Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου II

Εργαστήριο 3

Κουκουλέτσου Αικατερίνη 10218

Μάιος 2024

Εισαγωγή

Σκοπός της 3ης εργαστηριακής άσκησης είναι η τροποποίηση του ελεγκτή του 2ου εργαστηρίου έτσι ώστε να επιτευχθεί η απόσβεση διαταραχών.

Σχεδίαση Ελεγκτή Δυναμικής Ανάδρασης Καταστάσεων

Ο τροποποιημένος ελεγκτής που θα χρησιμοποιηθεί, είναι ένας ελεγκτής δυναμικής ανάδρασης καταστάσεων της μορφής

$$u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_i z$$

όπου z είναι ίσο με

$$\dot{z} = y - r$$

πλήρως υλοποιήσιμο αφού y είναι η έξοδος του συστήματος και άρα πρόκειται για μέγεθος διαθέσιμο προς μέτρηση και r είναι η είσοδος αναφοράς και άρα είναι γνωστή. Ορίζοντας το $\dot{z} = y - r$ προστίθεται ακόμη μία διαφορική εξίσωση στο σύστημα και άρα αυξάνεται η τάξη του συστήματος κατά ένα. Επομένως το σύστημα αποτελείται πλέον από τρεις μεταβλητές κατάστασης και είναι στην μορφή

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1-k_m k_1}{T_m} & \frac{-k_2 k_m}{T_m} & \frac{-k_i k_m}{T_m} \\ k_\mu \cdot k_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot r + \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot d$$

<u>Κριτήριο Routh Hurwitz</u>

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι

$$det(sI - A) = s^3 + \frac{1 + k_1 k_m}{T_m} s^2 + \frac{k_m k_2 k_\mu k_0}{T_m} s + \frac{k_i k_m k_\mu k_0}{T_m}$$

Εφαρμόζοντας το κριτήριο ευστάθειας Routh - Hurwitz προκύπτει

$$\frac{1 + k_1 k_m}{T_m} > 0 \Rightarrow k_1 > -\frac{1}{k_m}$$

$$\frac{\frac{1+k_1 k_m}{T_m} \frac{k_m k_2 k_\mu k_0}{T_m} - \frac{k_m k_i k_\mu k_0}{T_m}}{\frac{1+k_1 k_m}{T_m}} > 0 \Rightarrow (1 + k_1 k_m) k_2 > T_m k_i$$

$$\frac{k_m k_i k_\mu k_0}{T_m} > 0 \Rightarrow k_i > 0$$

Σε περίπτωση που έστω και μία από αυτές τις συνθήκες δεν ικανοποιείται, η διαδικασία τερματίζεται.

<u>Προδιαγραφές Ελεγχόμενου Συστήματος</u>

Όσον αφορά τις προδιαγραφές, η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου θα πρέπει

1. να μην παρουσιάζει υπερύψωση και
2. ο χρόνος αποκατάστασης να είναι ο μικρότερος δυνατός.

Αυτήν την φορά όμως το σύστημα είναι 3ης τάξης και άρα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο έτοιμος τύπος $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$. Προκειμένου να γίνει μια πρώτη προσέγγιση των κερδών πριν το εργαστήριο, επιλύθηκε το σύστημα με χρήση της ode45 και έγιναν πολλές προσομοιώσεις εως ώτου να ικανοποιούνται και οι δύο προδιαγραφές. Παρόλ'αυτά, αυτή η προσέγγιση αποδείχθηκε να είναι λανθασμένη καθώς η ode45 και γενικά οποιοσδήποτε solver της Matlab λειτουργεί με μεταβλητό timestep. Σημειώνεται επίσης πως ακόμη και να τεθεί fixed time step, και πάλι ο solver θα λύσει την διαφορική με μεταβλητό βήμα απλά θα επιστρέψει με interpolation τις τιμές που αντιστοιχούν στο επιθυμητό βήμα επίλυσης. Καθώς το arduino δουλεύει με διακριτές τιμές, η μέθοδος αυτή τελικά δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί γιατί ενδέχεται να δώσει παραπλανητικά αποτελέσματα.

Μια άλλη προσέγγιση προσδιορισμού των κερδών θα μπορούσε να είναι η ακόλουθη. Από την πρώτη προδιαγραφή απαιτείται το σύστημα να μην παρουσιάζει υπερύψωση. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει οι πόλοι του πίνακα A-BK να έχουν μόνο πραγματικό μέρος (και εννοείται αρνητικό). Παράλληλα η σχέση που συνδέει τους πόλους και τον χρόνο αποκατάστασης δίνεται από τον τύπο

$$t_s = \frac{4}{|Re(p)|}$$

όπου p είναι ο κυρίαρχος πόλος του συστήματος. Επομένως, όλοι οι πόλοι θα είναι καθαρά αρνητικοί πραγματικοί και ο κυρίαρχος πόλος θα πρέπει να είναι τέτοιος ώστε να επιτυγχάνεται καλό settling time. Επομένως, έστω το ιδανικό - επιθυμητό πολυώνυμο με τους άγνωστους πόλους p_1, p_2, p_3 τότε

$$\begin{aligned} p(s) &= (s + p_1)(s + p_2)(s + p_3) \\ &= s^3 + (p_1 + p_2 + p_3)s^2 + (p_1p_2 + p_2p_3 + p_3p_1)s + p_1p_2p_3 \end{aligned}$$

Με αντιστοίχιση προκύπτει

$$p_1 + p_2 + p_3 = \frac{1 + k_1k_m}{T_m}$$

$$p_1p_2 + p_2p_3 + p_3p_1 = \frac{k_mk_2k_\mu k_0}{T_m}$$

$$p_1p_2p_3 = \frac{k_mk_ik_\mu k_0}{T_m}$$

Λύνοντας ως προς k_1, k_2 και k_i

$$k_1 = \frac{T_m(p_1 + p_2 + p_3) - 1}{k_m}$$

$$k_2 = \frac{T_m(p_1p_2 + p_2p_3 + p_3p_1)}{k_mk_\mu k_0}$$

$$k_i = \frac{T_mp_1p_2p_3}{k_mk_\mu k_0}$$

Επομένως αντί να γίνεται μια διαδικασία trial and error για τις τιμές των κερδών, μπορούν πλέον να επιλεχθούν απευθείας οι πόλοι του συστήματος έτσι ώστε να πληρούν τις προδιαγραφές και για αυτήν την επιλογή πόλων να υπολογιστεί η τιμή των κερδών με βάση τους παραπάνω τύπους. Οι πόλοι θα πρέπει να είναι αρνητικοί για να εξασφαλιστεί η απουσία υπερύψωσης και θα πρέπει να έχουν σχετικά μεγάλες τιμές για να επιτευχθεί μικρός χρόνος αποκατάστασης. Η παραπάνω μεθοδολογία προσφέρει έναν πιο άμεσο τρόπο ρύθμισης του συστήματος, κατευθείαν μέσω των επιθυμητών πόλων. Εννοείται πως για κάθε επιλογή πόλων και κατ'επέκταση για κάθε επιλογή κερδών, ελέγχεται πρώτα η ευστάθεια του συστήματος και μετά εφαρμόζεται ο ελεγκτής.

Οι τελικές τιμές των κερδών που επιλέχθηκαν είναι

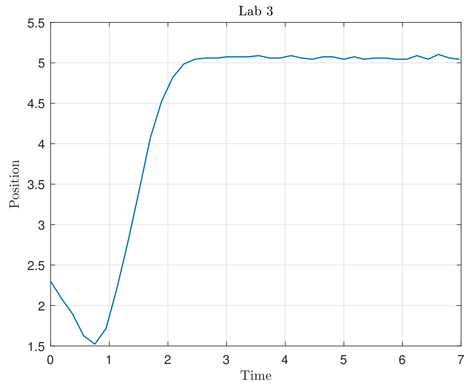
$$k_1 = 1.1$$
$$k_2 = 3.2$$
$$k_i = 6.8$$

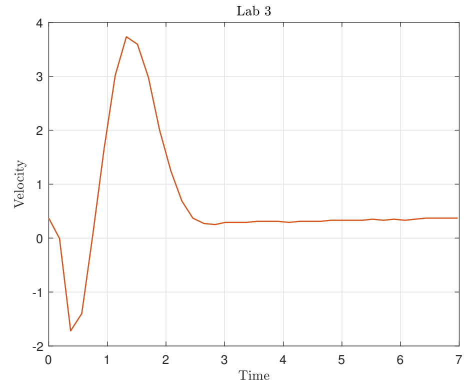
Δηλαδή ο ελεγκτής έχει την μορφή

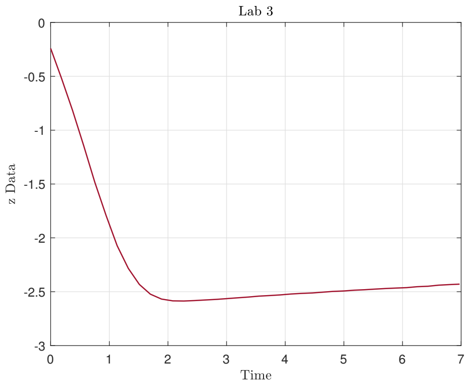
$$u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_i z = -1.1 x_1 - 3.2 x_2 - 6.8 z$$

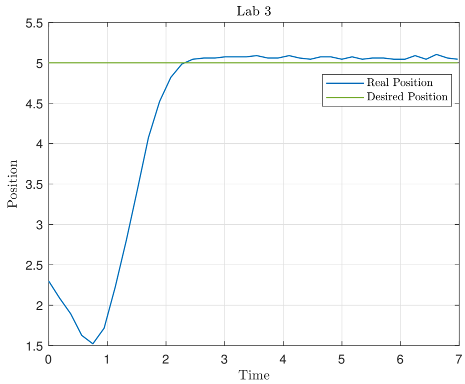
Έπειτα από αρκετό trial and error παρατηρήθηκε πως μεγαλύτερη τιμή στο κέρδος k_i βοηθάει στην επίτευξη ενός πιο γρήγορου χρόνου αποκατάστασης. Αντιθέτως, οι τιμές του κέρδους k_1 καλύτερα να είναι σχετικά μικρές.

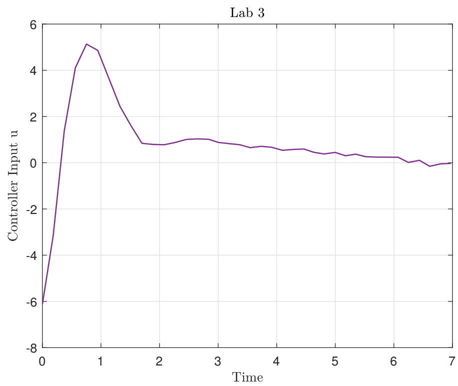
Διαγράμματα











Από τα διαγράμματα φαίνεται πως για αυτές τις επιλογές των κερδών εξασφαλίζεται μικρό settling time και απουσία υπερύψωσης. Επομένως πληρούνται όλες οι προδιαγραφές.