Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 2
по курсу «Математическая статистика»
на тему: «Интервальные оценки»
Вариант № 9

Студент ИУ7-66Б (Группа) ________ (Подпись, дата) Жаворонкова А. А. (И. О. Фамилия)

Преподаватель ________ (Подпись, дата) Саркисян П. С. (И. О. Фамилия)

2024 г.

Определение γ–доверительного интервала для значения параметра распределения случайной величины

<u>**Опр.**</u> Интервальной оценкой с коэффициентом доверия γ параметра θ называют пару статистик $\underline{\theta}(\overrightarrow{X})$ и $\overline{\theta}(\overrightarrow{X})$ таких, что:

$$P\{\underline{\theta}(\overrightarrow{X}) < \theta < \overline{\theta}(\overrightarrow{X})\} = \gamma \tag{1}$$

<u>**Опр.**</u> Доверительным интервалом с коэффициентом доверия γ называют интервал $(\underline{\theta}(\overrightarrow{x}), \overline{\theta}(\overrightarrow{x}))$, отвечающий выборочным значениям статистик $\underline{\theta}(\overrightarrow{X})$ и $\overline{\theta}(\overrightarrow{X})$.

Формулы для вычисления границ γ–доверительного интервала для математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины

Для математического ожидания:

$$\begin{gathered}\underline{\theta}(\overrightarrow{X}) = \overline{X} - \frac{S(\overrightarrow{X}) \cdot t_{\frac{1+\gamma}{2}}}{\sqrt{n}} \\ \overline{\theta}(\overrightarrow{X}) = \overline{X} + \frac{S(\overrightarrow{X}) \cdot t_{\frac{1+\gamma}{2}}}{\sqrt{n}},\end{gathered} \tag{2}$$

где $S(\overrightarrow{X}) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}$, $t_{\frac{1+\gamma}{2}}$ — квантиль уровня $\frac{1+\gamma}{2}$ распределения Стьюдента с $n-1$ степенью свободы.

Для дисперсии:

$$\begin{gathered}\underline{\theta}(\overrightarrow{X}) = \frac{(n-1) \cdot S^2(\overrightarrow{X})}{h_{\frac{1+\gamma}{2}}} \\ \overline{\theta}(\overrightarrow{X}) = \frac{(n-1) \cdot S^2(\overrightarrow{X})}{h_{\frac{1-\gamma}{2}}},\end{gathered} \tag{3}$$

где $h_{\frac{1+\gamma}{2}}, h_{\frac{1-\gamma}{2}}$ — квантили уровней $\frac{1+\gamma}{2}$ и $\frac{1-\gamma}{2}$ распределения χ^2 соответственно с $n-1$ степенью свободы.

Текст программы

```
function lab_2()
    X = csvread('X.csv');
    n = length(X);
```

```
for i = 1 : n
   fprintf("%f\n", X(i));
end
% 1. )    . .
mu = sum(X) / n;
fprintf("mu = %f\n", mu);
if (n > 1)
    s2 = sum((X - mu) .^2) / (n - 1);
else
    s2 = 0;
end
fprintf("s2 = %f\n", s2);
% )      .   . .
gamma = 0.9;
alpha = (1 + gamma) / 2;

q_st = tinv(alpha, (n - 1));
mu_down = mu - (sqrt(s2) * q_st) / sqrt(n);
mu_up = mu + (sqrt(s2) * q_st) / sqrt(n);
fprintf("mu_down = %f\n", mu_down);
fprintf("mu_up = %f\n", mu_up);
fprintf("Interval: (%f; %f)\n", mu_down, mu_up);

% )      .
q_hi_down = chi2inv(alpha, (n - 1));
q_hi_up = chi2inv((1 - alpha), (n - 1));
s2_down = (n - 1) * s2 / q_hi_down;
s2_up = (n - 1) * s2 / q_hi_up;
fprintf("s2_down = %f\n", s2_down);
fprintf("s2_up = %f\n", s2_up);
fprintf("Interval: (%f; %f)\n", s2_down, s2_up);

% 3. )   . .
mu_xN = zeros(n, 1);
mu_xn = zeros(n, 1);
mu_xn_down = zeros(n, 1);
mu_xn_up = zeros(n, 1);

for i = 1 : n
    mu_xN(i) = sum(X) / n;
    mu_xn(i) = sum(X(1 : i)) / i;
```

```
    q_st_i = tinv(alpha, (i - 1));
    if (i > 1)
        s2_i = sum((X(1 : i) - mu_xn(i)) .^2) / (i - 1);
    else
        s2_i = 0;
    end
    mu_xn_down(i) = mu_xn(i) - (sqrt(s2_i) * q_st_i) /
       sqrt(i);
    mu_xn_up(i) = mu_xn(i) + (sqrt(s2_i) * q_st_i) / sqrt(i);
end
plot((10 : n), mu_xN(10 : n));
hold on;
plot((10 : n), mu_xn(10 : n));
hold on;
plot((10 : n), mu_xn_down(10 : n));
hold on;
plot((10 : n), mu_xn_up(10 : n));
hold on;

grid on;
xlabel("n");
ylabel('\mu');

legend('\mu(xN)', '\mu(xn)', '\mu\_down(xn)', '\mu\_up(xn)');

% )
figure();
s2_xN = zeros(n, 1);
s2_xn = zeros(n, 1);
s2_xn_down = zeros(n, 1);
s2_xn_up = zeros(n, 1);

for i = 1 : n
    s2_xN(i) = sum((X - mu_xn(n)) .^2) / (n - 1);
    if (i > 1)
        s2_xn(i) = sum((X(1 : i) - mu_xn(i)) .^2) / (i - 1);
    else
        s2_xn(i) = 0;
    end
    q_hi_down_i = chi2inv(alpha, (i - 1));
```

```
        q_hi_up_i = chi2inv((1 - alpha), (i - 1));
        s2_xn_down(i) = (i - 1) * s2_xn(i) / q_hi_down_i;
        s2_xn_up(i) = (i - 1) * s2_xn(i) / q_hi_up_i;
    end
    plot((10 : n), s2_xN(10 : n));
    hold on;
    plot((10 : n), s2_xn(10 : n));
    hold on;
    plot((10 : n), s2_xn_down(10 : n));
    hold on;
    plot((10 : n), s2_xn_up(10 : n));
    hold on;

    grid on;
    xlabel("n");
    ylabel('\sigma');

    legend('S^2(xN)', 'S^2(xn)', '\sigma^2\_down(xn)',
       '\sigma^2\_up(xn)');
end
```

Результаты расчетов и графики для выборки из индивидуального варианта

```
>> lab_2
mu = -7.597603
s2 = 1.256448
mu_down = -7.766520
mu_up = -7.428687
Interval: (-7.766520; -7.428687)
s2_down = 1.028700
s2_up = 1.575408
Interval: (1.028700; 1.575408)
```

Рисунок 1 – Результаты расчетов для выборки из индивидуального варианта

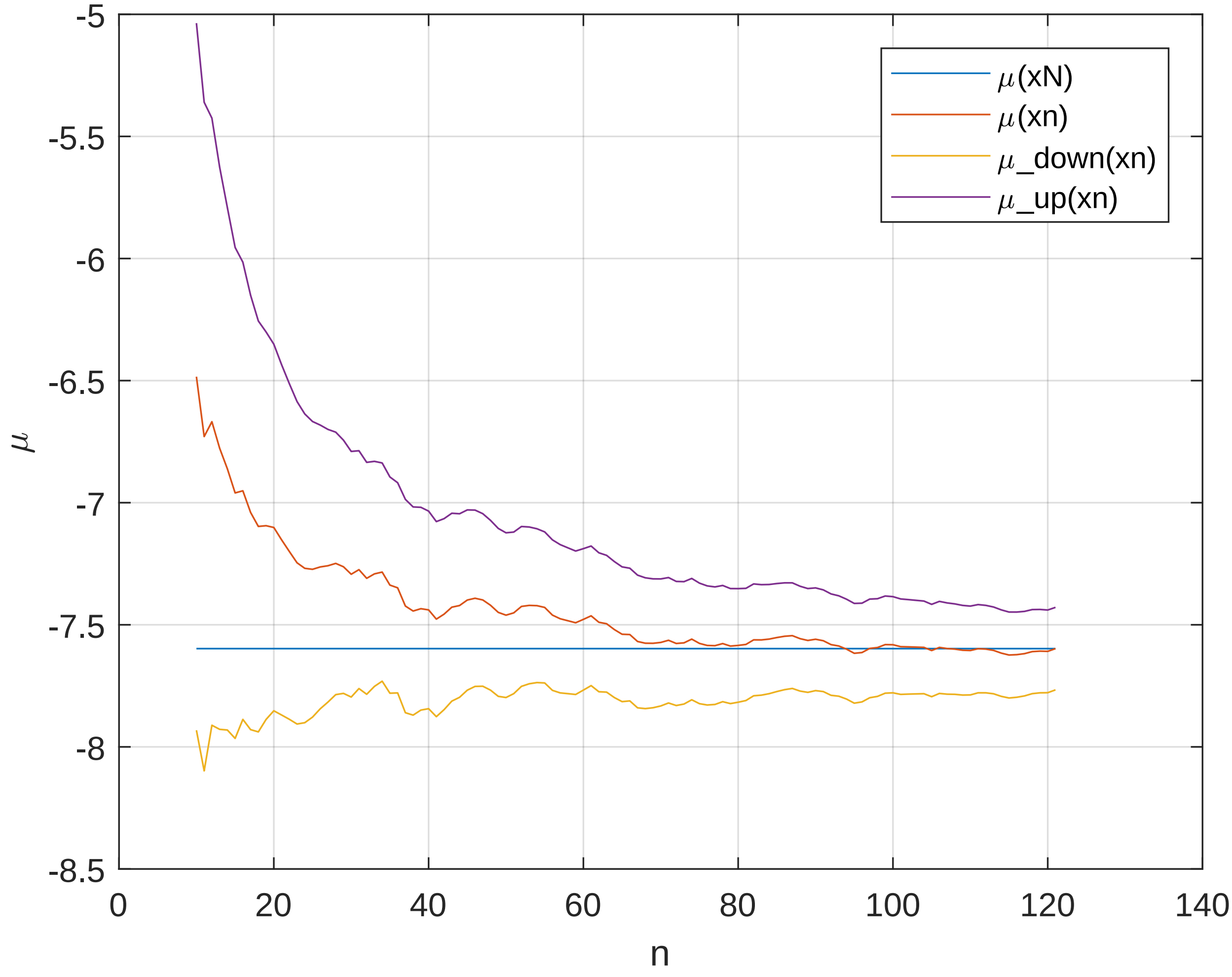

Рисунок 2 – График для математического ожидания

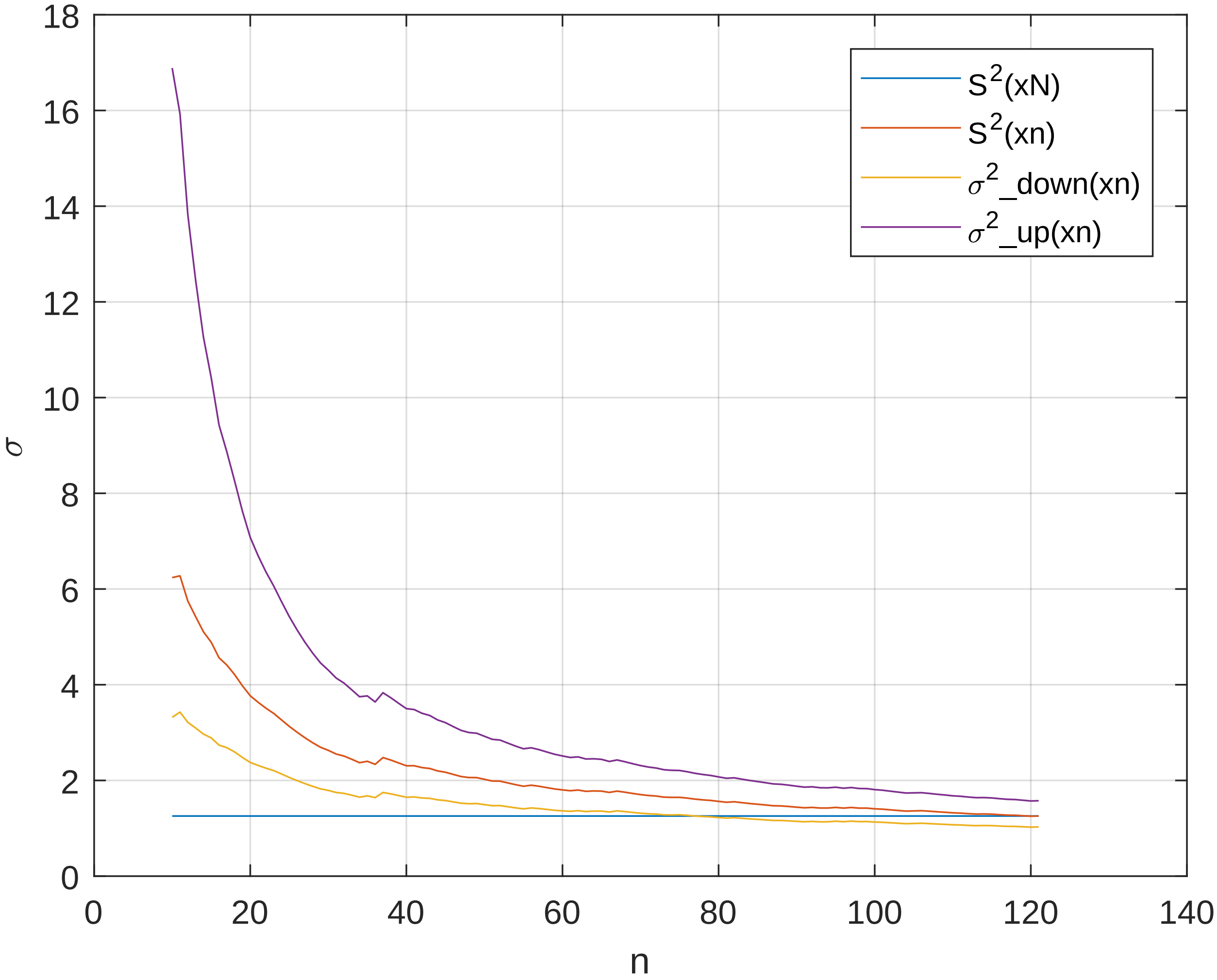

Рисунок 3 – График для дисперсии