

PRÁCTICA 5

“Descripción matemática y reconocimiento de objetos: ejemplo en problema de clasificación de formas geométricas”

Objetivo:

El objetivo de esta práctica es presentar una aplicación de visión artificial de reconocimiento de objetos que ilustre los pasos metodológicos involucrados en este tipo de problemas: generación de conjunto de datos entrada-salida a partir de las imágenes disponibles, estandarización, aplicación de metodologías de selección de variables, diseño y aplicación de técnicas básicas de clasificación (análisis discriminante y K-NN).

Descriptores o características a generar:

- **Circularidad, Excentricidad, Extensión, Solidez, Número de Euler.** Estos descriptores se calcularán utilizando la función de matlab `regionprops` (ver definiciones en ayuda matlab).
- **Descriptores de Fourier:** para su cálculo, se debe utilizar la siguiente función:

```
FD = Funcion_Calcula_DF(Matriz_Binaria,NumDF)
```

donde:

- **Matriz_Binaria:** matriz binaria, tipo lógica, con dos posibles valores, *0*'s, píxeles que no son del objeto que se quiere caracterizar y *1*'s, píxeles del objeto a caracterizar.
- **FD:** Vector columna con los valores de los `NumDF` primeros descriptores de Fourier del objeto.

- **Momentos invariantes de Hu:** para su cálculo se debe implementar una función que implemente los 4 primeros momentos de Hu (ver Documentación Anexo I). Los resultados de esta función deben comprobarse con los que obtiene la siguiente función facilitada:

```
Hu = Funcion_Calcula_Hu (Matriz_Binaria)
```

donde:

- `Matriz_Binaria`: matriz binaria con dos posibles valores, 0's, píxeles que no son del objeto que se quiere caracterizar y 1's, píxeles del objeto a caracterizar.
 - `Hu`: Vector columna con los valores de los 7 momento invariantes de Hu del objeto.
- **Extensión Invariante a Rotación:** para su cálculo se debe implementar la siguiente función:

```
Extent = Funcion_Calcula_Extent_Inv_Rot(Matriz_Binaria)
```

donde:
 - `Matriz_Binaria`: matriz binaria con dos posibles valores, 0's, píxeles que no son del objeto que se quiere caracterizar y 1's, píxeles del objeto a caracterizar.
 - `Extent`: valor de extensión invariante a la rotación calculado como el máximo de los valores de extensión (razón de píxeles del objeto y píxeles de su bounding box) calculados para rotaciones del objeto de 0 a 355 grados (paso de 5 grados). Para ello, utilizar la función de Matlab `imrotate`.

Observación para la implementación de la función: esta función debe generar en primer lugar, a partir de la matriz binaria de entrada, una nueva matriz binaria con el objeto centrado. Sobre esta matriz se realizarán el resto de cálculos. Para ello utilizar la función facilitada `Funcion_Centra_Objeto`.

Imágenes a utilizar (disponibles en el material facilitado de la práctica):

- **Imágenes de entrenamiento:** para obtener características de muestras cuya clase es conocida, seleccionar aquellas que sean las más adecuadas y diseñar, a partir de ellas, el clasificador.
- **Imágenes de test:** para comprobar el funcionamiento del clasificador diseñado.

PRIMERA PARTE: GENERACIÓN, REPRESENTACIÓN Y ESTANDARIZACIÓN DE DATOS DE ENTRENAMIENTO

1.- GENERACIÓN DE PATRONES DE ENTRENAMIENTO:

En esta fase se obtendrá una representación numérica de todos los objetos de las imágenes de entrenamiento disponibles (distintas imágenes con objetos cuya forma geométrica es conocida). Esta representación consistirá en el cálculo de todas las características que serán objeto de análisis. Concretamente:

```
% 23 Descriptores a utilizar:
% Circularidad: 1
% Excentricidad: 2
% Solidez_CHull(Solidity): 3
% Extension_BBBox(Extent): 4
% Extension_BBBox(Invariante Rotacion): 5
% Hu1-Hu7: 6-12
% DF1-DF10: 13-22
% NumEuler: 23
```

La información se guardará en dos matrices, X-Y:

- X contendrá tantas filas como objetos haya en todas las imágenes de entrenamiento disponibles y tantas columnas como descriptores matemáticos se están calculando (en nuestro caso 23).
- Y será un vector columna, en el que cada fila indica la codificación utilizada para la clase del objeto caracterizado por la descripción matemática dada por esa fila de X.

GUÍA DE PROGRAMACIÓN:

➤ PASOS PARA LA GENERACIÓN DE LOS DATOS EN CADA IMAGEN:

%% 1.1- BINARIZAR CON METODOLOGÍA DE SELECCIÓN AUTOMÁTICA DE UMBRAL

```
% Genera: Ibin. Hay que tener programadas las funciones de elección de umbral vistas en el tema anterior: funcion_min_entre_max, funcion_isodata, funcion_otsu.
```

%% 1.2.- ELIMINAR POSIBLES COMPONENTES CONECTADAS RUIDOSAS:

```
% COMPONENTE RUIDOSA:
% COMPONENTES DE MENOS DEL 0.1% DEL NÚMERO TOTAL DE PÍXELES DE LA IMAGEN
% O NÚMERO DE PÍXELES MENOR AL AREA DEL OBJETO MAYOR /5
% SE DEBE CUMPLIR CUALQUIERA DE LAS DOS CONDICIONES
```

```
% Para ello, se debe programar la siguiente funcion:
% IbinFilt = funcion_elimina_regiones_ruidosas(Ibin);
```

%% 1.3.- ETIQUETAR.

% Genera matriz etiquetada Ietiq y número N de agrupaciones conexas

% Estos pasos descritos en los puntos 1.1., 1.2. y 1.3. deben materializarse en la función: [Ietiq, N] = funcion_segmenta_imagen(I);

%% 1.4.- CALCULAR TODOS LOS DESCRIPORES DE CADA AGRUPACIÓN CONEXA

% Genera Ximagen - matriz de N filas y 23 columnas (los 23 descriptores generados en el orden indicado en la práctica)

% **XImagen = funcion_calcula_descriptores_imagen(Ietiq,N);**

%% 1.5.- GENERAR Yimagen

% Genera Yimagen - matriz de N filas y 1 columna con la codificación empleada para la clase a la que pertenecen los objetos de la imagen

- GENENERACIÓN VARIABLE TIPO ESTRUCT nombresProblema (contiene los nombres de los descriptores calculados y de las clases, así como los símbolos utilizados en una representación gráfica):

% nombreDescriptores = {'XXX','XXX', 'XXX', 'XXX', ... HASTA LOS 23};

% nombreClases:

% nombreClases{1} = 'XXX';

% nombreClases{2} = 'XXX';

...

% simboloClases: símbolos y colores para representar las muestras de cada clase

% simbolosClases{1} = '*r';

% simbolosClases{2} = 'XXX';

% ...

% -----

% nombresProblema = [];

% nombresProblema.descriptores = nombreDescriptores;

% nombresProblema.clases = nombreClases;

% nombresProblema.simbolos = simbolosClases;

- ALMACENAR EL CONJUNTO DE DATOS X-Y Y LOS NOMBRES DEL PROBLEMA nombresProblema en el archivo conjunto_datos.mat EN EL DIRECTORIO *DatosGenerados*

2.- ESTANDARIZACIÓN DE DATOS NUMÉRICOS

Atendiendo al procedimiento de estandarización descrito en el Anexo II de esta Práctica, en este apartado se debe generar y guardar los datos de entrenamiento estandarizados z - y junto con la variable `nombresProblema` (*conjunto_datos_estandarizados.mat*), así como los valores medios y desviaciones estándar utilizados para estandarizar cada descriptor (*medias_desviaciones_estandarizacion.mat*).

Observación: El número de Euler, dado su carácter discreto, no se debe estandarizar; sus valores en Z deben ser sus valores originales. De esta forma, el valor del descriptor no debe cambiar al aplicar el proceso de estandarización en la fase de reconocimiento.

3.- REPRESENTACIÓN DE DATOS:

En esta fase se visualizarán las muestras de cada descriptor de las diferentes clases del problema. El objetivo es analizar de forma cualitativa la idoneidad del descriptor en el problema de reconocimiento en cuestión. Se utilizarán las siguientes representaciones:

1. Visualización de datos en espacios de características bidimensionales:

Representar los patrones de entrenamiento de cada clase en espacios de características bidimensionales (representación de los valores de las características seleccionadas, dos a dos. Se deben representar todas las características excepto el número de Euler; por tanto, se deben generar 11 gráficas).

2. Histogramas y diagramas de caja:

Una ventana tipo `figure` por cada descriptor y tipo de representación (histograma o diagrama de caja), donde se representen en distintas gráficas las muestras del descriptor de las distintas clases.

GUÍA DE PROGRAMACIÓN:

- Representación de los datos en espacios de características dos a dos:

% Cada representación en una ventana tipo figure. Para ello, programar la % siguiente función:

```
% funcion_representa_datos(X,Y, espacioCcas, nombresProblema)
```

% donde espacioCcas es un vector de dos o tres elementos que indica los descriptores que definen el espacio de características (representación bidimensional o tridimensional).

- Representación de histograma y diagrama de cajas de cada descriptor:

% Para cada descriptor, abrir dos ventanas tipo figure
% una para representar histogramas y otra para diagramas de caja

% En cada una de ellas se representan los datos del descriptor para las % distintas clases del problema en gráficas independientes

% - Histogramas: tantas filas de gráficas como clases

% - Diagramas de caja: tantas columnas de gráficas como clases

% Ejemplo de programación:

% Dado un conjunto de datos X-Y, y definidas las variables representativas % del problema: numClases, codifClases, nombreClases, numDescriptores, % nombreDescriptores

```
% for j=1:numDescriptores
```

```
%
```

```
%     % Valores máximo y mínimos para representar en la misma escala
```

```
%     vMin = min(X(:,j));
```

```
%     vMax = max(X(:,j));
```

```
%
```

```
%     hFigure = figure; hold on
```

```
%     bpFigure = figure; hold on
```

```
%
```

```
%     for i=1:numClases
```

```
%
```

```
%         Xij = X(Y==codifClases(i),j); % datos clase i del descriptor j
```

```
%
```

```
%         figure(hFigure)
```

```
%         subplot(numClases,1,i), hist(Xij),
```

```
%         xlabel(nombreDescriptores{j})
```

```
%         ylabel('Histograma')
```

```
%         axis([ vMin vMax 0 numMuestras/4]) % inf escala automática eje y
```

```
%         title(nombreClases{i})
```

```
%
```

```
%         figure(bpFigure)
```

```
%         subplot(1,numClases,i), boxplot(Xij)
```

```
%         xlabel('Diagrama de Caja')
```

```
%         ylabel(nombreDescriptores{j})
```

```
%         axis([ 0 2 vMin vMax ])
```

```
%         title(nombreClases{i})
```

```
%     end
```

```
% end
```

ANTES DE CONTINUAR CON LA SEGUNDA PARTE DE LA PRÁCTICA SE DEBE REALIZAR EL SIGUIENTE EJERCICIO RELATIVO AL PROCEDIMIENTO DE SELECCIÓN DE ATRIBUTOS

EJERCICIO:

Sobre el conjunto de datos estandarizados Z-Y de la práctica (sin considerar el número de Euler), determina las 3 características que proporcionan de forma conjunta la mayor separabilidad en los datos y representa las muestras en ese espacio de características. Analiza si aumentar la dimensión del espacio de características merece la pena en términos de separabilidad. Hacer para los siguientes casos:

- a) Círculos vs cuadrados vs triángulos
- b) Círculos vs cuadrados
- c) Círculos vs triángulos
- d) Cuadrados vs triángulos
- e) Círculos-triángulos vs cuadrados

La selección de las variables del espacio de características debe realizarse aplicando la siguiente:

```
[espacioCcas, JespacioCcas]=funcion_selecciona_vector_ccas(XoI,YoI,dim)
```

donde: X_{oI} y Y_{oI} , son los datos del problema específico a tratar y dim es la dimensión del espacio de características con el que se quiere trabajar.

Esta función cuantifica un determinado espacio de características a través del grado de separabilidad de las instancias disponibles mediante CSM - ("Class Scatter Matrix"), esto es, mediante la estimación de las matrices de dispersión entre y dentro de las clases (ver metodología de cálculo Documentación Anexo III). Para ello se facilita la función `indiceJ`, que obtiene el grado de separabilidad J de un conjunto de instancias de distintas clases descritas por $X-Y$:

$$J = \text{indiceJ} (X, Y)$$

La función `funcion_selecciona_vector_ccas` debe realizar los siguientes pasos:

- 1.- Cuantificar de forma individual el grado de separabilidad de las características: para cada característica, se debe determinar el grado de separabilidad J que proporciona de forma individual.
- 2.- Pre-selección de las características a analizar: utilizando los valores de separabilidad individual obtenidos en el punto anterior, se deben analizar únicamente las características que presenten una separabilidad mínima. Este valor de umbral debe fijarse en 0.1.
- 3.- Selección del vector de características de dimensión especificada por el parámetro de entrada `dim`: considerando únicamente las características que superan el umbral de separabilidad individual, encontrar las `dim` características que proporcionan la mayor separabilidad de forma conjunta.

Observación: Dado un vector de N elementos, `vector`, la función de Matlab `combnk(vector, k)` devuelve todas las combinaciones de los N valores del vector tomados en grupos de k .

Para cada apartado a),...,e) del ejercicio, se debe guardar el espacio de característica resultante (vector `espacioCcas` que indica los números de los descriptores que definen el espacio de características, atendiendo al orden establecido de 1 a 22), así como el conjunto de datos específicos del problema (`XoI-YoI, nombresProblemaOI`).

SEGUNDA PARTE: DISEÑO Y APLICACIÓN DE ESTRATEGIAS DE CLASIFICACIÓN: ANÁLISIS DISCRIMINANTE Y KNN

En esta segunda parte de la práctica se van a diseñar y aplicar las siguientes técnicas de clasificación:

- A. Clasificadores basados en análisis discriminante: QDA y LDA. Se deben implementar las funciones a las que hace referencia el Anexo IV de esta práctica.
- B. Clasificador *k-vecinos más cercanos* (*k-Nearest Neighbours*, *k-NN*). Se debe implementar la función descrita en el Anexo V de esta práctica.

El desarrollo de un sistema de aprendizaje supervisado basado en datos (en nuestro caso, problema de clasificación para reconocer objetos en imágenes), se compone de dos etapas claramente diferenciadas:

- Diseño de clasificador y entrenamiento:

Se debe decidir un esquema de clasificación y determinar los parámetros que requieran las técnicas de clasificación empleadas sobre el conjunto de datos de entrenamiento.

En nuestro caso, el esquema de clasificación vendrá dado de acuerdo a unas especificaciones de diseño. Para su entrenamiento, se partirá de los datos generados en la etapa anterior (*conjunto_datos_estandarizados.mat*).

- Aplicación y evaluación del clasificador:

El esquema de clasificación, ajustado de acuerdo al conjunto de datos de entrenamientos, se aplicará y evaluará en un conjunto de datos de test.

Esta fase de aplicación requerirá, además del diseño realizado de los clasificadores, de las variables de estandarización almacenadas en *medias_desviaciones_estandarizacion.mat*. En nuestro caso, los resultados obtenidos se evaluarán de forma visual sobre las imágenes de test facilitadas (no de forma cuantitativa a través de métricas de rendimiento).

A continuación, se contemplan diferentes opciones de diseño de clasificación.

ETAPA DE DISEÑO (SOBRE EL CONJUNTO DE DATOS DE ENTRENAMIENTO)

CASO 1: LDA – CLASES DOS A DOS UTILIZANDO FUNCIONES DISCRIMINANTES UTILIZANDO VECTORES DE 3 PREDICTORES

2.1.- DISEÑO DEL CLASIFICADOR:

2.1.1.- Clasificador círculo-cuadrado:

2.1.1.1.- Selección de descriptores: encontrar los tres mejores de descriptores para discriminar entre las muestras de los círculos y cuadrados. Esta etapa almacena los 3 descriptores que definen el vector de atributos.

2.1.1.2.- Entrenamiento del clasificador: generar la función de decisión lineal basada y representarla junto con las muestras de las clases para valorar la eficiencia del clasificador. Esta etapa guarda la función de decisión simbólica o sus coeficientes

2.1.2.- Clasificador círculo-triángulo:

2.1.2.1.- Selección de descriptores

2.1.2.2.- Entrenamiento del clasificador

2.1.3.- Clasificador cuadrado-triángulo:

2.1.3.1.- Selección de descriptores

2.1.3.2.- Entrenamiento del clasificador

Este mismo enfoque puede ser aplicado para el caso de utilizar QDA, salvo que la frontera de separación es cuadrática y habría que representarla con la función de Matlab `fimplicit3(d12)`, donde $d12(X) = d1(X)-d2(X)$, y X es un vector columna simbólico dado por las variables de entrada $x1$, $x2$ y $x3$.

CASO 2: QDA - TODAS LAS CLASES DEL PROBLEMA

2.1.- DISEÑO DEL CLASIFICADOR:

2.1.1.- Clasificador círculo-cuadrado-triángulos (QDA):

2.1.1.1.- Selección de descriptores: encontrar los 4 mejores de descriptores para discriminar entre las muestras de los círculos, cuadrados y triángulos. Esta etapa almacena los descriptores que definen el vector de atributos.

2.1.1.2.- Entrenamiento del clasificador: generación de los parámetros que requiere la aplicación de las funciones de decisión de cada clase del problema, calculados sobre el conjunto de entrenamiento.

Este mismo enfoque puede ser aplicado para el caso de utilizar LDA.

CASO 3: K-NN - TODAS LAS CLASES DEL PROBLEMA

2.1.- DISEÑO DEL CLASIFICADOR:

2.1.1.- Clasificador círculo-cuadrado-triángulos (k-NN):

2.1.1.1.- Selección de descriptores: encontrar los 5 mejores de descriptores para discriminar entre las muestras de los círculos, cuadrados y triángulos. Esta etapa almacena los 5 descriptores que definen el vector de atributos.

2.1.1.2.- Entrenamiento del clasificador: generación del conjunto de datos de entrenamiento para el clasificador XTrain-YTrain. Esta etapa guarda este conjunto de entrenamiento.

CASO 4: APLICACIÓN COMBINADA CLASIFICADORES - ejemplo: KNN + LDA

2.1.- DISEÑO DEL CLASIFICADOR:

2.1.1.- Clasificador círculo-triángulos vs cuadrados (k-NN):

2.1.1.1.- Selección de descriptores: encontrar los 4 mejores de descriptores para discriminar entre las muestras de círculos-cuadrados de las de triángulos. Esta etapa almacena los 4 descriptores que definen el vector de atributos.

2.1.1.2.- Entrenamiento del clasificador: generación del conjunto de datos de entrenamiento para el clasificador XTrain-YTrain. Esta etapa guarda este conjunto de entrenamiento.

2.1.2.- Clasificador círculo-triángulos (LDA):

2.1.2.1.- Selección de descriptores: encontrar los tres mejores de descriptores para discriminar entre las muestras de los círculos y triángulos. Esta etapa almacena los 3 descriptores que definen el vector de atributos.

2.1.2.2.- Entrenamiento del clasificador: generar la función de decisión lineal y representarla junto con las muestras de las clases para valorar la eficiencia del clasificador. Esta etapa guarda la función de decisión simbólica o sus coeficientes.

ETAPA DE APLICACIÓN (SOBRE LAS IMÁGENES DE TEST)

El planteamiento metodológico de esta etapa es común Su aplicación en los distintos casos anteriores únicamente difieren en la estrategia de clasificación que hay que aplicar.

- ❖ Implementar un algoritmo que reconozca la forma de cada uno de los objetos (circular, cuadrada o triangular) que componen las imágenes de test facilitadas, a partir de la siguiente función:

Funcion_Reconoce_Formas (Nombre)

- La función debe recibir como entradas las variables Nombre (cadena de texto con el nombre del archivo de la imagen a tratar).

- La función debe abrir una ventana tipo figure por cada objeto de la imagen, donde se visualice, sobre la imagen original de entrada, el resultado de la segmentación del objeto en cuestión y cuyo título muestre el resultado del reconocimiento de la forma del objeto: circular, cuadrada o triangular.
- Para decidir la clase, la función aplica la estrategia de clasificación diseñada cargando exclusivamente la información requerida para ello.
- En el caso de tratar con espacios de características de dos o tres dimensiones, se puede requerir la representación de la instancia de test del objeto en cuestión, junto con las de entrenamiento utilizadas para el diseño de los clasificadores, en el espacio de características utilizado. Si la técnica de clasificación es LDA, puede requerirse también la representación de la frontera de separación (ver figura de ejemplo).

GUÍA DE PROGRAMACIÓN:

```
%% PLANTEAMIENTO APLICACIÓN ESTRATEGIA DE CLASIFICACIÓN SOBRE LAS IMÁGENES
%% DE TEST

%% 1.- AÑADIR PATHS A LAS IMÁGENES DE TEST Y AL DIRECTORIO DONDE ESTÉN LAS
%% FUNCIONES QUE SE UTILICEN

%% 2.- GENERAR EL CONJUNTO DE DESCRIPTORES DE TODOS LOS OBJETOS DE INTERÉS
%% PRESENTES EN LA IMAGEN A TRATAR

%% 3.- ESTANDARIZAR DATOS

%% 4.- CARGAR INFORMACIÓN PARA LA APLICACIÓN DE LOS CLASIFICADORES
%% A UTILIZAR SEGÚN LA ESTRATEGIA DE CLASIFICACIÓN DISEÑADA

%% 5.- APLICACIÓN DE CLASIFICADORES PARA EL RECONOCIMIENTO DE CADA OBJETO

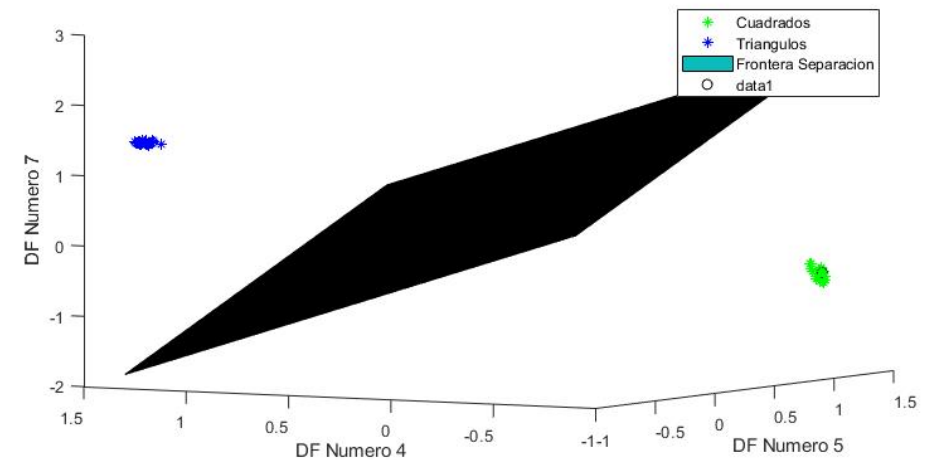
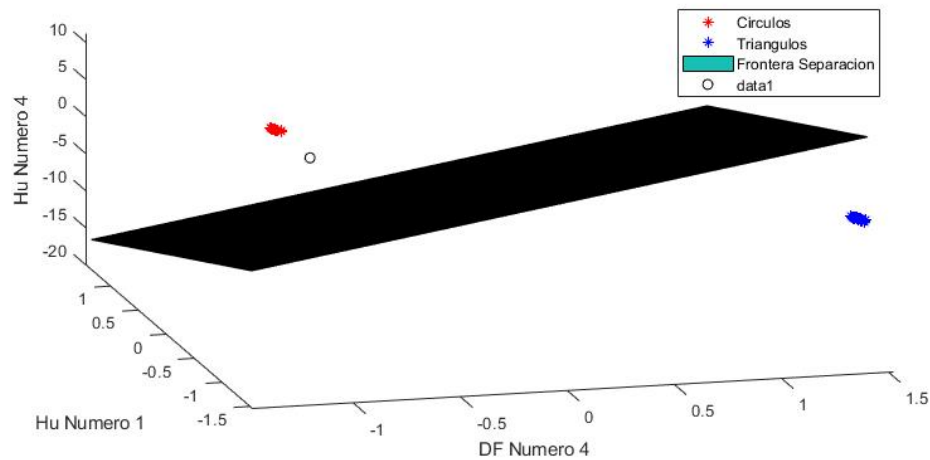
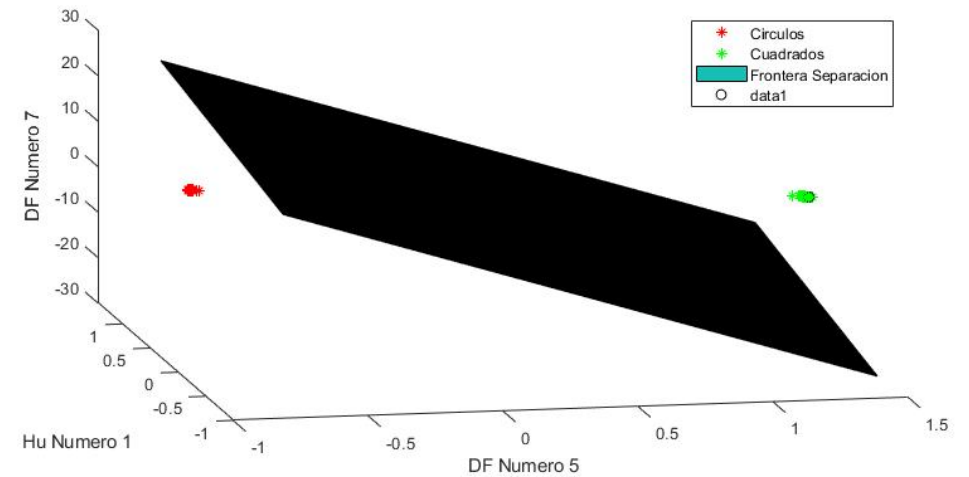
%% 6.- VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS:

%% 6.1.- FIGURA DE IMAGEN DE ENTRADA CON EL OBJETO RESALTADO
%% DONDE EL TÍTULO HAGA CONSTAR EL RECONOCIMIENTO

%% 6.2.- En el caso de tratar con espacios de características de dos o
%% tres dimensiones, REPRESENTACIÓN DE LA INSTANCIA DE TEST, JUNTO CON LAS
%% DE TRAIN EN EL ESPACIO DE CARACTERÍSTICAS UTILIZADO. SI LA TÉCNICA DE
%% CLASIFICACIÓN UTILIZA UN CLASIFICADOR MÍNIMA DISTANCIA,
%% PUEDE REQUERIRSE LA REPRESENTACIÓN DE LA FRONTERA DE SEPARACIÓN

(VER FIGURA DE EJEMPLO A CONTINUACIÓN)
```

EJEMPLO DE VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS – FASE DE APLICACIÓN DE ESTRATEGIA DE CLASIFICACIÓN



ANEXO I - MOMENTOS INVARIANTES DE HU

Sea f una imagen binaria con dos posibles valores, 0's, píxeles que no son del objeto que se quiere caracterizar y 1's, píxeles del objeto a caracterizar:

- ❖ Momentos ordinarios de orden (p+q):
$$m_{pq} = \sum_x \sum_y x^p y^q f(x, y) \quad p, q = 0, 1, 2, \dots$$
- ❖ Momentos centrales de orden (p+q):
$$\omega_{pq} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y) \quad , \quad \bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$
- ❖ Momentos centrales normalizados:
$$\eta_{pq} = \frac{\omega_{pq}}{(\omega_{00})^\gamma} \quad ; \quad \gamma = \frac{p+q}{2} + 1 \quad ; \quad (p+q) = 2, 3, \dots$$
- ❖ Momentos invariantes de Hu:

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

$$\phi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

$$\phi_4 = (\eta_{30} - \eta_{12})^2 + (\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

$$\phi_5 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12}) \left[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03}) \left[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right]$$

$$\phi_6 = (\eta_{20} - \eta_{02}) \left[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})$$

$$\phi_7 = (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12}) \left[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03}) \left[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right]$$

- Para que todos los momentos se encuentren dentro del mismo orden de magnitud, determinar los momentos normalizados:

$\phi_i^* = \text{abs} \left\{ \ln \left[\text{abs}(\phi_i) \right] \right\}$. Si algún momento resulta ser 0, antes de calcular el momento normalizado reemplazar su valor por $1 * \exp(-100)$.

ANEXO II - ESTANDARIZACIÓN DE DATOS

❑ ESTANDARIZACIÓN DE PREDICTORES NUMÉRICOS

→ Obtención de medida estandarizada de cada atributo o Z-Score

Dado un conjunto de datos X compuesto por n observaciones de p variables: $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$

Se define:

Media de cada variable: $M = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ con $\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{z=1}^n x_{zi}$

Desviación estándar de cada variable: $STD = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p)$ con $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{z=1}^n (x_{zi} - \mu_i)^2}$

PROCEDIMIENTO DE ESTANDARIZACIÓN: expresar los valores en unidades de la desviación estándar

$$x_{zi} \rightarrow z_{zi} = \frac{x_{zi} - \mu_i}{\sigma_i}$$

$X = (x_1, x_2, \dots, x_p) \rightarrow Z = (z_1, z_2, \dots, z_p)$ variables estandarizadas o tipificadas con media 0 y desviación típica 1

ANEXO III

MEDIDA DEL GRADO DE SEPARABILIDAD ENTRE CLASES A PARTIR DE LA ESTIMACIÓN DE MATRICES DE DISPERSIÓN ENTRE Y DENTRO DE LAS CLASES

The within-class scatter matrix (S_w) indicates the distribution of sample points around their respective mean vectors and is defined as:

$$S_w = \sum_{i=1}^C S_i \quad (4.2)$$

$$S_i = \sum_{n \in C_i} (X_n - M_i)(X_n - M_i)^T \quad \text{and} \quad M_i = \frac{1}{N_i} \sum_{n \in C_i} X_n \quad (4.3)$$

where C is the number of classes, N_i represents the number of examples in class C_i , X_n refers to the sample n , and M_i is the mean of class C_i . The between-class scatter matrix (S_b) represents the scatter of samples around the mean vector of the class mixture and is defined as:

$$S_b = \sum_{i=1}^C N_i (M_i - M)(M_i - M)^T \quad (4.4)$$

$$M = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C N_i M_i \quad (4.5)$$

while $N = \sum_i N_i$ shows the total number of sample points in the dataset. After within-class and between-class matrices are measured the following metric J can be obtained:

$$J = \text{trace} \left(\frac{S_b}{S_w} \right) \quad (4.6)$$

ANEXO IV

CLASIFICADORES QDA-LDA: IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB

CLASIFICADOR QDA:

Funciones de ajuste (cálculo de información necesaria para la aplicación del clasificador) y aplicación general del clasificador (clasificación multiclase y variables de entrada X p-dimensional):

- **Función** `funcion_ajusta_QDA`:

Dado un conjunto de datos X-Y, la función calcula los vectores de medias, matrices de covarianzas y probabilidades a priori para cada una de las clases del problema (dadas por los valores distintos de Y).

```
[vectorMedias, matricesCovarianzas, probabilidadPriori] = ...  
    funcion_ajusta_QDA (X,Y);
```

- **Función** `funcion_aplica_QDA`:

Esta función utiliza la información generada por la función anterior para predecir la clase del conjunto de instancias dadas por X, Y_QDA. Los valores de codificación que utiliza para asignar las clases son los que se especifican en la variable de entrada `valoresClases`. Además, la función devuelve el resultado de la evaluación de las funciones de decisión del clasificador QDA para cada instancia de X que motiva la predicción de la clase.

```
[YQDA,d] = funcion_aplica_QDA (...  
X, vectorMedias, matricesCovarianzas, probabilidadPriori, valoresClases);
```

Función de diseño (cálculo de funciones de decisión y discriminante en lenguaje simbólico) para el caso específico de clasificación binaria y espacios de características de dos o tres dimensiones:

- **Función** `funcion_calcula_d1_d2_d12_QDA_2Clases_2_3_Dim`:

Esta función es específica para conjuntos de datos X-Y compuestos por 2 o 3 variables de entrada y 2 clases. La función calcula las funciones de decisión `d1`, `d2`, y la función discriminante, `d12`, para una instancia X definida de forma simbólica. De esta forma, es posible representar la frontera de separación del clasificador `d12 = 0`. Por medio de la función de Matlab `fimplicit` o `fimplicit3`, según se trabaje en dos o tres dimensiones, respectivamente.

```
[d1, d2, d12] = funcion_calcula_d1_d2_d12_QDA_2Clases_2_3_Dim(X, Y)
```

CLASIFICADOR LDA:

Funciones de ajuste (cálculo de información necesaria para la aplicación del clasificador) y aplicación general del clasificador (clasificación multiclase y variables de entrada X p-dimensional):

- **Funciones** `funcion_ajusta_LDA` y `funcion_aplica_LDA`:

Funciones equivalentes a las dos anteriores correspondientes al clasificador QDA pero, en este caso, relativas al clasificador LDA.

```
[vectorMedias, matrizCovarianza, probabilidadPriori] = ...  
    funcion_ajusta_LDA (X,Y);  
  
[YLDA,d] = funcion_aplica_LDA (...  
X, vectorMedias,matrizCovarianza, probabilidadPriori, valoresClases);
```

Funciones de diseño (cálculo de funciones de decisión y discriminante en lenguaje simbólico) y representación para el caso específico de clasificación binaria y espacios de características de 2 o 3 dimensiones:

- **Funciones** `funcion_calcula_d1_d2_d12_LDA_2Clases_2_3_Dim` y `funcion_representa_hiperplano_separacion_2_3_Dim`:

Son funciones específicas para conjuntos de datos X-Y compuestos por 2 o 3 variables de entrada y 2 clases. La primera calcula las funciones de decisión d1, d2, y la función discriminante, d12, para una instancia X definida de forma simbólica. Además, calcula los coeficientes de la expresión lineal dada por d12, `coef_d12`. La segunda función utiliza estos coeficientes para representar el hiperplano de separación asociado a $d12 = 0$. Esta segunda función utiliza el conjunto de datos X tan sólo para establecer los límites mínimo y máximo de representación. Al igual que en el caso del clasificador QDA, la frontera de separación del clasificador LDA también se puede representar mediante las funciones `fimplicit` de Matlab a partir de la variable simbólica d12.

```
[d1,d2, d12, coef_d12] = funcion_calcula_d1_d2_d12_LDA_2Clases_2_3_Dim (X,Y)  
funcion_representa_hiperplano_separacion_2_3_Dim(coef_d12, X)
```

ANEXO V

CLASIFICADOR k-NN: IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB

Clasificador kNN “k vecinos más próximos” (kNN, k-Nearest-Neighbours)

Entrada: conjunto de instancias prototipo de las que ya se conoce su clase (conjunto de entrenamiento XTrain-YTrain), instancia cuya clase se pretende predecir (XTest) y parámetro k (ver explicación a continuación).

Salida: codificación de la clase predicha para la instancia de test.

Principio de funcionamiento: el clasificador calcula las k instancias del conjunto de entrenamiento (XTrain) que presentan más similitud con cada instancia de test (XTest). Se predice que la clase de cada instancia de XTest (variable de salida YTest) es la clase más numerosa de estas “ k ” instancias más parecidas. El concepto de similitud puede implementarse por medio de cualquier función distancia. En nuestro caso, emplearemos distancia Euclídea.

```
YTest = funcion_knn (XTest, XTrain, YTrain, k)
```

GUÍA DE PROGRAMACIÓN:

```
% CLASIFICADOR K-NEAREST-NEIGHBOURS: básicamente consiste en medir la  
% distancia entre la muestra desconocida y cada una de las  
% muestras de entrenamiento disponibles. Nos quedamos con las k distancias  
% menores y asociamos a la muestra desconocida aquella clase que más se  
% repita.
```

% ENTRADAS-SALIDAS DE LA FUNCIÓN

```
% XTest: matriz numMuestrasTest x numDescriptores
```

```
% XTrain: matriz numMuestrasTrain x numDescriptores
```

```
% YTrain: matriz numMuestrasTrain x 1 (codificación de las clases  
% para cada instancia de train)
```

```
% k: número de "vecinos" más cercanos considerado
```

```
% YTest: matriz numMuestrasTest x 1 (codificación de las clases predichas  
% para cada instancia de test).
```

% FUNDAMENTOS DE PROGRAMACIÓN:

% POR CADA MUESTRA DE TEST:

% 1.- CALCULO DEL VECTOR DISTANCIAS ENTRE LA INSTANCIA DE TEST Y TODAS LAS
% INSTANCIAS DE TRAIN

% Como la distancia que empleamos es la Euclídea, emplearemos notación
% matricial para el cálculo de distancia entre muestras manejando vectores
% columna. Para ello, se utilizará repmat para más eficiencia y programarlo
% en una/dos líneas de código, sin necesidad de bucle

% 2.- LOCALIZAR LAS k INSTANCIAS DE XTrain MAS CERCANAS A LA INSTANCIA DE
% TEST BAJO CONSIDERACIÓN

% 3.- CREAR UN VECTOR CON LAS CODIFICACIONES DE LAS CLASES DE ESAS
% k-INSTANCIAS MÁS CERCANAS

% 4.- ANALIZAR ESE VECTOR PARA CONTAR EL NÚMERO DE VECES QUE APARECE
% CADA CODIFICACIÓN PRESENTE EN EL VECTOR (unique del vector)

% 5.- EL VALOR DE YTEST EN LA POSICIÓN CORRESPONDIENTE A LA INSTANCIA DE
% XTEST QUE SE ESTÁ ANALIZANDO ES LA CODIFICACIÓN DE LA CLASE MÁS NUMEROSA.

% - SI HAY MÁS DE UNA CLASE CON EL NÚMERO MÁXIMO DE VOTOS, DEVOLVER LA
% CLASE DE LA INSTANCIA MÁS CERCANA A LA DE TEST (ENTRE ESAS INSTANCIAS
% DE LAS CLASES MÁS NUMEROSAS)