Lecture notes FY8305

August 13, 2019

Digitalisert fra FAG 74986 Funksjonal-integral metoder HØST 1996. Brukes per 2019 som forelesningsnotater til selvstudium for faget FY8305 -Funksjonalintegral metoder i kondenserte fasers fysikk

Contents

1 Kort rekapitulering av 2. kvantisering for fermioner og bosoner

Notasjon: $\lambda =$ sett av kvantetall som bestemmer en én-partikkel tilstand.

1.1 Mangepartikkelbasis

Eks 1.

$$\lambda = (\vec{k}, \sigma) : \text{Bølgetall, spinn}$$
$$\lambda = (i, \sigma) : \text{Gitterpunkt, spinn}$$
$$\lambda = (n, i) : \text{Orbital, gitterpunkt}$$

En mange-partikkel basis kan skrives $|\phi\rangle = |n_{\lambda_1}, n_{\lambda_2}, \ldots, n_{\lambda_N}\rangle$. Mangepartikkeltilstander er bygget opp av én-partikkel tilstander, men hvor én-partikkeltilstandene ikke nødvendighvis er uavhengige. Dersom ett av kvantetall-settene, λ_i, endres, får denne spredningen generelt konsekvenser for fordelingen av kvantetall i de øvrige kvantetallene $\{\lambda_j\}_{j\neq i}$. Vi tenker oss at en generell mangepartikkeltilstand kan bygges opp som en lineærkombinasjon av $|\phi\rangle$-er;

$$|\Psi\rangle = \sum_{n_{\lambda_1},\ldots,n_{\lambda_N}} \phi_{\lambda_1,\ldots,n_{\lambda_N}} |\lambda_1, \ldots, n_{\lambda_N}\rangle \,. \tag{1}$$

Én-bestemt tilstandsvektor $|n_{\lambda_1}, \ldots, n_{\lambda_N}\rangle$ kan kreves fra en vakuum-tilstand $|0\rangle$ (ingen kvant i noen av de mulige én-partikkeltilstandene) via kreasjonsoperatorer.

bosoner :	$a^\dagger\lambda$
fermioner :	$c^\dagger\lambda$

Et kvant i en én-partikkeltilstand kan destrueres v.h.a annihilasjonsoperatorene

bosoner :	$a\lambda$
fermioner :	$c\lambda$

Disse operatorene oppfyller diverse kommutasjonsrelasjoner

$$[a\lambda, a\lambda'] = [a^\dagger\lambda, a^\dagger\lambda'] = 0 \tag{2}$$
$$[a\lambda, a^\dagger\lambda'] = \delta_{\lambda\,\lambda'} \tag{3}$$
$$[A, B] = AB - BA \tag{4}$$
$$\{c^\dagger\lambda, c^\dagger\lambda'\} = \{c\lambda, c\lambda'\} = 0 \tag{5}$$
$$\{c\lambda, c^\dagger\lambda'\} = \delta_{\lambda\,\lambda'} \tag{6}$$

I tillegg kommer Pauli-prinsippet, som gir symmetriske/antisymmetriske kommutatorer ved ombytte, avhengig om det er fermion eller boson.

1.2 Fra klassisk til 2.kvantisering av én-partikkel operatorer

For én-partikkel operatorer har vi som regel for den kinetiske energien

$$T = \sum_i T\left(\vec{r}_i, \vec{p}_i\right) = \sum_i T\left(\vec{r}_i, \frac{\partial}{\partial r}\right) \tag{7}$$

Eks 2. Eksternt elektrostatisk potensial:

$$T = \sum_i V_{\text{ext}}\left(\vec{r}_i\right) \tag{8}$$

Eks 3. Kinetisk energi:

$$T = \sum_i \frac{p^2}{2m} = -\sum_i \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \tag{9}$$

Eks 4. Krystall-potensial:

$$T = \sum_i \sum_j v_{\text{cryst}}\left(\vec{r}_i, \vec{R}_j\right) \tag{10}$$

2 Koherente tilstander for bosoner

3 Grassman variable

4 Koherente tilstander for fermioner