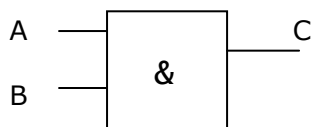


OSNOVNI LOGIČKI SKLOPOVI

I (AND)

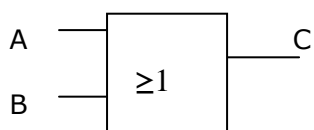


$$C = A \cdot B$$

tablica stanja

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ILI (OR)

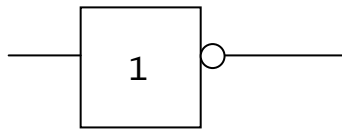


$$C = A + B$$

tablica stanja

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

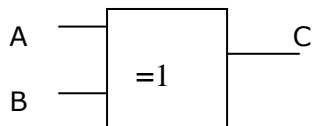
NEGACIJA, KOMPLEMENT (NOT)



tablica stanja

A	\bar{A}
1	0
0	1

EKSKLUZIVNO ILI (XOR)



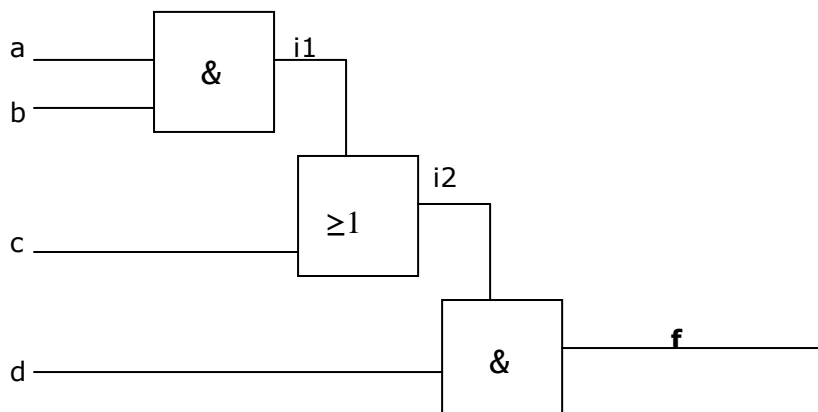
$$C = A \oplus B$$

tablica stanja

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Primjer 3.1.

Na slici je prikazan logički sklop ostvaren upotrebom logičkih sklopova I i ILI. Koju logičku funkciju sklop ostvaruje ?



Rješenje:

Označimo sa $i1$ i $i2$ međurezultate:

$$i1 = a \cdot b$$

$$i2 = i1 + c$$

$$f = i2 \cdot d = (i1 + c) \cdot d = (a \cdot b + c) \cdot d$$

Primjer 3.2.

Napišite tablicu logičkih stanja za sklop iz prethodnog primjera.

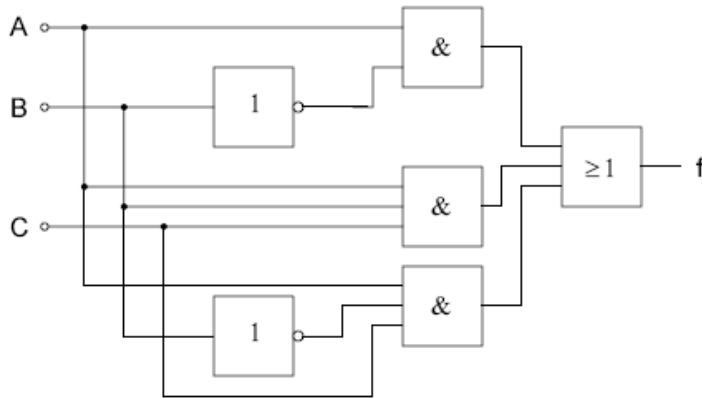
i	a	b	i1	c	i2	d	f
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	1	1	1	1
4	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	1	0
6	0	1	0	1	1	0	0
7	0	1	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	1	0
10	1	0	0	1	1	0	0
11	1	0	0	1	1	1	1
12	1	1	1	0	1	0	0
13	1	1	1	0	1	1	1
14	1	1	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1	1	1

Zadatak 3.1.

Prikažite grafički funkciju:

$$f = A \bar{B} + ABC + A \bar{B} C$$

Rješenje:

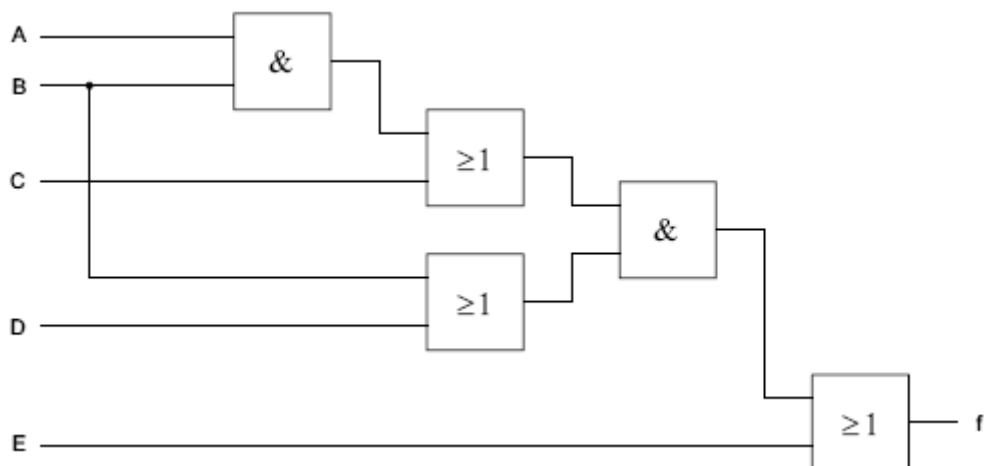
**Zadatak 3.2.**

Zadana je funkcija:

$$f = (AB + C)(B + D) + E$$

Prikaži funkciju grafički.

Rješenje:



BOOLEOVA ALGEBRA

Aksiomi Booleove algebre:

A.1. Neutralni element

- a) $A+0 = A$
- b) $A \cdot 0 = 0$

A.2. Komplement

- a) $A+\bar{A} = 1$
- b) $A \cdot \bar{A} = 0$

A.3. Komutativnost

- a) $A+B = B+A$
- b) $A \cdot B = B \cdot A$

A.4. Distributivnost

- a) $A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$
- b) $A + B \cdot C = (A+B) \cdot (A+C)$

Primjer 3.3.

Korištenjem aksioma Booleove algebre pokažite da vrijedi:

$$A \cdot A = A$$

Rješenje:

$$\begin{aligned} A \cdot A &= A \cdot A + 0 \\ &= A \cdot A + A \cdot \bar{A} \\ &= A \cdot (A + \bar{A}) \\ &= A \cdot 1 \\ &= A \end{aligned}$$

Zadatak 3.3.

Koristeći aksiome Booleove algebre izračunajte logički izraz:

$$A \cdot (\bar{A} + A \cdot B)$$

Rješenje:

$$\begin{aligned} A \cdot (\bar{A} + A \cdot B) &= A \cdot \bar{A} + A \cdot A \cdot B \\ &= 0 + A \cdot B \\ &= A \cdot B \end{aligned}$$

Zadatak 3.4.

Koristeći aksiome Booleove algebre izračunajte logički izraz:

$$\overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + A \overline{B} C + ABC$$

Rješenje:

$$\begin{aligned} \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + A \overline{B} C + ABC &= \overline{A} \overline{B} (\overline{C} + C) + A C (\overline{B} + B) \\ &= \overline{A} \overline{B} + A C \end{aligned}$$

Primjer 3.4.

Booleove funkcije možemo prikazivati i tablicama kombinacija. Zadana je funkcija $f(A,B,C) = \overline{A} \overline{B} + ABC + A \overline{B} C$. Prikažite funkciju tablicom kombinacija.

Rješenje:

$$f1 = \overline{A} \overline{B}$$

$$f2 = ABC$$

$$f3 = A \overline{B} C$$

Tablica kombinacija:

i	A	B	C	\overline{A}	\overline{B}	\overline{C}	$f1$	$f2$	$f3$	f
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
3	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
5	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
6	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
7	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1

Ako imamo zadanu tablicu kombinacija za logičku funkciju tada je možemo prikazati kao:

- sumu standardnih produkata (mintermi)
- umnožak standardnih suma (makstermi)

Primjer 3.5.

Prikaži funkciju iz primjera 3.4. kao sumu mintermi

Rješenje:

U tablici kombinacija promatramo minterme za koje logička funkcija daje vrijednost 1.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>f</i>	<i>mintermi</i>
0	0	0	0	m_0
0	0	1	0	m_1
0	1	0	0	m_2
0	1	1	0	m_3
1	0	0	1	m_4
1	0	1	1	m_5
1	1	0	0	m_6
1	1	1	1	m_7

To su minterme m_4, m_5, m_7 , pa je $f = m_4 + m_5 + m_7$

U retku koji pripada mintermu m_4 , vrijednosti varijabli su slijedeće: $A=1, B=0, C=0$. Budući da minterm odgovara umnošku varijabli, a u tom retku funkcija mora poprimiti vrijednost 1, slijedi da umnožak mora biti 1, tj. $m_4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = A \bar{B} \bar{C}$.

Sličnim razmatranjem se dobije za:

$$m_5 = A \bar{B} C$$

$$m_7 = ABC$$

Tražena funkcija tada glasi:

$$f(A,B,C) = A \bar{B} \bar{C} + A \bar{B} C + ABC$$

Primjer 3.6.

Prikaži funkciju iz primjera 3.4. kao produkt makstermi

Rješenje:

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>f</i>	<i>Makstermi</i>
0	0	0	0	M_0
0	0	1	0	M_1
0	1	0	0	M_2
0	1	1	0	M_3
1	0	0	1	M_4
1	0	1	1	M_5
1	1	0	0	M_6
1	1	1	1	M_7

U tablici kombinacija promatramo retke za koje logička funkcija daje vrijednost 0.

To su makstermi : M_0, M_1, M_2, M_3, M_6 .

U retku koji pripada makstermu M_0 , vrijednosti varijabli su slijedeće: $A=0, B=0, C=0$.

Budući maksterm odgovara zbroju varijabli, a tom retku funkcija mora poprimiti vrijednost 0, slijedi da suma mora biti 0, tj. $M_0 = 0+0+0 = A+B+C$.

Sličnim razmatranjem dobije se :

$$M_1 = A + B + \overline{C}$$

$$M_2 = A + \overline{B} + C$$

$$M_3 = A + \overline{B} + \overline{C}$$

$$M_6 = \overline{A} + \overline{B} + C$$

Tražena funkcija tada glasi:

$$f = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_6$$

$$f = (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)$$

Zadatak 3.5.

Funkcija je zadana tablično :

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>f</i>	<i>mintermi</i>	<i>Makstermi</i>
0	0	0	1	m_0	M_0
0	0	1	0	m_1	M_1
0	1	0	0	m_2	M_2
0	1	1	1	m_3	M_3
1	0	0	1	m_4	M_4
1	0	1	0	m_5	M_5
1	1	0	1	m_6	M_6
1	1	1	0	m_7	M_7

a) Napišite funkciju kao sumu mintermi

b) Napišite funkciju kao produkt makstermi

Rješenje:

a) $m_0 = \overline{A} \overline{B} \overline{C}$

$$m_3 = \overline{A} B \overline{C}$$

$$m_4 = A \overline{B} \overline{C}$$

$$m_6 = A B \overline{C}$$

$$f = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} B \overline{C} + A \overline{B} \overline{C} + A B \overline{C} = \Sigma(0,3,4,6)$$

b) $M_1 = A + B + \overline{C}$

$$M_2 = A + \overline{B} + C$$

$$M_5 = \overline{A} + B + \overline{C}$$

$$M_7 = \overline{A} + \overline{B} + C$$

$$f = (A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C) = \Pi(1,2,5,7)$$

Zadatak 3.6.

Zadana je funkcija:

$$f = A \bar{C} + B D + \bar{C} D$$

- Prikažite funkciju tablično
- Prikažite ovu funkciju kao produkt makstermi
- Prikažite ovu funkciju kao sumu mintermi

Rješenje:

i	A	B	C	D	$A \bar{C}$	$B D$	$\bar{C} D$	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	1	1	1
6	0	1	1	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	0	1	0	1
8	1	0	0	0	1	0	0	1
9	1	0	0	1	1	0	1	1
10	1	0	1	0	0	0	0	0
11	1	0	1	1	0	0	0	0
12	1	1	0	0	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1	1	1	1
14	1	1	1	0	0	0	0	0
15	1	1	1	1	0	1	0	1

b) Na temelju vrijednosti iz tablice:

$$f = \sum(1,5,7,8,9,12,13,15)$$

c) Na temelju vrijednosti iz tablice:

$$f = \prod(0,2,3,4,6,10,11,14)$$