Simply Complex

복제자 동학 다시보기

복제자 동학을 조금 다르게 유도한 내용이 바이불(Jorgen W. Weibull; 발음 맞나요?)의 <Evolutionary Game Theory>(1995) 71-73쪽에 나와서 소개하겠습니다. 일부는 저에게 익숙한 표기로 바꾸어 쓰겠습니다;;;

어떤 시각 t에 전략 i를 이용하는 개체수를 $n_i(t)$로 나타내고, 총 개체수 중 전략 i를 이용하는 개체수의 비율을 $x_i(t)$로 나타냅니다.

$$n(t)=\sum_i n_i(t),\ x_i(t)=n_i(t)/n(t)$$

모든 i에 대해 동일하게 배경 적합도 β와 사망률 δ가 주어진다고 합시다. 시간에 대한 미분을 변수 위의 점으로 표시하면, 다음과 같은 방정식을 쓸 수 있습니다.

$$\dot{n}_i=[\beta+u(h^i,x)-\delta]n_i$$

이 식과 위 x_i의 정의로부터,

$$\begin{aligned} n\dot{x}_i=\dot{n}_i-\dot{n}x_i&=[\beta+u(h^i,x)-\delta]n_i-[\beta+u(x,x)-\delta]nx_i \\ &=nx_i[u(h^i,x)-u(x,x)] \end{aligned}$$

마지막으로 양변을 n으로 나누면 다음과 같은 복제자 동학 방정식이 나옵니다.

$$\dot{x}_i=x_i[u(h^i,x)-u(x,x)]$$

<게임이론과 진화 다이내믹스>의 결과와 다른 점은 우변의 분모에 u(x,x)가 없다는 것입니다. 애초에 평균보수에 비례하여 늘어나는 게 개체수(n_i)냐 그 비율(x_i)이냐의 차이인데 전자의 경우 총 개체수(n(t))가 계속 변하지만 후자의 경우 총 개체수는 고정되어 있다고 보는 차이가 있는 것 같네요. 차이가 나는 건 당연한데, 어느 쪽을 받아들일 거냐의 문제가 남습니다.

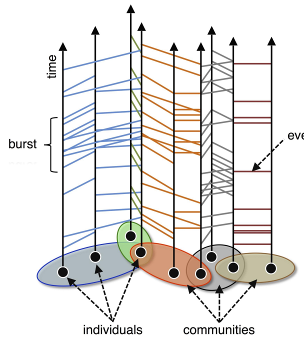
사실 <게임이론과 진화 다이내믹스>에서 예제를 소개하면서부터는 분모의 u(x,x)가 없는 바이불의 공식을 따릅니다. 분모에 u(x,x)가 있다고 해도 문제가 되는데, u(x,x)가 0이 되는 게임도 있을 수 있는데 이러면 식 자체가 성립되지 않아 난감해집니다.

그리고 아무래도 동학적 분석에 대한 예제가 없으니 허전하네요. 아래 보수행렬로 표현되는 조정 게임(coordination game)을 봅시다.

	1	2
1	1, 1	0, 0
2	0, 0	2, 2

내쉬균형은 (1,1)과 (2,2)임을 알 수 있죠. (2,2)의 보수가 (1,1)의 보수보다 높지만 경기자들이 일단 (1,1)을 선택했다면 전략을 바꿀 유인이 없습니다. 집단 내에서 전략 1을 쓰는

rss | a p



Seldon의 복잡계/통계물리 (모바일에서는 수식이 깨져보일 수 있습니다.)

꼬리표

007 스카이폴 0차원 10년 10년 후 11월 12월 1381 17대 대통령선거 18대 국회의원선거 18대 총선 1년 1종 오류 1주년 1차원 1차원 n-벡터 모형 2007년 2009년 2010년 2011 2011년 2012 2013 20대 투표율 20세기 소년 23 2변수 함수 2종 오류 30 3525 3D 3월 3주년 3차원 가상공간 3차원 이징 모형 40대 5년 5월1일 6년전 75일 80대 20 법칙

참고

--- Select Archive ---

SEARCH

이웃

엮인글

경기자의 비율을 x_1이라 하면 전략 2를 쓰는 경기자의 비율은 $x_2=1-x_1$이 됩니다.

$$u(h^1,x) = x_1\pi(1,1) + (1-x_1)\pi(1,2) = x_1$$
$$u(h^2,x) = x_1\pi(2,1) + (1-x_1)\pi(2,2) = 2(1-x_1)$$
$$u(x,x) = x_1 u(h^1,x) + x_2 u(h^2,x) = x_1^2 + 2(1-x_1)^2$$

이로부터,

$$\dot{x}_1 = x_1[u(h^1,x) - u(x,x)] = x_1(1-x_1)(3x_1-2)$$

입니다. 좌변을 0으로 놓으면 이로부터 내쉬균형(비선형 동역학 용어로는 고정점) 3개가 나옵니다: $x_1=0$, 2/3, 1. 게임이 시작되는 초기에 x_1이 2/3보다 크다면 x_1은 계속 커지기만 하다가 결국 (1,1)로 끝나겠죠. 초기에 x_1이 2/3보다 작다면 x_1은 계속 줄어들다가 결국 (2,2)에서 끝납니다. 즉 이 둘은 ESS입니다. x_1이 처음부터 정확히 2/3에 있었다면 계속 그 상태를 유지하겠지만 약간의 요동에도 균형을 잃고 $x_1=0$ 또는 1로 끝나게 되겠죠. 뭐 이런 식입니다. 이외에도 다양한 예가 있는데 궁금하시면 책을 보세요. 끝.