



Основы электротехники

Домашнее задание №2

Расчет переходных процессов в цепях первого порядка

Группа Р3332

Вариант 93

Выполнил: Чмурова Мария Владиславовна

Дата сдачи: 02.12.2024

Контрольный срок защиты: 04.12.2024

Количество баллов:

СПб – 2024

Дано:

$$E = 250 \text{ [В]}$$

$$R_1 = R_4 = R_{10} = 800 \text{ [Ом]}$$

$$C_9 = 1 \cdot 10^{-5} \text{ [Ф]}$$

Расположение ключа: параллельно R_1

Ключ при $t < 0$: З

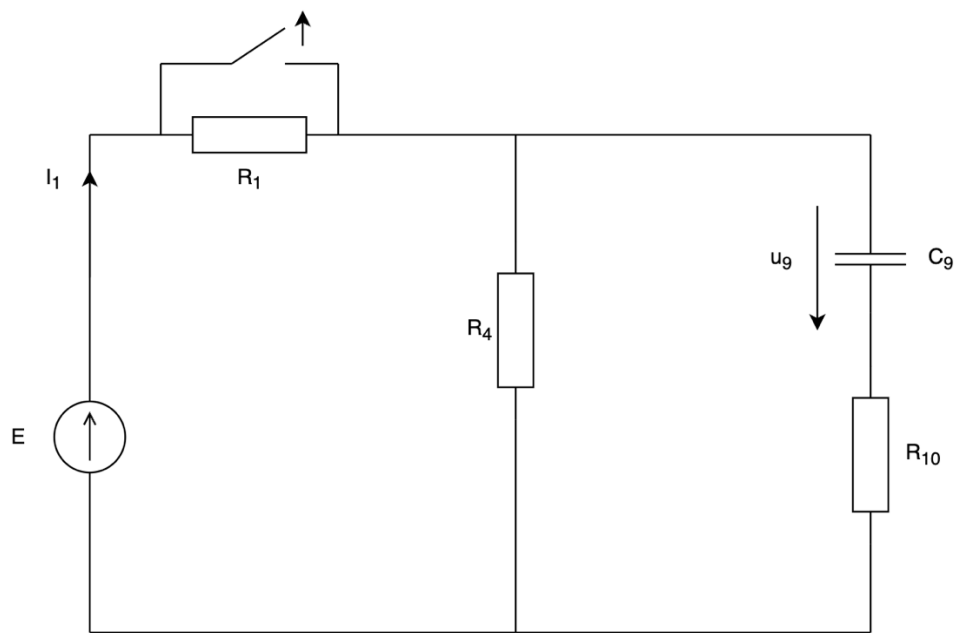


Рисунок 1. Дано

Найти: $i_1(t)$, $u_9(t)$ классическим и операторным методами расчета и построить их на интервале времени $[-\tau, 4 \cdot \tau]$, где τ – постоянная времени цепи.

Решение:

Классический (упрощенный) метод.

1. Цепь, сложившаяся до коммутации ($t < 0$):

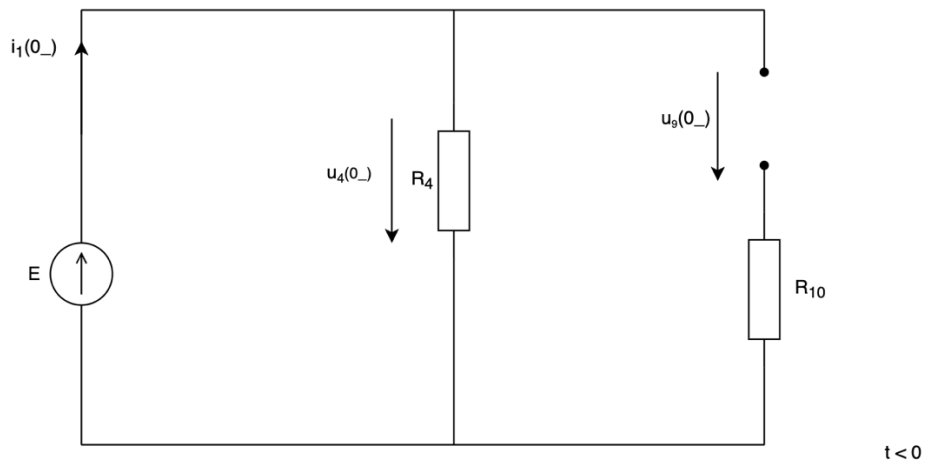


Рисунок 2. Цепь до коммутации

По ЗКП для левого контура:

$$i_1(0_-) \cdot R_4 = E$$

$$i_1(0_-) = \frac{E}{R_4} = \frac{250}{800} = 0.313 \text{ [A]}$$

$u_4(0_-) = E = 250 \text{ [V]}$, так как ветви параллельны, аналогично:

$$u_9(0_-) = u_4(0_-) = 250 \text{ [V]}$$

2. Цепь, сложившаяся в момент коммутации ($t = 0$):

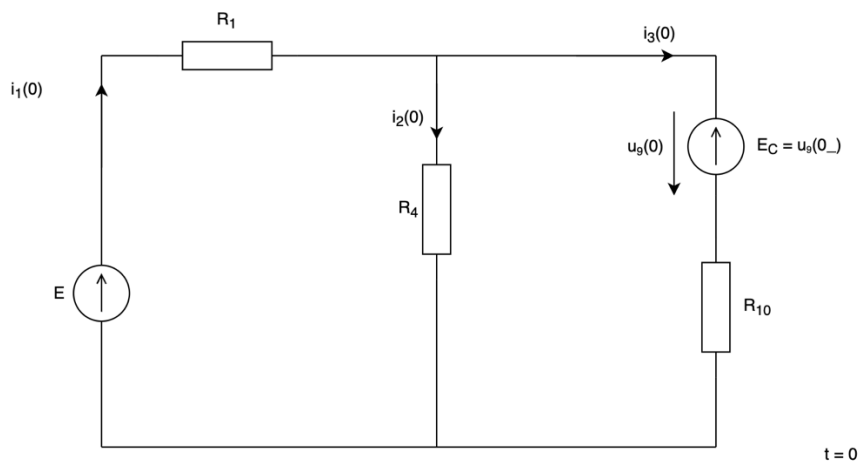


Рисунок 3. Цепь в момент коммутации

По закону коммутации:

$$u_9(0) = u_9(0_-) = 250 \text{ [В]}$$

Составим систему по законам Кирхгоффа:

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0 \\ R_1 i_1(0) + R_4 i_2(0) = E \\ R_4 i_2(p) - i_3 R_{10} = E_C \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1(0) = \frac{5}{48} = 0.104 \\ i_2(0) = \frac{5}{24} = 0.208 \\ i_3(0) = \frac{-5}{48} = -0.104 \end{cases}$$

$$i_1(0) = 0.104 \text{ [А]}$$

3. Цепь, сложившаяся после коммутации ($t > 0$):

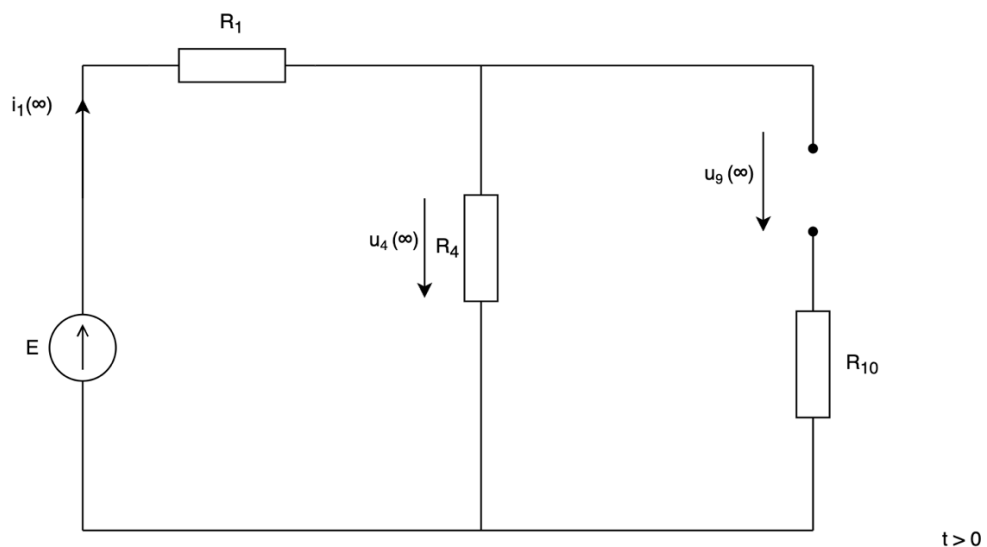


Рисунок 4. Цепь после коммутации

По ЗКП для левого контура:

$$i_1(\infty) \cdot (R_1 + R_4) = E$$

$$i_1(\infty) = \frac{E}{R_1 + R_4} = \frac{250}{800 + 800} = 0.156 \text{ [А]}$$

$$u_9(\infty) = u_4(\infty) = E - i(\infty) \cdot R_1 = 250 - \frac{250}{800 + 800} \cdot 800 = 125 \text{ [В]}$$

4. τ - ?

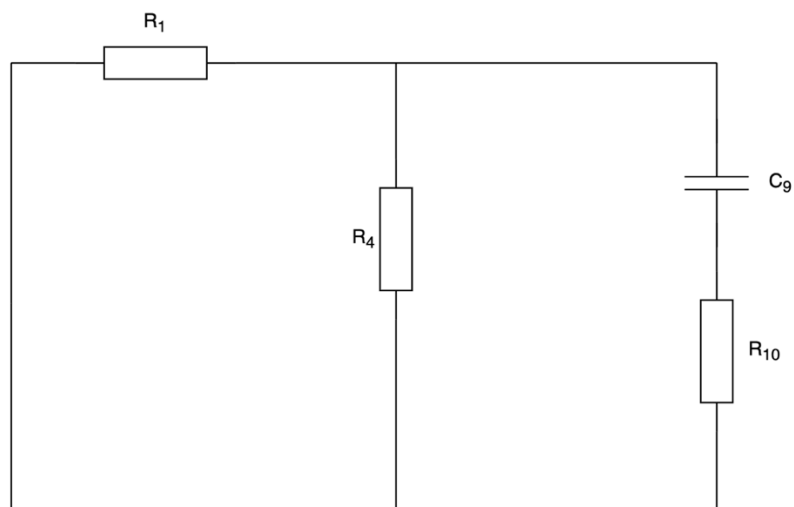


Рисунок 5. Пассивная цепь

Решим характеристическое уравнение:

$$\frac{\left(\frac{1}{pC} + R\right) \cdot R}{\left(\frac{1}{pC} + R\right) + R} + R = 0$$

$$p = -83.333$$

$$\tau = -\frac{1}{p} = 0.012 \text{ [c]}$$

5. $x(t)$ - ?

$$x(t) = x(\infty) + [x(0) - x(\infty)] \cdot e^{pt}$$

$$\begin{aligned} i_1(t) &= i_1(\infty) + [i_1(0) - i_1(\infty)] \cdot e^{pt} = 0.156 + [0.104 - 0.156] \cdot e^{-83.333t} \\ &= 0.156 - 0.052 \cdot e^{-83.333t} \text{ [A]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_9(t) &= u_9(\infty) + [u_9(0) - u_9(\infty)] \cdot e^{pt} = 125 + [250 - 125] \cdot e^{-83.333t} \\ &= 125 + 125 \cdot e^{-83.333t} \end{aligned}$$

Операторный метод

$u_9(0_-) = 250$ [В] (из классического (упрощенного) метода)

1. Определение операторных изображений $X(p)$

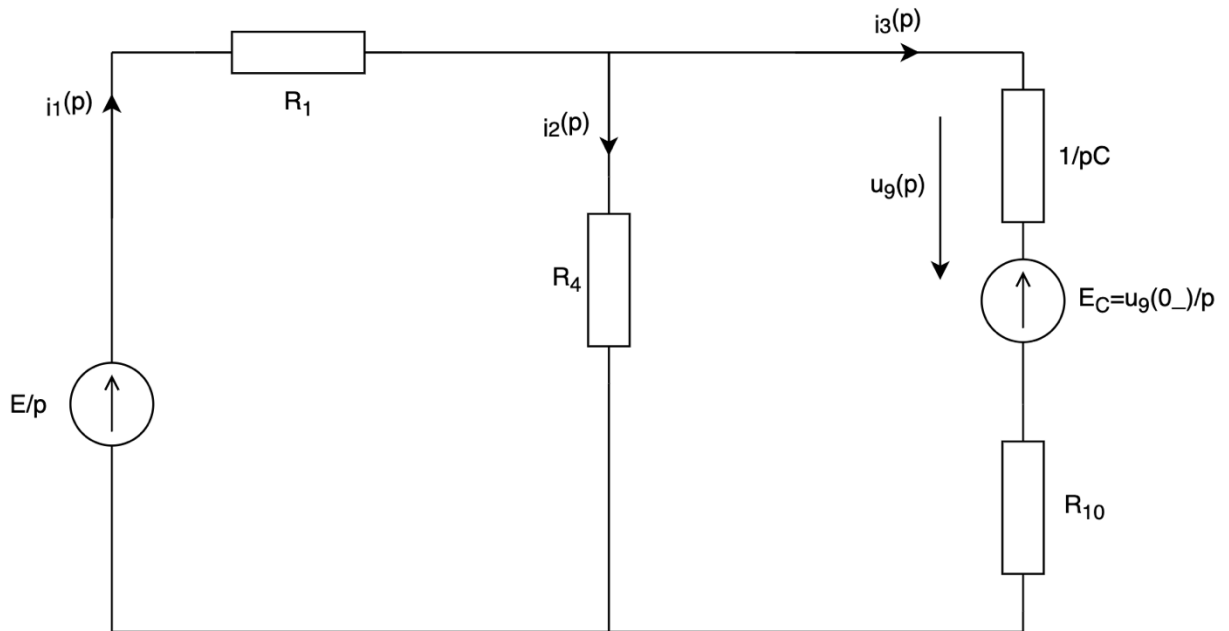


Рисунок 6. Операторная схема замещения

$$\begin{cases} i_1(p) - i_2(p) - i_3(p) = 0 \\ R_1 i_1(p) + R_4 i_2(p) = \frac{E}{p} \\ -\frac{1}{pC} i_3(p) + R_4 i_2(p) - i_3 R_{10} = \frac{u_C(0_-)}{p} \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1(p) = \frac{5p + 625}{48p^2 + 4000p} \\ i_2(p) = \frac{10p + 625}{48p^2 + 4000p} \\ i_3(p) = -\frac{5}{48p + 4000} \end{cases}$$

Искомый ток $i_1(p)$. Найдём корни знаменателя $48p^2 + 4000p \rightarrow$

$$p_1 = -83.333, p_2 = 0$$

Используя теорему разложения, найдём $i_1(t)$:

$$\begin{aligned}
i_1(t) &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} \cdot e^{p_k t} \right) = \\
&= \frac{5 \cdot 0 + 625}{96 \cdot 0 + 4000} e^{0t} + \frac{5 \cdot (-83.333) + 625}{96 \cdot (-83.333) + 4000} e^{-83.333 \cdot t} = \\
&= 0.156 - 0.052 e^{-83.333t}
\end{aligned}$$

Операторное изображение напряжения:

$$u_9(p) = \frac{1}{pC} i_3(t) + \frac{u_C(0_-)}{p} = \frac{31250 + 750p}{3p^2 + 250p}$$

Используя теорему разложения, найдем $u_9(p)$:

$$\begin{aligned}
u_9(p) &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} \cdot e^{p_k t} \right) = \\
&= \frac{31250 + 750 \cdot 0}{3 \cdot 0 + 250} e^{0t} + \frac{31250 + 750 \cdot (-83.333)}{6 \cdot (-83.333) + 250} e^{-83.333 \cdot t} = \\
&= 125 + 125 e^{-83.333t}
\end{aligned}$$

Графики

$$u_9(t) = \begin{cases} 250, & \text{если } t < 0 \\ 125 + 125 e^{-83.333t}, & \text{если } t \geq 0 \end{cases} \text{ [В]}$$

$$i_1(t) = \begin{cases} 0.313, & \text{если } t < 0 \\ 0.156 - 0.052 e^{-83.333t}, & \text{если } t \geq 0 \end{cases} \text{ [А]}$$

t/τ	-1	0	1	2	3	4
$i(t)$	0,3125	0,104	0,137	0,149	0,153	0,155
$u(t)$	250	250,000	170,985	141,917	131,223	127,289

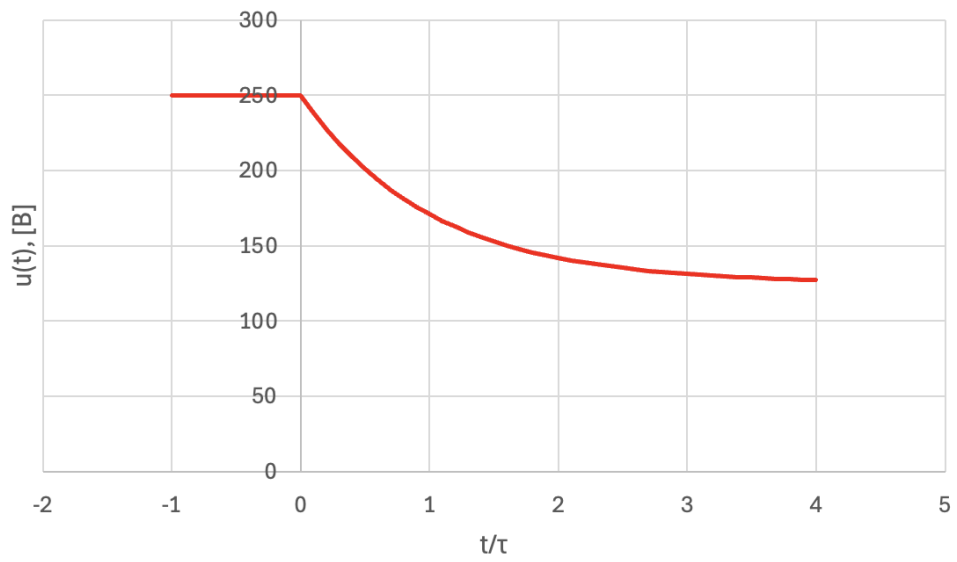


Рисунок 7. График $u(t)$

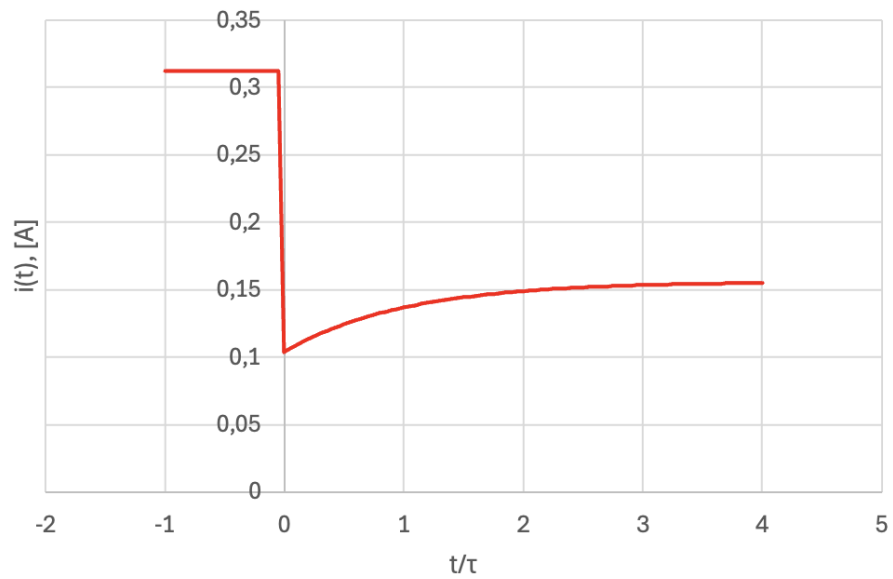


Рисунок 8. График $i(t)$

Ответ:

$$u_9(t) = \begin{cases} 250, & \text{если } t < 0 \\ 125 + 125e^{-83.333t}, & \text{если } t \geq 0 \end{cases} \text{ [В]}$$

$$i_1(t) = \begin{cases} 0.313, & \text{если } t < 0 \\ 0.156 - 0.052e^{-83.333t}, & \text{если } t \geq 0 \end{cases} \text{ [А]}$$