

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης  
Πολυτεχνική Σχολή  
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

# Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου II

## Εργαστήριο 4

Κουκουλέτσου Αικατερίνη 10218

Μάιος 2024

## Εισαγωγή

Σκοπός της 4ης εργαστηριακής άσκησης είναι η σχεδίαση ενός ελεγκτή τέτοιου ώστε η θέση του κινητήρα να συγκλίνει σε μια επιθυμητή τιμή. Η διαφορά αυτήν την φορά είναι ότι το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης  $[x_1, x_2]$  δεν είναι όλο διαθέσιμο προς μέτρηση. Ο ελεγκτής είναι πλέον ένας ελεγκτής γραμμικής ανάδρασης εξόδου. Η μόνη κατάσταση που μπορεί να μετρηθεί είναι η κατάσταση  $x_2$ . Επομένως, κρίνεται απαραίτητο να σχεδιαστεί ένα σύστημα εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης του συστήματος, δηλαδή ένας παρατηρητής.

## Σχεδίαση Παρατηρητή

Το state - space μοντέλο του συστήματος είναι

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_m} & 0 \\ k_\mu \cdot k_0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_m}{T_m} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

## Συνθήκη Παρατηρισιμότητας

Για να μπορεί να σχεδιαστεί ένας παρατηρητής, είναι απαραίτητο το σύστημα να είναι παρατηρίσιμο. Για να είναι το σύστημα παρατηρίσιμο θα πρέπει ο πίνακας παρατηρισιμότητας να έχει ορίζουσα διάφορη του μηδενός, δηλαδή να έχει  $\text{rank}(W) = n$ , όπου  $n$  η τάξη του συστήματος. Σύμφωνα με τον τύπο

$$W = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

Υπολογίζεται ο πίνακας για  $n = 2$

$$W = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_\mu k_0 & 0 \end{bmatrix}$$

Η ορίζουσα θα είναι ίση με

$$\det(W) = -k_\mu k_0 \neq 0$$

Εφόσον  $\det(W) \neq 0$ , το  $\text{rank}(W) = 2$  και άρα το σύστημα είναι **παρατηρίσιμο**. Σημειώνεται ότι ο έλεγχος για την ελεγκσιμότητα του συστήματος έχει γίνει ήδη σε προηγούμενη αναφορά για αυτό και παραλείπεται. Το σύστημα εννοείται πως είναι ένα σύστημα ελέγξιμο.

## Εύρεση Χαρακτηριστικού Πολυωνύμου

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος είναι ίσο με

$$\det(sI - A) = \det \left( \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_m} & 0 \\ k_\mu k_0 & 0 \end{bmatrix} \right) = \det \begin{vmatrix} s + \frac{1}{T_m} & 0 \\ -k_\mu k_0 & s \end{vmatrix} = s^2 + \frac{1}{T_m} s$$

Αντίστοιχα, το πολυώνυμο με τις επιθυμητές ιδιοτιμές είναι ίσο με

$$s^2 + P_1 s + P_2 = 0$$

Ακολουθεί ο υπολογισμός των πινάκων  $W^{-1}$ ,  $\tilde{W}$  και  $L$ , σύμφωνα με τους τύπους

$$W^{-1} = \frac{1}{-k_\mu k_0} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -k_\mu k_0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{k_\mu k_0} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{T_m} & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{T_m} & 1 \end{bmatrix}$$

$$L = W^{-1} \tilde{W} \begin{bmatrix} P_1 - \frac{1}{T_m} \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-P_1}{T_m k_\mu k_0} + \frac{1}{T_m^2 k_\mu k_0} + \frac{P_2}{k_\mu k_0} \\ P_1 - \frac{1}{T_m} \end{bmatrix}$$

Ο ελεγκτής του παρατηρητή δίνεται από τον τύπο

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly$$

Σύμφωνα με την θεωρία, μέσω των πινάκων  $K$  και  $L$  μπορούν να τοποθετηθούν οι ρίζες του πολωνύμου οπουδήποτε στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο, αρκεί το σύστημα να είναι ελέγξιμο και παρατηρίσιμο. Επίσης ισχύει ότι, ο παρατηρητής και ο ελεγκτής μπορούν να σχεδιαστούν ανεξάρτητα, σύμφωνα με την αρχή του διαχωρισμού καθώς το σύστημα είναι γραμμικό.

Για αυτόν τον λόγο, στο πρώτο μέρος του εργαστηρίου υπολογίστηκαν οι τιμές  $P_1, P_2$  για τον προσδιορισμό του πίνακα  $L$  έτσι ώστε οι εκτιμήσεις των καταστάσεων  $x_1, x_2$  να συγκλίνουν στις πραγματικές τιμές. Έπειτα, στο δεύτερο τμήμα του εργαστηρίου, και για γνωστά πλέον  $P_1, P_2$  υπολογίστηκαν οι τιμές των κερδών  $k_1, k_2$  έτσι ώστε η απόκριση του συστήματος πληρεί τις δοσμένες προδιαγραφές.

### Έλεγχος Ευστάθειας

Μετά από κάθε επιλογή  $P_1, P_2$  και άρα μετά από κάθε επιλογή  $L$ , γίνεται έλεγχος για την εξασφάλιση της ευστάθειας του συστήματος και μετά εφαρμόζεται ο ελεγκτής. Ο έλεγχος της ευστάθειας γίνεται με την βοήθεια του Matlab όπου και υπολογίζονται οι ιδιοτιμές του πίνακα  $\hat{A}$

$$\hat{A} = A - LC$$

Μόνο εάν όλες οι ιδιοτιμές έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος.

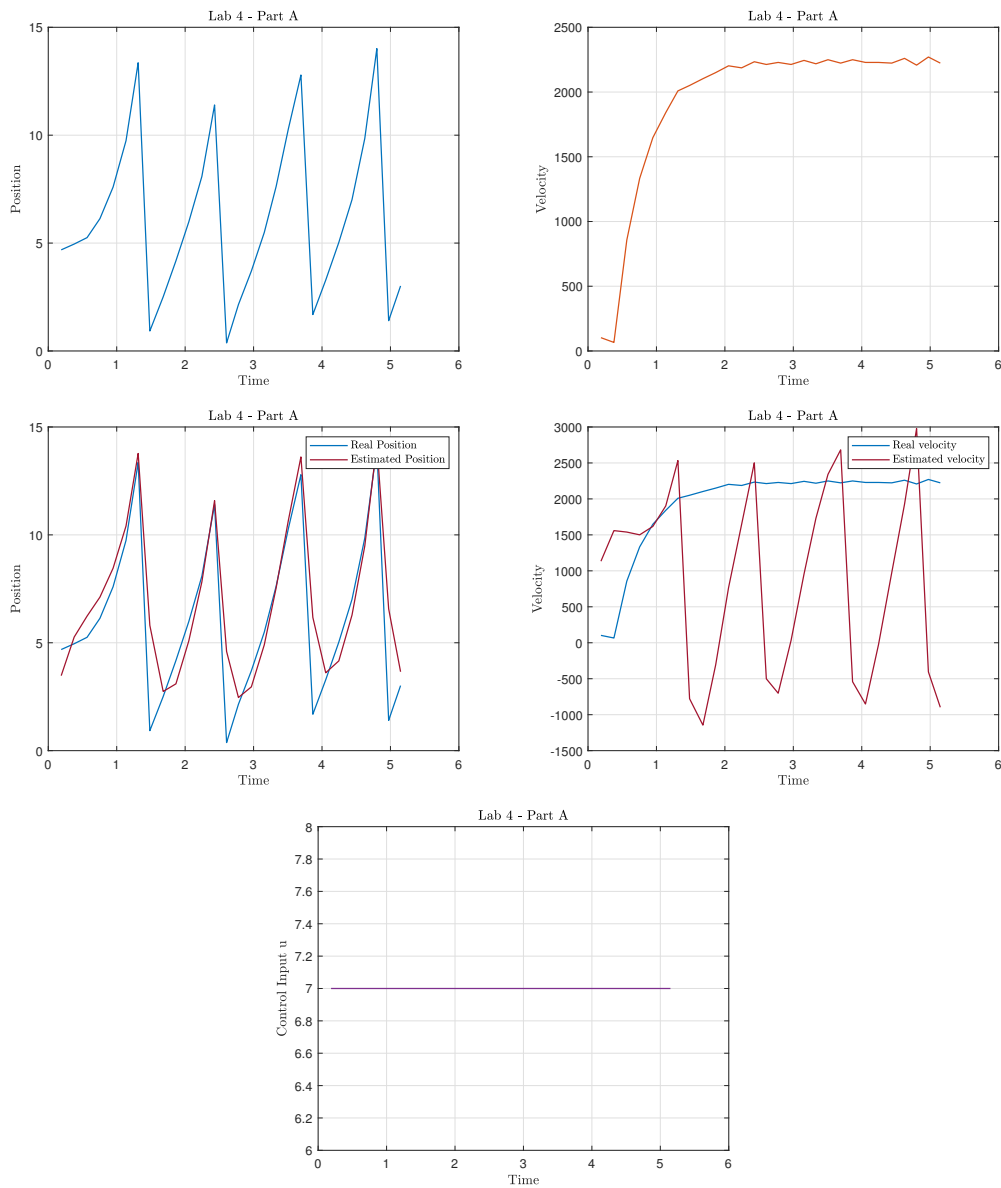
## Μέρος Α

Ο υπολογισμός των τιμών  $P_1, P_2$  υλοποιείται στο αρχείο με τίτλο *controlSystems2lab04parta.m*. Οι τιμές αυτές προσδιορίστηκαν έπειτα από μια διαδικασία trial and error κατά την οποία τα αποτελέσματα δεν ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητικά. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ότι ενώ η εκτίμηση της θέσης ήταν αρκετά ακριβής, η εκτίμηση της ταχύτητας δεν ήταν ικανοποιητική. Καθώς ο κώδικας ελέγχθηκε ξανά αναλυτικά κατά την διάρκεια του εργαστηρίου και για λάθη που θα μπορούσαν να έχουν προκύψει από την μαθηματική ανάλυση και για λάθη στον κώδικα, δεν βρέθηκε κάτι. Για να μην χαθεί παραπάνω χρόνος αποφασίστηκε να κρατηθούν οι τιμές  $P_1, P_2$  που έδιναν τα ικανοποιητικότερα αποτελέσματα και να επικεντρωθεί η προσοχή στο ζητούμενο 2.

Επομένως, τα παρακάτω διαγράμματα έχουν προκύψει για  $P_1 = 10$  και για  $P_2 = 0.000001$ . Σημειώνεται ότι, αντί για  $x_1$  στα διαγράμματα φαίνεται το  $x_1/k_t$  της ταχογεννήτριας.

## Μέρος Β

Παρατίθενται τα διαγράμματα για πόλους  $P_1 = 10$  και για  $P_2 = 0.000001$ .

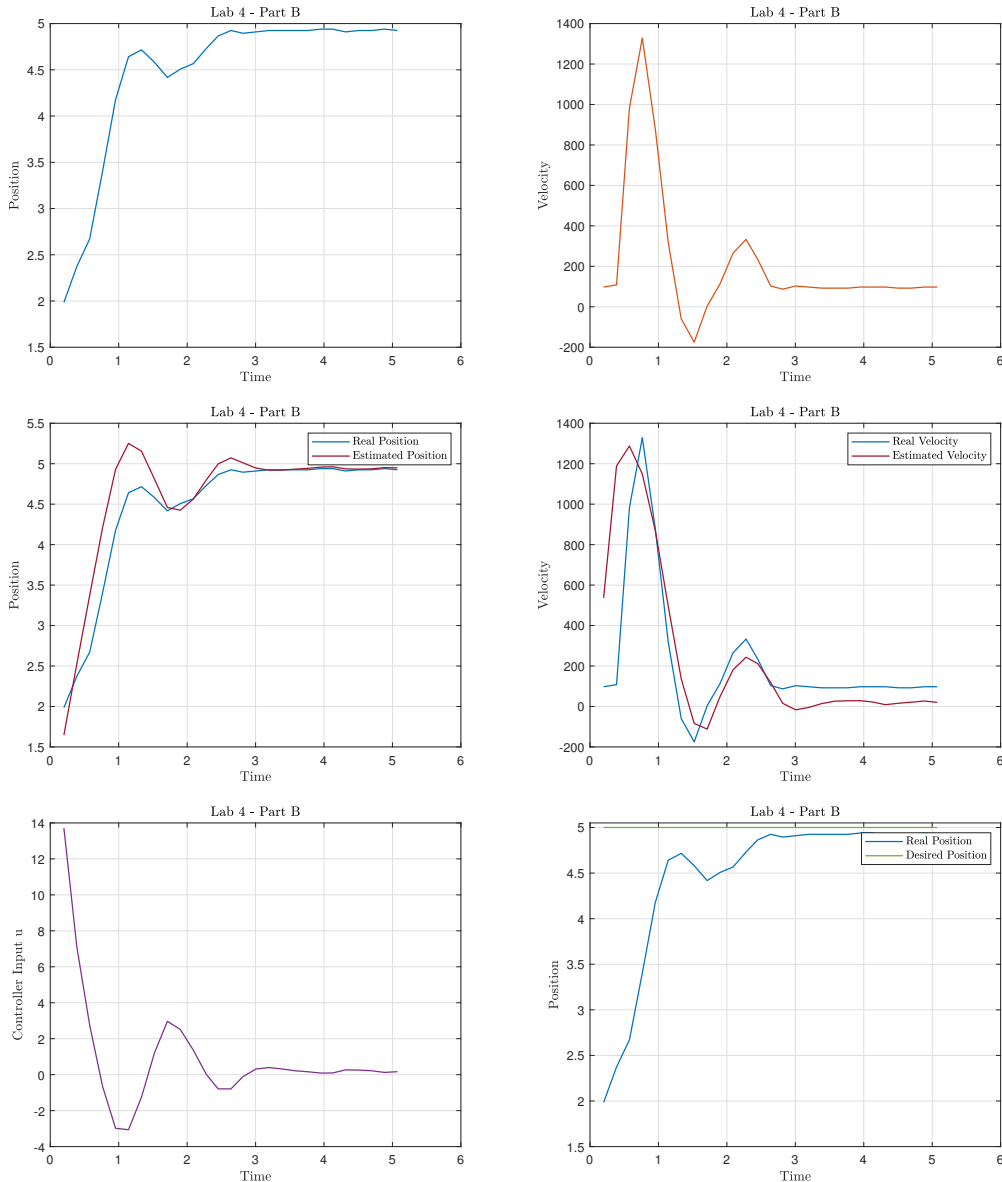


Φαίνεται από τα διαγράμματα πως ενώ η θέση εκτιμάται ικανοποιητικά η ταχύτητα δεν μπορεί να εκτιμηθεί σωστά. Αρχικά φαίνεται να μην μπορεί να διατηρήσει μια σταθερή τιμή για την εκτίμηση της ταχύτητας ακόμη και αν στιγμιαία την εντοπίζει. Παράλληλα παρατηρείται και ένα μεγάλο σφάλμα.

Παρατίθενται τα διαγράμματα για κέρδη  $k_1 = 1 \cdot k_t$  και  $k_2 = 4.7$  και εννοείται  $k_r = k_2$ . Δηλαδή ο ελεγκτής έχει την μορφή

$$u = -k_1 \hat{x}_1 - k_2 \hat{x}_2 + k_r \cdot desPos(t) = -k_t \hat{x}_1 - 4.7 \hat{x}_2 + 4.7 \cdot desPos(t)$$

οπου  $desPos(t)$  είναι η επιθυμητή θέση και είναι ίση με 5.



Η απόκριση φαίνεται να έχει μικρό χρόνο αποκατάστασης. Παρόλ'αυτά, φαίνεται ότι έχει μια καθοδική πορεία την χρονική στιγμή 1s με 2s. Για αυτό, έγιναν περισσότερες προσπάθειες για ένα καλύτερο tuning. Σε περιπτώσεις που φάνηκε να διορθώνεται, παρατηρήθηκε μεγάλο σφάλμα μόνιμης κατάστασης, καθώς η θέση σταθεροποιούνταν στην τιμή 4.5. Επομένως, αποφασίστηκε να αποθηκευτούν τα δεδομένα για τα διαγράμματα για τιμές κερδών  $1 \cdot k_t$  και  $k_2 = 4.7$ . Μία άλλη καλή επιλογή για τα κέρδη θα ήταν το  $k_1$  να μείνει ίδιο και το  $k_2$  να γίνει ίσο με 4.3. Καθώς αυτό το σενάριο προκάλούσε σφάλμα μόνιμης κατάστασης τελικά απορρίφθηκε.