

Pedro de Almeida Reid Ribeiro

**Projeto de um controlador de tipo "stability
augmentation" para dinâmica longitudinal de
um F-15**

Campos dos Goytacazes - RJ

2018

Pedro de Almeida Reid Ribeiro

Projeto de um controlador de tipo "stability augmentation" para dinâmica longitudinal de um F-15

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense como requisito parcial para conclusão do curso de Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação.

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense - IFF Campos - Centro
Curso de Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação

Orientador: Alexandre Carvalho Leite

Campos dos Goytacazes - RJ

2018

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

R372p

Ribeiro, Pedro de Almeida Reid

Projeto de um controlador de tipo "Stability Augmentation" para
dinâmica longitudinal de um F-15 / Pedro de Almeida Reid Ribeiro - 2018.
77 f.: il. color.

Orientador: Alexandre Carvalho Leite

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro,
Curso de Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação, Campos dos
Goytacazes, RJ, 2018.

Referências: f. 77 a 79.

1. SAS. 2. Trimagem e Linearização. 3. Síntese de Controlador. 4.
Agendamento de Ganhos. 5. Simulação Monte Carlo. I. Leite, Alexandre
Carvalho, orient. II. Título.

PEDRO DE ALMEIDA REID RIBEIRO

Projeto de um controlador de tipo "stability augmentation" para dinâmica longitudinal de um F-15

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense como requisito parcial para conclusão do curso de Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação.

Trabalho Aprovado. Campos dos Goytacazes – RJ, 05 de Setembro de 2018:

BANCA EXAMINADORA



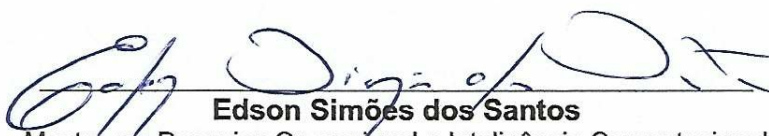
Alexandre Carvalho Leite
Doutor em Engenharia e Tecnologias Espaciais
Orientador



Adelson Siqueira Carvalho
Doutor em Informática na Educação
Membro Interno



Alexandre Dias Luciano Lima
Bacharel em Engenharia de Controle e Automação
Membro Externo



Edson Simões dos Santos
Mestre em Pesquisa Operacional e Inteligência Computacional
Membro Interno

Campos dos Goytacazes – RJ
2018

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por permitir minha caminhada rumo à conclusão desse curso de graduação, momento de grande crescimento pessoal.

Não poderia deixar de agradecer aos meus pais, Marilene e Luiz Antônio, por toda a educação, auxílio e amor recebidos desde os meus primeiros dias.

Um agradecimento especial ao meu orientador, Alexandre Carvalho Leite, por todos os ensinamentos passados e pela inspiração, fornecida através da demonstração do interesse sincero na engenharia e força de caráter, cada vez mais rara nos dias atuais.

Também gostaria de agradecer a contribuição dos amigos Felipe Nogueira, Luiz Benício, Rogério Filho e todos os outros amigos do laboratório MSP. *"Idem velle, idem nolle"*.

Não menos importante, um abraço especial a Cátia Viana, Rogério Burla e aos amigos da Polar Componentes.

Aos demais colegas e professores não citados, sou imensamente grato por todos os bons momentos vividos e ensinamentos durante esse percurso.

"Busque o que é significativo, não o que é conveniente."
(Jordan B. Peterson)

Resumo

Diante da impossibilidade das aeronaves modernas apresentarem um comportamento adequado em todo o seu envelope de voo com um único projeto aerodinâmico, surgiu a necessidade de utilizar sistemas de controle automático para corrigir seu desempenho. Portanto, o objetivo deste trabalho foi sintetizar e analisar a robustez de um controlador com a função de providenciar uma estabilidade adequada a aeronave, auxiliando na dissipação do transitório relacionado ao modo de período curto quando suas características interferem na pilotagem da aeronave. Esse controlador é conhecido como *Stability Augmentation System* (SAS). As etapas para síntese e verificação do SAS executadas foram: descrever o comportamento da aeronave via simulação em três condições de voo; analisar sua conduta nesses pontos de operação; comparar o desempenho com a norma MIL-F-8785C; encontrar os ganhos das leis de controle para alcançar um desempenho adequado; unificar os controladores em um único com ganhos variáveis (Agendamento de Ganho); verificar a eficácia dos controladores sintetizados; avaliar robustez em situações de perturbação de vento. O projeto de controladores consiste em uma busca dos pontos de operação, linearização e síntese LQR. A avaliação de robustez foi feita por simulação Monte Carlo. Os resultados nos testes de robustez sugerem que o SAS proporcionou uma resposta da aeronave adequada segundo os critérios estabelecidos na maioria das situações às quais foi submetida (mais de 96 %). O SAS compõe a realimentação interna do Sistema de Controle de Voo (FCS), além de ser muito importante para o projeto adequado de *Autopilots*. Logo, este trabalho cobre um passo inicial para projeto de sistemas de controle de aeronaves.

Palavras-chaves: F-15. Aeronave. Simulação. Trimagem. Linearização. MIL-F-8785C. LQR. Monte Carlo. SAS. Aeroespacial. Controle.

Abstract

The achievement of suitable dynamic behaviour in the whole flight envelope is not always possible without the employment of automatic controllers. In this work, the objective is to damp short-period dynamics by means of a Stability Augmentation Control System (SAS), providing good flying and handling qualities. Synthesis and verification steps regarding the SAS were executed as follows: description of aircraft behaviour under three flight conditions; analysis of the dynamics about the same flight conditions; compare open-loop response with the one stated by MIL-F-8785C standard; synthesize the gains for the corresponding control law; build a variable gains controller (Gain Scheduling); check closed-loop response; and assess robustness under random wind perturbations. The control design steps are basically composed by: trimming, linearization, and LQR synthesis. Robustness assessment was employed by Monte Carlo simulations. The results suggests that aircraft's responses are in agreement with the criterion established in almost all tests (more than 96%). As the SAS composes the internal loop of a Flight Control System (FCS), it is a low level control-loop needed by higher-level controllers like autopilots. Thus, this work covers an initial step in aircraft control system design.

Key words: F-15. Aircraft. Simulation. Trimming. Linearization. MIL-F-8785C. LQR. MonteCarlo. SAS. Aerospace. Control.

Lista de ilustrações

Figura 1 – McDonnell Douglas F-15 Eagle.	15
Figura 2 – Diagrama funcional do AeroSim.	17
Figura 3 – Referencial Terrestre e de Corpo.	19
Figura 4 – Referencial de Estabilidade.	19
Figura 5 – Ângulos de Euler.	20
Figura 6 – Ângulos Aerodinâmicos.	21
Figura 7 – Relação entre γ , α e θ	22
Figura 8 – Representação das Forças, Momentos e componentes das velocidades.	22
Figura 9 – Representação das Forças Gravitacionais em função dos ângulos de Euler.	23
Figura 10 – Representação das Forças atuantes na aeronave.	25
Figura 11 – Forças atuantes na aeronave após perturbações.	27
Figura 12 – Exemplo Linearização.	28
Figura 13 – Teste de Validação de modelos.	30
Figura 14 – Representação do movimento do modo oscilatório de período curto.	31
Figura 15 – Análogo físico do <i>Short-Period</i>	31
Figura 16 – Representação do modo oscilatório de período longo.	32
Figura 17 – Resposta Longitudinal de uma Aeronave a uma perturbação.	32
Figura 18 – Classificação de aeronaves - MIL-F-8785C.	33
Figura 19 – Realimentações Internas e Externas (SAS e <i>Autopilot</i>).	35
Figura 20 – Arquitetura - SAS.	36
Figura 21 – Exemplo de função custo.	37
Figura 22 – Diagrama esquemático do Agendamento de Ganho.	39
Figura 23 – Representação das etapas do projeto.	41
Figura 24 – Representação do Modelo Matemático das turbinas PW-100 no Simulink.	44
Figura 25 – Representação do modelo do <i>Stabilator</i> no Simulink.	44
Figura 26 – Fluxograma dos algoritmos de trimagem.	46
Figura 27 – Estrutura dos testes de verificação dos modelos	48
Figura 28 – Entrada utilizada nos testes - <i>Doublet</i>	48
Figura 29 – Exemplo de similaridade admitida.	49
Figura 30 – Diagrama esquemático do SAS.	53
Figura 31 – Estrutura no Simulink.	54
Figura 32 – Resposta longitudinal com e sem o SAS - FC 2.	55
Figura 33 – Resposta longitudinal com e sem o SAS - FC 3.	55
Figura 34 – Comandos do <i>Stabilator</i> em resposta aos Doublets.	55
Figura 35 – Intensidades de Turbulência.	56

Figura 36 –Piores situações de distúrbio de vento - FC 2.	57
Figura 37 –Piores situações de distúrbio de vento - FC 3	57
Figura 38 –Distribuições das Reduções - FC 2	58
Figura 39 –Distribuições das Reduções - FC 3	59
Figura 40 –Amplitudes Máximas do sinal de controle do <i>Stabilator</i> - FC 3	59

Lista de tabelas

Tabela 1 – Coeficientes Aerodinâmicos nos diferentes referenciais.	25
Tabela 2 – Especificações das características do <i>Short-Period</i> . MIL-F-8785C. . . .	34
Tabela 3 – Especificações das características do <i>Phugoid</i> . MIL-F-8785C.	34
Tabela 4 – Dados da geometria do F-15.	42
Tabela 5 – Condições de voo, característica de massa, inércia, AC e c.g	42
Tabela 6 – Dados dos vetores de trimagem.	46
Tabela 7 – Limites de Similaridade.	49
Tabela 8 – Parâmetros dos modos longitudinais.	50
Tabela 9 – Estados de equilíbrio e ganhos.	54
Tabela 10 – Reduções nos parâmetros da resposta de arfagem na verificação do SAS. .	54
Tabela 11 – Erros de similaridade nas saídas - FC 1.	64
Tabela 12 – Erros de similaridade nas saídas - FC 2.	65
Tabela 13 – Erros de similaridade nas saídas - FC 3.	65

Lista de abreviaturas e siglas

FCS	Sistema de Controle de Voo - <i>Flight Control System</i>
SAS	<i>Stability Augmentation System</i>
M	Número de Mach
c.g	Centro de Gravidade
V_T	Velocidade Total
α, β	Ângulo de Ataque e Escorregamento Lateral
γ	Ângulo da Trajetória de Voo
Ω	Velocidade de Rotação
\bar{c}	Corda Média da Asa
u, v, w	Velocidade de Translação Frontal, Lateral e Vertical
p, q, r	Velocidade de Rolagem, Arfagem e de Guinada
l, m, n	Momento de Rolagem, Arfagem e Guinada
X, Y, Z	Força Horizontal Frontal, Lateral e Vertical
L, D e Y	Força de Sustentação, Arrasto e Lateral
ϕ, θ, ψ	Ângulo de Rolagem, Arfagem e Guinada
c.m	Centro de Massa da aeronave
τ	Empuxo do motor
h	Altitude
FC	Condição de Voo - <i>Flight Condition</i>
LQR	Regulador Linear Quadrático
δ_{lt}	Comando de deflexão do <i>Stabilator</i>
δ_T	Comando de aceleração das turbinas
lt	Deslocamento efetivo do estabilador

Sumário

1	Introdução	14
1.1	Aeronave utilizada	15
1.2	Motivação	16
1.3	Disposição e Organização dos Capítulos	16
2	Fundamentação Teórica	17
2.1	Modelagem e Ambiente de Simulação	17
2.2	Referenciais	19
2.3	Equações de movimento	21
2.4	Coeficientes Aerodinâmicos	24
2.5	Trimagem e Linearização	26
2.5.1	Trimagem	26
2.5.2	Linearização	28
2.5.3	Validação do Modelo	30
2.6	Modos Longitudinais	31
2.7	Norma MIL-F-8785C	33
2.8	Stability Augmentation System (SAS)	35
2.9	Projeto de Controladores e Controle Ótimo	37
2.10	Agendamento de Ganho	38
2.11	Simulação Monte Carlo	40
3	Desenvolvimento e Resultados	41
3.1	Definição do modelo não-linear	42
3.2	Trimagem e Linearização	45
3.2.1	Trimagem	45
3.2.2	Linearização Numérica	47
3.2.3	Verificação de Similaridade dos modelos	48
3.3	Análise dos Modos Longitudinais	50
3.4	Síntese de Controlador	50
3.5	SAS e Agendamento de Ganho	53
3.6	Análise da Robustez - Simulação Monte Carlo	56
4	Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	60
	Apêndice A - Função trimagem	61
	Apêndice B - Função Custo	63

Apêndice C - Tabelas de Similaridade dos modelos linearizados	64
Apêndice D - Definição clássica do problema de Otimização	66
Referências	67

1 Introdução

No período pós segunda guerra mundial, o uso de motores a jato foi o principal fator na amplificação do desempenho das aeronaves e, conseqüentemente, no aumento do envelope de velocidade-altitude (ou de voo) das aeronaves (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). A grande variação na pressão dinâmica e velocidades atingidas pelo veículo resultaram em consideráveis mudanças nos valores das forças aerodinâmicas que atuam no mesmo. Essa consequência somada à mudança na massa dos aviões durante a operação, devido ao alívio de cargas consideráveis ou do consumo de combustível, ocasionou em degenerações nas características de estabilidade em algumas condições de voo e, por isso, impossibilitando ou dificultando o controle de sua trajetória de voo (COOK, 2012). Portanto, o emprego de sistemas de controle realimentado para a correção dessas deficiências se mostrou uma solução viável em frente a inviabilidade de um projeto aerodinâmico eficaz em todas as situações às quais a aeronave passou a ser exposta. Nesse contexto, esse sistema de controle realimentado é conhecido como *Stability Augmentation System* (SAS).

O SAS é um sistema de controle automático com realimentação negativa que possui como objetivo prover à aeronave características de estabilidade adequadas em todo o envelope de voo. Nas condições de voo onde o comportamento dos modos oscilatórios de alta frequência seja inadequado, o sistema corrige suas flutuações minimizando o transitório na resposta do veículo após uma perturbação. Essa correção é necessária pois as velocidades de oscilação desses modos são superiores à capacidade humana de amortecê-los. O SAS recebe o sinal de velocidade angular de um sensor (normalmente um giroscópio mecânico), multiplica pelo ganho de realimentação e envia ao servomecanismo o comando de movimentação da superfície de controle, gerando um momento contrário à perturbação e, dessa forma, modificando a estabilidade aparente da aeronave.

O objetivo desse trabalho foi sintetizar e verificar a robustez de um controlador capaz de proporcionar um comportamento longitudinal adequado da aeronave, de forma que a mesma seja agradável e segura de pilotar. Logo, o método utilizado consistiu nas seguintes etapas: modelagem, simulação, trimagem, linearização, análise das características de estabilidade resposta, síntese e análise de robustez do controlador. O software utilizado para o desenvolvimento das referidas etapas foi o MATLAB.

1.1 Aeronave utilizada

O cenário geopolítico pós segunda guerra foi responsável pelo notável desenvolvimento em diversos campos da engenharia, incluindo o desenvolvimento de aeronaves de combate mais eficazes. O Departamento de Defesa Americano (DoD) abriu uma licitação de compra de uma aeronave com função primária de combate aéreo e secundária de ataque ao solo, com capacidade de transportar todo o eficaz armamento desenvolvido e alta capacidade de manobra, possibilitando um maior aptidão ao *dogfighting* em relação ao seu rival da época, o soviético *MiG-25* (BELSIMTEK, 2014). Essa licitação foi vencida em 23 de Dezembro de 1969 pela companhia McDonnell Douglas (BELSIMTEK, 2014).

O McDonnell Douglas F-15 *Eagle* é considerado uma das melhores aeronaves de combate que já existiu, vencendo mais de cem combates aéreos a serviço da Arábia Saudita, Israel e Estados Unidos sem uma única derrota (BELSIMTEK, 2014). O modelo recebeu a propulsão de duas turbinas Pratt & Whitney F-100 com 129710.14 N de empuxo máximo cada, proporcionando um empuxo maior que o peso da aeronave e, assim, permitindo uma considerável razão de subida e maior manobrabilidade. A aeronave em voo está representada na Figura 1.

Seu peso é de aproximadamente 12700 kgs quando vazia e de 20000 kgs quando dotada de todos os seus componentes de combate (BLAKELOCK, 1991). Suas velocidades máximas em baixas altitudes são de 1482 km/h ($M=1.2$) e em altas chegam a 2660 km/h ($M=2.5$). Sua taxa de subida inicial atinge 50000 pés/min (15240 m/min) e seu teto de serviço é de 65000 pés (19812 m) (BELSIMTEK, 2014). Sua superfície de controle longitudinal consiste em toda cauda horizontal, com o objetivo de fornecer maior eficácia de controle na geração de arfagem do veículo (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). Esse tipo de superfície é conhecida como *Stabilator*.

A escolha desta aeronave se deve ao seu contexto histórico e a facilidade em encontrar dados como coeficientes aerodinâmicos e geometria na literatura disponível.

Figura 1 – McDonnell Douglas F-15 Eagle.



Fonte: Belsimtek (2014).

1.2 Motivação

A maior motivação foi compreender toda a terminologia e aplicação das técnicas de controle em sistemas aeronáuticos, como *Autopilots* e *Stability Augmentation Systems* (SASs). Esses sistemas possuem vital importância para a operação segura e adequada das aeronaves de médio a grande porte atuais. Este trabalho utiliza uma *top-down approach*, partindo da definição do problema até a análise de robustez do controlador via simulação em conjunto com um sistema não linear. Logo, o diferencial deste trabalho consiste na análise de robustez, não muito comum em trabalhos de graduação.

A segunda motivação foi a mudança recente nos métodos de projetos. Atualmente, uma fatia considerável dos orçamentos é destinada às etapas de modelagem matemática e de simulação computacional, exigindo a exaustão das mesmas antes da construção de um protótipo real. Por isso, existe uma probabilidade considerável de um engenheiro de controle não atuar diretamente com o projeto de sistemas de controle de voo, mas sim com as etapas citadas anteriormente. Assim, o conhecimento em assuntos como mecânica clássica, dinâmica e simulação não pode ser subestimado.

1.3 Disposição e Organização dos Capítulos

No primeiro capítulo deste trabalho são definidos o problema inicial e algumas informações do SAS; o objetivo final do projeto, com suas subseqüentes etapas; o sistema real (aeronave) utilizado como referência e a motivação para o desenvolvimento deste projeto.

No segundo capítulo, uma abrangente fundamentação teórica é realizada, definindo a etapa de modelagem matemática genérica de uma aeronave para projetos de sistema de *Guidance, Navigation and Control* (GNC), simulação no MATLAB com base nos blocos AeroSim, obtenção de modelos lineares por métodos numéricos, análise da estabilidade dinâmica desses modelos, síntese de controladores com base na teoria de controle ótimo, agendamento de ganhos e Simulação Monte Carlo.

O terceiro capítulo fornece uma análise dos resultados obtidos e dificuldades encontradas, constatação da relevância de algumas etapas e sugestões para trabalhos futuros.

2 Fundamentação Teórica

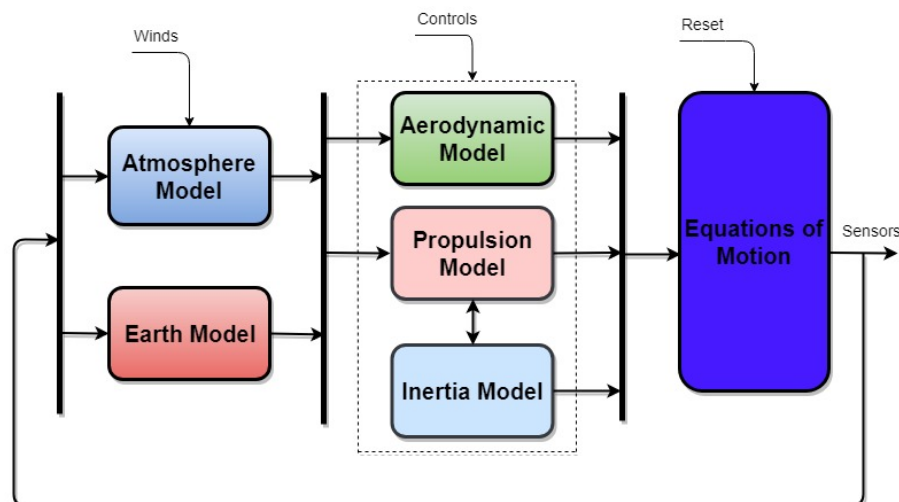
"Quem se propuser a discutir alguma coisa deve sempre começar falando daquilo que não irá discutir. Antes de apresentar o que se propõe provar, terá de apresentar aquilo que já se considera como provado" (CHESTERTON, 2012. p.27)

Antes de elucidar todas as etapas e procedimentos desenvolvidos neste trabalho, uma breve fundamentação teórica será realizada de forma que os assuntos abordados *a posteriori* estejam devidamente definidos e esclarecidos.

2.1 Modelagem e Ambiente de Simulação

Duas tarefas vitais para o desenvolvimento de diversos trabalhos no campo da engenharia consistem nas etapas de modelagem e simulação. A modelagem é uma etapa onde as características intrínsecas do sistema físico real são abstraídas em forma de equações matemáticas. Na etapa de simulação é onde experimentos com o modelo previamente desenvolvido são realizados, permitindo fazer previsões sobre o comportamento do sistema real caso a mesma situação ocorresse na realidade (CELLIER; KOFMAN, 2006). A Unmanned Dynamics desenvolveu um conjunto de blocos, denominado AeroSim, no ambiente de programação gráfica do MATLAB (Simulink) com o propósito de acelerar o processo de modelagem de aeronaves destinadas à simulação. Um diagrama funcional do AeroSim está designado na Figura 2.

Figura 2 – Diagrama funcional do AeroSim.



Fonte: Próprio Autor.

O modelo terrestre é definido pela norma utilizada em cartografia, WGS-84, que fornece o raio terrestre para cálculo da latitude e altitude da aeronave e um vetor da gravidade de acordo com essa posição.

O modelo da atmosfera é estabelecido pela atmosfera padrão e por um modelo de turbulência de Von Karman (contínuo). A Atmosfera Padrão consiste numa tentativa de abstração da natureza mutável da atmosfera em uma forma simplificada e adequada ao trabalho. Ela consiste numa tabela onde os valores de pressão (p), temperatura (T), densidade do ar (ρ) e velocidade do som (a) são especificados em função da altitude (ANDERSON, 2015).

O modelo aerodinâmico fornece as forças e momentos de origem aerodinâmica que atuam na aeronave em função de coeficientes obtidos em testes de túneis de vento, voos de teste ou simulação de fluido computacional. Estes coeficientes serão devidamente elucidados em uma subseção posterior.

O modelo de propulsão consiste em uma representação simplificada de um motor a hélice, relacionando o comando de aceleração e rotação do motor com as forças e momentos resultantes (saídas). Além disso, fornece o consumo de combustível, alterando a massa e inércia da aeronave conforme o avanço da simulação.

O modelo de inércia oferece os momentos, produtos de inércia e a posição do c.g com base na massa do veículo. O local do c.g depende da distribuição de massa e formato do veículo, sendo o consumo de combustível um dos fatores mais comuns de sua variação.

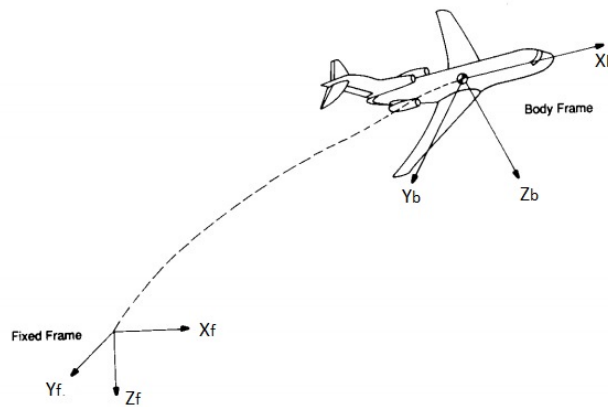
As equações de movimento serão resolvidas por alguma das técnicas de integração numérica fornecidas pelo MATLAB e relacionam as acelerações, momentos, raio da terra e gravidade com as velocidades, posição e apontamento da aeronave. Essas equações serão devidamente esclarecidas em uma seção posterior.

2.2 Referenciais

Antes de definir as equações que determinam o movimento de um veículo aéreo, alguns convenientes eixos de referência devem ser previamente estabelecidos. O primeiro deles é o referencial inercial definido como *Referencial Terrestre*, demonstrado na Figura 3. Sua origem é fixada na terra com seus eixos constituídos por vetores de direções *frd* (*forward* [x_f], *right* [y_f] e *down* [z_f]). A direção z_f é travada ao vetor de gravidade e aponta para o centro do planeta enquanto a direção x_f ao norte (COOK, 2012).

Outro eixo de referência utilizado é conhecido como *Body Frame*, também definido em termos vetoriais *frd*. Esta referência é normalmente fixada ao centro de gravidade da aeronave, com sua componente x_b alinhada à fuselagem e com o componente z_b direcionado para baixo (COOK, 2012). Essas referências estão representadas pela Figura 3.

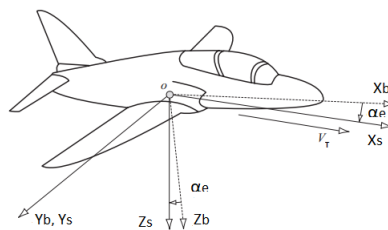
Figura 3 – Referencial Terrestre e de Corpo.



Fonte: Nelson (1998).

A terceira referência é conhecida como *Stability Axis* ou *Wind Axis*, representada na Figura 4. Essa referência também é fixada ao c.g da aeronave, porém seu eixo x é deslocado por um ângulo denominado *ângulo de ataque de equilíbrio* (α_e) em relação a x_b . Nesse referencial o ângulo de ataque é igual a zero, facilitando cálculos futuros. Seus componentes *frd* podem ser definidos como (x_s, y_s, z_s) ou (x_w, y_w, z_w).

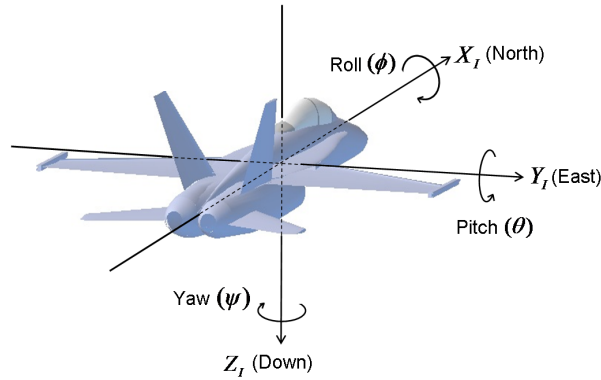
Figura 4 – Referencial de Estabilidade.



Fonte: Cook (2012).

A posição e orientação da aeronave devem ser definidas a partir de um referencial fixo. Como as equações de movimento são baseadas no referencial móvel, os componentes desses diferentes referenciais podem ser relacionados através de três rotações sucessivas e não comutativas determinadas pelos *Ângulos de Euler* (NELSON, 1998). Os Ângulos de Euler são os ângulos de rolagem (ϕ), arfagem (θ) e guinada (ψ) e estão representados na Figura 5. Essas rotações podem ser realizadas através de operações algébricas, multiplicando os componentes do referencial movel com uma matriz de rotação, denominada *Matriz de Cossenos Diretores* (DCM) (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015).

Figura 5 – Ângulos de Euler.



Fonte: CHRobotics LLC. Acedido a 11 de julho de 2018. <http://www.chrobotics.com/library/understanding-euler-angles>

A velocidade absoluta da aeronave observada de um referencial fixo pode ser descrita em termos da Matriz de Cossenos Diretores (DCM) e dos componentes de velocidade na referência de corpo, conforme as equações 2.1 (NELSON, 1998). A representação dos senos e cossenos foi reduzida para economia de espaço. Como a velocidade é a variação do deslocamento, a posição da aeronave em relação a um ponto fixo pode ser obtida integrando os resultados dessas mesmas equações (NELSON, 1998). A posição da aeronave é determinada em função da Latitude, Longitude e Altitude.

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

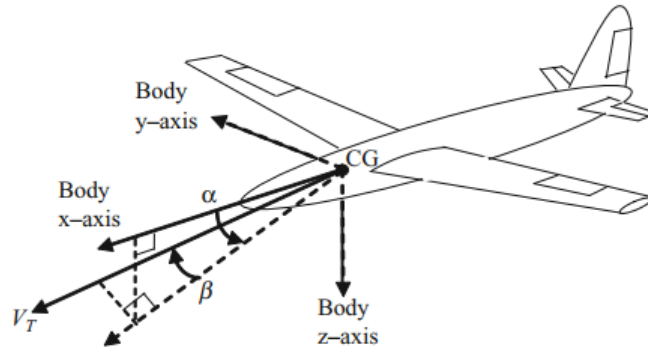
2.3 Equações de movimento

Os primeiros relatos de análises bem sucedidas do movimento de uma aeronave são atribuídos à Lanchester (1909) e Bryan (1911). A abordagem desenvolvida pelo segundo continua sendo empregada com poucas modificações e é utilizada como alicerce de diversos projetos na aeronáutica (COOK, 2012).

As equações de movimento são um conjunto de equações que determinam os movimentos de translação e rotação de um corpo rígido com seis graus de liberdade para pequenas perturbações. Seu objetivo é caracterizar o movimento do veículo de uma forma simplificada, mas válida para analisar os fatores governantes da característica de resposta da aeronave (MCRUER; ASHKENAS; GRAHAM, 1968).

A translação é determinada pela Velocidade de Translação (V_T), expressa por um vetor com uma dada magnitude e direção, representado na Figura 6. Essa direção é relacionada com o apontamento da aeronave pelos Ângulos de Ataque (α) e de Escorregamento (β). O primeiro determina a angulação vertical entre o eixo x_b e V_T , enquanto o segundo determina a angulação horizontal. Esses ângulos são conhecidos como *Ângulos Aerodinâmicos* (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015).

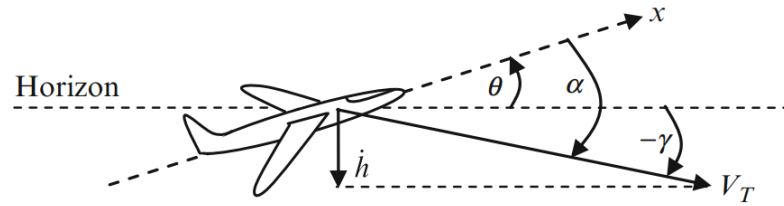
Figura 6 – Ângulos Aerodinâmicos.



Fonte: Lavretsky (2013).

Em relação aos referências, o ângulo vertical entre a linha horizontal e o vetor V_T é conhecido como Ângulo da Trajetória de Voo (γ). O ângulo de arfagem (θ) corresponde à angulação entre a linha horizontal da referência fixa e x_b . O ângulo de ataque (α) coincide com a inclinação entre V_T e o eixo x_b . Esses ângulos estão representados na Figura 7 e são relacionados de acordo com a equação 2.2.

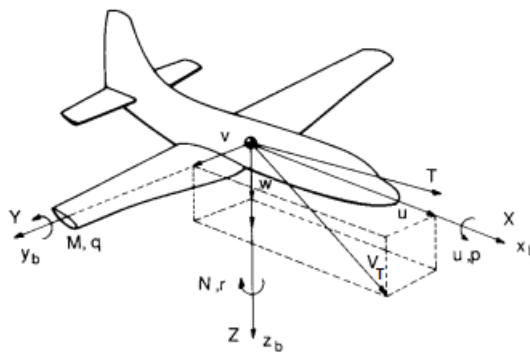
$$\gamma = \theta - \alpha \quad (2.2)$$

Figura 7 – Relação entre γ , α e θ .

Fonte: Lavretsky (2013).

De acordo com a Figura 8, V_T pode ser decomposta em três componentes vetoriais de velocidade denominados u , v e w , definidos a partir do *Body Frame*; similarmente, a Velocidade de Rotação (Ω) pode ser representada pelas suas componentes de velocidade angular de rolagem (rotação no eixo x_b), arfagem (rotação no eixo y_b) e guinada (rotação no eixo z_b) representados por p , q e r , respectivamente. A força total aplicada à aeronave pode ser representada pelas forças X , Y e Z , que atuam nos eixos x , y e z , nessa ordem; os Momentos Angulares (forças rotacionais) atuantes na aeronave são os Momentos de Rolagem (l), Arfagem (m) e Guinada (n), com seus sentidos definidos de acordo com a Figura 8. Essas forças e momentos são fundamentais para descrever o movimento da aeronave, pois regem as equações de movimento.

Figura 8 – Representação das Forças, Momentos e componentes das velocidades.



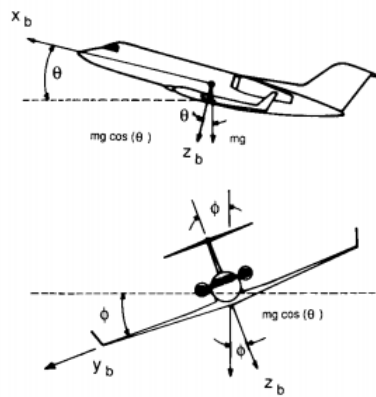
Fonte: Nelson (1998)

As equações de movimento da aeronave são obtidas através da aplicação da Segunda Lei de Newton, onde o somatório das forças e momentos são relacionados às acelerações lineares e angulares do centro de massa (c.m) do veículo (BLAKELOCK, 1991). Porém, um conjunto de simplificações deve ser adotado (MCRUER; ASHKENAS; GRAHAM, 1968). A primeira consiste em considerar a fuselagem como um corpo rígido. Essa abstração permite determinar o movimento da aeronave pela translação de seu centro

de massa e pela rotação em torno do mesmo, ignorando os efeitos aeroelásticos da estrutura da aeronave. A segunda consiste em considerar a Terra fixa no espaço. Essa abstração permite a aplicação das leis de Newton, dando origem ao chamado *Espaço Inercial* (BLAKELOCK, 1991). Na terceira, a massa e sua distribuição são adotadas como constantes. Considerando o referencial fixo à aeronave, os produtos e momentos de inércia também passam a ser considerados constantes. O quarto consiste em assumir o plano $x_b y_b$ como um plano de simetria. Consequentemente, os produtos de Inércia J_{xy} e J_{yz} podem ser considerados com valor zero.

As forças e momentos que atuam na aeronave e regem as equações são determinados por contribuições de origem Aerodinâmica, Gravitacional e Propulsiva (NELSON, 1998). As forças gravitacionais não geram momentos na aeronave devido à sua atuação no centro de massa do veículo (NELSON, 1998). Suas contribuições às forças externas são definidas pelas equações 2.3. A representação dessas forças está ilustrada na Figura 9.

Figura 9 – Representação das Forças Gravitacionais em função dos ângulos de Euler.



Fonte: Nelson (1998)

$$\begin{aligned} X_{gravitacional} &= -mg \sin \theta \\ Y_{gravitacional} &= mg \cos \theta \sin \phi \\ Z_{gravitacional} &= mg \cos \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (2.3)$$

A propulsão pode gerar forças rotacionais caso sua aplicação ocorra em um ponto diferente do centro de massa ou devido ao desbalanceamento entre as forças aplicadas pelas turbinas (COOK, 2012). Diante de sua maior complexidade em comparação com os outros agentes causadores, as forças e momentos aerodinâmicos serão discutidos na próxima seção.

As equações não lineares que descrevem o movimento de translação e rotação de uma aeronave estão listadas nas equações 2.4 (NELSON, 1998). Os componentes do lado esquerdo das equações são as forças e momentos. O lado direito define a complexa combinação dos deslocamentos e rotações. O AeroSim fornece as equações de movimento em função das derivadas de velocidade de translação e rotação.

$$\begin{aligned}
X - mg \sin \theta &= m(\dot{u} + qw - rv) \\
Y + mg \cos \theta \sin \phi &= m(\dot{v} + ru - pw) \\
Z + mg \cos \theta \cos \phi &= m(\dot{w} + pv - qu) \\
l &= I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + qr(I_z - I_y) - I_{xz}pq \\
m &= I_y \dot{q} + rq(I_x - I_z) + I_{xz}(p^2 - r^2) \\
n &= -I_{xz} \dot{p} + I_z \dot{r} + pq(I_y - I_x) + I_{xz}qr
\end{aligned} \tag{2.4}$$

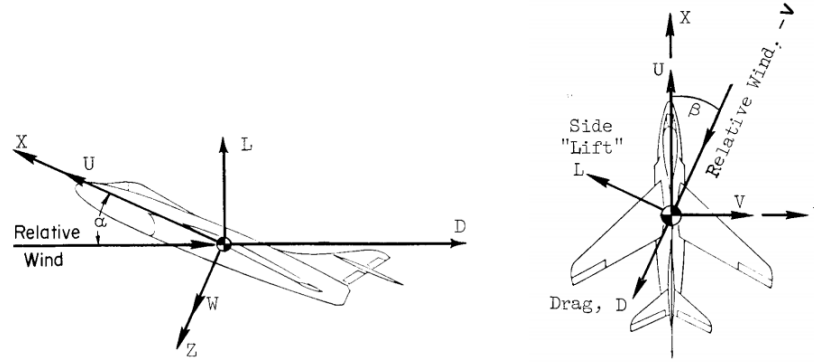
2.4 Coeficientes Aerodinâmicos

As forças e momentos que atuam na aeronave são determinados por diferentes fatores, sendo as de origem aerodinâmicas geradas pela interação entre a atmosfera e a aeronave em movimento. Com o objetivo de simplificar a medição e estimação dessas forças, os parâmetros atmosféricos e da *Flight Condition* (FC) da aeronave são agrupados em fatores adimensionais denominados *Coeficientes Aerodinâmicos*. Esses coeficientes fazem parte das fundamentais equações para a aerodinâmica aplicada e são responsáveis por representar a complexa interação entre a física do campo de fluxo e a aeronave de uma forma extremamente simplificada e adequada ao cálculo (ANDERSON, 2015).

As forças podem ser obtidas por meios experimentais, apresentando maior precisão e custo, ou por meios computacionais e empíricos, mais utilizados nos estágios iniciais e na verificação do projeto (ROSKAM, 1998). Os métodos experimentais compreendem os testes em túneis de vento ou voos de teste, mensurando as forças após perturbações em uma condição de equilíbrio específica, causadas pelas superfícies de controle ou motor (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). Fluxos de ar diferentes podem possuir os mesmos valores de Mach (M) e Número de Reynolds (Re), reduzindo o número de testes necessários. Os dois são conhecidos como *Parâmetros de Similaridade* (ANDERSON, 2015). Esse princípio também permite que as medições em túneis de vento sejam aplicadas a aviões reais em voo livre.

Como os coeficientes aerodinâmicos são normalmente obtidos a partir de perturbações na condição de equilíbrio da aeronave (i.e $\beta = 0$, ignorando a "sustentação lateral"), as forças consideradas são as de Sustentação (L), Arrasto (D) e Vento Cruzado ou Lateral (Y) (MCRUER; ASHKENAS; GRAHAM, 1968). Alternativamente, essas mesmas forças podem ser representadas em termos da força Axial (X), Normal (Z) e Lateral (Y), alinhadas aos eixos do *body frame* X_b , Y_b e Z_b , respectivamente. As forças pertinentes ao movimento longitudinal estão representadas na Figura 10 e as diferentes configurações dos coeficientes de acordo com o eixo de referência adotado estão na Tabela 1.

Figura 10 – Representação das Forças atuantes na aeronave.



Fonte: McRuer (1968)

Tabela 1 – Coeficientes Aerodinâmicos nos diferentes referenciais.

Referência	x	y	z
Corpo	C_X	C_Y	C_Z
Estabilidade	C_D	C_Y	C_L

Fonte: Próprio Autor.

Na prática, o Número de Reynolds e a pressão dinâmica (\bar{q}) são obtidos através de um modelo de densidade e temperatura atmosférica em uma dada condição de voo. Consequentemente, os coeficientes aerodinâmicos são especificados em termos dos ângulos aerodinâmicos (α e β), Mach (M), altitude (h), deflexões nas superfícies de controle ($\delta_{(s)}$) e aceleração (δ_T) conforme a definição 2.5 (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015).

$$C = C_{()}(\alpha, \beta, M, h, \delta_s, \delta_T) \quad (2.5)$$

Cada coeficiente contribui de forma *sui generis* à dinâmica da aeronave e podem ser definidos em termos de derivadas da série de Taylor, com suas contribuições determinadas pelas variáveis citadas anteriormente. O AeroSim define os coeficientes segundo as equações 2.6.

$$\begin{aligned}
C_L &= C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_{\delta_f}} \delta_f + C_{L_{\delta_e}} \delta_e + \frac{c}{2V_T} (C_{L_\alpha} \dot{\alpha} + C_{L_q} q) + C_{L_M} M \\
C_D &= C_{D_0} + \frac{(C_L - C_{L_0})^2}{\pi \cdot e \cdot AR} + C_{D_{\delta_f}} \delta_f + C_{D_{\delta_e}} \delta_e + C_{D_{\delta_a}} \delta_a + C_{D_{\delta_r}} \delta_r + C_{L_M} M \\
C_Y &= C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r + \frac{b}{2V_T} (C_{Y_p} p + C_{Y_r} r) \\
C_m &= C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\delta_f}} \delta_f + C_{m_{\delta_e}} \delta_e + \frac{c}{2V_T} (C_{m_\alpha} \dot{\alpha} + C_{m_q} q) + C_{m_M} M \\
C_l &= C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_r}} \delta_r + \frac{b}{2V_T} (C_{l_p} p + C_{l_r} r) \\
C_n &= C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_{\delta_r}} \delta_r + \frac{b}{2V_T} (C_{n_p} p + C_{n_r} r)
\end{aligned} \quad (2.6)$$

As equações que determinam as forças e momentos que atuam em uma aeronave estão definidas nas equações 2.7. Essas equações relacionam a pressão dinâmica, área de aplicação, a interação da aeronave com fluxo de ar e braço de momento - comprimento (b) ou Corda Média Aerodinâmica da asa (\bar{c}) -, no caso dos momentos.

$$\begin{aligned}
 L &= \bar{q} \cdot S \cdot C_L \\
 D &= \bar{q} \cdot S \cdot C_D \\
 Y &= \bar{q} \cdot S \cdot C_Y \\
 l &= \bar{q} \cdot S \cdot b \cdot C_l \\
 m &= \bar{q} \cdot S \cdot \bar{c} \cdot C_m \\
 n &= \bar{q} \cdot S \cdot b \cdot C_n
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

2.5 Trimagem e Linearização

Como os temas de trimagem e linearização possuem forte correlação, os mesmos serão tratados no presente capítulo. Todo sistema real possui alguma não linearidade. Como a maior parte das ferramentas de análise e projeto conhecidas são baseadas em sistemas lineares, uma importante etapa consiste em linearizar o sistema não linear em torno de um ponto de operação desejado (KHALIL; GRIZZLE, 2002). Na primeira subseção, a definição e a busca do ponto de operação serão tratados. Na segunda, o assunto da linearização será esclarecido.

2.5.1 Trimagem

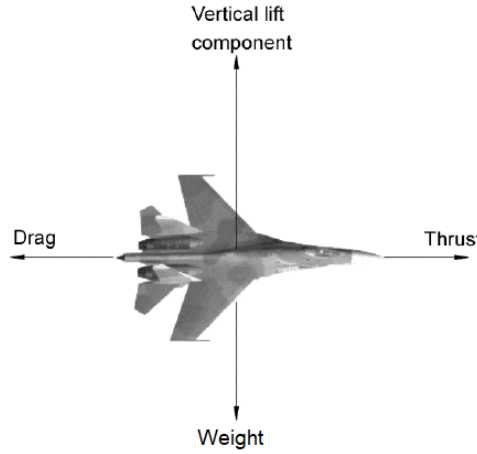
O ponto de operação também é conhecido como ponto de trim, equilíbrio ou simplesmente repouso (LJUNG; GLAD, 1994). Essa condição é utilizada como estado inicial no estudo do comportamento de sistemas não lineares, possibilitando a obtenção de modelos lineares, análise das características de desempenho e comparação entre diferentes modelos (MARCO; DUKE; BERNDT, 2007). Além disso, essa condição equilibrada muitas vezes corresponde a um comportamento desejado do sistema (LJUNG; GLAD, 1994). Portanto, cabe ressaltar que a condição de equilíbrio abarca não apenas o repouso, mas também movimentos não acelerados. Uma representação utilizada para sistemas não lineares está definida na equação 2.8 (VIDYASAGAR, 2002).

$$\dot{x} = f(t, x(t), u(t)), \forall t \geq 0 \tag{2.8}$$

De acordo com Stengel (1986), um ponto de equilíbrio é encontrado quando a combinação dos estados iniciais e o vetor de controle tornam a função f igual a zero. Nessa condição os estados do sistema são constantes e, conseqüentemente, a saída também será invariante no tempo. Um sistema equilibrado permanece nessa condição até que seja perturbado (VIDYASAGAR, 2002).

Como as aeronaves são sistemas altamente não lineares, devido à variação das forças aerodinâmicas, a mesma ideia pode ser aplicada em sua análise. O procedimento de trimagem de aeronaves pode ser visto como a busca do balanço entre as forças e momentos atuantes em um veículo (LAVRETSKY; WISE, 2013). As forças que devem ser equilibradas são normalmente consideradas como Sustentação (L), Arrasto (D), Propulsão (T) e Peso (W), representadas na Figura 11.

Figura 11 – Forças atuantes na aeronave após perturbações.



Fonte: Belsimtek (2014).

Esse ponto analítico pode ser obtido com auxílio computacional. Esse método foi abordado por autores como De Marco (2007) e Stevens e Lewis (2015). Por meio de otimização numérica é possível encontrar uma combinação dos ângulos de Euler, deflexão das superfícies de controle e aceleração do motor que minimize uma função custo (J), composta pelos quadrados das acelerações das velocidades de translação e rotação do veículo (MARCO; DUKE; BERNDT, 2007). Essa função custo está definida na equação 2.9.

$$J = \dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2 + \dot{p}^2 + \dot{q}^2 + \dot{r}^2 \quad (2.9)$$

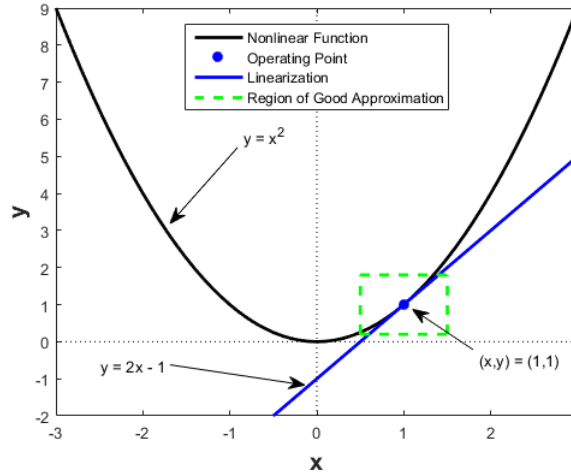
As variáveis que possibilitam esse estado de equilíbrio são agrupadas em um vetor denominado *Vetor de Trimagem* (ξ). Para que esse vetor seja encontrado, algumas considerações devem ser levadas em conta. Primeiramente, a massa da aeronave deve ser considerada constante. Segundo, o modelo da terra plana deve ser utilizado, possibilitando o encontro de regimes de voo permanentes como asas niveladas horizontalmente ou manobra de retorno em altitude constante. A terceira é a limitação que algumas variáveis do vetor devem possuir durante sua busca, através da definição de vínculos. O vetor de equilíbrio buscado está definido na equação 2.10, sendo composto pelos ângulos de Euler, comando dos ailerons (δ_a), profundores (δ_e), leme direcional (δ_r) e motores (δ_T).

$$\xi = [\phi, \theta, \psi, \delta_a, \delta_e, \delta_r, \delta_T] \quad (2.10)$$

2.5.2 Linearização

Uma representação da ideia de linearização está ilustrada na Figura 12. Dada uma função não linear que descreve o comportamento de um sistema, existe uma função linear semelhante nas regiões próximas ao ponto de operação.

Figura 12 – Exemplo Linearização.



Fonte: Mathworks. Acedido a 15 de julho de 2018.
<https://www.mathworks.com/help/slcontrol/ug/linearizing-nonlinear-models.html>

A teoria da Linearização por pequenas perturbações foi pioneiramente aplicada às aeronaves por Bryan (1911). Os elementos não lineares presentes nas equações de movimento são as Forças e Momentos. Esses componentes podem ser simplificados e representados em termos de derivadas da série de Taylor, de forma que as forças e momentos sejam aproximadamente lineares após pequenas perturbações e em regiões próximas ao ponto de operação. Essas derivadas são conhecidas como *Derivadas de Estabilidade*.

Segundo Nelson (1998), as forças e momentos que atuam na aeronave após uma perturbação podem ser representados em termos das derivadas de estabilidade e das variações nos estados e comandos de referência (equilíbrio), resultando na equação 2.11.

$$\begin{aligned}
 \Delta X &= \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\
 \Delta Y &= \frac{\partial Y}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial Y}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial Y}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \\
 \Delta Z &= \frac{\partial Z}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial Z}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\
 \Delta l &= \frac{\partial l}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial l}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial l}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial l}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial l}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a \\
 \Delta m &= \frac{\partial m}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial m}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial m}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial m}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial m}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial m}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \\
 \Delta n &= \frac{\partial n}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial n}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial n}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial n}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial n}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Além disso, a teoria das pequenas perturbações permite considerar o desacoplamento entre as dinâmicas longitudinal e lateral, permitindo sua análise de forma independente (NELSON, 1998). Assim, essas equações são definidas por 2.12 e 2.13, com as derivadas de estabilidade sendo representadas em termos após sua divisão pela massa ou momento de inércia da aeronave, ou seja, em sua forma concisa.

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial}{\partial t} - X_u\right)\Delta u - X_w\Delta w + (g \cos \theta_0)\Delta\theta = X_{\delta_e}\Delta\delta_e + X_{\delta_T}\Delta\delta_T \\
& - Z_u\Delta u + \left[(1 - Z_{\dot{w}})\frac{\partial}{\partial t} - Z_w\right]\Delta w - \left[(u_0 + Z_q)\frac{\partial}{\partial t} - g \sin \theta_0\right]\Delta\theta = Z_{\delta_e}\Delta\delta_e + Z_{\delta_T}\Delta\delta_T \\
& - m_u\Delta u - (m_{\dot{w}}\frac{\partial}{\partial t} + m_w)\Delta w + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - m_q\frac{\partial}{\partial t}\right)\Delta\theta = m_{\delta_e}\Delta\delta_e + m_{\delta_T}\Delta\delta_T
\end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial}{\partial t} - Y_v\right)\Delta v - Y_p\Delta p + (u_0 - Y_r)\Delta r - (g \cos \theta_0)\Delta\phi = Y_{\delta_r}\Delta\delta_r \\
& - l_v\Delta v + \left(\frac{\partial}{\partial t} - l_p\right)\Delta p - \left(\frac{I_{xz}}{I_x}\frac{\partial}{\partial t} + l_r\right)\Delta r = l_{\delta_a}\Delta\delta_a + l_{\delta_r}\Delta\delta_r \\
& - n_v\Delta v - \left(\frac{I_{xz}}{I_z}\frac{\partial}{\partial t} + n_p\right)\Delta p + \left(\frac{\partial}{\partial t} - n_r\right)\Delta r = n_{\delta_a}\Delta\delta_a + n_{\delta_r}\Delta\delta_r
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Um sistema linearizado pode ser representado em espaço de estados conforme as equações 2.14 (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2013).

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= A \cdot x + B \cdot u \\
y &= C \cdot x + D \cdot u
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Consequentemente, as equações linearizadas do movimento longitudinal de uma aeronave podem ser representadas em espaço de estados de acordo com as equações abaixo:

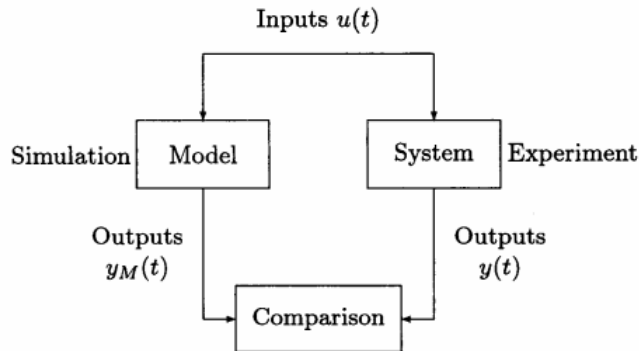
$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ m_u + m_{\dot{w}}Z_u & m_w + m_{\dot{w}}Z_w & m_q + m_{\dot{w}}u_{eq} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \\
&\quad \begin{bmatrix} X_{\delta} & X_{\delta_T} \\ Z_{\delta} & Z_{\delta_T} \\ m_{\delta} + m_{\dot{w}}Z_{\delta} & m_{\delta_T} + m_{\dot{w}}Z_{\delta_T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{lt} \\ \delta_T \end{bmatrix} \\
y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

2.5.3 Validação do Modelo

O método de linearização apresenta como maiores limitações o conhecimento limitado em torno de um ponto de equilíbrio e a abstração na passagem das características do sistema não linear para o sistema linearizado, onde as não linearidades são aproximadas e simplificadas (KHALIL; GRIZZLE, 2002). Portanto, um modelo deve possuir uma região de validade e a qualidade da aproximação na região especificada (ANDERSSON, 1999).

Como um sistema pode apresentar dinâmicas diferentes em condições de operação distintas, uma abordagem comum é trabalhar com diferentes modelos matemáticos com complexidades e precisões distintas, como a abordagem utilizada em modelagem de aeronaves (LJUNG; GLAD, 1994). O processo através do qual a confiabilidade de um modelo matemático é determinada é conhecido como *validação de modelo* (LJUNG; GLAD, 1994). Uma abordagem comum na qualificação de um modelo é utilizar simulações onde a resposta do modelo é comparada com a do sistema real, com a diferença resultante determinando sua similaridade (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998). Uma representação dessa ideia está na Figura 13.

Figura 13 – Teste de Validação de modelos.



Fonte: Ljung (1994).

Uma métrica comum para essa análise é o *Mean Squared Error* (MSE), definido pela equação 2.15. O erro mínimo quadrático é igual ao quadrado das diferenças entre as saídas do sistema real e o modelo linearizado divididas pelo número de amostras (n).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_{Real}(i) - Y_{Lin}(i))^2 \quad (2.15)$$

2.6 Modos Longitudinais

Os modos que compõem as respostas laterais e longitudinais da aeronave são divididos em dois grupos: um relacionado com as rotações, composto pelos *Short-Period*, *Roll* e *Dutch Roll* e outro grupo envolvido com mudanças na trajetória de voo, composto pelo *Phugoid* e *Spiral* (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015).

A resposta longitudinal da aeronave pode ser aproximada por uma resposta de um sistema de quarta ordem composta por dois pares de pólos conjugados complexos. Cada par de pólos descreve a dinâmica de um modo oscilatório, sendo um com período curto e altamente amortecido (*Short-Period*) e outro com período longo e levemente amortecido (*Phugoid*) (NELSON, 1998).

O *Short-Period* consiste numa oscilação rápida ($1 - 10 \text{ rad/s}$) e altamente amortecida na arfagem (COOK, 2012). Durante essa oscilação, a velocidade da aeronave (V_T) permanece praticamente constante. Essa oscilação está representada na Figura 14. Uma descrição análoga desse movimento está representada na Figura 15. Após uma perturbação, a mola produz um efeito de recuperação para a posição inicial, causando uma oscilação na arfagem, reduzida pelo amortecedor. Na prática, esses efeitos possuem origens aerodinâmicas e dominadas pela cauda da aeronave.

Figura 14 – Representação do movimento do modo oscilatório de período curto.

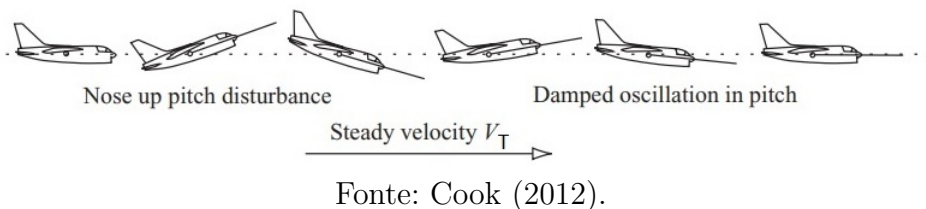
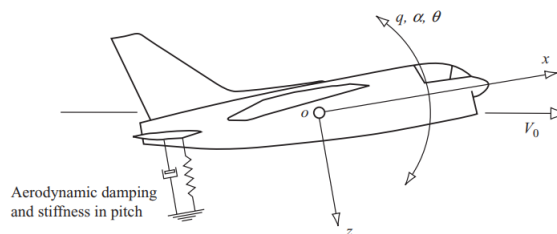


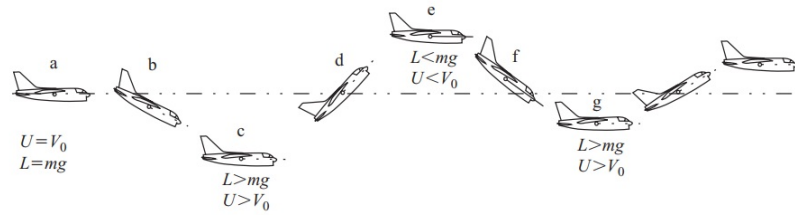
Figura 15 – Análogo físico do *Short-Period*.



O *Phugoid* pode ser definido como uma trajetória de voo senoidal de baixa frequência ($0.1 - 1 \text{ rad/s}$) e amortecendo em torno da altitude inicial (COOK, 2012). Analogamente, esse modo foi descrito como um oscilatório harmônico, onde ocorrem sucessivas trocas entre a energia cinética e a gravitacional (LANCHESTER, 1909). Essa oscilação

está representada na Figura 16. Ao perder velocidade, ocorre um desequilíbrio no balanço entre as forças de sustentação e peso, resultado da redução na primeira e ocasionando numa perda de altitude com um α constante. Conforme a aeronave perde altitude, a velocidade cresce, causando um aumento na sustentação e um ganho gradual na altitude. Esse ciclo se repete com amplitudes cada vez menores devido ao arrasto, efetuando a dissipação do movimento (COOK, 2012). Como as aeronaves são projetadas para possuírem pouco arrasto, essa é a principal causa das características do *Phugoid*.

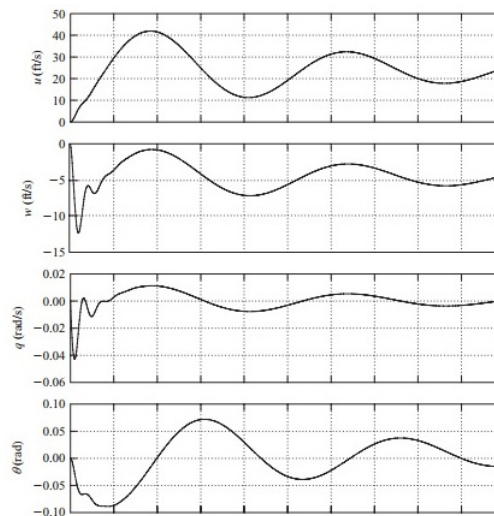
Figura 16 – Representação do modo oscilatório de período longo.



Fonte: Cook (2012).

Os dois modos oscilatórios longitudinais contribuem de forma *sui generis* à resposta da aeronave após alguma perturbação. A natureza do *Short-Period* é perceptível como um transiente inicial na resposta da aeronave nas variáveis w , q ; enquanto o *Phugoid* é melhor visualizado nas variáveis u e θ . (COOK, 2012). Essa definição está representada na Figura 17. Caso os modos rotacionais, responsáveis pela manobrabilidade da aeronave, sejam pouco amortecidos ou inadequadamente rápidos, o piloto experimentará dificuldades ou estará impossibilitado de controlar a aeronave (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015).

Figura 17 – Resposta Longitudinal de uma Aeronave a uma perturbação.



Fonte: Cook (2012)

2.7 Norma MIL-F-8785C

Um dos principais objetivos do projetista é disponibilizar uma aeronave que além de possuir um bom desempenho, seja agradável e segura de pilotar (boas qualidades de voo e pilotagem). Consequentemente, a opinião do piloto assume vital importância em todo esse processo. Porém, elas são subjetivas e estão sujeitas a mudanças devido a diversos fatores como: a fase de voo da aeronave, ergonomia e visibilidade da cabine do veículo, condições meteorológicas e fatores físicos ou psicológicos (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). Diante dessa dificuldade, diversas pesquisas foram realizadas com o intuito de quantificar essas opiniões, possibilitando seu uso em situações que requerem um método analítico. Uma das mais importantes foi a escala de Cooper-Harper, com o objetivo de formalizá-las através da atribuição de uma nota à aeronave após voos de teste (COOPER; JR, 1969). Outros trabalhos importantes resultaram nas normas MIL-F-8785C e MIL-STD-1797A (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). Como o último documento possui circulação restrita, o presente trabalho será centrado na norma MIL-F-8785C.

A MIL-F-8785C possui força normativa nos EUA, sendo promulgada pelo *Department of Defense* (DoD) e *Federal Aeronautics Administration* (FAA) (COOK, 2012). A norma fornece um conjunto de especificações analíticas que devem ser alcançadas pelas aeronaves militares (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). As especificações foram obtidas através da relação das opiniões dos pilotos com as características de estabilidade e controle das aeronaves e definidas em termos dos parâmetros da resposta de sistemas de quarta ordem. As aeronaves são classificadas conforme seu tamanho e manobrabilidade, pela fase de voo e pelas qualidades de voo esperadas, de acordo com a Figura 18.

Figura 18 – Classificação de aeronaves - MIL-F-8785C.

Airplane Classes

- Class I: Small, light airplanes.
- Class II: Medium weight, low-to-medium-maneuverability airplanes.
- Class III: Large, heavy, low-to-medium-maneuverability airplanes.
- Class IV: High-maneuverability airplanes.

Flight Phases

- Category A: Nonterminal flight phases generally requiring rapid maneuvering.
- Category B: Nonterminal flight phases normally accomplished using gradual maneuvers without precision tracking, although accurate flight-path control may be required.
- Category C: Terminal flight phases normally accomplished using gradual maneuvers and usually requiring accurate flight-path control.

Flying Qualities Levels

- Level 1: Flying qualities adequate for the mission flight phase.
 - Level 2: Flying qualities adequate to accomplish the mission flight phase, but some increase in pilot workload or degradation in mission effectiveness exists.
 - Level 3: Flying qualities such that the airplane can be controlled safely, but pilot workload is excessive, or mission effectiveness is inadequate, or both.
-

Fonte: Stevens (2015).

Um fator determinante nas características da resposta, que não era levado em conta por ser praticamente constante nas aeronaves clássicas, é conhecido como *Atraso no Ângulo de Incidência* (T_{θ_2}) (COOK, 2012). Sua importância se dá pela determinação do atraso entre o ângulo da trajetória de voo (γ) e o ângulo de arfagem (θ) e também por possuir forte correlação com os picos na velocidade de arfagem (COOK, 2012). Essa constante de tempo também pode ser expressa em termos do *Fator de Carga por Unidade de Ângulo de Ataque* (η_α), que quantifica a influência de α na sensação de aceleração do *Cockpit*, fornecendo um *feedback* ao piloto. Alguns limites especificados pela norma são definidos em função desse parâmetro, que pode ser obtido através da equação 2.16, relacionando Z_w (variação na força normal devido à incidência) com V_T e a gravidade.

$$\eta_\alpha = \frac{-Z_w V_T}{g} \equiv \frac{V_T}{g T_{\theta_2}} \quad (2.16)$$

As especificações dos parâmetros do *Short-Period* estão definidos na Tabela 2, enquanto as especificações do modo *Phugoid* estão na Tabela 3.

Tabela 2 – Especificações das características do *Short-Period*. MIL-F-8785C.

Nível	Categoria A	Categoria B	Categoria C
1	$0.35 \leq \zeta_{sp} \leq 1.30$	$0.30 \leq \zeta_{sp} \leq 2.00$	$0.35 \leq \zeta_{sp} \leq 1.30$
	$0.28 \leq \frac{W_{nsp}^2}{\eta_\alpha} \leq 3.60$	$0.085 \leq \frac{W_{nsp}^2}{\eta_\alpha} \leq 3.60$	$0.16 \leq \frac{W_{nsp}^2}{\eta_\alpha} \leq 3.60$
	$W_{nsp} \geq 1.0$		$W_{nsp} \geq 0.7$
2	$0.25 \leq \zeta_{sp} \leq 2.00$	$0.20 \leq \zeta_{sp} \leq 2.00$	$0.25 \leq \zeta_{sp} \leq 2.00$
	$0.16 \leq \frac{W_{nsp}^2}{\eta_\alpha} \leq 10$	$0.038 \leq \frac{W_{nsp}^2}{\eta_\alpha} \leq 10$	$0.096 \leq \frac{W_{nsp}^2}{\eta_\alpha} \leq 10$
	$W_{nsp} \geq 0.6$		$W_{nsp} \geq 0.4$
3	$\zeta_{sp} \geq 0.15$	$\zeta_{sp} \geq 0.15$	$\zeta_{sp} \geq 0.15$
	$\frac{W_{nsp}^2}{\eta_\alpha} \geq 0.16$	$\frac{W_{nsp}^2}{\eta_\alpha} \geq 0.038$	$\frac{W_{nsp}^2}{\eta_\alpha} \geq 0.096$

Fonte: Stevens (2015).

Tabela 3 – Especificações das características do *Phugoid*. MIL-F-8785C.

Nível	ζ_p
1	≥ 0.04
2	≥ 0
3	$T_{2p} \geq 55$ segundos

Fonte: Stevens (2015).

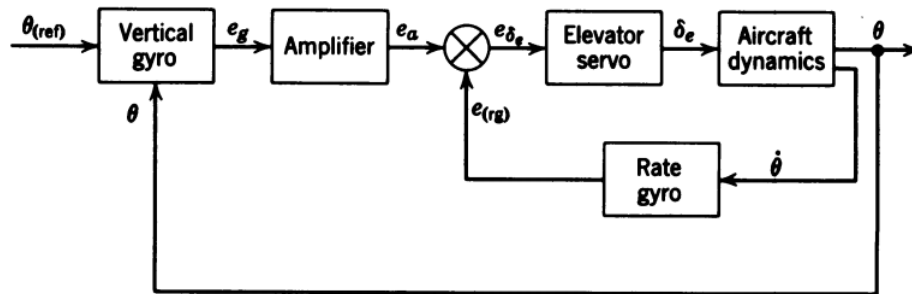
Como a capacidade do piloto em lidar com a componente rápida da resposta é restrita e sua velocidade e amortecimento são muito influentes na manobrabilidade da aeronave, as especificações de boas qualidades de voo do *Short-Period* são mais rígidas em relação ao modo de período longo (COOK, 2012).

2.8 Stability Augmentation System (SAS)

No passado era possível providenciar um comportamento adequado à aeronave com um único projeto de geometria da fuselagem. Com o advento das aeronaves de maior desempenho, essa característica deixou de ser a condição suficiente para uma dinâmica adequada. Essas inadequações são decorrentes das não linearidades aerodinâmicas decorrentes da variação nas condições de voo (COOK, 2012). A frequência W_{nsp} é reduzida conforme o aumento na altitude de voo, enquanto ζ_{sp} diminui conforme a queda na pressão dinâmica (\bar{q}), resultante de baixas velocidades, ou acréscimo na altitude (ROSKAM, 1998). Para sanar essa dificuldade, o uso de sistemas de controle com realimentação negativa para modificar as características de estabilidade da aeronave se mostrou como uma solução eficaz (COOK, 2012).

As aeronaves a jato possuem um sistema de gerenciamento de voo denominado *Flight Control System* (FCS). Esse gerenciador agrupa diferentes sistemas de controle realimentados com suas respectivas funções. O FCS é constituído por dois conjuntos de realimentações, divididas em realimentações externas e internas. Uma representação dessas realimentações está presente na Figura 19, onde o ramo interno corresponde ao SAS longitudinal, enquanto o externo ao Piloto automático de deslocamento longitudinal.

Figura 19 – Realimentações Internas e Externas (SAS e *Autopilot*).



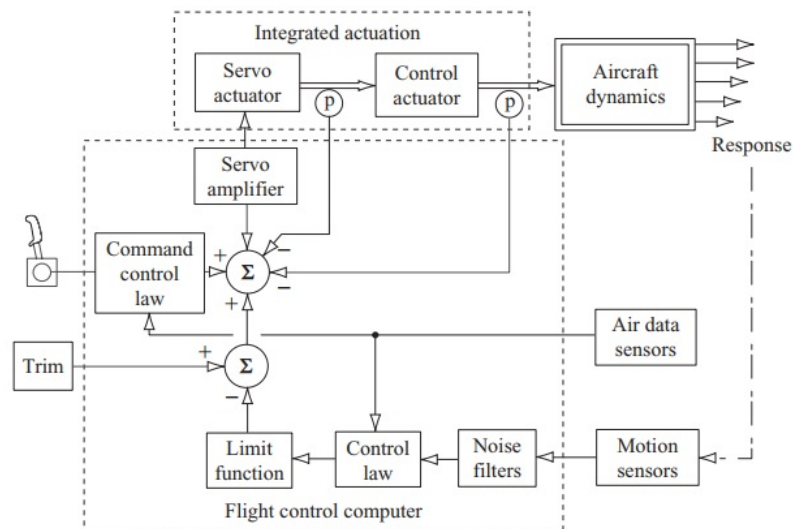
Fonte: Blakelock (1991)

O ramo interno é essencial para a operação contínua e adequada da aeronave e é chamado de *Longitudinal Stability Augmentation System* (SAS). Essa realimentação possui como objetivo adequar a amplitude e velocidade da oscilação rápida da resposta e, consequentemente, proporcionar uma frequência de oscilação e amortecimento do *Short-Period* em harmonia com a norma MIL-F-8785C (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). O ramo externo é responsável pelas funções de *Autopilot*, encarregado em manter voos equilibrados ou realizar manobras de precisão (COOK, 2012). O piloto automático modifica a característica dos modos de período longo, que podem ser ajustados pelo piloto, mas podem gerar fadigas em voos prolongados. (MCRUER; ASHKENAS; GRAHAM, 1968).

O SAS Longitudinal, também conhecido como *Pitch Damper*, normalmente é responsável por aumentar o amortecimento do *Short-Period*. Logo, o sistema mede a velocidade angular de arfagem (q), processa esse sinal, aplica a lei de controle e envia o comando processado ao servomecanismo que posiciona a superfície de controle longitudinal, gerando um momento contrário ao causado pela perturbação de forma que o movimento resultante seja atenuado (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015).

A composição do SAS está ilustrada na Figura 20. O SAS é um sistema composto por filtros anti-ruído, lei de controle, função limitadora e amplificador do sinal para o servo, sendo boa parte dessas funções embutidas no controlador ou *Flight Control Computer*. A lei de controle é a expressão matemática que descreve o funcionamento do SAS e normalmente engloba um Filtro Passa Altas (HPF) com o objetivo de evitar a oposição do sistema a comandos de manobras enviados pelo piloto (COOK, 2012). A função limitadora tem como objetivo delimitar os valores máximos, mínimos e a taxa de deflexão das superfícies de controle. Os filtros de ruído possuem o propósito de ignorar medições inexistentes e defeitos nos sensores. A trimagem passou a ser feita por meios eletrônicos.

Figura 20 – Arquitetura - SAS.



Fonte: Cook (2012).

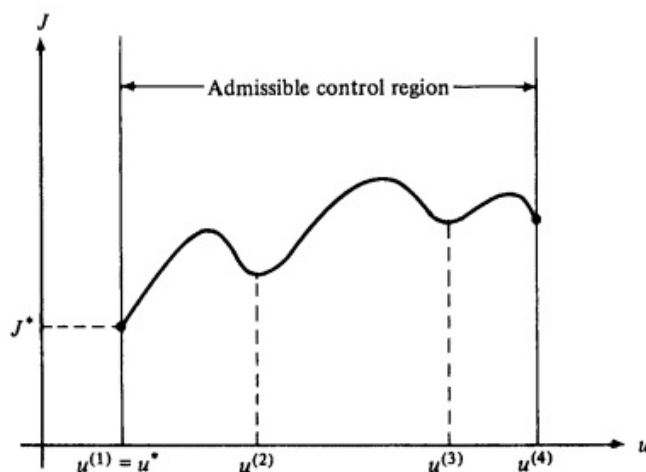
2.9 Projeto de Controladores e Controle Ótimo

De acordo com D’Azzo e Houpis (1995), um projeto de um sistema de controle pode ser realizado através dos seguintes procedimentos: definir um conjunto de especificações de desempenho; traduzir em especificações da engenharia de controle; modelar ou identificar o sistema a ser controlado; analisar a dinâmica do modelo; caso necessário, projetar um controlador para corrigi-la e que continue sendo válido mesmo quando existam *desvios de projeto* (DORF; BISHOP, 2011); fazer uma simulação com o sistema não linear e o controlador projetado.

Com o surgimento de sistemas com Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas (MIMO) e instáveis, novas técnicas de projetos de controle foram necessárias, visando proporcionar estabilidade e desempenho adequados (LAVRETSKY; WISE, 2013). Esse ambiente foi responsável por impulsionar o desenvolvimento e a aplicação da Teoria de Controle Ótimo. Essa teoria utiliza o conhecimento do campo de cálculo variacional e de otimização matemática. Seu objetivo é determinar os sinais de controle que minimizarão (ou maximizarão) um critério de performance enquanto as limitações físicas do processo sejam satisfeitas (KIRK, 2012). O critério é determinado por uma *Função Custo* (J_c), composta pelos vetores de estado, controle e pesos atribuídos aos mesmos.

Como é possível observar na Figura 21, a função representada possui um mínimo global e outros três mínimos locais. Porém, a busca da minimização da função custo consiste na busca pelo mínimo global (KIRK, 2012).

Figura 21 – Exemplo de função custo.



Fonte: Kirk (2012).

A chave computacional para a solução da função custo e determinação da Lei de Controle Ótimo é a equação de Riccati, resolvida numericamente como um problema de autovalor para uma matriz (GLAD; LJUNG, 2014). A solução numérica desse problema pode ser obtida com o auxílio de pacotes de softwares, como o MATLAB.

Um dos objetivos de um controlador é regular o erro entre a referência e o sinal do sensor a zero, enquanto garante uma característica de resposta adequada (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). Essa tarefa é conhecida como problema de regulação. Um caso especial da teoria de controle ótimo, utilizado na síntese de controladores mais eficazes, é conhecido como *Linear Quadratic Regulator* (LQR) (FRANKLIN; POWELL; EMAMINAEINI, 2013). O nome deriva de sua aplicação em sistemas lineares, por possuir função custo quadrática e ser empregada ao caso do regulador (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998). A função custo do LQR está definida na equação 2.17. As especificações de desempenho são definidas através das matrizes Q e R , responsáveis por definir um peso ao custo de estados e esforço de controle toleráveis na busca.

$$J_c = \int x^T Q x + u^T R u \quad (2.17)$$

Uma de suas vantagens é o fechamento simultâneo de todas as malhas de realimentação (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). Outra serventia é auxiliar o projetista na alocação dos pólos tanto em sistemas MIMO quanto com uma única entrada e saída (SISO) (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998). Além disso, fornece um controlador com Margem de Ganho infinita e Margem de Fase mínima de 60° (em cada canal de entrada da planta) (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007). Essas propriedades garantem estabilidade ao sistema e performance robusta, i.e. bom desempenho mesmo na presença de dinâmicas não modeladas ou variação nos parâmetros utilizados no modelo do projeto. Portanto, os controladores sintetizados por esse método apresentam propriedades importantes para aplicação em sistemas não lineares (ANDERSSON, 1999).

2.10 Agendamento de Ganho

Em 1950, o aumento na variação das forças aerodinâmicas atuantes nas aeronaves de alta performance foi o elemento causativo das diversas pesquisas em controle adaptativo (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013). Os projetistas inicialmente buscavam um novo esquema para os Sistemas de Controle de Voo que solucionasse a ineficácia dos controladores realimentados com ganhos fixos. Essa ineficácia é explicada pela abordagem de projeto baseada na linearização resultar em um controlador cujo desempenho é garantido apenas na vizinhança do ponto de operação no qual foi projetado (KHALIL; GRIZZLE, 2002). Caso o ponto de operação mude, os parâmetros do controlador também devem ser alterados.

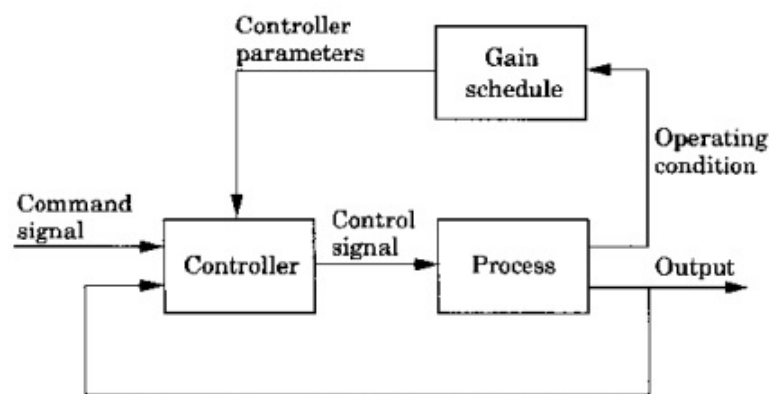
Uma das soluções encontradas para sanar essa dificuldade é denominada como Controle Adaptativo. Como a complexidade do controle adaptativo tende a dificultar sua implementação, uma forma mais simples do mesmo pode ser utilizada, como o Agendamento de Ganho (FRANKLIN; POWELL; WORKMAN, 1998). Devido a sua simplicidade, essa é uma solução padronizada em projetos de controle de aeronave, onde dentre

os diversos controladores projetados o que está mais próximo do ponto de operação atual é selecionado (GLAD; LJUNG, 2014).

Um dos pilares do funcionamento do Agendamento de Ganho consiste na existência de uma ou mais variáveis correlacionadas com as mudanças nos parâmetros do sistema. Dessa forma, quando a variação da dinâmica do processo é predizível, modelos do sistema com parâmetros variáveis podem ser construídos, com essa variação definida pelas *Variáveis de Agendamento* (KHALIL; GRIZZLE, 2002).

De acordo com (KHALIL; GRIZZLE, 2002), o Agendamento de Ganho consiste em uma família de controladores implementada em um único controlador cujos parâmetros variam de acordo com as variáveis de agendamento. Ele é composto por um controlador com parâmetros ajustáveis e um mecanismo de ajuste, comandado pelas variáveis de agendamento. A Figura 22 possui o esquema representativo com seus componentes.

Figura 22 – Diagrama esquemático do Agendamento de Ganho.



Fonte: Astrom (2013).

Os ganhos nas diferentes condições de operação são calculados *a priori* e alocados em uma tabela. Esses ganhos encontrados nos diversos pontos de análise serão combinados através de uma interpolação linear (agendamento) de forma que as diferentes leis de controle sejam combinadas em um único controlador com ganhos variáveis, válido para todos os pontos de operação (LAVRETSKY; WISE, 2013).

Uma das grandes desvantagens desse método consiste na falta de realimentação da resposta ao mecanismo de ajuste, ou seja, o mecanismo de ajuste é uma combinação em malha aberta. Outra desvantagem é o tempo despendido em projeto para calcular os diferentes ganhos em todas as zonas de referência de operação do sistema. A grande vantagem dessa abordagem é a rápida mudança nos parâmetros do controlador de acordo com as mudanças no processo devido aos ganhos serem pré-calculados, economizando tempo de processamento em comparação com a estimação em tempo real (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013).

2.11 Simulação Monte Carlo

A necessidade de entender os possíveis resultados de problemas com natureza incerta somada ao aumento na capacidade de processamento dos computadores deu origem à *Simulação Monte Carlo*. O nome foi uma referência direta aos jogos de azar praticados em cassinos e seu desenvolvimento ocorreu na tentativa de prever as chances de um resultado em um jogo de cartas (GUTTAG, 2013). Sua primeira aplicação foi realizada no Projeto Manhattan com a finalidade de antever as consequências da fissão nuclear (GUTTAG, 2013).

A Simulação Monte Carlo consiste em um programa dinâmico onde são executadas recursivas simulações com entradas diferentes e aleatórias (ou pseudo-aleatórias) originando uma massa de dados que será analisada por métodos estatísticos (KORN, 2007). Esse conjunto de simulações modifica a essência da simulação computacional determinística incluindo aleatoriedade no modelo analisado (RUBINSTEIN; KROESE, 2016). A teoria da probabilidade nos permite quantificar situações altamente variáveis, mas com algum comportamento consistente (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 2011). Na engenharia de controle, uma das utilidades dessas simulações consiste na verificação de robustez de controladores.

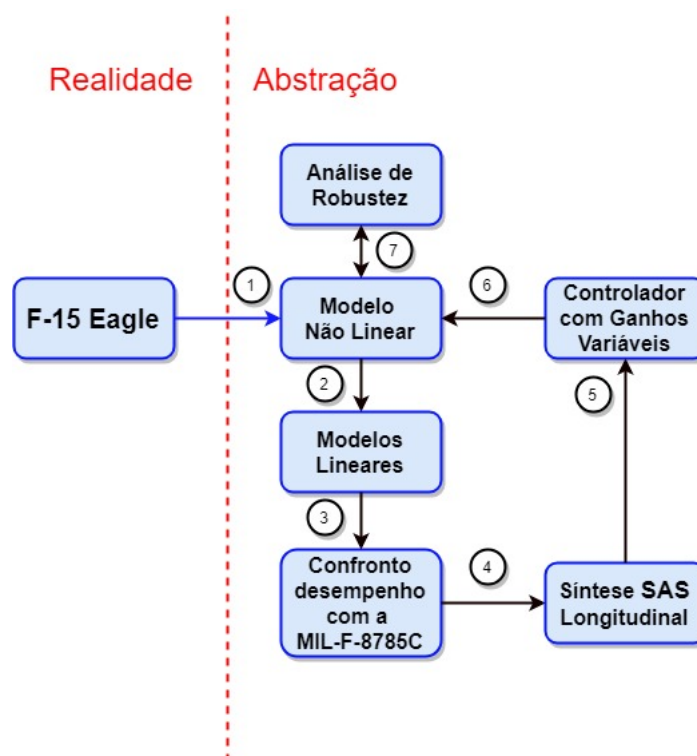
A aleatoriedade adicionada nas simulações é dependente da área de investigação e da natureza do problema. Entretanto, o método Monte Carlo pode ser definido pelas seguintes etapas genéricas:

1. Definir um domínio de entradas possíveis;
2. Gerar entradas aleatórias dentro do domínio previamente especificado;
3. Realizar sucessivas simulações com cada uma das entradas geradas;
4. Analisar os resultados através de métodos estatísticos.

3 Desenvolvimento e Resultados

O presente capítulo tem como objetivo sintetizar um controlador para a dinâmica longitudinal da aeronave F-15 com base em um modelo matemático não linear com parâmetros variáveis e analisar a robustez do mesmo. Um esquema com as consecutivas etapas está representado na Figura 23. As etapas foram: a partir de informações da aeronave real em três condições de voo, configurar um modelo não linear, parametrizando esses dados nos blocos fornecidos pelo AeroSim e provendo modelos para o atuador e propulsores; trinar a aeronave em situações análogas às condições de voo, obter modelos matemáticos linearizados que descrevam seu comportamento nas proximidades desses pontos de operação e a qualidade desses modelos; analisar a resposta longitudinal em função das características dos modos oscilatórios à luz da norma MIL-F-8785C; nas condições que a aeronave apresentar um desempenho inadequado, sintetizar o SAS longitudinal; agrupar os controladores projetados em um único com ganhos variáveis; verificar a resposta do modelo não linear com esse controlador unificado; analisar a robustez do controlador, realizando Simulações Monte Carlo para emular distúrbios de vento com alta frequência e pseudo-aleatórios, obtendo respostas e analisando-as com métodos estatísticos. Todas essas etapas foram realizadas no software MATLAB.

Figura 23 – Representação das etapas do projeto.



Fonte: Próprio Autor.

3.1 Definição do modelo não-linear

A primeira etapa consistiu na construção do modelo não linear no ambiente de simulação, com base nas informações aerodinâmicas relativas ao *Eagle* com 50% de combustível no tanque e em três condições de voo. Os dados foram obtidos em Blakelock (1991). As informações a respeito das características geométricas da aeronave (área da asa $[S]$, comprimento da asa $[b]$, *Mean Aerodynamic Chord* $[\bar{c}]$ e Razão de Aspecto $[AR]$) estão definidos na Tabela 4. As informações que definem as condições de voo - altitude (h), velocidade de deslocamento (V_T), Mach (M) e pressão dinâmica (\bar{q}) -, características de massa, como peso do veículo, momentos de inércia (I_x, I_y, I_z), produto de inércia (I_{xz}) e a posição do Centro Aerodinâmico (AC) e Centro de Gravidade (c.g) para as três Condições de Voo analisadas estão presentes na tabela 5.

Tabela 4 – Dados da geometria do F-15.

	S	b	\bar{c}	AR
Unidade	m^2	m	m	<i>adimensional</i>
Valor	56.485	13.04	4.85	3

Fonte: Blakelock(1991).

Tabela 5 – Condições de voo, característica de massa, inércia, AC e c.g

	Unidade	FC 1	FC 2	FC 3
h	m	1524	6096	12192
V_T	m/s	267.52	252.84	236.16
M	<i>adimensional</i>	0.8	0.8	0.8
\bar{q}	N/m^2	37676.98	21062.53	8431.71
Peso	kg	16283.97	16283.97	16283.97
I_x	$kg * m^2$	$3.4574 * 10^4$	$3.4574 * 10^4$	$3.4574 * 10^4$
I_y	$kg * m^2$	$2.2588 * 10^5$	$2.2588 * 10^5$	$2.2588 * 10^5$
I_z	$kg * m^2$	$2.5354 * 10^5$	$2.5354 * 10^5$	$2.5354 * 10^5$
J_{xy}	$kg * m^2$	$-1.3558 * 10^3$	$-1.3558 * 10^3$	$-1.3558 * 10^3$
c.g	m	$[-1.2681 \ 0 \ 0]$	$[-1.2681 \ 0 \ 0]$	$[-1.2681 \ 0 \ 0]$
AC	m	$[-1.2146 \ 0 \ 0]$	$[-1.2146 \ 0 \ 0]$	$[-1.2146 \ 0 \ 0]$

Fonte: Blakelock (1991).

Os coeficientes aerodinâmicos (C_L , C_D , C_Y , C_l , C_m e C_n) do F-15 nas três condições de voo estão definidos nas equações 3.1 a 3.3 em função de suas derivadas da série de Taylor. No modelo não linear essas derivadas foram fornecidas a *Lookup Tables*, com suas variações determinadas pela mudança de altitude.

Condição de voo 1 (M=0.8 e Altitude=1524 m):

$$\begin{aligned}
 C_L &= 0.075 + 4.17 \alpha + 0.36 \delta_{lt} \\
 C_D &= 0.05 + \frac{(C_L - 0.075)^2}{\pi \cdot 0.7 \cdot 3} + 0 \alpha \\
 C_Y &= -0.87 \beta + 0.19 \delta_r - 0.006 \delta_a + 0.06 p + 0.38 r \\
 C_l &= -0.057 \beta + 0.027 \delta_a + 0.004 \delta_r + 0.03 r - 0.19 p \\
 C_m &= -0.37 \alpha - 0.45 \delta_{lt} - 0.036 q \\
 C_n &= 0.14 \beta + 0.0097 \delta_a - 0.094 \delta_r - 0.02 p - 0.28 r
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Condição de voo 2 (M=0.8 e Altitude=6096 m):

$$\begin{aligned}
 C_L &= 0.135 + 4.17 \alpha + 0.36 \delta_{lt} \\
 C_D &= 0.05 + \frac{(C_L - 0.135)^2}{\pi \cdot 0.7 \cdot 3} + 0.21 \alpha \\
 C_Y &= -0.87 \beta + 0.2 \delta_r - 0.006 \delta_a + 0.135 p + 0.36 r \\
 C_l &= -0.086 \beta + 0.035 \delta_a + 0.004 \delta_r + 0.05 r - 0.24 p \\
 C_m &= -0.37 \alpha - 0.45 \delta_{lt} - 0.038 q \\
 C_n &= 0.11 \beta + 0.011 \delta_a - 0.094 \delta_r - 0.035 p - 0.29 r
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

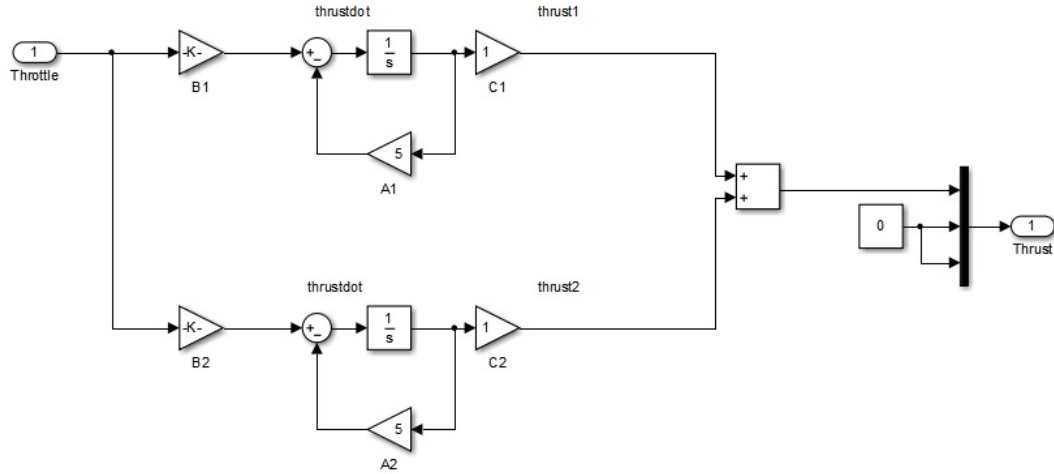
Condição de voo 3 (M=0.8 e Altitude=12192 m):

$$\begin{aligned}
 C_L &= 0.335 + 4.17 \alpha + 0.365 \delta_{lt} \\
 C_D &= 0.06 + \frac{(C_L - 0.335)^2}{\pi \cdot 0.7 \cdot 3} + 0.764 \alpha \\
 C_Y &= -0.96 \beta + 0.2 \delta_r - 0 \delta_a + 0.11 p + 0.3 r \\
 C_l &= -0.14 \beta + 0.045 \delta_a + 0.003 \delta_r + 0.088 r - 0.27 p \\
 C_m &= -0.37 \alpha - 0.46 \delta_{lt} - 0.0412 q \\
 C_n &= 0.14 \beta + 0.012 \delta_a - 0.093 \delta_r - 0.035 p - 0.3 r
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Um modelo simplificado foi adotado na representação das turbinas PW-100, com o vetor de força aplicada alinhado ao eixo x_b e, conseqüentemente, nenhum momento será gerado. Seu modelo matemático consiste numa relação simples entre a aceleração e a potência desenvolvida (129710.14 N), limitada apenas pelo atraso de resposta do motor (0.2 s), obtido em Zipfel (2000). A potência desenvolvida pelo motor foi obtida em (BOEING, 2016). A equação diferencial resultante e sua representação por diagramas de blocos no simulink estão definidos na equação 3.4 e na Figura 24, respectivamente.

$$0.2 \cdot \dot{\tau} + \tau = 129710.14 \cdot \delta_T \tag{3.4}$$

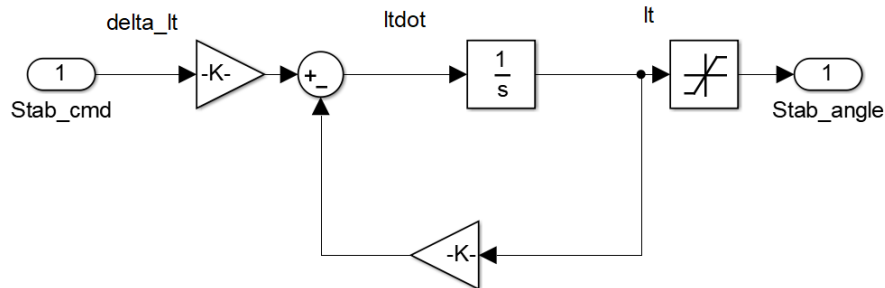
Figura 24 – Representação do Modelo Matemático das turbinas PW-100 no Simulink.



Fonte: Próprio Autor

Diante da impossibilidade de encontrar um modelo matemático do atuador das superfícies de controle do F-15, o modelo da aeronave F-16 obtido em Stevens (2015) foi utilizado. A representação do atuador consiste num atraso entre o comando e o deslocamento efetivo da superfície de controle e possui deflexão máxima e mínima de +25 e -25 graus. A constante de tempo de atraso na resposta possui valor de 0.0495 segundos. Assim sendo, esse modelo foi representado em espaço de estados no Simulink de acordo com a Figura 25. A equação 3.5 descreve o comportamento do estabilizador:

$$0.0495 \cdot \dot{lt} + lt = 1 \cdot \delta_{lt} \quad (3.5)$$

Figura 25 – Representação do modelo do *Stabilator* no Simulink.

Fonte: Próprio Autor

Os sensores utilizados para a medição dos estados da aeronave foram considerados ideais, i.e. com sua dinâmica representada por um ganho unitário.

3.2 Trimagem e Linearização

Após configurar o modelo não linear, uma etapa importante nos projetos de sistema de controle automático consiste na obtenção de um modelo matemático linearizado. Portanto, foi preciso encontrar os pontos de operação iniciais a partir dos quais o sistema será analisado. Na aviação, seus pontos de operação também são conhecidos como Condições de Voo.

3.2.1 Trimagem

Dois scripts foram desenvolvidos com a finalidade de trimar a aeronave na condição de voo equilibrado com asas niveladas e altitude constante ($\phi = \gamma = 0$) com o auxílio de um algoritmo de otimização numérica *fmincon*, que tem como objetivo minimizar uma função multivariável $f(x)$ através de um vetor x , com limites definidos por $lb \leq x \leq ub$. Os scripts "*Função Trimagem*", conjuntamente com o a configuração do otimizador (*fmincon*), e "*Função Custo*" estão nos Apêndices A e B. Considerando a equação 2.2, γ igual a zero resulta em $\theta = \alpha$. Porém, como o ângulo de ataque (α) não pode ser especificado diretamente na simulação, um vínculo entre ele e a velocidade de translação (w) teve que ser estabelecido. Essa conexão foi definida pela equação 3.6.

$$w = u \cdot \tan \theta \quad (3.6)$$

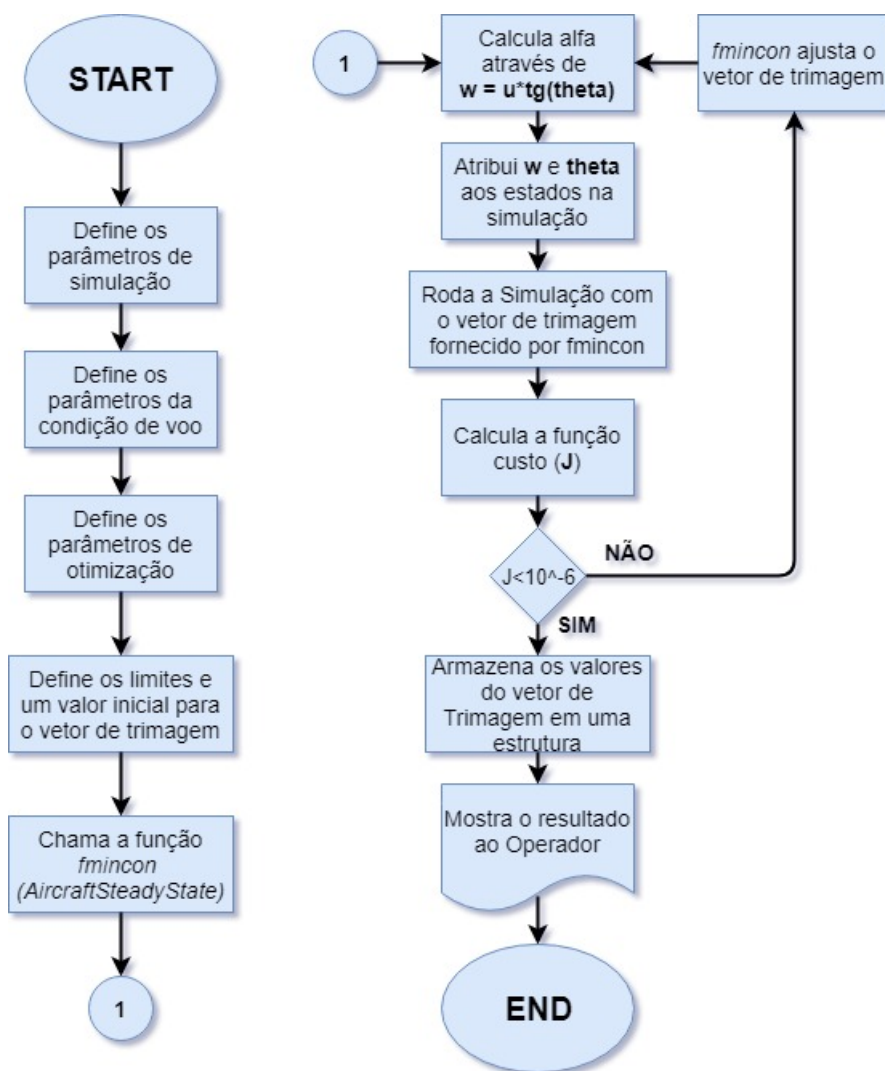
Como o presente trabalho se limita à análise da dinâmica longitudinal, a função custo também foi restrita à mesma. Logo, o vetor de trimagem e a função custo foram definidos pelas equações 3.7 e 3.8. O vetor de trimagem é composto pelos comandos do estabilizador (δ_{lt}), aceleração nas turbinas (δ_τ) e o ângulo de arfagem (θ). A função custo, que será minimizada, é composta pela soma dos quadrados das acelerações de translação (\dot{u} e \dot{w}) e a aceleração da arfagem (\dot{q}).

$$\xi_{long} = [\delta_{lt} \ \delta_\tau \ \theta] \quad (3.7)$$

$$J_{long} = \dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \dot{q}^2 \quad (3.8)$$

Os códigos desenvolvidos realizam as seguintes tarefas: definir a condição de voo (através da velocidade u e altitude desejadas), atribuir o valor zero aos outros estados e às entradas de controle, definir os parâmetros do algoritmo de otimização e os limites das variáveis do vetor de trimagem; iterativamente, testar e ajustar as diferentes combinações dos componentes do vetor de trimagem na simulação; quando a função custo atingir um valor inferior a 10^{-6} , o vetor de trimagem é armazenado junto com informações da sua condição de voo e o resultado é mostrado na tela. Essas tarefas estão ilustradas no fluxograma presente na Figura 26. A definição clássica do problema de otimização está presente no apêndice D.

Figura 26 – Fluxograma dos algoritmos de trimagem.



Fonte: Próprio Autor.

Os códigos descritos anteriormente foram utilizado para descobrir os estados e sinais de controle necessários para equilibrar a aeronave nas três condições de voo estudadas, originando as informações contidas na Tabela 6.

Tabela 6 – Dados dos vetores de trimagem.

	Unidade	FC 1	FC 2	FC 3
Stabilator	[grau]	-0.1152	-0.2012	-0.4963
Acelerador	[0-1]	0.8368	0.4791	0.2796
Theta	[grau]	-0.0127	-0.0143	-0.0470
w	[m/s]	-0.0591	-0.0633	-0.1936

Fonte: Próprio Autor.

3.2.2 Linearização Numérica

Como são três as condições de equilíbrio, foram obtidos três modelos matemáticos linearizados, um para cada condição de voo. A linearização foi realizada numericamente utilizando o comando *linearize* do MATLAB em cada uma das FCs, especificando a ordem do sistema desejado, os estados mais relevantes (no caso, u , w , q e θ) e sua ordem nas matrizes. O comando obtém um modelo linear aproximado do modelo não linear no simulink a partir dos estados iniciais e entradas de controle iniciais. Os modelos em representações em espaço de estados obtidos foram:

Condição de voo 1 (M = 0.8 e Altitude = 1524 metros):

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0499 & -0.0099 & 0.0591 & -9.8123 \\ -0.0738 & -2.07 & 267.5169 & 0.0022 \\ 0 & -0.0555 & -1.6529 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.0769 \\ -47.2302 \\ -20.4797 \\ 0 \end{bmatrix} [\delta_{lt}]$$

$$y = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix}$$

Condição de voo 2 (M = 0.8 e Altitude = 6096 metros):

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0302 & -0.0705 & 0.0627 & -9.7982 \\ -0.0778 & -1.2102 & 252.83 & 0.0024 \\ 0 & -0.0325 & -0.79637 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.0713 \\ -26.0866 \\ -11.3116 \\ 0 \end{bmatrix} [\delta_{lt}]$$

$$y = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix}$$

Condição de voo 3 (M = 0.8 e Altitude = 12192 metros):

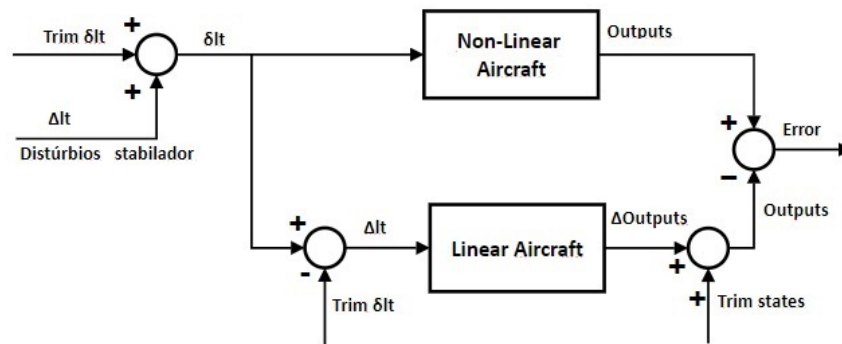
$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0190 & -0.1057 & 0.1936 & -9.7794 \\ -0.0833 & -0.5252 & 236.1590 & 0.0080 \\ 0 & -0.0140 & -0.4213 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.0864 \\ -10.6644 \\ -4.6630 \\ 0 \end{bmatrix} [\delta_{lt}]$$

$$y = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix}$$

3.2.3 Verificação de Similaridade dos modelos

Diante da impossibilidade de comparar as respostas dos modelos obtidos com o sistema real (validar), a similaridade entre os modelos foi verificada. O procedimento consistiu na comparação entre a resposta do modelo não linear com a dos modelos linearizados obtidos. A representação da estrutura utilizada para a comparação é mostrada na Figura 27. O modelo não linear recebeu o comando de trimagem do *Stabilator* acrescido das entradas de perturbação crescentes no estabilizador. Porém, o sistema linearizado recebeu apenas as perturbações por possuir seus estados deslocados; enquanto suas saídas foram acrescidas dos seus respectivos valores de referência (u , w , q , θ e h).

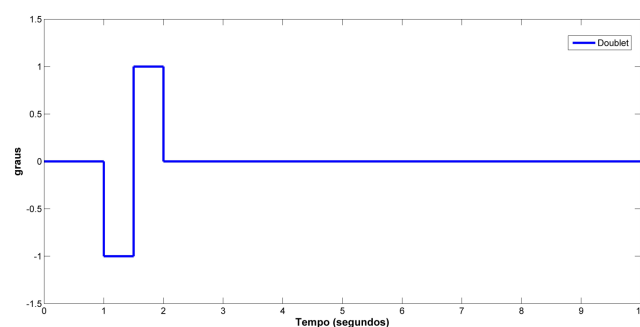
Figura 27 – Estrutura dos testes de verificação dos modelos



Fonte: Próprio Autor.

Um conjunto de perturbações de teste foi aplicado na estrutura definida, com formato delimitado de acordo com a Figura 28 e tempo de simulação de 80 segundos. As entradas utilizadas são conhecidas como *doublet*, uma entrada bidirecional com valor médio igual a zero com o objetivo de perturbar a aeronave e retorná-la ao estado inicial quando a mesma cessar (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). As amplitudes foram de 0.1 grau até 2 graus, aumentando em 0.1 até o limite especificado.

Figura 28 – Entrada utilizada nos testes - *Doublet*.

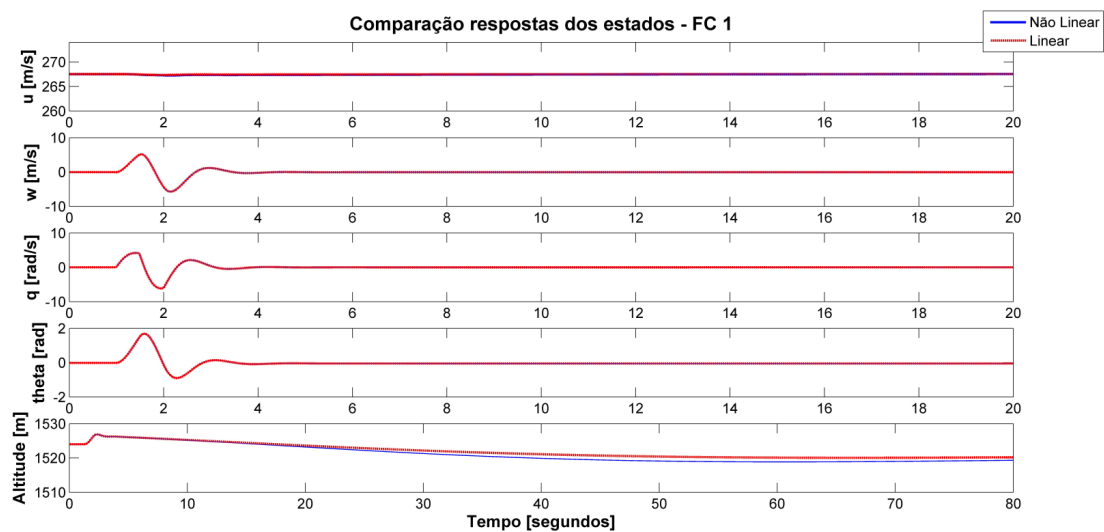


Fonte: Próprio Autor.

As respostas dos estados u , w , q e θ e a variação da altitude foram comparadas utilizando a métrica do erro médio quadrático (MSE). Esses valores obtidos nessas comparações estão explicitados, para as três condições de voo, nas Tabelas 12, 13 e 14 no Apêndice C.

De acordo com os dados obtidos e listados nessas tabelas, o sistema apresentou uma boa aproximação nos estados u , w , q e θ . A altitude apresentou uma divergência maior à medida que a amplitude máxima da entrada *Doublet* foi aumentada e o erro se tornou maior à medida que o tempo de simulação aumentava. Por esse motivo, o MSE máximo admitido na altitude foi de um metro. Um exemplo de respostas dos estados consideradas adequadas na condição de voo 1 estão representadas na Figura 29. Consequentemente, a igualdade mínima tolerável está definida na Tabela 7. Ou seja, aplicando uma perturbação com essas amplitudes máximas, os modelos lineares fornecem uma aproximação suficiente do comportamento do modelo não linear, principalmente no regime transitório da resposta. Cabe ressaltar que os limites mínimos adotados podem ser consideravelmente mais restritivos em situações práticas. Todavia, o critério utilizado no presente trabalho teve como objetivo marcar um princípio metodológico.

Figura 29 – Exemplo de similaridade admitida.



Fonte: Próprio Autor.

Tabela 7 – Limites de Similaridade.

	Unidade	FC 1	FC 2	FC 3
Doublet	[graus]	1	0.8	1.6

Fonte: Próprio Autor.

3.3 Análise dos Modos Longitudinais

Segundo as definições da MIL-F-8785C, o F-15 é uma aeronave de classe IV, na fase de voo categoria C (voo de cruzeiro) e o objetivo é que ela possua qualidades de voo nível 1. Os modos característicos da resposta longitudinal foram obtidos através do comando *damp* do MATLAB, que calcula a magnitude dos pólos e o seu ângulo a partir da origem ($s = 0$), fornecendo a frequência natural de oscilação (W_n) e o seu fator de amortecimento (ζ), respectivamente. Os valores paramétricos dos modos da aeronave (ζ_p , ζ_{sp} , W_{n_p} , $W_{n_{sp}}$ e N_α) nas três condições de voo e as especificações da norma estão definidos na Tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros dos modos longitudinais.

Parâmetros	MIL-F-8785C	FC 1	FC 2	FC 3
$W_{n_p}/W_{n_{sp}}$	<0.1	0.010	0.016	0.030
ζ_p	>0.04	0.52	0.28	0.14
ζ_{sp}	$0.35 \leq \zeta_{sp} \leq 1.3$	0.43	0.35	0.25
$W_{n_{sp}}^2/N_\alpha$	$0.16 \leq \frac{W_{n_{sp}}^2}{N_\alpha} \leq 3.6$	0.32	0.30	0.27

Fonte: Próprio Autor.

Conforme os dados obtidos, a primeira condição de voo possui uma resposta longitudinal adequada segundo os critérios da MIL-F-8785C. Apesar da dinâmica da resposta na condição de voo 2 estar em conformidade com a norma, o amortecimento possui valor muito próximo ao limite definido. A terceira condição de voo necessita de correção no amortecimento do modo oscilatório de período curto. Logo, as dinâmicas das FC 2 e 3 devem ser corrigidas por um SAS Longitudinal.

3.4 Síntese de Controlador

Os ganhos do SAS Longitudinal foram encontrados utilizando o comando *lqr* do MATLAB, fornecendo as matrizes de Dinâmica (A), Controle (B), Custo de estados (Q) e Esforço de controle (R) para cada condição de voo. Este comando obtém um vetor de ganhos K que minimiza a função definida em 2.17. Como ponto de partida para a definição das matrizes Q e R foi utilizada a *Regra de Bryson* dos máximos deslocamentos (STEVENSON; LEWIS; JOHNSON, 2015). A utilidade dessa regra consiste na normalização dos estados, ou seja, variáveis de unidades distintas e incomunicáveis passam a ser correlacionadas em uma mesma métrica (0 1). Essas matrizes estão representadas na equação 3.9.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{u_{max}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{w_{max}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{q_{max}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\theta_{max}^2} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$R = \frac{1}{(\delta_{lt_{max}})^2}$$

A realimentação da velocidade de arfagem (q) proporciona um aumento considerável no amortecimento do modo de período curto, enquanto a realimentação da velocidade de translação vertical (w) causa maior influência na frequência natural e em sua relação com N_α . A realimentação da velocidade de translação horizontal (u) modifica consideravelmente a dinâmica do *Phugoid*, enquanto a realimentação do ângulo de arfagem (θ) influencia ambos os modos, porém possui maior significância na dinâmica fugoidal (COOK, 2012).

Para encontrar os ganhos da lei de controle para a Condição de Voo 2, o deslocamento máximo do estabilador foi determinado com base nos limites de similaridade definidos na Tabela 7. Esses números tem como objetivo limitar a ação do atuador a valores que mantenham o modelo dentro de sua região de validade. Os limites nos estados foram estabelecidos de forma que os ganhos modifiquem apenas a dinâmica rápida da resposta. Como nesta condição de voo apenas o amortecimento do Período Curto necessita de correção, somente o limite no estado q foi definido, resultando nas seguintes matrizes Q e R na equação 3.10.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{0.0175^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$R = \frac{1}{(0.0175 \cdot 0.8)^2}$$

Com os ganhos encontrados o sistema passou a apresentar $\zeta_{sp} = 1$, $Wn_{sp} = 2.22$ e 8.70 rad/s e $Wn_{sp}^2/N_\alpha = 0.1580$, ou seja, os dois pólos localizados no eixo real em posições diferentes. Essa condição é indesejada e caracteriza a situação conhecida como *terceiro modo* (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). Portanto, um ajuste na matriz Q foi necessário. Após esse ajuste, o sistema passou a apresentar $\zeta_{sp} = 0.88$, $Wn_{sp} = 3.81$ rad/s e $Wn_{sp}^2/N_\alpha = 0.4655$. Dessa forma, os requisitos foram atingidos com a subsequente matriz Q , resultando no vetor de ganhos para a condição de voo 2 na equação 3.11.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1.7 \cdot 0.0175)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = [0 \ 0 \ -0.4012 \ 0] \quad (3.11)$$

Para encontrar os ganhos da lei de controle a ser utilizada na condição de voo 3, a matriz R também foi definida pelo limite de amplitude do *Doublet* na Tabela 7. Após algumas iterações, as matrizes de custo de estado e de esforço de controle receberam os valores na equação 3.12.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1.8 \cdot 0.0175)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$R = \frac{1}{(0.0175 \cdot 1.6)^2}$$

Os parâmetros encontrados foram $\zeta_{sp} = 0.80$, $Wn_{sp} = 2.20$ rad/s e $Wn_{sp}^2/N_\alpha = 0.38$. O vetor de ganhos da condição de voo 3 encontrado está definido na equação 3.13.

$$K_3 = [0 \ 0 \ -0.5564 \ 0] \quad (3.13)$$

Consequentemente, as leis de controle que determinam a deflexão do *stabilator* nas condições de voo 2 e 3, respectivamente, são:

$$u_{\delta_{it_2}} = -0.4012 \cdot q \quad (3.14)$$

$$u_{\delta_{it_3}} = -0.5564 \cdot q \quad (3.15)$$

3.5 SAS e Agendamento de Ganho

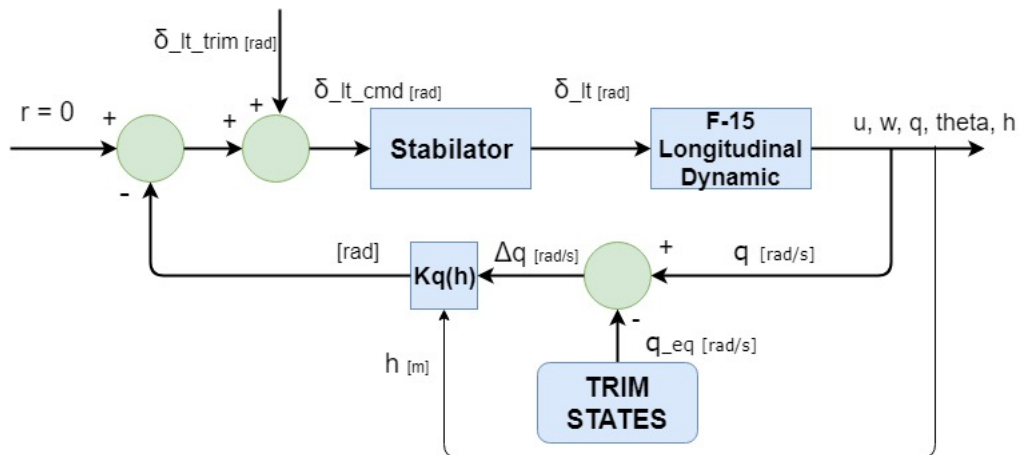
Nesta etapa de projeto foi concebida uma estrutura para ajustar as realimentações do SAS e agendar os ganhos do controlador. Os ganhos encontrados anteriormente foram baseados nos sistemas linearizados com os estados deslocados pela trimagem. Por esse motivo, as realimentações dos estados do modelo não linear, que não estão deslocados, devem ser ajustadas para que coincidam com as realimentações dos modelos linearizados. Em outras palavras, o viés dos estados equilibrados devem ser subtraídos das medições.

Os estados podem ser descritos pelos seus valores com a aeronave na condição de equilíbrio somados a uma variação, causado por uma perturbação. Portanto, essas perturbações podem ser determinadas pelas equações 3.16.

$$\begin{aligned}\Delta u &= u - u_{eq} \\ \Delta w &= w - w_{eq} \\ \Delta q &= q - q_{eq} \\ \Delta \theta &= \theta - \theta_{eq}\end{aligned}\tag{3.16}$$

A representação esquemática da estrutura criada para reproduzir as funções do SAS e de agendamento de ganhos está representada na Figura 30. A realimentação é subtraída do viés da velocidade de arfagem na condição de equilíbrio ($q = 0$) antes de ser multiplicada pelo ganho do controlador, alterado conforme a variável de agendamento: altitude (h). Como a lei de controle é $u = -K \cdot x$, o resultado da multiplicação é subtraído da referência (igual a zero nesse caso). Portanto, o comando do SAS (δ_{lt}) é enviado ao *Stabilator* objetivando a aproximação dos estados aos seus valores nas condições de equilíbrio.

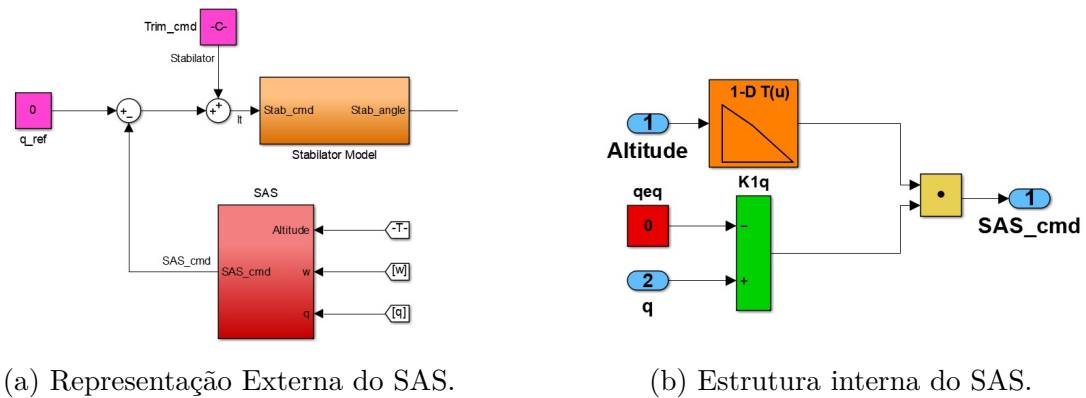
Figura 30 – Diagrama esquemático do SAS.



Fonte: Próprio Autor.

A estrutura criada no Simulink para emulação do SAS está representada nas Figuras 31 (a) e 31 (b). Os ganhos encontrados na seção anterior foram alocados em uma *Lookup Table*. Através do agendamento de ganho, os ganhos dos dois controladores encontrados anteriormente são interpolados de acordo com a altitude, resultando em um único controlador não linear com ganhos variáveis. Os ganhos e os valores de referência utilizados estão definidos na Tabela 9. Cabe ressaltar que os filtros de ruídos não foram necessários (sensores ideais) e a função limitadora não foi implementada com o propósito de não introduzir dinâmicas adicionais à simulação. De forma a verificar a eficácia

Figura 31 – Estrutura no Simulink.



Fonte: Próprio Autor.

Tabela 9 – Estados de equilíbrio e ganhos.

	Unidade	FC 1	FC 2	FC 3
K_q	$[rad/rad]$	0	-0.4012	-0.5564
q_{eq}	$[rad/s]$	0	0	0

Fonte: Próprio Autor.

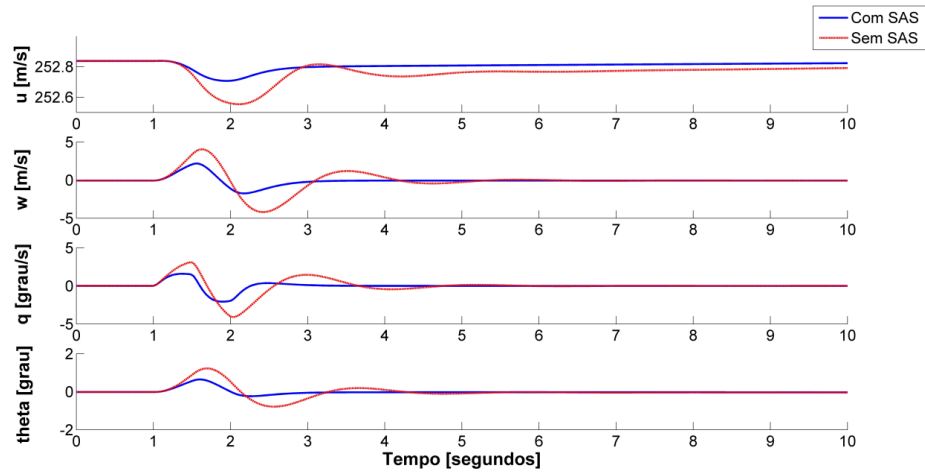
da estrutura desenvolvida, uma entrada *doublet* de 1 grau foi aplicada ao *Stabilator* nas condições de voo 2 e 3. Os resultados desses testes estão representados nas Figuras 32 e 33. A atuação do SAS reduziu os máximos, mínimos, pico-a-pico e RMS das respostas de velocidade de arfagem, conforme os dados na Tabela 10. Os sinais de controle do SAS estão representados na Figura 34.

Tabela 10 – Reduções nos parâmetros da resposta de arfagem na verificação do SAS.

	Max	Min	P2P	RMS
Redução FC 2	48.87%	49.64%	55.84%	51.17%
Redução FC 3	36.43%	17.77%	26.67%	43.84%

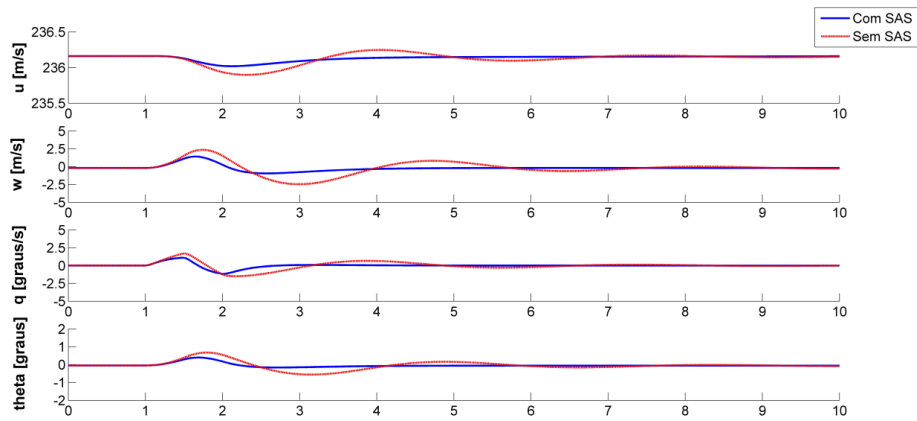
Fonte: Próprio Autor.

Figura 32 – Resposta longitudinal com e sem o SAS - FC 2.

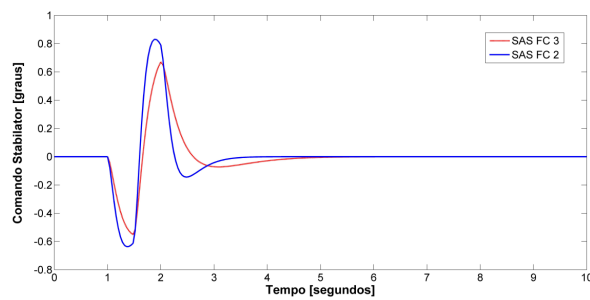


Fonte: Próprio Autor.

Figura 33 – Resposta longitudinal com e sem o SAS - FC 3.



Fonte: Próprio Autor.

Figura 34 – Comandos do *Stabilator* em resposta aos Doublets.

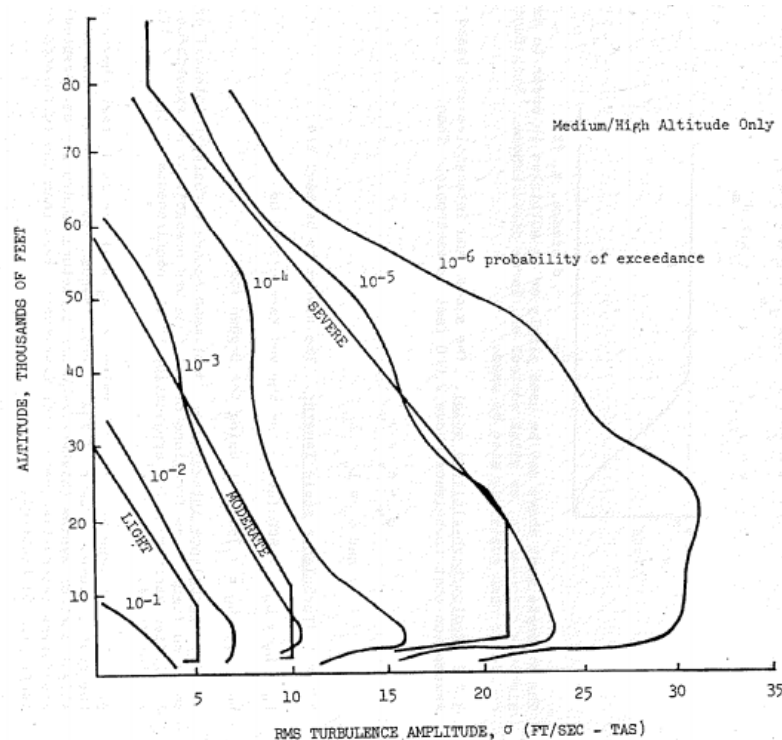
Fonte: Próprio Autor.

3.6 Análise da Robustez - Simulação Monte Carlo

Um dos métodos utilizados para analisar a robustez de controladores sintetizados consiste na inclusão de distúrbios de vento na simulação, buscando emular o comportamento estocástico da atmosfera. Como a modelagem não levou em consideração a existência de ventos, esses testes foram realizados com o intuito de analisar a eficiência do controlador na presença de distúrbios de altas frequências com diferentes sequências numéricas.

O modelo de Von Karman de turbulências contínuas do AeroSim foi utilizado. A MIL-F-8785C determina valores comuns das intensidades de vento em função da altitude da aeronave. As turbulências foram simplificadas e classificadas em três níveis de amplitudes: leve, moderada e severa. As magnitudes de turbulência estão representadas na Figura 35.

Figura 35 – Intensidades de Turbulência.

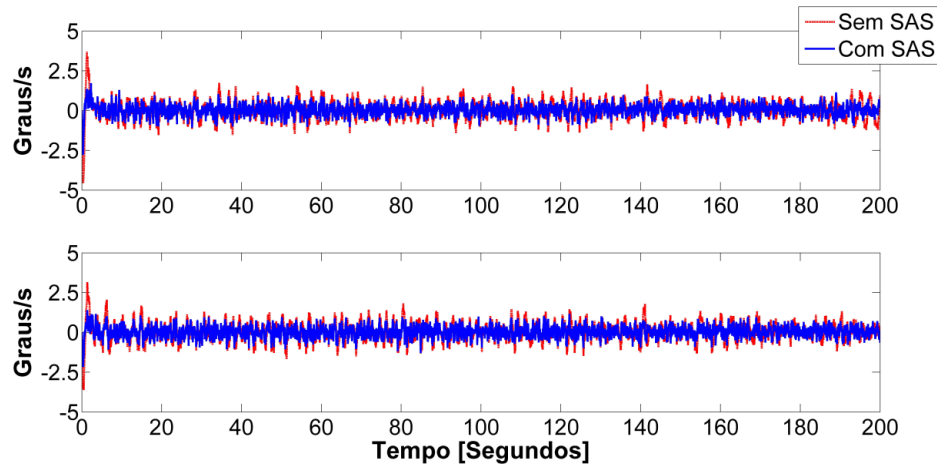


Fonte: MIL-F-8785C.

Como o *Short-Period* é melhor visualizado na resposta da velocidade de arfagem da aeronave, sua característica foi examinada. Essas investigações foram realizadas através de um script que realizou 1001 simulações com turbulências pseudo-aleatórias com intensidades máximas severas de 6.85 m/s (22.5 pés/s) e 4.51 m/s (14.8 pés/s) nas direções x_b e w_b , definidas pelo bloco de números aleatórios do MATLAB, nas condições de voo 2 e 3.

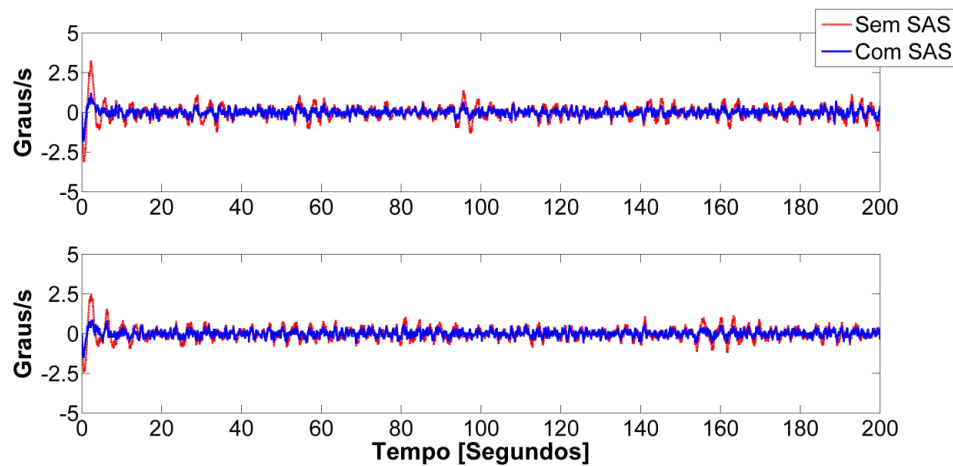
As duas respostas onde o sistema apresentou maiores *overshoots* e *undershoots* na FC 2 e 3 foram coincidentes. Essas respostas com e sem o uso do SAS estão representadas nas Figuras 36 e 37.

Figura 36 – Piores situações de distúrbio de vento - FC 2.



Fonte: Próprio Autor.

Figura 37 – Piores situações de distúrbio de vento - FC 3



Fonte: Próprio Autor.

A investigação da robustez do SAS consistiu na análise do número de reduções nos parâmetros da resposta de velocidade de arfagem que excederam os limites especificados. As etapas foram: obter reduções nos máximos, mínimos, pico-a-pico e RMS das velocidades de arfagem decorrentes da atuação do SAS nos testes; plotar histogramas com as distribuições das reduções obtidas; encontrar uma função matemática que descreva o envelope de cada uma das distribuições; encontrar a área sob essas curvas que excedam os limites definidos.

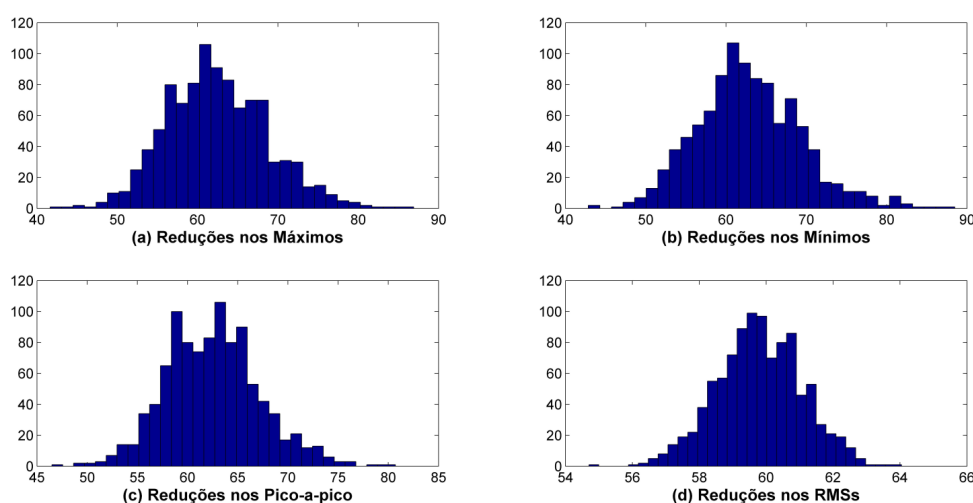
Como a tarefa de encontrar sistemas de quarta ordem com respostas equivalentes às obtidas nos testes não era uma tarefa trivial, uma abordagem diferente foi utilizada para estabelecer os critérios de desempenho. Logo, as características da resposta foram consideradas adequadas quando as reduções foram superiores a um limite definido. Os limites foram estabelecidos com base na média das reduções obtidas na verificação do SAS (seção 3.5) nas condições de voo 2 e 3, relatadas na Tabela 10, i.e 51.38% e 31.17%. Cabe ressaltar que o presente trabalho buscou marcar princípios metodológicos, portanto, diferentes critérios e métodos podem ser aplicados.

As medidas foram obtidas com os comandos *max*, *min*, *peak2peak* e *rms*. Os histogramas com as distribuições estão representados nas Figuras 38(a) a 38(d) e 39(a) a 39(d); as curvas foram encontradas com a *Curve Fitting Toolbox*, enquanto as áreas sob as mesmas foram obtidas por integração numérica utilizando o comando *integral*, ambos no MATLAB. Essas áreas foram normalizadas dividindo a área indesejada pela área total. Os limites das integrais foram definidos conforme as médias anteriormente citadas.

Na condição de voo 2, 96.56% das reduções nos máximos das velocidades de arfagem foram inferiores ao limite especificado, 96.15% dos mínimos se mostraram inadequados, 99.45% dos valores de pico-a-pico foram inferiores ao esperado e nenhum dos valores RMS das respostas foi inadequado. Os histogramas com as distribuições desses parâmetros estão representados nas figuras 38(a) a 38(d).

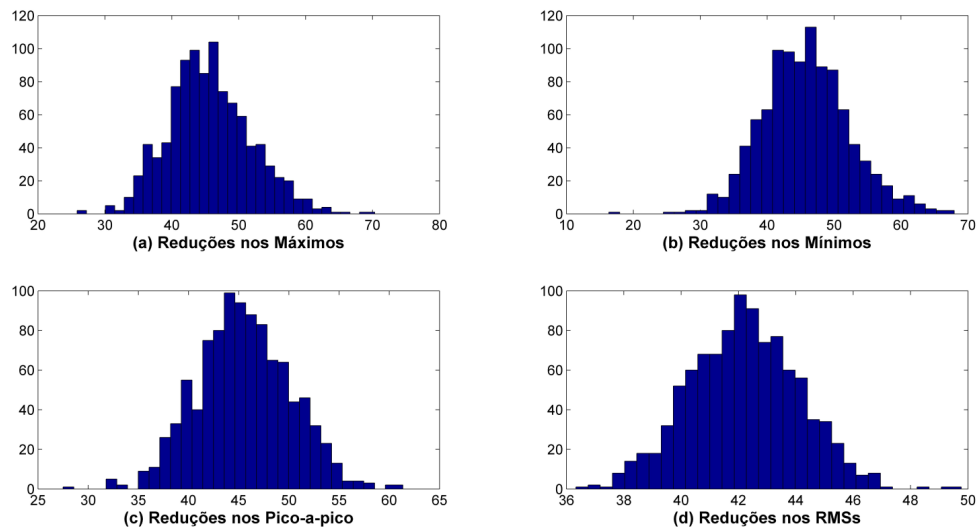
Na condição de voo 3, 99.10% dos máximos foram impróprios, 99.30% dos mínimos se mostraram inadequados, 99.90% dos valores de pico-a-pico ficaram abaixo do esperado, enquanto todos os valores RMS da velocidade de arfagem permaneceram dentro dos limites especificados. Seus histogramas estão nas Figuras 39(a) a 39(d).

Figura 38 – Distribuições das Reduções - FC 2



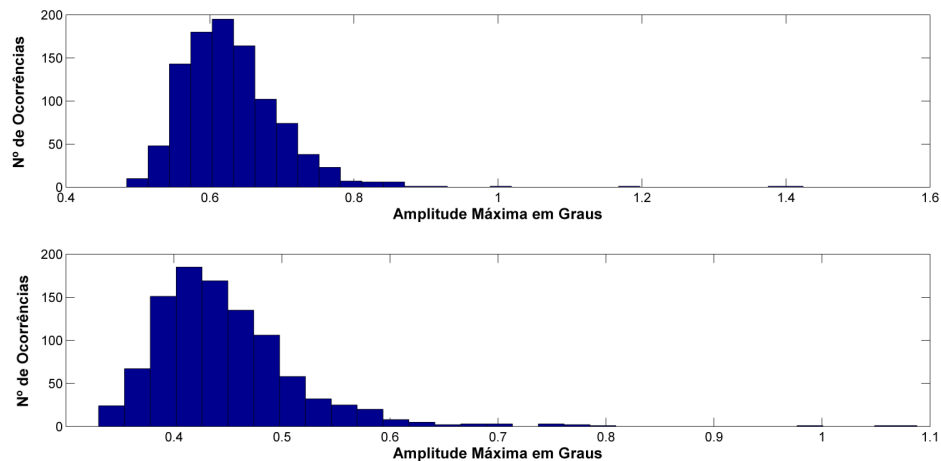
Fonte: Próprio Autor.

Figura 39 – Distribuições das Reduções - FC 3



Fonte: Próprio Autor.

Analizando o sinal de controle fornecido pelo SAS nessas simulações, na condição de voo 2, 98 % dos sinais de controle foram inferiores a 0.8 grau. Por outro lado, todos os sinais de controle na condição de voo 3 estiveram de acordo com o limite de 1.6 grau. Logo, caso uma maior adequação aos limites seja buscada, as especificações de desempenho na condição de voo 2 devem ser relaxadas, um novo controlador sintetizado neste ponto de operação, ou uma similaridade menos rígida pode ser considerada, aumentando o número de amplitudes máximas consideradas adequadas e tornando os sinais de controle válidos. Os maiores valores dos sinais de controle estão representados nos gráficos de distribuição de ocorrência na Figura 40.

Figura 40 – Amplitudes Máximas do sinal de controle do *Stabilator* - FC 3

Fonte: Próprio Autor.

4 Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

O objetivo desse trabalho foi sintetizar e analisar a robustez de um SAS Longitudinal. A síntese foi baseada em modelos matemáticos lineares do sistema estudado. Logo, ficou evidente a importância das etapas precedentes à síntese do controlador, como a modelagem matemática do sistema real, simulação, trimagem, linearização e verificação da qualidade do modelo. As sucessivas abstrações realizadas nesses procedimentos devem ser bem conhecidas e delimitadas, possibilitando sua aplicação em situações reais (de maior complexidade), apesar das imprecisões naturais de todo o processo. Outro fator notável foi a facilidade proporcionada pelo método de síntese LQR, possibilitando uma alocação de pólos baseada na penalização de erros nos estados e nos esforços de controle. Os resultados dos testes de robustez sugerem que o SAS proporcionou uma resposta da aeronave concordante com os critérios definidos. Isto ocorre na maioria das situações (mais de 96%) às quais a planta foi submetida. Esse importante resultado ainda é passível de avaliações mais detalhadas em caso de necessidade de melhora adicional no desempenho. Além disso, o sinal de controle excedeu o limite definido em algumas ocorrências na condição de voo 2. Nessas situações, a similaridade entre os estados do modelo linear e o não linear não é garantida, portanto, caso a quantidade de ocorrências indesejadas seja inadequada, um controlador com especificações menos exigentes, mas dentro dos limites definidos pela norma, deve ser projetado e seu desempenho novamente analisado, ou uma similaridade menos rígida pode ser utilizada, validando os resultados obtidos.

Como sugestão para pesquisas futuras, um estudo mais amplo do envelope de voo pode ser realizado, obtendo coeficientes aerodinâmicos em outras condições de voo através de CFD (Fluidodinâmica Computacional) em um software específico como ANSYS, CATIA ou por estimativas, como o DATCOM (FINCK; (US); HOAK, 1978). Outra recomendação seria o desenvolvimento de sistemas de controle relacionados à realimentação externa do FCS (*Autopilots*) com o objetivo de manter a aeronave em uma determinada altitude, velocidade, ângulo de arfagem ou mesmo realizando uma aterrissagem automaticamente.

Apêndice A - Função trimagem

```

clear all
clc
open ('AeroReid_alx_v1')

% Set Stabilator and Thrust to zero
set_param('AeroReid_alx_v1/lr','Value','0');
set_param('AeroReid_alx_v1/th','Value','0');

% Simulation parameters Flight Condition 1
set_param('AeroReid_alx_v1/McDonnell Douglas F-15 Eagle','aircraftcfg','F151.mat');

% Simulation time settings
TrimParam.SampleTime = 0.04;
TrimParam.FinalTime = 0;

% Wind velocities
TrimParam.Winds = [0 0 0]';

% Simulink model to trim
TrimParam.SimModel = 'AeroReid_alx_v1';

% Get the sim options structure
TrimParam.SimOptions = simget(TrimParam.SimModel);

% Flight condition 1
TrimParam.Airspeed = (877.68*0.3048); % m/s
TrimParam.Altitude = (5000*0.3048); % m

% Initial conditions
TrimParam.VelocitiesIni = [TrimParam.Airspeed 0 0]';
TrimParam.RatesIni = [0 0 0]';
TrimParam.AttitudeIni = [0 0 0]';
TrimParam.PositionIni = [1 1 TrimParam.Altitude]';

```

```

% PERFORM AIRCRAFT TRIM

% Set optimization parameters
options.TolFun = 1e-10;
options.MaxFunctionEvaluations = 5000;
options.MaxIterations = 2000;
options.TolCon = 1e-10;
options.Display = 'off';
options.TolX = 1e-10;
options.Algorithm = 'interior-point';

% TrimInput = [stabulator throttle theta thrust]
% stabulator ... rad
% throttle ... [0-1]
% theta ... rad
% thrust ... N

% Trim vector limits
lb = [-10*pi/180;-5*pi/180;10000];
ub = [10*pi/180;5*pi/180;150000];

% Set the model inputs initial guess
TrimInput = (lb'+ub')/2;

% Find minimum of constrained nonlinear multivariable function
[INPUTS, fval] = fmincon (@(x) AircraftSteadyState(x,TrimParam),...
TrimInput,[],[],[],[],lb,ub,[],options);

% Save Trim states and Trim Inputs FC1 in a structure
Cond1.u = TrimParam.Airspeed;
Cond1.Stabilator = INPUTS(1);
Cond1.Thrust = INPUTS(3);
Cond1.Theta = INPUTS(2);
Cond1.w = TrimParam.Airspeed*tan(INPUTS(2));
Cond1.Altitude = TrimParam.Altitude;
Cond1.Units = 'm/s rad N rad m/s';
save('TrimIC1.mat','Cond1');

```

Apêndice B - Função Custo

%Author: Pedro de Almeida Reid Ribeiro

%Date: 12/03/2018

%Version: 1.0 %Last modification: 15/03/2018

```

    %AIRCRAFT COST FUNCTION
function J = AircraftSteadyState(TrimIn,TrimParam)

    % Initial conditions for the flight condition above
    Theta = TrimIn(2);
    w = TrimParam.VelocitiesIni(1)*tan(Theta);
    TrimParam.VelocitiesIni(3) = w;
    TrimParam.AttitudeIni(2) = Theta;

    % Trim controls assignment
    assignin('base','TrimParam',TrimParam);

    % Simulate, obtain states and outputs
    [SimTime, SimStates, SimOutputs]=sim(TrimParam.SimModel, [0 TrimParam.FinalTime],...
    TrimParam.SimOptions,[0 TrimIn([1 3])]);
    udot = SimOutputs(end,1);
    wdot = SimOutputs(end,2);
    qdot = SimOutputs(end,3);

    % Cost Function  $J = udot^2 + wdot^2 + 100*qdot^2$ ; end

```


Apêndice C - Tabelas de Similaridade dos modelos linearizados

Tabela 11 – Erros de similaridade nas saídas - FC 1.

Doublet [grau]	u [m/s]	w [m/s]	q [rad/s]	θ [rad]	h [m]
0.1	$8.18 \cdot 10^{-4}$	$1.24 \cdot 10^{-5}$	$1.19 \cdot 10^{-4}$	$1.47 \cdot 10^{-3}$	0.02
0.2	$3.96 \cdot 10^{-3}$	$2.93 \cdot 10^{-5}$	$2.19 \cdot 10^{-4}$	$2.59 \cdot 10^{-3}$	0.06
0.3	$7.43 \cdot 10^{-3}$	$6.26 \cdot 10^{-5}$	$4.13 \cdot 10^{-4}$	$4.06 \cdot 10^{-3}$	0.07
0.4	$1.12 \cdot 10^{-2}$	$1.12 \cdot 10^{-4}$	$7.34 \cdot 10^{-4}$	$5.84 \cdot 10^{-3}$	0.06
0.5	$1.55 \cdot 10^{-2}$	$1.80 \cdot 10^{-4}$	$1.18 \cdot 10^{-3}$	$8.50 \cdot 10^{-3}$	0.07
0.6	$2.03 \cdot 10^{-2}$	$2.67 \cdot 10^{-4}$	$1.78 \cdot 10^{-3}$	$1.24 \cdot 10^{-2}$	0.16
0.7	$2.56 \cdot 10^{-2}$	$3.75 \cdot 10^{-4}$	$2.52 \cdot 10^{-3}$	$1.76 \cdot 10^{-2}$	0.30
0.8	$3.15 \cdot 10^{-2}$	$5.05 \cdot 10^{-4}$	$3.42 \cdot 10^{-3}$	$2.43 \cdot 10^{-2}$	0.47
0.9	$3.79 \cdot 10^{-2}$	$6.57 \cdot 10^{-4}$	$4.48 \cdot 10^{-3}$	$3.23 \cdot 10^{-2}$	0.69
1	$4.50 \cdot 10^{-2}$	$8.34 \cdot 10^{-4}$	$5.71 \cdot 10^{-3}$	$4.16 \cdot 10^{-2}$	0.94
1.1	$5.27 \cdot 10^{-2}$	$1.03 \cdot 10^{-3}$	$7.12 \cdot 10^{-3}$	$5.22 \cdot 10^{-2}$	1.23
1.2	$6.10 \cdot 10^{-2}$	$1.26 \cdot 10^{-3}$	$8.71 \cdot 10^{-3}$	$6.41 \cdot 10^{-2}$	1.55
1.3	$6.99 \cdot 10^{-2}$	$1.52 \cdot 10^{-3}$	$1.05 \cdot 10^{-2}$	$7.73 \cdot 10^{-2}$	1.91
1.4	$7.95 \cdot 10^{-2}$	$1.81 \cdot 10^{-3}$	$1.24 \cdot 10^{-2}$	$9.18 \cdot 10^{-2}$	2.31
1.5	$8.97 \cdot 10^{-2}$	$2.14 \cdot 10^{-3}$	$1.46 \cdot 10^{-2}$	0.10	2.74
1.6	0.10	$2.49 \cdot 10^{-3}$	$1.71 \cdot 10^{-2}$	0.12	3.20
1.7	0.11	$2.88 \cdot 10^{-3}$	$1.97 \cdot 10^{-2}$	0.14	3.709
1.8	0.12	$3.31 \cdot 10^{-3}$	$2.26 \cdot 10^{-2}$	0.16	4.24
1.9	0.13	$3.77 \cdot 10^{-3}$	$2.57 \cdot 10^{-2}$	0.18	4.81
2.0	0.15	$4.27 \cdot 10^{-3}$	$2.91 \cdot 10^{-2}$	0.20	5.42

Fonte: Próprio Autor

Tabela 12 – Erros de similaridade nas saídas - FC 2.

Doublet [grau]	u [m/s]	w [m/s]	q [rad/s]	θ [rad]	h [m]
0.1	$2.28 \cdot 10^{-3}$	$1.85 \cdot 10^{-5}$	$2.17 \cdot 10^{-4}$	$6.97 \cdot 10^{-5}$	$8.55 \cdot 10^{-2}$
0.2	$2.21 \cdot 10^{-3}$	$4.62 \cdot 10^{-5}$	$3.48 \cdot 10^{-4}$	$9.69 \cdot 10^{-3}$	0.11
0.3	$2.80 \cdot 10^{-3}$	$9.51 \cdot 10^{-5}$	$5.34 \cdot 10^{-4}$	$1.29 \cdot 10^{-2}$	0.17
0.4	$3.98 \cdot 10^{-3}$	$1.65 \cdot 10^{-4}$	$8.40 \cdot 10^{-4}$	$1.69 \cdot 10^{-2}$	0.25
0.5	$5.64 \cdot 10^{-3}$	$2.57 \cdot 10^{-4}$	$1.25 \cdot 10^{-3}$	$2.18 \cdot 10^{-2}$	0.36
0.6	$7.73 \cdot 10^{-3}$	$3.71 \cdot 10^{-4}$	$1.79 \cdot 10^{-3}$	$2.76 \cdot 10^{-2}$	0.50
0.7	$1.02 \cdot 10^{-2}$	$5.09 \cdot 10^{-4}$	$2.45 \cdot 10^{-3}$	$3.45 \cdot 10^{-2}$	0.67
0.8	$1.31 \cdot 10^{-2}$	$6.71 \cdot 10^{-4}$	$3.24 \cdot 10^{-3}$	$4.24 \cdot 10^{-2}$	0.86
0.9	$1.65 \cdot 10^{-2}$	$8.57 \cdot 10^{-4}$	$4.17 \cdot 10^{-3}$	$5.13 \cdot 10^{-2}$	1.09
1	$2.02 \cdot 10^{-2}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	$5.23 \cdot 10^{-3}$	$6.14 \cdot 10^{-2}$	1.35
1.1	$2.44 \cdot 10^{-2}$	$1.30 \cdot 10^{-3}$	$6.42 \cdot 10^{-3}$	$7.26 \cdot 10^{-2}$	1.63
1.2	$2.89 \cdot 10^{-2}$	$1.57 \cdot 10^{-3}$	$7.76 \cdot 10^{-3}$	$8.49 \cdot 10^{-2}$	1.95
1.3	$3.39 \cdot 10^{-2}$	$1.86 \cdot 10^{-3}$	$9.25 \cdot 10^{-3}$	$9.82 \cdot 10^{-2}$	2.29
1.4	$3.94 \cdot 10^{-2}$	$2.18 \cdot 10^{-3}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$	0.11	2.66
1.5	$4.52 \cdot 10^{-2}$	$2.53 \cdot 10^{-3}$	$1.26 \cdot 10^{-2}$	0.12	3.06

Fonte: Próprio Autor.

Tabela 13 – Erros de similaridade nas saídas - FC 3.

Doublet [grau]	u [m/s]	w [m/s]	q [rad/s]	θ [rad]	h [m]
0.1	$3.24 \cdot 10^{-3}$	$3.05 \cdot 10^{-5}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$	$4.54 \cdot 10^{-2}$	$8.70 \cdot 10^{-2}$
0.2	$3.02 \cdot 10^{-3}$	$5.27 \cdot 10^{-5}$	$1.87 \cdot 10^{-4}$	$4.51 \cdot 10^{-3}$	$9.32 \cdot 10^{-2}$
0.3	$2.86 \cdot 10^{-3}$	$9.34 \cdot 10^{-5}$	$3.41 \cdot 10^{-4}$	$4.76 \cdot 10^{-3}$	0.10
0.4	$2.79 \cdot 10^{-3}$	$1.50 \cdot 10^{-4}$	$5.52 \cdot 10^{-4}$	$5.37 \cdot 10^{-3}$	0.12
0.5	$2.84 \cdot 10^{-3}$	$2.24 \cdot 10^{-4}$	$8.20 \cdot 10^{-4}$	$6.38 \cdot 10^{-3}$	0.15
0.6	$3.06 \cdot 10^{-3}$	$3.14 \cdot 10^{-4}$	$1.14 \cdot 10^{-3}$	$7.78 \cdot 10^{-3}$	0.18
0.7	$3.46 \cdot 10^{-3}$	$4.20 \cdot 10^{-4}$	$1.52 \cdot 10^{-3}$	$9.57 \cdot 10^{-3}$	0.23
0.8	$4.05 \cdot 10^{-3}$	$5.43 \cdot 10^{-4}$	$1.96 \cdot 10^{-3}$	$1.17 \cdot 10^{-2}$	0.27
0.9	$4.82 \cdot 10^{-3}$	$6.83 \cdot 10^{-4}$	$2.46 \cdot 10^{-3}$	$1.42 \cdot 10^{-2}$	0.33
1	$5.76 \cdot 10^{-3}$	$8.39 \cdot 10^{-4}$	$3.02 \cdot 10^{-3}$	$1.70 \cdot 10^{-2}$	0.39
1.1	$6.85 \cdot 10^{-3}$	$1.01 \cdot 10^{-3}$	$3.64 \cdot 10^{-3}$	$2.07 \cdot 10^{-2}$	0.46
1.2	$8.08 \cdot 10^{-3}$	$1.20 \cdot 10^{-3}$	$4.33 \cdot 10^{-3}$	$2.36 \cdot 10^{-2}$	0.53
1.3	$9.45 \cdot 10^{-3}$	$1.41 \cdot 10^{-3}$	$5.07 \cdot 10^{-3}$	$2.74 \cdot 10^{-2}$	0.61
1.4	$1.09 \cdot 10^{-2}$	$1.64 \cdot 10^{-3}$	$5.88 \cdot 10^{-3}$	$3.15 \cdot 10^{-2}$	0.70
1.5	$1.26 \cdot 10^{-2}$	$1.88 \cdot 10^{-3}$	$6.75 \cdot 10^{-3}$	$3.59 \cdot 10^{-2}$	0.79
1.6	$1.43 \cdot 10^{-2}$	$2.14 \cdot 10^{-3}$	$7.68 \cdot 10^{-3}$	$4.07 \cdot 10^{-2}$	0.90
1.7	$1.62 \cdot 10^{-2}$	$2.42 \cdot 10^{-3}$	$8.68 \cdot 10^{-3}$	$4.58 \cdot 10^{-2}$	1.01
1.8	$1.82 \cdot 10^{-2}$	$2.72 \cdot 10^{-3}$	$9.74 \cdot 10^{-3}$	$5.12 \cdot 10^{-2}$	1.12
1.9	$2.04 \cdot 10^{-2}$	$3.04 \cdot 10^{-3}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$	$5.69 \cdot 10^{-2}$	1.24
2	$2.27 \cdot 10^{-2}$	$3.38 \cdot 10^{-3}$	$1.20 \cdot 10^{-2}$	$6.29 \cdot 10^{-2}$	1.37

Fonte: Próprio Autor.

Apêndice D - Definição clássica do problema de Otimização

Objetivo:

$$\min_{[\delta_{lt} \ \theta \ \delta_T]} f(x) = \dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \dot{q}^2$$

Vínculos:

$$w = u \cdot \tan(\theta)$$

$$\alpha = \theta$$

\dot{u} , \dot{w} e \dot{q} fornecidos pelas Equações de movimento no Modelo NL.

Limites:

$$-10 \cdot \pi/180 \leq \delta_{lt} \leq 10 \cdot \pi/180$$

$$-5 \cdot \pi/180 \leq \theta \leq 10 \cdot \pi/180$$

$$10000 \leq \delta_T \leq 150000$$

Referências

- ANDERSON, J. D. *Fundamentos de Engenharia Aeronáutica*. [S.l.]: AMGH Editora, 2015. 18, 24
- ANDERSSON, L. *On Simplification of Models with Uncertainty*. 1999. 30, 38
- ÅSTRÖM, K. J.; MURRAY, R. M. *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*. [S.l.]: Princeton university press, 2010.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Adaptive control*. [S.l.]: Courier Corporation, 2013. 38, 39
- BLAKELOCK, J. H. *Automatic control of aircraft and missiles*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1991. 15, 22, 23
- BOEING. 2016. <https://www.boeing.com/defense/f-15-eagle/#/technical-specifications>. 'Accessed: 2018-06-15'. 43
- BRYAN, G. H. *Stability in aviation: an introduction to dynamical stability as applied to the motions of aeroplanes*. [S.l.]: Macmillan and Co., limited, 1911.
- CELLIER, F. E.; KOFMAN, E. *Continuous system simulation*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. 17
- CHALK, C. R. et al. *Background Information and User Guide for Mil-F-8785B (ASG), 'Military Specification-Flying Qualities of Piloted Airplanes'*. [S.l.], 1969.
- CHESTERTON, G. K. *Orthodoxy*. [S.l.]: Image, 2012.
- COOK, M. V. *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2012. 14, 19, 21, 23, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 51
- COOPER, G. E.; JR, R. P. H. *The use of pilot rating in the evaluation of aircraft handling qualities*. [S.l.], 1969. 33
- D'AZZO, J. J.; HOUPIS, C. D. *Linear control system analysis and design: conventional and modern*. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education, 1995.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Modern control systems*. [S.l.]: Pearson, 2011. 37
- FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. *The Feynman lectures on physics, Vol. I: The new millennium edition: mainly mechanics, radiation, and heat*. [S.l.]: Basic books, 2011. 40
- FINCK, R.; (US), A. F. F. D. L.; HOAK, D. *USAF stability and control DATCOM*. [S.l.]: Engineering Documents, 1978. 60
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. *Sistemas de controle para engenharia*. [S.l.]: Bookman Editora, 2013. 29, 38

- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; WORKMAN, M. L. *Digital control of dynamic systems*. [S.l.]: Addison-wesley Menlo Park, CA, 1998. 30, 38
- GLAD, T.; LJUNG, L. *Control theory*. [S.l.]: CRC press, 2014. 37, 39
- GUTTAG, J. V. *Introduction to computation and programming using Python*. [S.l.]: Mit Press, 2013. 40
- KHALIL, H. K.; GRIZZLE, J. *Nonlinear systems*. [S.l.]: Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002. 26, 30, 38, 39
- KIRK, D. E. *Optimal control theory: an introduction*. [S.l.]: Courier Corporation, 2012. 37
- KORN, G. A. *Advanced dynamic-system simulation: model-replication techniques and Monte Carlo simulation*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007. 40
- LANCHESTER, F. W. *Aerodionetics: constituting the second volume of a complete work on aerial flight*. [S.l.]: Van Nostrand, 1909. 31
- LAVRETSKY, E.; WISE, K. A. Robust adaptive control. In: *Robust and Adaptive Control*. [S.l.]: Springer, 2013. p. 317–353. 27, 37, 39
- LJUNG, L.; GLAD, T. Modeling of dynamic systems. PTR Prentice Hall Englewood Cliffs, 1994. 26, 30
- MARCO, A. D.; DUKE, E.; BERNDT, J. A general solution to the aircraft trim problem. In: *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 6703. 26, 27
- MCRUER, D.; ASHKENAS, I.; GRAHAM, D. *Aircraft dynamics and automatic control*. [S.l.], 1968. 21, 22, 24, 35
- MIL-F-8785C. Us dept. of defense military specification: Flying qualities of piloted airplanes. 1980.
- NELSON, R. C. *Flight stability and automatic control*. [S.l.]: WCB/McGraw Hill New York, 1998. 20, 23, 29, 31
- OGATA, K. *Modern control engineering*. [S.l.]: Prentice hall India, 2002.
- ROSKAM, J. *Airplane flight dynamics and automatic flight controls*. [S.l.]: DARcorporation, 1998. 24, 35
- RUBINSTEIN, R. Y.; KROESE, D. P. *Simulation and the Monte Carlo method*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016. 40
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control: analysis and design*. [S.l.]: Wiley New York, 2007. 38
- STANDARD, M. *Flying qualities of piloted vehicles*. [S.l.], 1990.
- STENGEL, R. F. *Optimal control and estimation*. [S.l.]: Courier Corporation, 1986.

STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L.; JOHNSON, E. N. *Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015. 14, 15, 20, 21, 24, 25, 31, 32, 33, 35, 36, 38, 48, 50, 51

VIDYASAGAR, M. *Nonlinear systems analysis*. [S.l.]: Siam, 2002. 26

ZIPFEL, P. H. *Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics*. [S.l.]: Aiaa, 2000.