离散数学大作业

姓　　名：	________
学　　号：	________
得　　分：	________
教师签名：	________

大作业时间为第 1 周到第 17 周，满分 100 分，由两部分组成。**提交作业方式有以下三种，请务必与辅导教师沟通后选择：**

1. 将此次作业用 A4 纸打印出来，手工书写答题，字迹工整，解答题要有解答过程，完成作业后交给辅导教师批阅。注意选择此种提交方式时仍然需要在网络课提交作业入口处上传说明文档，文档内注明“作业已由线下提交给辅导老师”。
2. 在线提交 word 文档.
3. 自备答题纸张，将答题过程手工书写，并拍照上传.

第一部分

一、公式翻译题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 将语句“我会英语，并且会德语．”翻译成命题公式.

P:我会英语

Q：我会德语

命题符号化为 p∧q

2. 将语句“如果今天是周三，则昨天是周二．”翻译成命题公式.

P:如果今天是周三

q：昨天是周二

命题符号化为 p->q

3.将语句“小王是个学生，小李是个职员．”翻译成命题公式.

设P：小王是个学生，

Q：小李是个职员，

R：小张是个军人。

则命题公式为：$P \wedge Q \wedge R$

4.将语句“如果明天下雨，我们就去图书馆.”翻译成命题公式.

P：明天下雨

Q：我们去图书馆

则语句可以表示为命题公式：

$P \rightarrow Q$

5.将语句“当大家都进入教室后，讨论会开始进行．”翻译成命题公式.

设：

P：大家都进入教室

Q：讨论会开始进行

则语句可以表示为命题公式：

$P \rightarrow Q$

二、计算题（每小题 10 分，共 50 分）

1．设集合 $A=\{1, 2, 3\}$，$B=\{2, 3, 4\}$，$C=\{2, \{3\}\}$，试计算

（1）$A-C$；（2）$A\cap B$；（3）$(A\cap B)\times C$.

根据提供的集合 A={1, 2, 3}，B={2, 3, 4}，C={2, {3}}，我们可以进行如下计算：

（1）AC：

AC 表示 A 和 C 的笛卡尔积。但由于 C 中有一个元素是集合 {3}，因此无法与整数进行直接的笛卡尔积操作。

（2）A∩B：

$A \cap B$ 表示集合 A 和集合 B 的交集，即包含同时出现在 A 和 B 中的元素。

$A \cap B = \{2, 3\}$

（3）$(A \cap B) \times C$：

$(A \cap B) \times C$ 表示由元组 (x, y) 构成的集合，其中 x 属于 $A \cap B$，y 属于 C。

由于 $A \cap B = \{2, 3\}$，$C=\{2, \{3\}\}$，所以 $(A \cap B) \times C$ 的结果将会是 $\{(2, 2), (2, \{3\}), (3, 2), (3, \{3\})\}$。

2. 设 $G=<V, E>$，$V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$，$E=\{(v_1,v_3), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_3,v_4), (v_4,v_5)\}$，试

（1）给出 G 的图形表示；

（2）求出每个结点的度数；

（3）画出其补图的图形.

看起来您在讨论图论中的问题。我将逐一回答您的问题：

（1）给出 G 的图形表示：

```
v1-------v3
|        |
v5       v2
 \      /
   v4
```

（2）求出每个结点的度数：

结点 v1 的度数为 2

结点 v2 的度数为 1

结点 v3 的度数为 3

结点 v4 的度数为 2

结点 v5 的度数为 1

（3）画出其补图的图形：

G 的补图是指与 G 的边集互补的图，也就是说，如果 G 中存在的两个顶点之间没有边相连，那么在 G 的补图中这两个顶点之间就会有一条边。

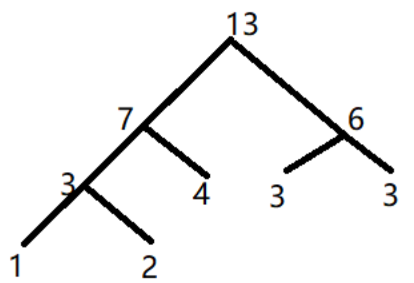
G 的补图的边集为：

$E' = \{(v1, v2), (v1, v4), (v1, v5), (v2, v4), (v2, v5), (v3, v5)\}$

所以 G 的补图的图形表示为：

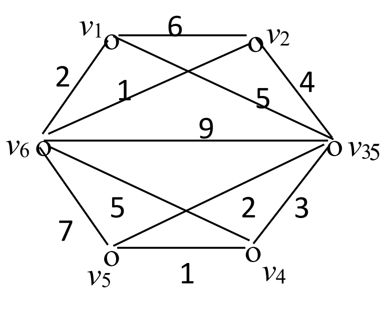
```
v1-----v2
|        |
v4      v5
  \    /
   v3
```

3．试画一棵带权为 1, 2, 3, 3, 4 的最优二叉树, 并计算该最优二叉树的权.



最优二叉树的权为 1x3+2x3+3x2+3x2+4x2=29

4．求出如下所示赋权图中的最小生成树（要求写出求解步骤），并求此最小生成树的权.



解：

W(v2,v6)=1,选(v2,v6)

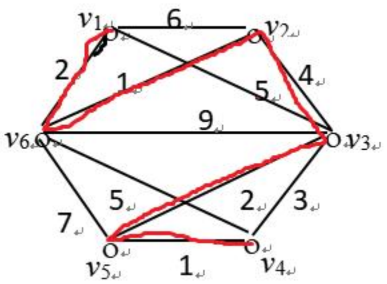
W (v4,v5)=1,选(v4,v5)

W(v1,v6)=2,选(v1,v6)

W(v3,v5)=2,选(v3,v5

W(v2,v3)=4,选(v2,v3)

最小生成树，如图



生成树的权 w（T）=1+1+2+2+4=10

5. 求 $P\to(Q\wedge R)$ 的析取范式与合取范式.

解：

$P\to(Q\wedge R)$

$=\neg P\vee（Q\wedge R）$

$=（\neg P\vee Q）\wedge（\neg P\vee R）$ 合取范式

$=（\neg P\vee Q）\vee（R\wedge\neg R）\wedge（\neg P\vee R）$

$=（\neg P\vee Q）\vee（R\wedge\neg R）\wedge（\neg P\vee R）\vee（Q\wedge\neg Q）$

$=（\neg P\vee Q\vee R）\wedge（\neg P\vee Q\vee\neg R）\wedge（\neg P\vee\neg Q\vee R）$ 主合取范式

$=（\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee（\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee（\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)（\neg P\wedge Q\wedge R)\vee$

$（P\wedge\neg Q\wedge R)\vee（P\wedge Q\wedge\neg R)\vee（P\wedge Q\wedge R)$ 主析取范式

第二部分

从下列选题中选择一个感兴趣的主题，自主查阅文献资料进行深入的研究和学习，并形成一份至少一千字的总结报告。（40 分）

1. 离散数学在各学科领域的应用；
2. 集合论的发展历史和应用；
3. 函数概念的发展历史和应用；
4. 图论的发展历史和应用；
5. 数理逻辑的发展历史和应用；
6. 最小生成树的两种算法比较分析；
7. 任意自选主题，注意选择前需经过辅导老师认可。

图论的发展历史和应用

引言：

简要介绍图论的背景和重要性。

阐述图论在现代科学和工程领域的广泛应用。

图论的起源和发展历史：

回顾图论的起源，介绍著名的数学家欧拉在七桥问题

中的贡献。
讲述图论的发展历程，包括基本概念的引入、重要定理的证明和算法的发展等。
图论的基本概念：

解释图的基本概念，如顶点、边、路径、环等。
介绍无向图和有向图的定义和性质。
阐述图的表示方法，如邻接矩阵和邻接表。
图论的算法和问题：

介绍图的遍历算法，如深度优先搜索（**DFS**）和广度优先搜索（**BFS**）。
讨论最短路径问题，包括迪杰斯特拉算法和弗洛伊德算法。
探讨最小生成树问题，包括普里姆算法和克鲁斯卡尔算法。
图论的应用领域：

分析图论在计算机科学和网络领域的应用，如网络拓扑分析、路由算法等。
探讨图论在社交网络分析、交通规划、电力网络等实际问题中的应用。

举例说明图论在生物信息学、化学反应网络等领域的重要性。

结论：

总结图论的发展历史、基本概念和算法。

强调图论在各个领域中的广泛应用，并展望未来可能的发展方向。

一、图论的发展历史

欧拉（Leonhard Euler）：欧拉在 1736 年提出了著名的“七桥问题”，这是图论中的第一个问题，并为后来的图论研究奠定了基础。

韦赛（Arthur Cayley）：韦赛在 19 世纪 50 年代开始研究树和连通性，他创造性地使用矩阵来表示图，并提出了矩阵树定理。

库拉特斯（Dénes Kőnig）：库拉特斯在 20 世纪 20 年代提出了最大流最小割定理，为网络流理论的发展奠定了基础。

达姆、克鲁斯卡尔和普里姆：这三位数学家分别在 20 世纪 40 年代提出了最小生成树算法，该算法已被广泛应用于诸如通信网络和电路板设计等领域。

二、图论的应用

通信网络：在通信网络中，图论被广泛应用于路由算法、最大网络流和最小割等问题。
路径规划：在路径规划中，图论被用来寻找最短路径和最优路径，并且在导航系统中得到广泛应用。
社交网络分析：社交网络是由人和他们之间的关系组成的图形，图论被用来分析这些关系并提取有意义的信息。
运输管理：在运输管理中，图论可以帮助设计最优路线、最优运输量，以及解决其他相关问题。
电路板设计：在电路板设计中，图论被应用于布线问题，以确保电路板上的元件可以正常工作。
计算机网络安全：在计算机网络安全中，图论被用来分析网络拓扑结构，以确定潜在的攻击点和安全漏洞。
生命科学：在生命科学中，图论被用来研究生物分子之间的相互作用，以及疾病的传播和发展。
总之，图论是一门重要的数学学科，它在各个领域都有着广泛的应用。随着技术的发展和需求的增长，图论的应用将会更加广泛，为人类带来更多的便利和进步。