 1, w_{\$} = 2$$

i) $x_{\#} = 0, x_{\$} = 1$ ii) $x_{\#} = 1, x_{\$} = 1$ iii) $x_{\#} = 0, x_{\$} = 0$ iv) $x_{\#} = 1, x_{\$} = 0$

$$0 \times 1 + 1 \times 2 - 1 = 1 \xrightarrow{?} 0 = 1 \quad 1 \times 1 + 1 \times 2 - 1 = 2 \xrightarrow{?} 0 = 1 \quad 0 \times 1 + 0 \times 2 - 1 = -1 \xrightarrow{?} 0 = 0 \quad 1 \times 1 + 0 \times 2 - 1 = 0 \xrightarrow{?} 0 = 1$$

$(0, 1), (1, 1), (1, 0) \Rightarrow \bullet, \quad (0, 0) \Rightarrow \bullet$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$$\eta = 0.5$$

i) $w_{\#} = w_{\#} - \eta(b - y)x_{\#}$ ii) $w_{\#} = w_{\#} - \eta(b - y)x_{\#}$ iii) $w_{\#} = w_{\#} - \eta(b - y)x_{\#}$ iv) $w_{\#} = w_{\#} - \eta(b - y)x_{\#}$

$$= 1 - 0.5(1 - 1) \cdot 0 \quad = 1 - 0.5(1 - 1) \cdot 1 \quad = 1 - 0.5(1 - 0) \cdot 0 \quad = 1 - 0.5(0 - 1) \cdot 1$$

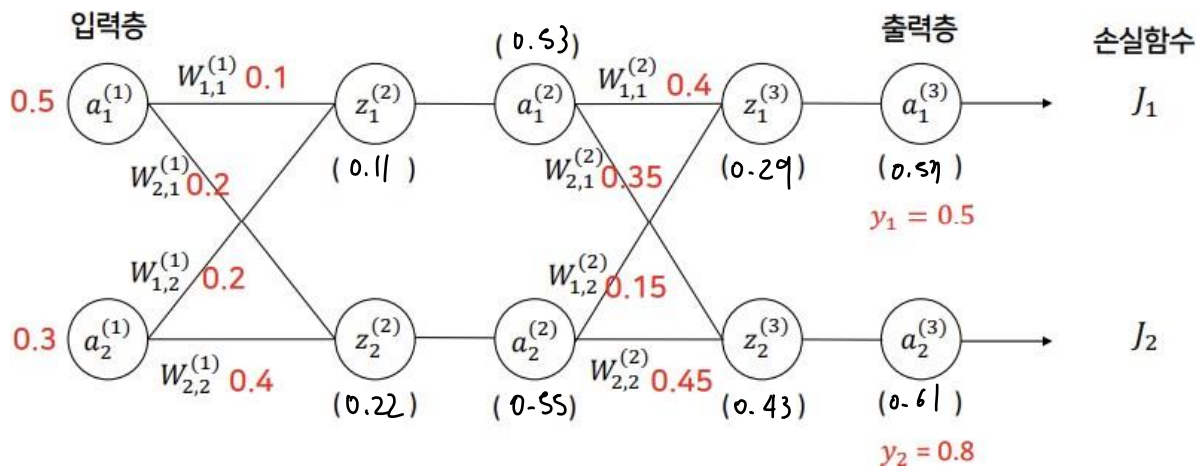
$$= 1 \quad = 1 \quad = 1 \quad = 0.5 \text{ (여기만 바뀜)}$$

$w_{\$} = w_{\$} - \eta(b - y)x_{\$}$ $w_{\$} = w_{\$} - \eta(b - y)x_{\$}$ $w_{\$} = w_{\$} - \eta(b - y)x_{\$}$ $w_{\$} = w_{\$} - \eta(b - y)x_{\$}$

$$= 2 - 0.5(1 - 1) \cdot 1 \quad = 2 - 0.5(1 - 1) \cdot 1 \quad = 2 - 0.5(1 - 0) \cdot 0 \quad = 2 - 0.5(0 - 1) \cdot 0$$

$$= 2 \quad = 2 \quad = 2 \quad = 2$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^{(2)} = 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.2 = 0.11, \quad a_1^{(2)} = \frac{1}{1 + e^{-0.11}} = 0.53$$

$$z_2^{(2)} = 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.22, \quad a_2^{(2)} = \frac{1}{1 + e^{-0.22}} = 0.55$$

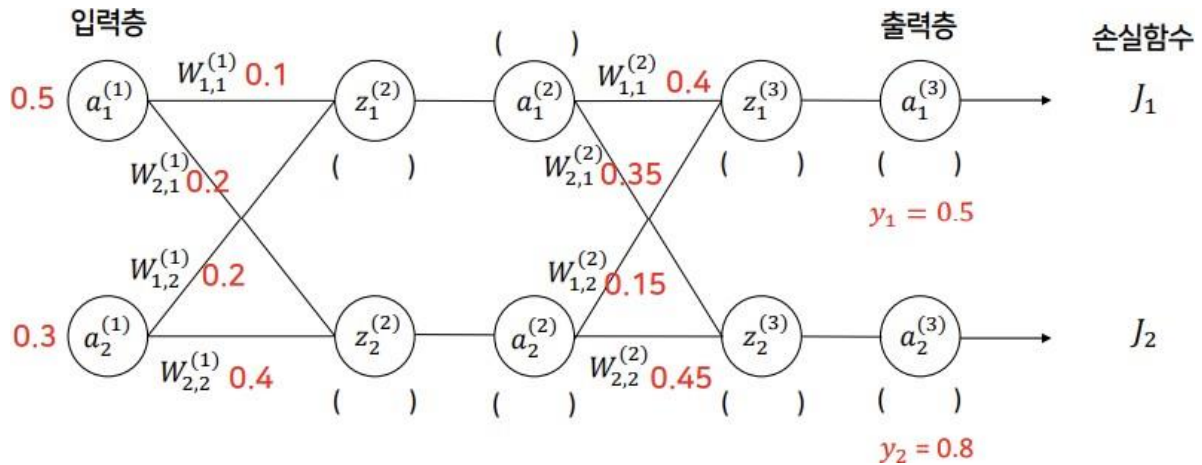
$$z_1^{(3)} = 0.53 \times 0.4 + 0.55 \times 0.15 = 0.29, \quad a_1^{(3)} = \frac{1}{1 + e^{-0.29}} = 0.57$$

$$z_2^{(3)} = 0.53 \times 0.35 + 0.55 \times 0.45 = 0.43, \quad a_2^{(3)} = \frac{1}{1 + e^{-0.43}} = 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,2}^{(2)}$ 와 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\frac{\partial J_2}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = -0.025$$

$$\frac{\partial}{\partial a_2^{(3)}} \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = (a_2^{(3)} - y_2) = -0.19$$

$$\frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} = a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) \quad (\text{1번에서 sigmoid 미분 공식}) = 0.61 (1 - 0.61) = 0.238$$

$$\frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial}{\partial w_{2,2}^{(2)}} (a_1^{(2)} \cdot w_{2,1}^{(2)} + a_2^{(2)} \cdot w_{2,2}^{(2)}) = a_2^{(2)} = 0.55$$

$$w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(2)} - \eta \times \frac{\partial J_2}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = 0.45 - 0.1 \times (-0.025) = 0.4525$$

$$\frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial J_{total}}{\partial a_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = -0.002$$

$$\frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = a_1^{(1)} = 0.5$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{total}}{\partial a_2^{(2)}} &= \frac{\partial J_1}{\partial z_1^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_1^{(3)}}{\partial a_2^{(2)}} + \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial a_2^{(2)}} \\ &= (a_1^{(3)} - y_1) \cdot a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) \cdot w_{1,2}^{(2)} + (a_2^{(3)} - y_2) \cdot a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) \cdot w_{2,2}^{(2)} = -0.018 \end{aligned}$$

$$w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - \eta \frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = 0.2 - 0.1 \times (-0.002) = 0.20002$$