Чмурова Мария, Р3132, Вариант – 38

Домашняя работа №3

Алгоритм Робертса-Флореса

Исходная матрица соединений R:

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}
e_1	0	4	2	1	1	4						
e_2	4	0			2		4		4		3	
e_3	2		0	4		3	4	3	4	1	4	
e_4	1		4	0		1	1		4	4	3	
e_5	1	2			0	4	4	2	1	3		
e_6	4		3	1	4	0		1	4	1	5	2
e_7		4	4	1	4		0	4	1		4	4
e_8			3		2	1	4	0			5	1
e_9		4	4	4	1	4	1		0			
e_{10}			1	4	3	1				0	4	
e_{11}		3	4	3		5	4	5		4	0	2
e_{12}						2	4	1			2	0

1. Нахождение гамильтонова цикла

Включаем в S вершину x1. S={x1}

Возможная вершина: x2. S={x1,x2}

Возможная вершина: x5. S={x1,x2,x5}

Возможная вершина: x6. S={x1,x2,x5,x6}

Возможная вершина: x3. S={x1,x2,x5,x6,x3}

Возможная вершина: x4. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4}

Возможная вершина: x7. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7}

Возможная вершина: x8. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8}

Возможная вершина: x11. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x11}

Возможная вершина: x10. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x11,x10}

У x10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x11. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x11}

Возможная вершина: x12. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x11,x12}

У x12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x11. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x11}

У x11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x8. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8}

Возможная вершина: x12. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x12}

Возможная вершина: x11. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x12,x11}

Возможная вершина: x10. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x12,x11,x10}

У x10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x11.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x12,x11}
У x11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x12.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8,x12}
У x12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x8.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x8}
У x8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x7.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7}
Возможная вершина: x9. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x9}
У x9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x7.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7}
Возможная вершина: x11. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11}
Возможная вершина: x8. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11,x8}
Возможная вершина: x12. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11,x8,x12}
У x12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x8.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11,x8}
У x8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x11.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11}
Возможная вершина: x10. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11,x10}
У x10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x11.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11}
Возможная вершина: x12. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11,x12}
Возможная вершина: x8. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11,x12,x8}
У x8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x12.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11,x12}
У x12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x11.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x11}
У x11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к x7.
S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7}
Возможная вершина: x12. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x12}
Возможная вершина: x8. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x12,x8}
Возможная вершина: x11. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x12,x8,x11}
Возможная вершина: x10. S={x1,x2,x5,x6,x3,x4,x7,x12,x8,x11,x10}
…И так далее по алгоритму проходимся по вершинам, пока не будет найдет Гамильтонов цикл:
S={x1,x2,x5,x6,x3,x9,x7,x8,x12,x11,x10,x4}

2. **Построение графа пересечений G’**

Перенумеруем вершины графа таким образом, чтобы ребра гамильтонова цикла были внешними.

До перенумерации	e1	e2	e5	e6	e3	e9	e7	e8	e12	e11	e10	e4
После перенумерации	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e11

Тогда граф G (X, U) будет выглядеть так

v/v	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	X	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
e2	1	X	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
e3	1	1	X	1	0	1	1	1	0	0	1	0
e4	1	0	0	X	1	1	0	1	1	1	1	1
e5	1	0	0	1	X	1	1	1	0	1	1	1
e6	0	1	0	1	1	X	1	0	0	0	0	1
e7	0	1	0	0	1	1	X	1	1	1	0	1
e8	0	0	0	1	1	0	1	X	1	1	0	0
e9	0	0	0	1	0	0	1	1	X	1	0	0
e10	0	1	0	1	1	0	1	1	1	X	1	1
e11	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	X	1
e12	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	X

Определим p_{210}. Ребро (e_2e_{10}) пересекается с (e_1e_3), (e_1e_4), (e_1e_5)
Определим p_{27}. Ребро (e_2e_7) пересекается с (e_1e_3), (e_1e_4), (e_1e_5)
Определим p_{26}. Ребро (e_2e_6) пересекается с (e_1e_3), (e_1e_4), (e_1e_5)

Определим p_{311}. Ребро (e_3e_{11}) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_5), (e_2e_6), (e_2e_7), (e_2e_{10})
Определим p_{38}. Ребро (e_3e_8) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_5), (e_2e_6), (e_2e_7)
Определим p_{37}. Ребро (e_3e_7) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_5), (e_2e_6)
Определим p_{36}. Ребро (e_3e_6) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_5)

Определим p_{412}. Ребро (e_4e_{12}) пересекается с (e_1e_5), (e_2e_6), (e_2e_7), (e_2e_{10}), (e_3e_6), (e_3e_7), (e_3e_8), (e_3e_{11})
Определим p_{411}. Ребро (e_4e_{11}) пересекается с (e_1e_5), (e_2e_6), (e_2e_7), (e_2e_{10}), (e_3e_6), (e_3e_7), (e_3e_8)
Определим p_{410}. Ребро (e_4e_{10}) пересекается с (e_1e_5), (e_2e_6), (e_2e_7), (e_3e_6), (e_3e_7), (e_3e_8)
Определим p_{49}. Ребро (e_4e_9) пересекается с (e_1e_5), (e_2e_6), (e_2e_7), (e_3e_6), (e_3e_7), (e_3e_8)

Определим p_{48}. Ребро (e_4e_8) пересекается с (e_1e_5), (e_2e_6), (e_2e_7), (e_3e_6), (e_3e_7)

Ограничимся 15 ребрами

		p_{13}	p_{210}	p_{14}	p_{15}	p_{27}	p_{26}	p_{311}	p_{38}	p_{37}	p_{36}	p_{412}	p_{411}	p_{410}	p_{49}	p_{48}
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
p_{13}	1	1	1			1	1									
p_{210}	2	1	1	1	1			1				1	1			
p_{14}	3		1	1		1	1	1	1	1	1					
p_{15}	4		1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
p_{27}	5	1		1	1	1		1	1			1	1	1	1	1
p_{26}	6	1		1	1		1	1	1	1		1	1	1	1	1
p_{311}	7		1	1	1	1	1	1				1				
p_{38}	8			1	1	1	1		1			1	1	1	1	
p_{37}	9			1	1		1			1		1	1	1	1	1
p_{36}	10			1	1						1	1	1	1	1	1
p_{412}	11		1		1	1	1	1	1	1	1	1				
p_{411}	12		1		1	1	1		1	1	1		1			
p_{410}	13				1	1	1		1	1	1			1		
p_{49}	14				1	1	1		1	1	1				1	
p_{48}	15				1	1	1			1	1					1

3. Построение семейства $\psi_{G'}$

В первой строке матрицы R(G’) находим номера нулевых элементов.

Составляем список J(j) = {3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15}

Для первого нулевого элемента составляем дизъюнкцию

$M_{13} = r_1 \vee r_3 = 110011000000000 \vee 011011111100000 = 111011111100000$

В строке M_{13} находим номера нулевых элементов

Составляем список J′ = {4, 11, 12, 13, 14, 15}.

Записываем дизъюнкцию:

$M_{134} = M_{13} \vee r_4 = 111011111100000 \vee 010111111111111 = 111111111111111$

В строке M_{134} все 1. Построено **$\psi 1 = \{p_{13}, p_{14}, p_{15}\}$**

Записываем дизъюнкцию:

$M_{1311} = M_{13} \vee r_{11} = 111011111100000 \vee 010111111110000 = 111111111110000$

В строке M_{1311} находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {12, 13, 14, 15}.

Записываем дизъюнкцию:

$M_{1\,3\,11\,12} = M_{13\,11} \vee r_{12} = 111111111110000 \vee 010111011101000 = 111111111111000$

В строке $M_{1\,3\,11\,12}$ находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13, 14, 15}

Записываем дизъюнкцию:
$M_{1\,3\,11\,12\,13} = M_{1\,3\,11\,12} \vee r_{13}$ = 111111111111000 ∨ 000111011100100 = 111111111111100
В строке $M_{1\,3\,11\,12\,13}$ находим номера нулевых элементов, составляем список J′ = {14, 15}.
Записываем дизъюнкцию:
$M_{1\,3\,11\,12\,13\,14}=M_{1\,3\,11\,12\,13} \vee r_{14}$ = 111111111111100 ∨ 000111011100010 = 111111111111110
В строке $M_{1\,3\,11\,12\,13\,14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}.
Записываем дизъюнкцию:
$M_{1\,3\,11\,12\,13\,14\,15} = M_{1\,3\,11\,12\,13\,14} \vee r_{15}$ = 111111111111110 ∨ 000111001100001 = 111111111111111
В строке $M_{1\,3\,11\,12\,13\,14\,15}$ все 1. Построено **ψ2={$p_{1\,3}$, $p_{1\,4}$, $p_{4\,12}$, $p_{4\,11}$, $p_{4\,10}$, $p_{4\,9}$, $p_{4\,8}$}**

… По такому же алгоритму проходимся по строкам матрицы R(G’), пока мы не сможем закрыть 0 на какой-либо позиции

Получаем следующее семейство максимально внутренне устойчивых множеств $\Psi_{G'}$:

ψ1 = {$p_{1\,3}$, $p_{1\,4}$, $p_{1\,5}$}
ψ2 = {$p_{1\,3}$, $p_{1\,4}$, $p_{4\,12}$, $p_{4\,11}$, $p_{4\,10}$, $p_{4\,9}$, $p_{4\,8}$}
ψ3 = {$p_{1\,3}$, $p_{3\,11}$, $p_{3\,8}$, $p_{3\,7}$, $p_{3\,6}$}
ψ4 = {$p_{1\,3}$, $p_{3\,11}$, $p_{3\,8}$, $p_{4\,8}$}
ψ5 = {$p_{1\,3}$, $p_{3\,11}$, $p_{4\,11}$, $p_{4\,10}$, $p_{4\,9}$, $p_{4\,8}$}
ψ6 = {$p_{2\,10}$, $p_{2\,7}$, $p_{2\,6}$, p3 6}
ψ7 = {$p_{2\,10}$, $p_{2\,7}$, $p_{3\,7}$, $p_{3\,6}$}
ψ8 = {$p_{2\,10}$, $p_{3\,8}$, $p_{3\,7}$, $p_{3\,6}$}
ψ9 = {$p_{2\,10}$, $p_{3\,8}$, $p_{4\,8}$}
ψ10 = {$p_{2\,10}$, $p_{4\,10}$, $p_{4\,9}$, $p_{4\,8}$}
ψ11 = {$p_{1\,5}$}
Для каждой пары множеств найдем значение критерия:
$\alpha_{\gamma\delta} = |\psi_\gamma| + |\psi_\delta| - |\psi_\gamma \cap \psi_\delta|$:

$\alpha_{12} = |\psi_1| + |\psi_2| - |\psi_1 \cap \psi_2| = 3+7-2 = 8$

$\alpha_{13} = |\psi_1| + |\psi_3| - |\psi_1 \cap \psi_3| = 3+5-1 = 7$

$\alpha_{14} = |\psi_1| + |\psi_4| - |\psi_1 \cap \psi_4| = 3+4-1 = 6$

$\alpha_{15} = |\psi_1| + |\psi_5| - |\psi_1 \cap \psi_5| = 3+6-1 = 8$

$\alpha_{16} = |\psi_1| + |\psi_6| - |\psi_1 \cap \psi_6| = 3+4–0 = 7$

$\alpha_{17} = |\psi_1| + |\psi_7| - |\psi_1 \cap \psi_7| = 3+4–0 = 7$

$\alpha_{18} = |\psi_1| + |\psi_8| - |\psi_1 \cap \psi_8| = 3+4–0 = 7$

$\alpha_{19} = |\psi_1| + |\psi_9| - |\psi_1 \cap \psi_9| = 3+3–0 = 6$

$\alpha_{110} = |\psi_1| + |\psi_{10}| - |\psi_1 \cap \psi_{10}| = 3+4–0 = 7$

$\alpha_{111} = |\psi_1| + |\psi_{11}| - |\psi_1 \cap \psi_{11}| = 3+1–1 = 3$

$\alpha_{23} = |\psi_2| + |\psi_3| - |\psi_2 \cap \psi_3| = 7+5–1 = 11$

$\alpha_{24} = |\psi_2| + |\psi_4| - |\psi_2 \cap \psi_4| = 7+4–2 = 9$

$\alpha_{25} = |\psi_2| + |\psi_5| - |\psi_2 \cap \psi_5| = 7+6–5 = 8$

$\alpha_{26} = |\psi_2| + |\psi_6| - |\psi_2 \cap \psi_6| = 7+4–0 = 11$

$\alpha_{27} = |\psi_2| + |\psi_7| - |\psi_2 \cap \psi_7| = 7+4–0 = 11$

$\alpha_{28} = |\psi_2| + |\psi_8| - |\psi_2 \cap \psi_8| = 7+4–0 = 11$

$\alpha_{29} = |\psi_2| + |\psi_9| - |\psi_2 \cap \psi_9| = 7+3–1 = 9$

$\alpha_{210} = |\psi_2| + |\psi_{10}| - |\psi_2 \cap \psi_{10}| = 7+4–3 = 8$

$\alpha_{211} = |\psi_2| + |\psi_{11}| - |\psi_2 \cap \psi_{11}| = 7+1–0 = 8$

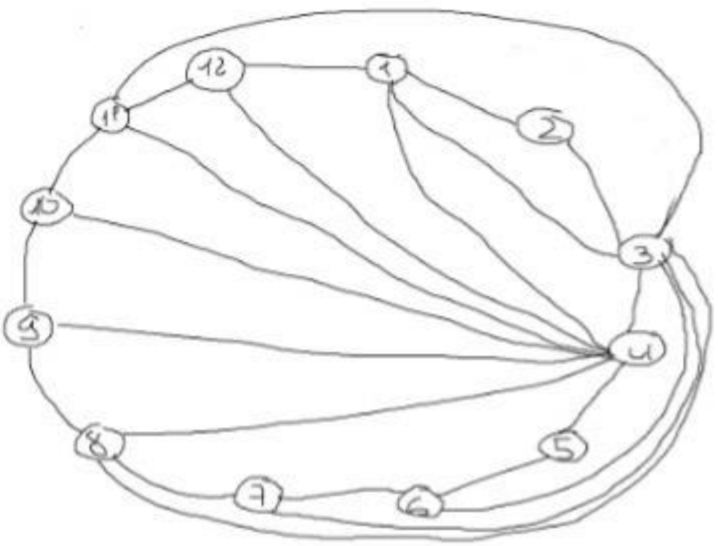
Таким же образом сделаем для остальных $\alpha_{\gamma\delta}$, результат отобразим в матрице:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	8	7	6	8	7	7	7	6	7	3
2		0	**11**	9	8	**11**	**11**	**11**	9	8	8
3			0	6	9	8	7	6	7	9	6
4				0	7	8	8	7	5	7	5
5					0	10	10	10	8	7	7
6						0	5	6	6	7	5
7							0	5	6	7	5
8								0	5	7	5
9									0	5	4
10										0	5
11											0

max $\alpha_{\gamma\delta} = \alpha_{23} = \alpha_{26} = \alpha_{27} = \alpha_{28} = 11$ дают четыре пары множеств: Ψ_2 и Ψ_3, Ψ_2 и Ψ_6, Ψ_2 и Ψ_7, Ψ_2 и Ψ_8

Возьмем множества Ψ_2 и Ψ_3:

$\psi 2 = \{p_{1\,3}, p_{1\,4}, p_{4\,12}, p_{4\,11}, p_{4\,10}, p_{4\,9}, p_{4\,8}\}$
$\psi 3 = \{p_{1\,3}, p_{3\,11}, p_{3\,8}, p_{3\,7}, p_{3\,6}\}$
Проводим внутри гамильтонова цикла ребра Ψ_2, а вне его – ребра Ψ_3:



$\psi 2 = \{p_{1\,3}, p_{1\,4}, p_{4\,12}, p_{4\,11}, p_{4\,10}, p_{4\,9}, p_{4\,8}\}$
$\psi 3 = \{p_{1\,3}, p_{3\,11}, p_{3\,8}, p_{3\,7}, p_{3\,6}\}$
Удаляем из $\Psi_{G'}$ ребра, вошедшие в Ψ_2 и Ψ_3

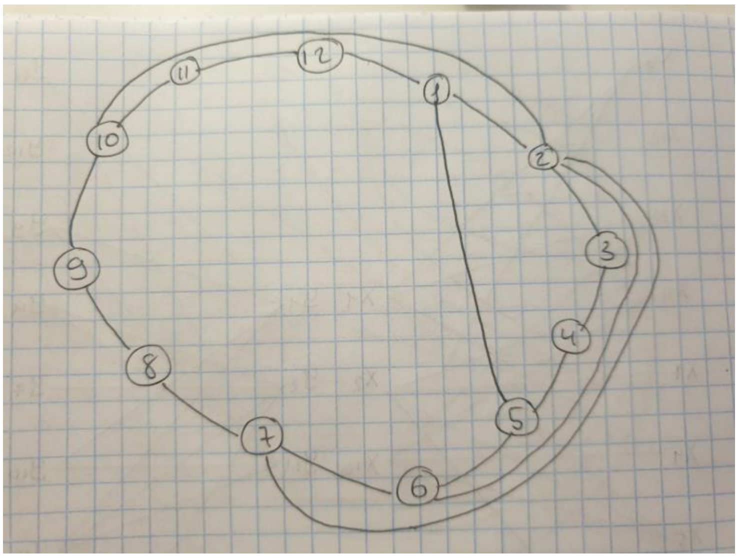
$\psi 1 = \{p_{1\,5}\}$
$\psi 4 = \{\}$
$\psi 5 = \{\}$
$\psi 6 = \{p_{2\,10}, p_{2\,7}, p_{2\,6}\}$
$\psi 7 = \{p_{2\,10}, p_{2\,7}\}$
$\psi 8 = \{p_{2\,10}\}$
$\psi 9 = \{p_{2\,10}\}$
$\psi 10 = \{p_{2\,10}\}$
$\psi 11 = \{p_{1\,5}\}$

Удаляем из семейства Ψ_4, Ψ_5, так как они пусты и объединяем одинаковые семейства:

$\psi_1 = \{p_{1\,5}\}$
$\Psi_6 = \{p_{210}, p_{27}, p_{26}\}$

Проведем нереализованные ребра и получим следующий итоговый граф:

Проводим внутри гамильтонова цикла ребра ψ_1, а вне него – ребра ψ_6



Удаляем из $\Psi_{G'}$ ребра, вошедшие в Ψ_1 и Ψ_6

В $\Psi_{G'}$ пусто – граф планиризирован