

Modelowanie ryzyka kredytowego

Warsztaty w ramach VII Krakowskiej Konferencji Matematyki Finansowej

Adrian Burda, Kamila Kazimierska

Credit Methodology, Statistical Risk Aggregation Framework



Spis treści

| | | |
|----------|---|-----------|
| Sekcja 1 | Ryzyko kredytowe - wprowadzenie | 2 |
| Sekcja 2 | Modelowanie PD | 5 |
| Sekcja 3 | Charakterystyka portfela | 7 |
| Sekcja 4 | Zdolność różnicująca (ang. discriminatory power) | 12 |

Ryzyka kredytowe - wprowadzenie

Definicja ryzyka kredytowego

Credit risk, or default risk, is the **risk that a financial loss will be incurred if a counterparty to a (derivatives) transaction does not fulfil its financial obligations in a timely manner.**

It is therefore a function of the following: the value of the position exposed to default (the credit or credit risk exposure); the proportion of this value that would be recovered in the event of a default; and the probability of default

$$EL = PD * LGD * EAD$$

EL – expected loss

PD – probability of default

LGD – loss given default

EAD – exposure default

Ryzyko kredytowe - wprowadzenie

Wymogi kapitałowe (Bazylea II) dla ryzyka kredytowego

Podejście IRB (wewnętrznych ratingów) – przykład dla ekspozycji detailcznych

- Correlation (R) = 0.15
- Capital requirement (K) = $LGD \times N[(1 - R)^{-0.5} \times G(PD) + (R / (1 - R))^{0.5} \times G(0.999) - PD] \times LGD$
- Risk-weighted assets = $K \times 12.5 \times EAD$

N - dystrybuanta rozkładu normalnego

G - odwrotność dystrybuanty rozkładu normalnego

Po przekształceniach:

$$K = \left[\underbrace{\Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho} \Phi^{-1}(0.999)}{\sqrt{1 - \rho}} \right)}_{\text{Downturn PD}} - PD \right] \cdot \underbrace{LGD}_{\text{Downturn LGD}}$$

Difference DPD and PD

Ryzyko kredytowe - wprowadzenie

Definicja zdarzenia kredytowego - Bazylea II

„A default is considered to have occurred with regard to a particular obligor whether or both of the two following events have taken place.”

- *„The bank considers that the obligor is **unlikely to pay its credit obligations to the banking group in full**, without recourse by the bank to actions such as realizing security (if held)”.*
- *„The obligor is **past due more than 90 days on any material credit obligation** to the banking group Overdrafts will be considered as being past due once the customer has breached an advised limit or been advised of a limit smaller than current outstanding's.”*

Modelowanie PD

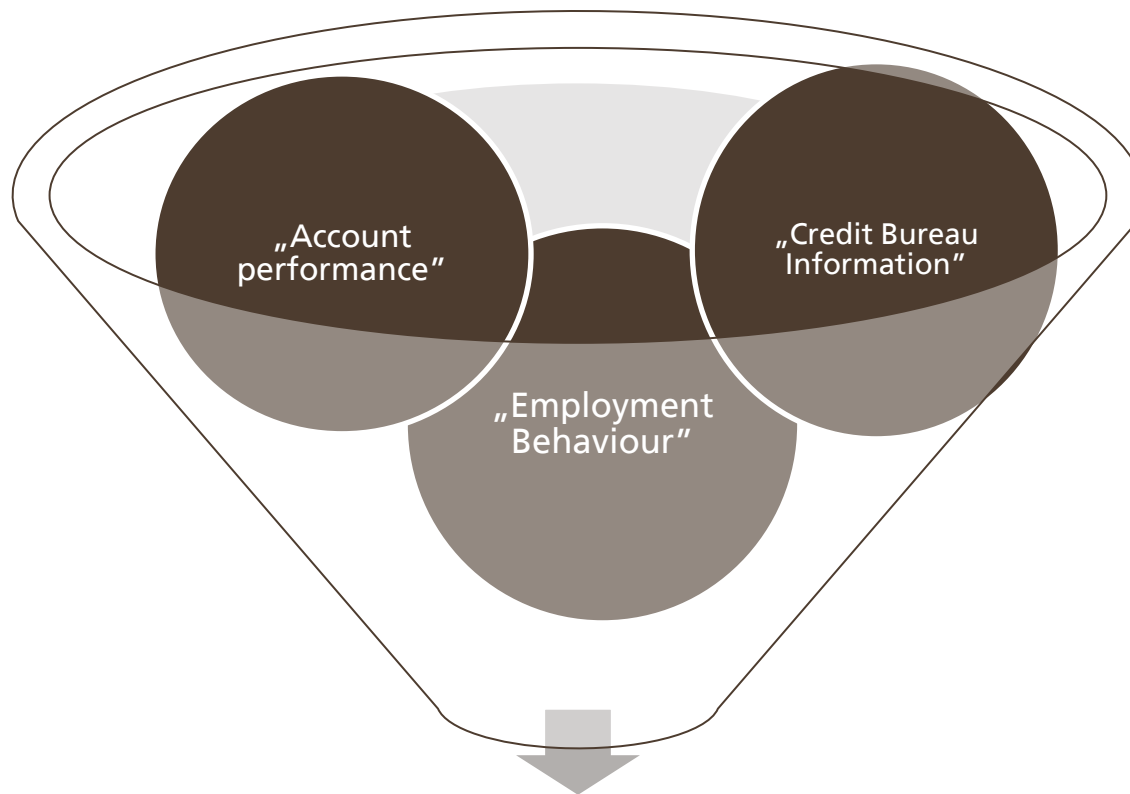
Teoretyczne wprowadzenie do zagadnienia regresji logistycznej

- Regresja logistyczna} jest używana w modelach estymacji PD
- Niech X będzie wektorem p niezależnych zmiennych losowych, Y oznacza wynik, zakładamy, że *reprezentacja niewykonania się z zobowiązania* jest dwumianową zmienną losową, $Y=1$ oznacza niewykonanie zobowiązania, natomiast $Y=0$ oznacza wykonanie zobowiązania. Dopasowanie regresji logistycznej wymaga estymacji wektora $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$
- Oznaczmy prawdopodobieństwo niewykonania zobowiązania pod warunkiem wektora zmiennych objaśniających przez $p = P(Y=1|X) = \Pi(x)$
- Model liniowy dla (zwykle) nieliniowo przetransformowanej zmiennej losowej zależnej, która ma rozkład wykładniczy $f(y;p) = a(p)b(y)e^{y Q(p)}$
- Naturalnym parametrem rodziny wykładniczej jest $Q(p) = \text{logit}(p)$.
- Funkcja logistyczna logit jest kanoniczną funkcją wiążącą. Gdy $\langle X, \beta \rangle = \text{logit}(p)$ to

$$\Pi(x) = \frac{e^{x\beta}}{1+e^{x\beta}}$$

* Źródło: „Regulatory use of system-wide estimations of PD, LGD and EAD”, BIS, 2010.

Zmienne objaśniające - regulacje



Zmienne objaśniające model PD

* Źródło: „Regulatory use of system-wide estimations of PD, LGD and EAD”, BIS, 2010.

Charakterystyka portfela

- Lending Club to fintech umożliwiający udzielanie pożyczek online peer to peer w USA na cele konsumenckie, edukacyjne, medyczne i SME na okres 3 lub 5 lat.
- Lata obserwacji: 2007-2011, ponad 42 tys. pożyczek na łączną kwotę >460 m. \$
- Portfel dynamicznie rosnący w czasie - pożyczki z 2011 stanowią 51% portfela analizowanego portfela
- W dalszych latach (nieanalizowanych) dalszy kwoty udzielanych pożyczek do roku: 2015. W latach 2015-2017 udzielano co roku pożyczek na kwotę 6.4-6.5 mld. \$.
- 15.1% analizowanych pożyczek zdefaultowało (do roku 2017). Stabilizacja % defaultów dla pożyczek udzielonych w latach 2009-2011 (14-15%)
- 146 obserwowanych zmiennych (opis wybranych na późniejszych slajdach)

* Źródło: Lending Club: <https://www.lendingclub.com/info/download-data.action>

Zmienne objaśniające

| Nazwa | Opis zmiennej |
|--------------------|--|
| delinq 2yrs | The number of 30+ days past-due incidences of delinquency in the borrower's credit file for the past 2 years. |
| delinq amnt | The past-due amount owed for the accounts on which the borrower is now delinquent. |
| dti | A ratio calculated using the borrower's total monthly debt payments on the total debt obligations, excluding mortgage and the requested LC loan, divided by the borrower's self-reported monthly income. |
| annual_income | The self-reported annual income provided by the borrower during registration |

Zmienne objaśniające

| Nazwa | Opis zmiennej |
|-----------------------|--|
| home ownership | The home ownership status provided by the borrower during registration or obtained from the credit report. |
| inq last 6mths | The number of inquiries in past 6 months (excluding auto and mortgage inquiries). |
| loan amnt | The listed amount of the loan applied for by the borrower. |
| total_acc | The number of total open credit lines in the borrower's credit file. |
| pub rec | Number of derogatory public records. |

Zmienne objaśniające

| Nazwa | Opis zmiennej |
|--------------------|--|
| purpose | A category provided by the borrower for the loan request. |
| revol util | Revolving line utilization rate, or the amount of credit the borrower is using relative to all available revolving credit. |
| term | Number of tax liens. |
| total acc | The total number of credit lines currently in the borrower's credit file. |
| loan status | Final status of loan has binary outcome. 0 for Fully paid loans and 1 for Charged off loans. |

Zdolność różnicująca (*ang. discriminatory power*)

- „Cumulative Accuracy Profile (**CAP**) and its summary index, the **Accuracy Ratio (AR)**,
- Receiver Operating Characteristic (ROC) and its summary indices, the ROC measure and the Pietra coefficient,
- Bayesian error rate,
- Conditional entropy, Kullback-Leibler distance, and Conditional Information Entropy
- Ratio (CIER),
- Information value (divergence, stability index),
- Kendall's τ and Somers' D (for shadow ratings), and
- Brier score."

* Źródło: „Studies on the Validation of Internal Rating Systems”, BIS, 2005.

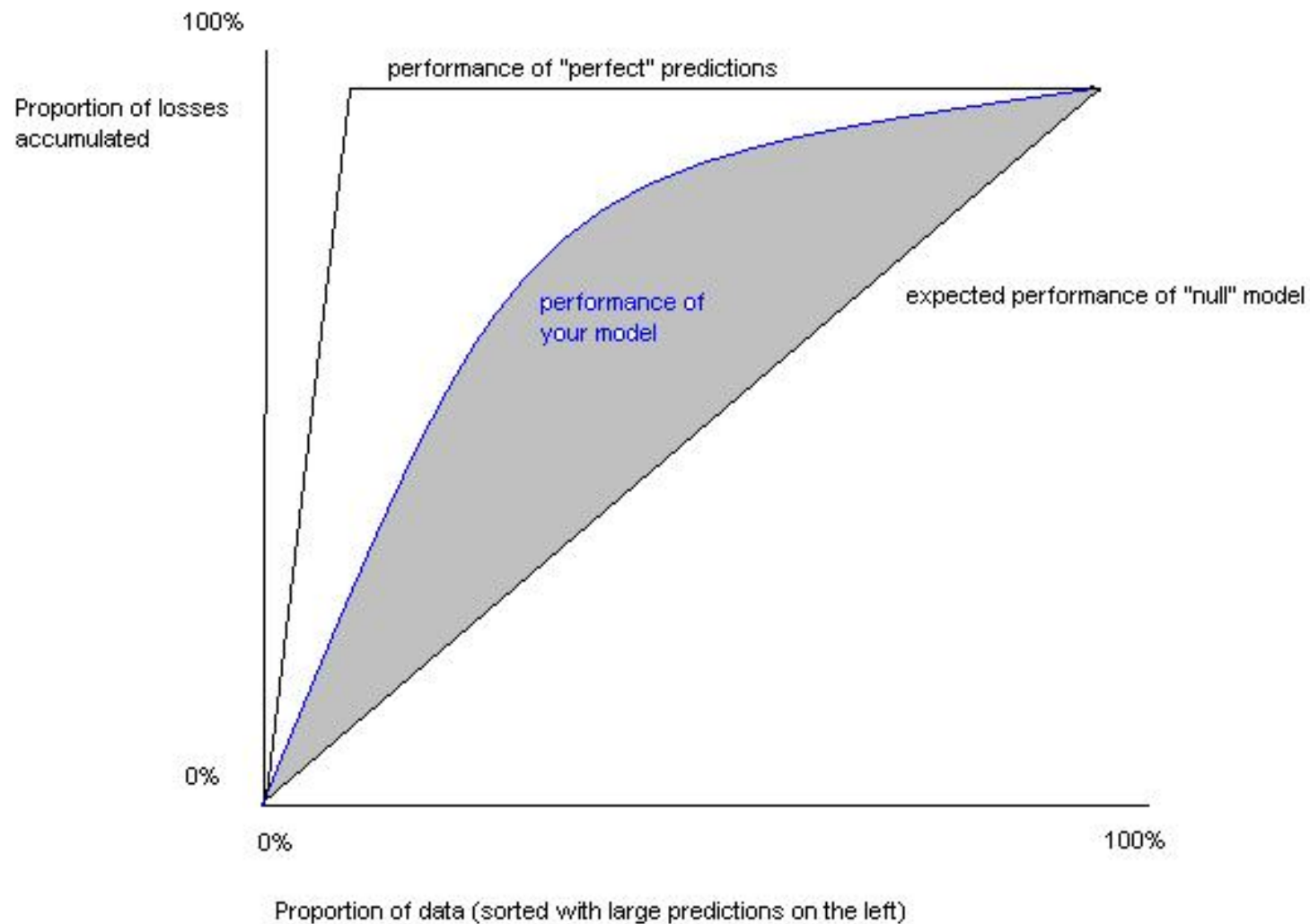
Cumulative Accuracy Profile

*„Also known as the **Gini** curve, Power curve or **Lorenz** curve. It is a visual tool whose graph can easily be drawn if two representative samples of scores for defaulted and non-defaulted borrowers are available. Concavity of the CAP is equivalent to the property that the conditional probabilities of default given the underlying scores form a decreasing function of the scores. Moreover, non-concavity indicates suboptimal use of information in the specification of the score function. The most common summary index of the CAP is the **Accuracy Ratio** (or Gini coefficient). It is equivalent to the **ROC measure**.*

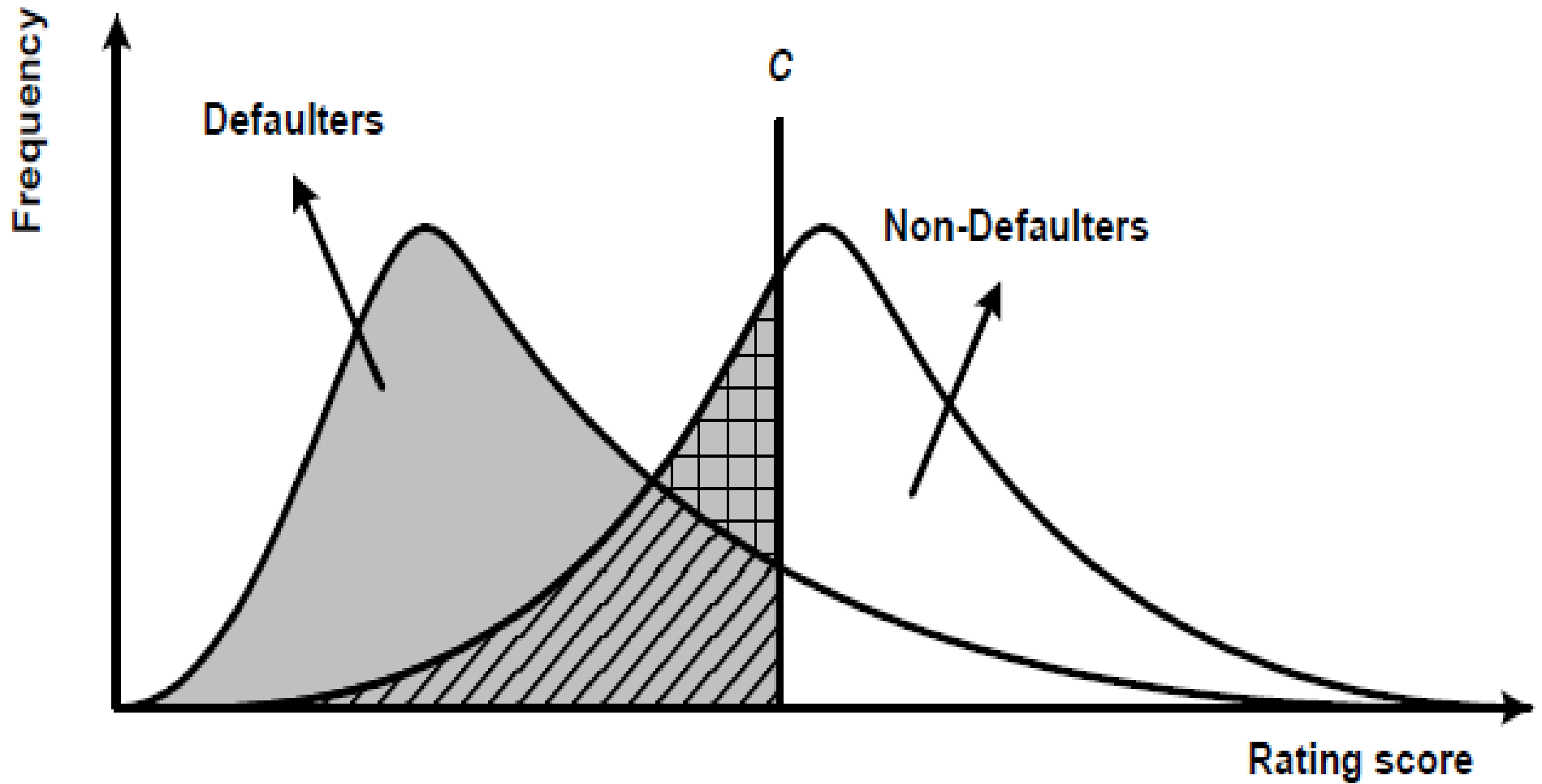
The shape of the CAP depends on the proportion of solvent and insolvent borrowers in the sample. Hence a visual comparison of CAPs across different portfolios may be misleading. Practical experience shows that the Accuracy Ratio has tendency to take values in the range of 50% and 80%. However, such observations should be interpreted with care as they seem to strongly depend on the composition of the portfolio and the numbers of defaulters in the samples.”

Źródło: „Studies on the Validation of Internal Rating Systems”, BIS, 2005.

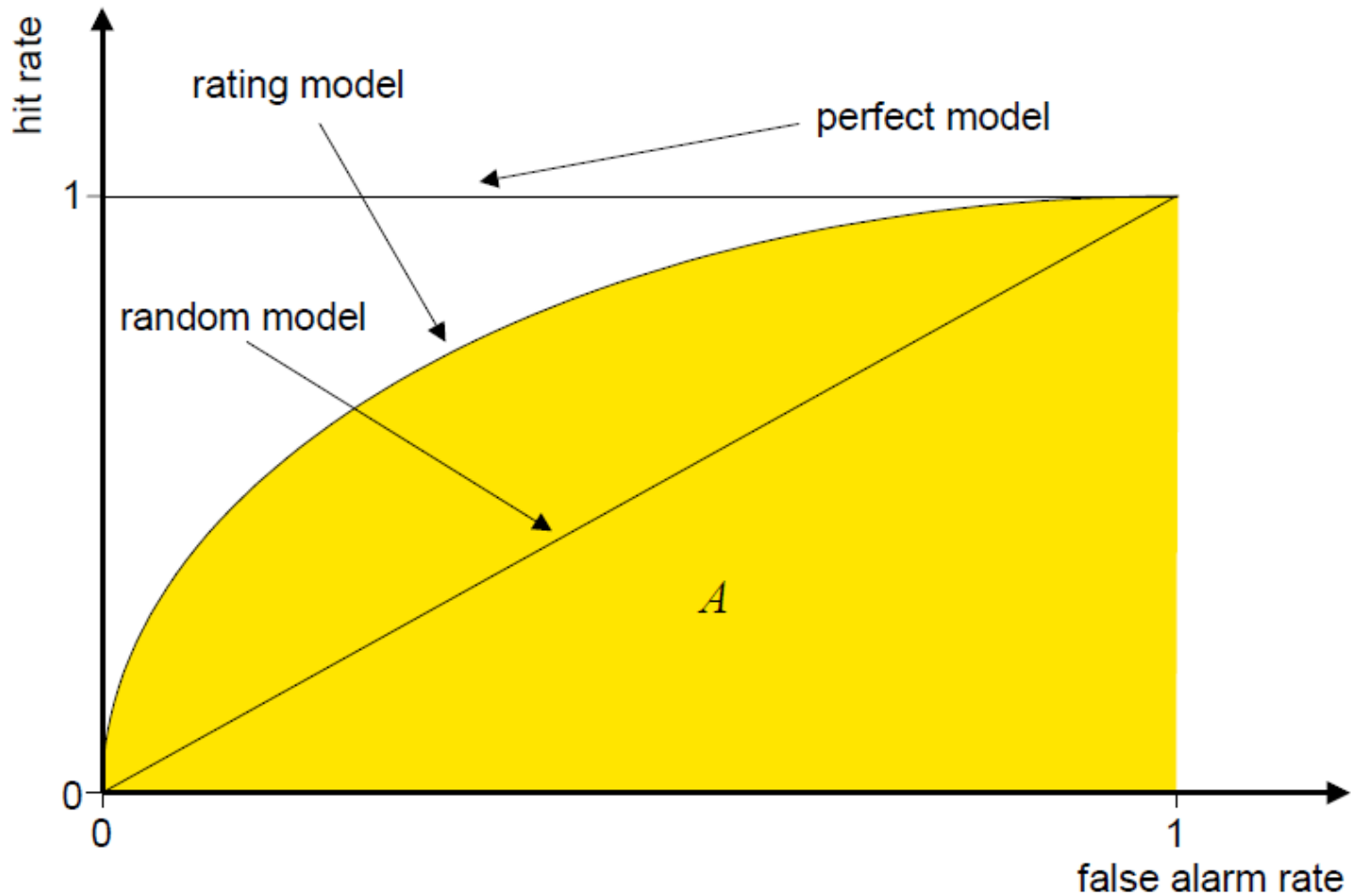
Lorenz curve – Cumulative Accuracy Profile



Distributions of rating score



Receiver Operating Curve



$$A = \int_0^1 HR(FAR) d(FAR)$$

$$AR = 2A - 1.$$

Contact information

adrian.burda@ubs.com
kamila.kazimierska@ubs.com

www.ubs.com

