

Дана транспортная сеть, состоящая из 7 вершин, связи между которыми заданы с помощью матрицы инцидентности. Найти оптимальный грузопоток.

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_{13} = 0; G_{24} = 0; G_{35} = 0; G_{36} = 1; G_{37} = 1; G_{42} = 1; G_{47} = 1; G_{53} = 0;$$

$$d_1 = 27; d_2 = 24; d_3 = d_4 = 0; d_5 = -13; d_6 = -17; d_7 = -21;$$

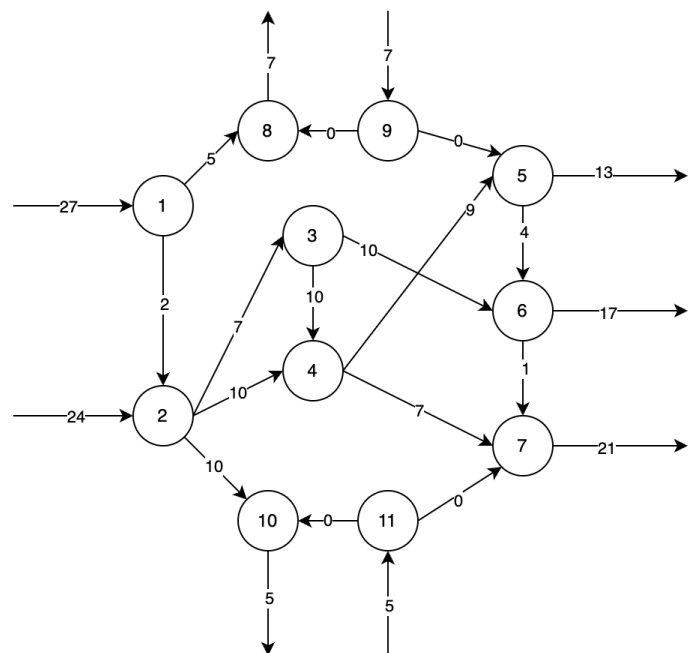
$$r_{15} = 7; r_{27} = 5;$$

Матрица промежуточных расходов:

$$C_{kl} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 9 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Сеть с ограничениями:

$i$	$d_i$	$(i, j)$	$C_{ij}$	$r_{ij}$
1	27	(1, 2)	2	-
		(1, 5)	5	7
2	24	(2, 3)	7	-
		(2, 7)	10	5
3	0	(3, 4)	10	-
		(3, 6)	10	-
4	0	(4, 2)	10	-
		(4, 5)	9	-
		(4, 7)	7	-
5	-13	(5, 6)	4	-
6	-17	(6, 7)	1	-
7	-21	-	-	-



## Решение

Найдем кратчайшие пути:

(1-2): 2	(1-8): 5	
(2-3): 9	(2-4): 12	(2-10):12
(3-4): 19	(3-6): 19	
(4-5): 21	(4-7): 19	
(5-6): 25		
(6-7): 20		

1-5: 1, 2, 4, 5 (21)  
 1-6: 1, 2, 3, 6 (19)  
 1-7: 1, 2, 4, 7 (19)  
 1-8: 1, 8 (5)  
 1-10: 1, 2, 10 (12)

(2-3): 7	(2-4): 10	(2-10): 10
(3-4): 17	(3-6): 17	
(4-5): 19	(4-7): 17	
(5-6): 23		
(6-7): 18		

2-5: 2, 4, 5 (19)  
 2-6: 2, 3, 6 (17)  
 2-7: 2, 4, 7 (17)  
 2-8: -  
 2-10: 2, 10 (10)

(9-5): 0	(9-8): 0
(5-6): 4	
(6-7): 5	

9-5: 9, 5 (0)  
 9-6: 9, 5, 6 (4)  
 9-7: 9, 5, 6, 7 (5)  
 9-8: 9, 8 (0)  
 9-10: -

(11-7): 0	(11-10): 0
-----------	------------

11-5: -  
 11-6: -  
 11-7: 11, 7 (0)  
 11-8: -  
 11-10: 11, 10 (0)

Построим опорный план:

	5	6	7	8	10	
1	21 <sub>6</sub>	19	19 <sub>14</sub>	5 <sub>7</sub>	12	27
2	19	17 <sub>17</sub>	17 <sub>2</sub>	-	10 <sub>5</sub>	24
9	0 <sub>7</sub>	4	5	0	-	7
11	-	-	0 <sub>5</sub>	-	0	5
	13	17	21	7	5	63

Полученный базис:

	v1	v2	v3	v4	v5
u1	6		14	7	
u2		17	2		5
u3	7				
u4			5		

Проверим оптимальность полученного плана:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 + v_1 = 21 \\ u_3 + v_1 = 0 \\ u_1 + v_3 = 19 \\ u_2 + v_3 = 17 \\ u_2 + v_2 = 17 \\ u_2 + v_5 = 10 \\ u_4 + v_3 = 0 \\ u_1 + v_4 = 5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} u_1 = 0 \\ u_2 = -2 \\ u_3 = -21 \\ u_4 = -19 \\ v_1 = 21 \\ v_2 = 19 \\ v_3 = 19 \\ v_4 = -19 \\ v_5 = 12 \end{array} \right.$$

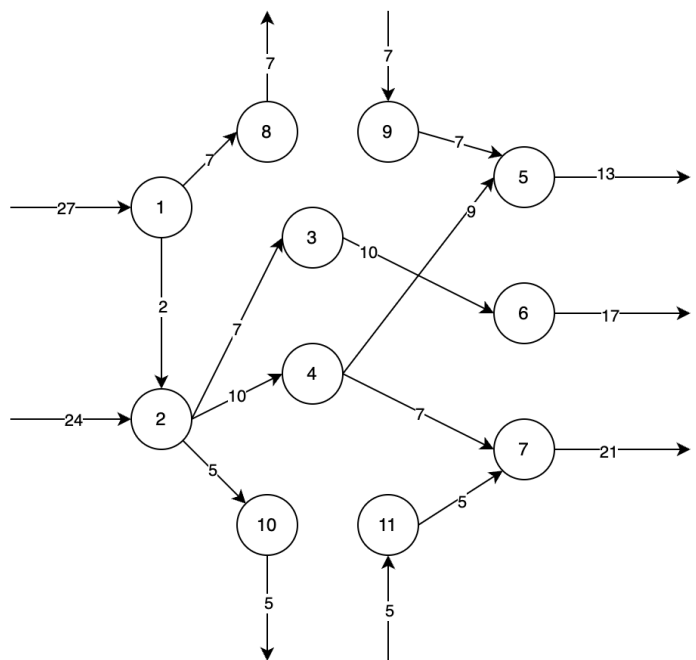
	5	6	7	8	10	
1	21	19 <sub>0</sub>	19	5	12 <sub>0</sub>	0
2	19 <sub>0</sub>	17	17	-	10	-2
9	0	4 <sub>-6</sub>	5 <sub>-7</sub>	0 <sub>-40</sub>	-	-21
11	-	-	0	-	0 <sub>-7</sub>	-19
	21	19	19	-19	12	

Опорный план является оптимальным ( $u_{ij} + v_{ij} - C_{ij} \leq 0, i = \overline{1,4}, j = \overline{1,5}$ ).

$$F = 6 \cdot 21 + 14 \cdot 19 + 7 \cdot 5 + 17 \cdot 17 + 2 \cdot 17 + 5 \cdot 10 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 800$$

Найдем оптимальный грузопоток:

1-5: 1, 2, 4, 5 (6)  
 1-7: 1, 2, 4, 7 (14)  
 1-8: 1, 8 (7)  
 2-6: 2, 3, 6 (17)  
 2-7: 2, 4, 7 (2)  
 2-10: 2, 10 (5)  
 9-5: 9, 5 (7)  
 11-7: 11, 7 (5)



**Ответ**

$F = 800$

Оптимальный грузопоток:

