

**3289.** Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $AC = 3MB$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан  $AA_1$  и  $CC_1$ , если известно, что  $AC = 30$ .

**3293.** Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Точки  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$  — середины отрезков  $MA$ ,  $MB$  и  $MC$  соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника  $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$  вдвое меньше площади треугольника  $ABC$ .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что  $AB = 4$ ,  $BC = 8$  и  $AC = 10$ .

**3328.** Площадь трапеции  $ABCD$  равна 405. Диагонали пересекаются в точке  $O$ , отрезки, соединяющие середину  $P$  основания  $AD$  с вершинами  $B$  и  $C$ , пересекаются с диагоналями трапеции в точках  $M$  и  $N$ . Найдите площадь треугольника  $MON$ , если одно из оснований трапеции вдвое больше другого.

**3964.** Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AC$ . На продолжении стороны  $CB$  за точку  $B$  отмечена такая точка  $D$ , что угол  $CAD$  равен углу  $ABD$ .

а) Докажите, что  $AB$  — биссектриса угла  $CAD$ .

б) Найдите  $AD$ , если боковая сторона треугольника  $ABC$  равна 5, а его основание равно 6.

**4911.** Точки  $E$ ,  $H$  и  $F$  лежат на сторонах соответственно  $PQ$ ,  $QR$  и  $PR$  треугольника  $PQR$ , причём  $PEHF$  — параллелограмм, площадь которого составляет  $\frac{12}{25}$  площади треугольника  $PQR$ . Найдите диагональ  $EF$  параллелограмма, если известно, что  $PQ = 10$ ,  $PR = 15$  и  $\cos \angle QPR = \frac{2}{9}$ .

**4914.** Точка касания окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, делит боковую сторону на отрезки 1 и 4. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите его площадь.

**4917.** Окружность вписана в равнобедренную трапецию, основания которой равны 18 и 50. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите отношение площади этого треугольника к площади трапеции.

**5527.** Окружности радиусов  $5\sqrt{3}$  и  $8\sqrt{3}$  с центрами соответственно  $O_1$  и  $O_2$  касаются в точке  $L$ . Прямая, проходящая через точку  $L$ , вторично пересекает меньшую окружность в точке  $K$ , а большую — в точке  $M$ . Найдите площадь треугольника  $KMO_1$ , если  $\angle LMO_2 = 30^\circ$ .