

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет
ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

по дисциплине
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Вариант – улучшенный метод Эйлера

Выполнил:
Студент группы Р3232
Чмунова Мария
Владиславовна

г. Санкт-Петербург
2024 год

Оглавление

<i>Задание.....</i>	<i>3</i>
<i>Описание метода</i>	<i>4</i>
<i>Блок схема.....</i>	<i>5</i>
<i>Код численного метода</i>	<i>6</i>
<i>Примеры работы программы</i>	<i>7</i>
<i>Вывод</i>	<i>8</i>

Задание

Реализуйте улучшенный метод Эйлера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений по начальному значению (задача Коши) в интервале от a до b $[a,b]$.

f

ϵ

a

$y(a)$

b

f - номер уравнения, где уравнение в виде $y'=f(x,y)$. Вы должны получить функцию по номеру из входных данных в методе `get_function`.

Вы должны определить и пересчитать шаг h самостоятельно.

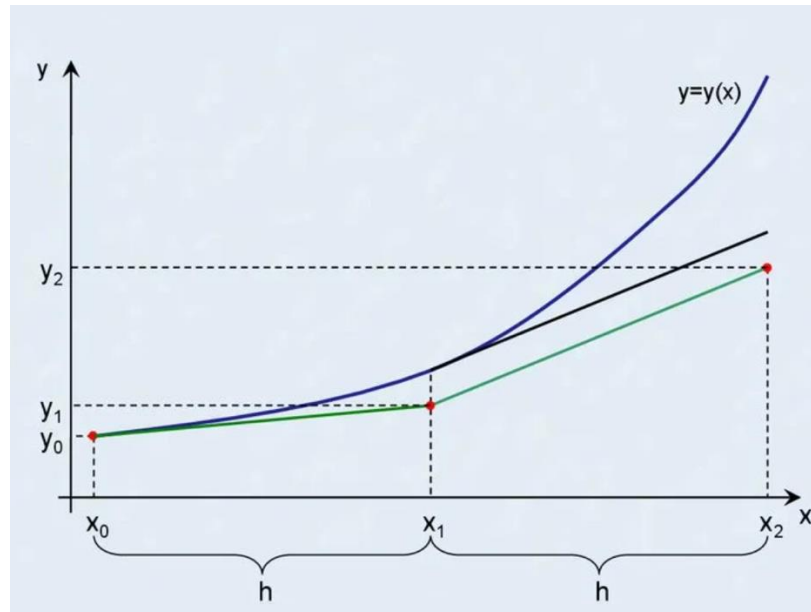
Вы должны вычислить и вернуть $y(b)$ с разницей, не превышающей ϵ .

Описание метода

Необходимо найти значение, используя улучшенный метод Эйлера.

Обычный метод Эйлера состоит в следующем:

От начальной точки (x_0, y_0) проводится касательная к графику до пересечения с линией $x = x_1$ ($x_{i+1} = x_i + h$) и получаем новую точку (x_1, y_1) . Эти действия продолжаются пока не будет достигнута точка $x_i = b$



В случае модифицированного метода Эйлера необходимо использовать отрезки не на левых краях, а посередине интервалов разбиения. Точка касательной высчитывается по следующей формуле:

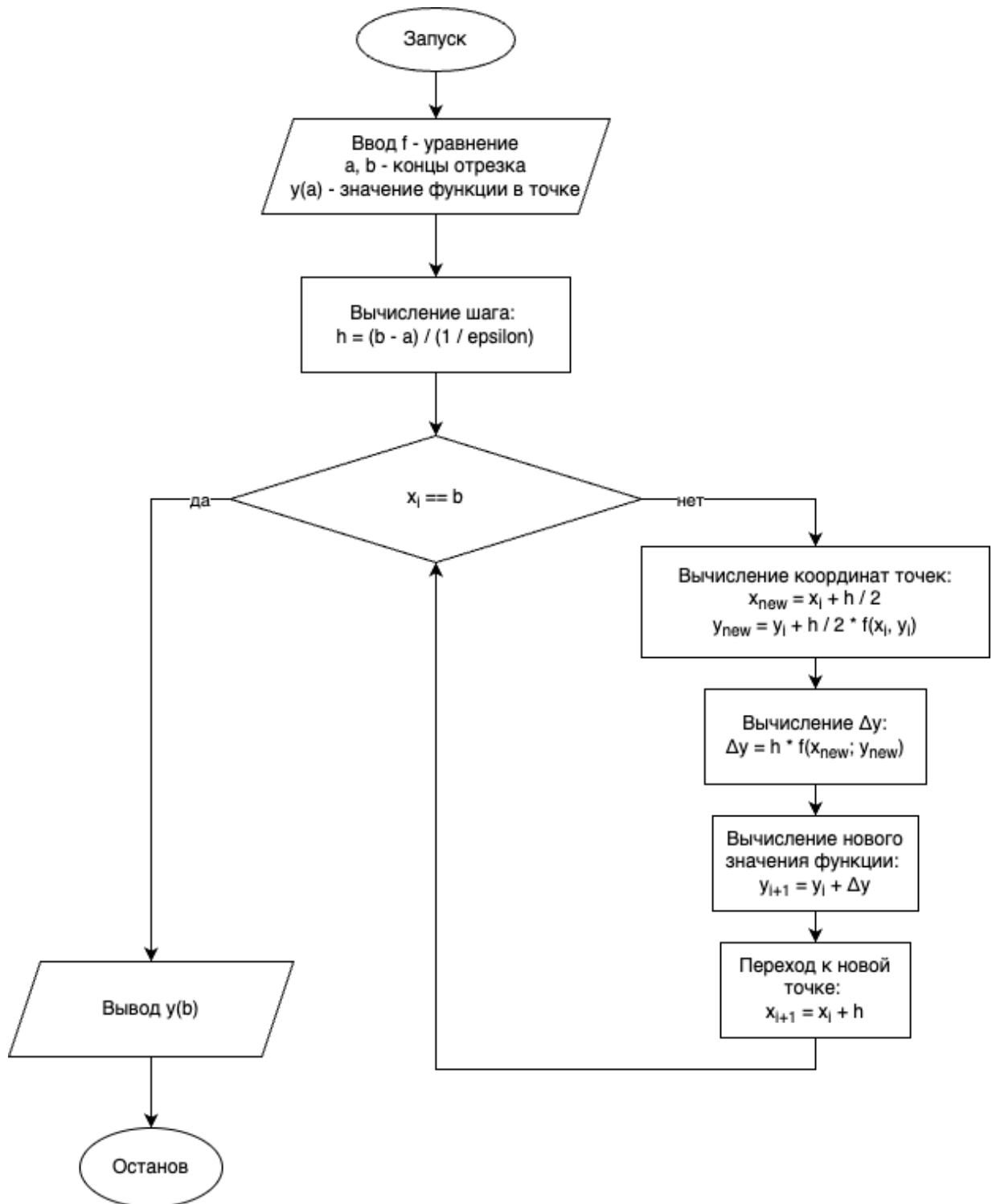
$$x_{i+\frac{1}{2}} = x_i + h;$$

$$y_{i+\frac{1}{2}} = y_i + \frac{h}{2} \cdot f_i$$

Тогда новое значение функции в точке:

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_{i+\frac{1}{2}}; y_{i+\frac{1}{2}})$$

Блок схема



Код численного метода

```
#
# Complete the 'solveByEulerImproved' function below.
#
# The function is expected to return a DOUBLE.
# The function accepts following parameters:
# 1. INTEGER f
# 2. DOUBLE epsilon
# 3. DOUBLE a
# 4. DOUBLE y_a
# 5. DOUBLE b
#
def solveByEulerImproved(f, epsilon, a, y_a, b):

    func = Result.get_function(f)
    h = (b - a) / (1 / epsilon)
    x_i = a
    y_i = y_a

    while (x_i < b):

        delta_y = h * func(x_i + h / 2, y_i + (h / 2) *
func(x_i, y_i))
        y_new = y_i + delta_y

        x_i = x_i + h
        y_i = y_new

    return y_i
```

Примеры работы программы

№ Теста	Входные данные	Выходные данные
1	1 0.001 0 1 1	1.4596977132859348
2	2 0.0001 0 2 3	18.975470472264693
3	3 0.1 3 10 5	70.50071879638192
4	4 0.001 -5 -2 1	-2437.0584979098926
5	10 0.01 0 3 1	3.0

Вывод

В ходе данной лабораторной работы была написана программа, позволяющая найти приближенное значение дифференциального уравнения при использовании улучшенного метода Эйлера.

Он показывает результаты на различных типах функции и эффективно аппроксимирует численное решение с высокой точностью. Данный метод применяется для решения обыкновенных ДУ на отрезке $[a, b]$.

По сравнению со стандартным методом Эйлера, улучшенный метод показывает более высокую точность, однако при сравнении с другими методами, например методом Рунге-Кутты, он может иметь меньшую точность, однако требует меньшей вычислительной мощности.

Сложность программы данного метода можно оценить как $O(n)$, где n – количество отрезков разбиения.

Ошибка данного метода может варьироваться при различных выборах параметра ϵ . Чем больше будет ϵ , тем более большое значение ошибки может получиться.