

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης  
Πολυτεχνική Σχολή  
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

## Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

Εργασία 1

Κουκουλέτσου Κατερίνα 10218

Απρίλιος 2025

## Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η υλοποίηση και αξιολόγηση δύο βασικών τεχνικών επεξεργασίας εικόνας: του histogram equalization και histogram matching. Η πρώτη αφορά τη διαδικασία κατά την οποία το ιστόγραμμα τιμών φωτεινότητας (luminance) μιας ασπρόμαυρης εικόνας μετασχηματίζεται ώστε όλες οι 256 στάθμες φωτεινότητας να διαθέτουν περίπου ίσο πλήθος δειγμάτων. Η δεύτερη τεχνική στοχεύει στο να προσαρμοστεί η κατανομή φωτεινότητας μιας εικόνας έτσι ώστε να προσεγγίζει το ιστόγραμμα μιας άλλης reference εικόνας.

Για την υλοποίηση των παραπάνω, εξετάζονται τρεις διαφορετικοί αλγόριθμοι: **Greedy**, **Non-Greedy** και **Post-Disturbance** με τον κάθε αλγόριθμο να ενσωματώνει διαφορετική λογική στην ανάθεση των σταθμών της αρχικής εικόνας στις νέες στάθμες εξόδου.

Στόχος της εργασίας είναι να αναδείξει τα αποτελέσματα της εφαρμογής κάθε μεθόδου, να εντοπίσει και να σχολιάσει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα, καθώς και να διερευνήσει ποιοι παράγοντες επηρεάζουν την επιτυχία ή αποτυχία κάθε προσέγγισης, με βάση τόσο αντικειμενικά κριτήρια (μορφή του τελικού ιστογράμματος) όσο και υποκειμενικά (οπτική ποιότητα της τελικής εικόνας).

# Θεωρητική Ανάλυση

## 1. Greedy

Η προσέγγιση Greedy βασίζεται στη σταδιακή συσσώρευση στάθμεων εισόδου σε κάθε στάθμη εξόδου, με αποκλειστικό κριτήριο την ποσότητα. Στόχος είναι η εξισορροπημένη ανακατανομή των  $N$  δειγμάτων σε  $L_g$  εξόδους, με κάθε bin εξόδου να προσεγγίζει την επιθυμητή ποσότητα  $Np_{ref}[g_j]$  (στην περίπτωση του histogram matching) ή  $\frac{N}{L_g}$  (στην περίπτωση του histogram equalization).

### Αλγοριθμική περιγραφή:

1. Υπολογίζεται το επιθυμητό πλήθος δειγμάτων ανά bin εξόδου,  $targetcountperbin = Np_{ref}[g_j]$  ή  $N/L_g$ .
2. Οι στάθμες εισόδου  $f_i$  και εξόδου  $g_j$  ταξινομούνται σε αύξουσα σειρά luminance.
3. Ξεκινώντας από την κατώτερη στάθμη εισόδου, οι στάθμες  $f_i$  προστίθενται διαδοχικά στο τρέχον bin εξόδου  $g_j$ , έως ότου το άθροισμα των δειγμάτων να γίνει μεγαλύτερο ή ίσο του target.
4. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε επόμενο bin εξόδου.

Η διαδικασία δεν λαμβάνει υπόψη κάποια επιπρόσθετη συνθήκη βελτιστοποίησης. Ο αλγόριθμος δίνει έμφαση στην πλήρωση των bins αποκλειστικά βάσει πλήθους δειγμάτων.

### Μαθηματική Διατύπωση:

Να βρεθεί η ελάχιστη ομάδα στάθμεων  $f_k$  τέτοια ώστε:

$$j = \arg \min_i \sum_{k=0}^i \text{count}(f_k) \quad \text{s.t.} \quad \sum_{k=0}^i \text{count}(f_k) \geq \frac{N}{L_g}$$

## 2. Non-Greedy

Η μη-greedy μέθοδος επιδιώκει να αντιμετωπίσει ένα βασικό πρόβλημα της προηγούμενης προσέγγισης: την απότομη υπερπλήρωση ενός bin εξόδου λόγω προσθήκης μιας πολυπληθούς στάθμης εισόδου. Για τον σκοπό αυτό, εισάγεται η έννοια του *deficiency* — δηλαδή του εναπομείναντος χώρου στο bin εξόδου:

$$\text{deficiency}_j = \frac{N}{L_g} - \sum_{i=0}^{j-1} \text{count}(f_i)$$

Αυτήν την φορά, πριν προστεθεί η επόμενη υποψήφια στάθμη  $f_i$  στο bin εξόδου  $g_j$ , εξετάζεται πρώτα αν:

$$\text{deficiency}_j \geq \frac{\text{count}(f_j)}{2}$$

Αν η συνθήκη που εισάγει το deficiency δεν ικανοποιείται, η προσθήκη του  $f_i$  παρακάμπτεται ώστε να αποτραπεί το ενδεχόμενο κατά το οποίο για ένα πολύ μικρό έλλειμμα στην στάθμη

$g_j$  αντιστοιχίζεται ολόκληρη νέα στάθμη εισόδου. Ιδιαίτερα αν η στάθμη αυτή είναι πολυπληθής, κάτι τέτοιο θα οδηγούσε σε έντονη ασυμμετρία στην τελική κατανομή.

#### Μαθηματική Εξήγηση:

Μια νέα στάθμη  $f_j$  προστίθεται στο bin εξόδου  $g_j$  μόνο αν το υπόλοιπο που απαιτείται για να συμπληρωθεί το bin είναι επαρκώς μεγάλο ώστε να "χωρέσει τουλάχιστον τα μισά" από τα δείγματά της.

### 3. Post-Disturbance

Η post-disturbance καλείται να αντιμετωπίσει το πρόβλημα με τις δύο προηγούμενες μεθόδους. Ότι δηλαδή μια στάθμη εισόδου εκχωρείται πάντα ολόκληρη σε μια στάθμη εξόδου. Αυτό οδηγεί σε σημαντικές αποκλίσεις από την επιθυμητή κατανομή, καθώς δυσανάλογα μεγάλες στάθμες θα οδηγήσουν κατευθείαν σε απόκλιση.

Η μέθοδος εισάγει στο σύστημα τυχαία διαταραχή μέσω προσθήκης ομοιόμορφα κατανεμμένου θορύβου πριν την εφαρμογή της εξισορρόπησης. Η προσέγγιση αυτή επιδιώκει να διασπάσει τις υπερσυγκεντρωμένες στάθμες εισόδου που προκαλούν προβλήματα στις προηγούμενες μεθόδους.

#### Αλγοριθμική περιγραφή:

1. Με την υπόθεση ότι οι στάθμες εισόδου  $f_i$  είναι ισαπέχουσες, με απόσταση  $d = f_{i+1} - f_i$ . Δημιουργείται θόρυβος  $v(n_1, n_2)$  με ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[-d/2, d/2]$ .
2. Παράγεται μια νέα, συνεχούς τιμής εικόνα:

$$\hat{f}(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + v(n_1, n_2)$$

3. Εφαρμόζεται η greedy εξισορρόπηση επί της  $\hat{f}$ .

Με αυτόν τον τρόπο μειώνεται η συγκέντρωση πολλών δειγμάτων σε συγκεκριμένες στάθμες, και διευκολύνεται η πιο ισομερής κατανομή των δειγμάτων κατά την εξισορρόπηση.

# Ανάλυση Φωτεινότητας Εικόνων

Παρατίθενται οι εικόνες input και reference. Παρατηρώντας την **εικόνα αναφοράς**, ακόμη και χωρίς τον άμεσο υπολογισμό του ιστογράμματος, διαπιστώνεται διαισθητικά πως πρόκειται για μία σκοτεινή εικόνα, με κυριαρχία χαμηλών επιπέδων φωτεινότητας. Στις ασπρόμαυρες εικόνες (grayscale), οι στάθμες φωτεινότητας κυμαίνονται εντός του διαστήματος  $[0, 255]$ , όπου η τιμή 0 αντιστοιχεί στο απόλυτο μαύρο και η τιμή 255 στο απόλυτο λευκό. Επομένως, αναμένεται ότι το ιστόγραμμα της εικόνας αναφοράς θα παρουσιάζει αυξημένη συγκέντρωση τιμών προς τα αριστερά του άξονα, δηλαδή στις χαμηλές στάθμες έντασης.

Κατά τη διαδικασία του histogram matching, στόχος είναι η κατανομή τιμών της εικόνας εισόδου να προσαρμοστεί έτσι ώστε να προσεγγίσει εκείνη της εικόνας αναφοράς. Συνεπώς, δεδομένου ότι η εικόνα αναφοράς είναι σκοτεινή, αναμένεται ως αποτέλεσμα η εικόνα εισόδου να υποστεί μετασχηματισμό τέτοιο ώστε να αποκτήσει και αυτή κατανομή τιμών συγκεντρωμένη σε χαμηλότερες στάθμες φωτεινότητας — δηλαδή να σκοτεινιάσει οπτικά.

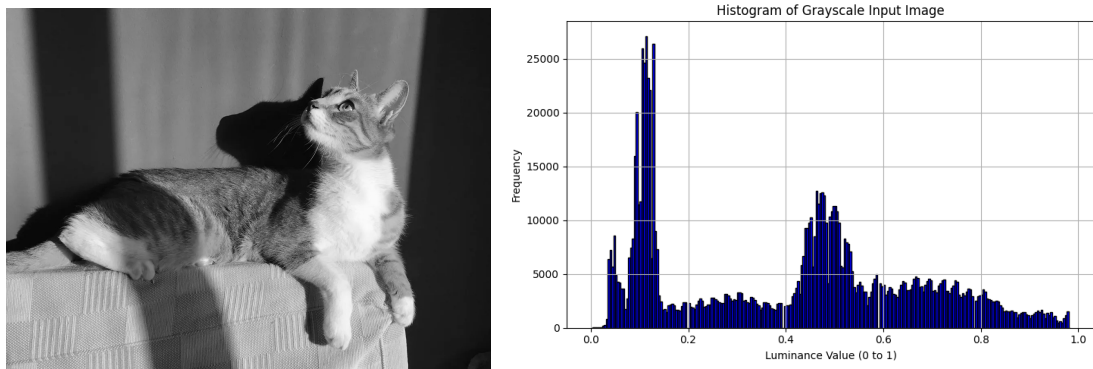


Figure 1: Input Image και το ιστόγραμά της

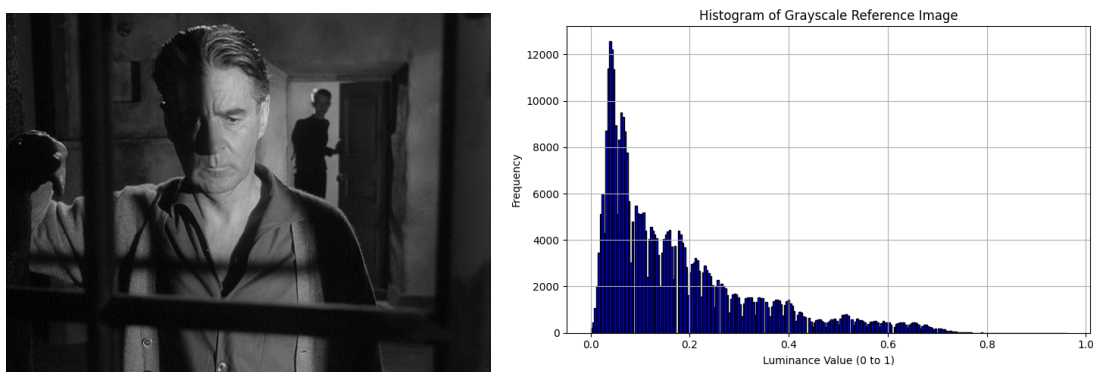


Figure 2: Reference Image και το ιστόγραμά της

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται το εύρος τιμών φωτεινότητας που παρατηρείται στις δύο εικόνες, σε κανονικοποιημένη όσο και μη μορφή.

Image	Luminance Value	
Input Image	0.0 - 0.984313725490196	0 - 251
Reference Image	0.0 - 0.9607843137254902	0 - 245

## Υλοποίηση Κώδικα

Οι συναρτήσεις που υλοποιούνται είναι οι εξής

Πολύ σημαντική σημείωση είναι πως καθώς η συνάρτηση `perform_hist_modification`

Συνάρτηση	Λειτουργία
<code>def calculate_hist_of_img (img_array, return_normalized) → Dict</code>	Υπολογίζει το ιστογράμμο της εικόνας, κανονικοποιημένο ή μη, ανάλογα με την τιμή του <code>return_normalized</code> .
<code>def apply_hist_modification_transform (img_array, modification_transform) → np.ndarray</code>	Εφαρμόζει την απεικόνιση των τιμών φωτεινότητας της εικόνας, βάσει του δοσμένου μετασχηματισμού.
<code>def perform_hist_modification (img_array, hist_ref, mode) → np.ndarray</code>	Υπολογίζει το ιστογράμμο της εικόνας με χρήση της <code>calculate_hist_of_img</code> και εφαρμόζει τον επιλεγμένο αλγόριθμο εξισορρόπησης ( <code>greedy</code> , <code>non-greedy</code> ή <code>post-disturbance</code> ) βάσει του <code>mode</code> . Έπειτα δημιουργεί τον μετασχηματισμό και καλεί την <code>apply_hist_modification_transform</code> για την τελική αντιστοίχιση.
<code>def perform_hist_eq (img_array, mode) → np.ndarray</code>	Καλεί τη <code>perform_hist_modification</code> με κατάλληλα ορίσματα, ώστε να υλοποιηθεί εξισορρόπηση ιστογράμματος βάσει του καθορισμένου αλγορίθμου από τη μεταβλητή <code>mode</code> .
<code>def perform_hist_matching (img_array, img_array_ref, mode) → np.ndarray</code>	Καλεί τη <code>perform_hist_modification</code> με κατάλληλα ορίσματα, για την εκτέλεση histogram matching με βάση την <code>reference</code> εικόνα και τον επιλεγμένο αλγόριθμο ( <code>mode</code> ).

έπρεπε να λειτουργεί τόσο για `equalization` όσο και για `matching` έχουν παρθεί οι εξής αποφάσεις. Αρχικά, στην περίπτωση του `histogram matching`, η μεταβλητή `hist_ref` ορίζεται να είναι το ιστογράμμο της `reference` εικόνας ενώ στην περίπτωση της εξισορρόπησης ορίζεται ως ομοιόμορφη κατανομή. Δηλαδή, όλες οι στάθμες φωτεινότητας που ανήκουν στο σύνολο των εξόδων  $\{g_i\}$  λαμβάνουν την ίδια πιθανότητα εμφάνισης, ίση με  $\frac{1}{L_g}$ , όπου  $L_g$  είναι το πλήθος των στάθμων εξόδου.

Ο παραπάνω ορισμός του `hist_ref` ως ομοιόμορφη κατανομή, δηλαδή  $p_{\text{ref}}[g_i] = \frac{1}{L_g}$  για κάθε στάθμη εξόδου  $g_i$ , εξυπηρετεί άμεσα τον υπολογισμό της μεταβλητής `target_count_per_bin` εντός της `perform_hist_modification`. Ειδικότερα, η `target_count_per_bin` ορίζεται ως:

$$\text{target\_count\_per\_bin} = N \cdot p_{\text{ref}}[g_i],$$

όπου  $N$  είναι το συνολικό πλήθος δειγμάτων της εικόνας εισόδου άρα  $N = \text{Height} \cdot \text{Width}$  και  $p_{\text{ref}}[g_i]$  η επιθυμητή κατανομή πιθανότητας στην αντίστοιχη στάθμη εξόδου.

Συγκεκριμένα στην περίπτωση της εξισορρόπησης ιστογράμματος, όπου επιδιώκεται ισοκατανομή των δειγμάτων στις στάθμες εξόδου, ορίζοντας ως:

$$p_{\text{ref}}[g_i] = \frac{1}{L_g} \quad \forall g_i,$$

προκύπτει άμεσα ότι:

$$\text{target\_count\_per\_bin} = N \cdot p_{\text{ref}}[g_i] = N \cdot \frac{1}{L_g} = \frac{N}{L_g},$$

που είναι και η επιθυμητή τιμή για την επίτευξη εξισορρόπησης. Επομένως, με αυτόν τον ορισμό προσφέρεται μία συνεπής και λειτουργική λύση για τον υπολογισμό του `target_count_per_bin` τόσο για την περίπτωση της εξισορρόπησης όσο και για την περίπτωση του histogram matching, χωρίς να απαιτούνται διαφορετικοί χειρισμοί στην βασική συνάρτηση.

Σημειώνεται ότι οι υπολογισμοί που γίνονται σε αυτήν την ισχύουν, γιατί -κατά την εκφώνηση- οι στάθμες θεωρούνται ισαπέχουσες.

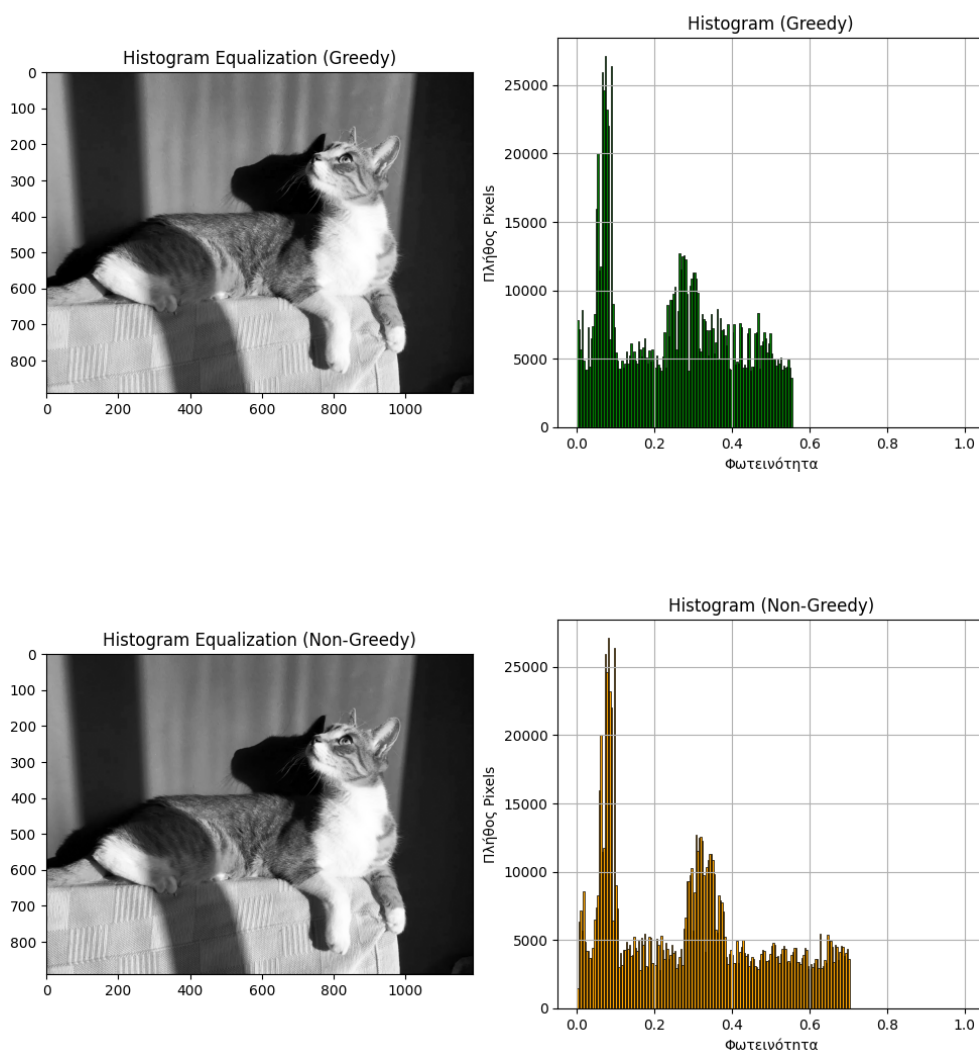
## Διαγράμματα και Συμπεράσματα

Κατά την υλοποίηση, προέκυψε μια απορία σχετικά με το επιθυμητό εύρος της στάθμης εξόδου  $g_i$  και αν αυτό έπρεπε να εκτείνεται στο διάστημα  $[f_{\min}, f_{\max}]$  των τιμών της εικόνας εισόδου ή σε ολόκληρο το εύρος  $[0, 1]$ .

Παρόλο που δεν έχει ιδιαίτερη διαφορά καθώς το εύρος της input εικόνας είναι  $[0, 0.984] \approx [0, 1]$  θεωρήθηκε ότι η εκφώνηση πιθανότατα προσανατολίζεται προς το εύρος  $[0, 1]$  καθώς έτσι φαίνεται από τις δοσμένες εικόνες στο Σχήμα 1 της εκφώνησης. Γι'αυτόν τον λόγο και επιλέχθηκε αυτό το διάστημα τιμών.

Ωστόσο, η σχετική διαφοροποίηση υλοποιείται εντός της συνάρτησης `perform_hist_equalization`, όπου ορίζονται οι μεταβλητές `g_min` και `g_max`. Στον κώδικα, περιλαμβάνονται σχολιασμένες γραμμές που επιτρέπουν εναλλαγή μεταξύ των δύο επιλογών, σε περίπτωση που το ζητούμενο εύρος ήταν το  $[f_{\min}, f_{\max}]$ .

## Histogram Equalization - Plots



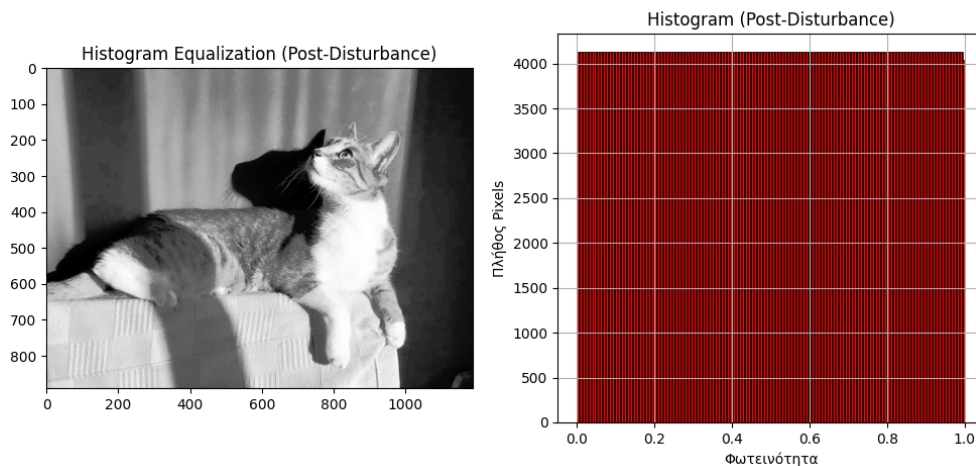


Συγκρίνοντας τις δύο πρώτες εξόδους, οι οποίες αντιστοιχούν σε εφαρμογή της greedy και της non-greedy μεθόδου, παρατηρείται ότι καμία από τις δύο δεν επιτυγχάνει πλήρως ικανοποιητική εξισορρόπηση. Η κύρια αιτία αυτής της απόκλισης εντοπίζεται από την αρχή στο ιστόγραμμα της εικόνας εισόδου, από το οποίο φαίνεται ότι υπάρχουν στάθμες με δυσανάλογα μεγάλη ποσότητα δειγμάτων σε σχέση με άλλες.

Το γεγονός ότι τέτοιες στάθμες εισόδου εκχωρούνται αυτούσιες σε μεμονωμένες στάθμες εξόδου, δημιουργεί τις έντονες αποκλίσεις από την επιθυμητή ομοιόμορφη κατανομή. Αν και σημειώνεται σαφής βελτίωση σε σχέση με την αρχική εικόνα, τα αποτελέσματα κρίνονται συνολικά ως μη ικανοποιητικά, όπως είναι και αναμενόμενο λόγω της απλότητας των δύο προσεγγίσεων.

Παρόλ'αυτά, συγκεκριμένα η μέθοδος non-greedy, μέσω της εισαγωγής του όρου *deficiency*, φαίνεται να καταφέρνει ως έναν βαθμό να αποτρέψει την απότομη υπερπλήρωση των bins εξόδου σε αρκετές περιπτώσεις. Παρατηρείται ότι οι περισσότερες στάθμες εξόδου στο διάστημα  $[0.1, 0.3]$  και  $[0.4, 1.0]$  περιέχουν λιγότερα από 5000 δείγματα, το οποίο συνάδει με τον στόχο  $Np_{ref}[g_i] = 4126$  και το οποίο δεν συνέβαινε στην greedy αφού εκεί πολλές περισσότερες στάθμες φαίνεται να ξεφεύγουν τα 5000 δείγματα.

Ωστόσο, και πάλι περιοχές με συσσωρεύσεις όπως οι  $f_i \in [0.03, 0.1]$  και  $f_i \in [0.3, 0.4]$  συνεχίζουν να προκαλούν σημαντική ασυμμετρία. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, παρόλο που το κριτήριο του deficiency φιλτράρει τις στάθμες που θα εκχωρηθούν, όταν μια στάθμη τελικά "περάσει" τον έλεγχο, εκχωρείται στο σύνολό της — κάτι που επανεισάγει την προηγούμενη πηγή απόκλισης.

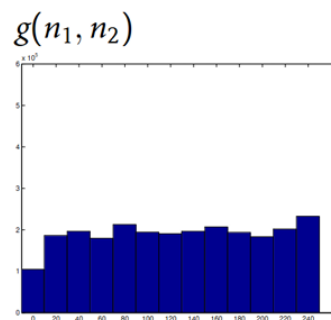
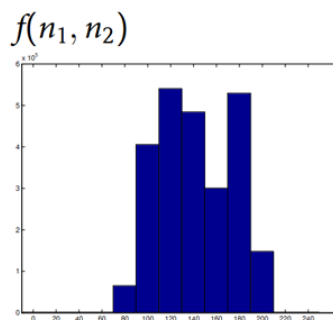


Αντιθέτως, η μέθοδος *Post-Disturbance* παρουσιάζει τέλεια αποτελέσματα εξισορρόπησης. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, μετά την προσθήκη μικρού θορύβου τύπου **uniform** στις στάθμες εισόδου, η νέα κατανομή των τιμών οδηγεί σε δημιουργία μοναδικών τιμών (unique values) για κάθε δείγμα. Κατά την εκτέλεση πολλών επαναλήψεων του αλγορίθμου, παρατηρήθηκε ότι κάθε στάθμη της  $\hat{f}$  αποτελείται από ένα μόνο δείγμα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η greedy αντιστοίχιση να λειτουργεί πλέον ιδανικά, αφού ο έλεγχος του count κάθε στάθμης γίνεται ανά ένα δείγμα και άρα καμία στάθμη εξόδου δεν ξεπερνά το 4126.

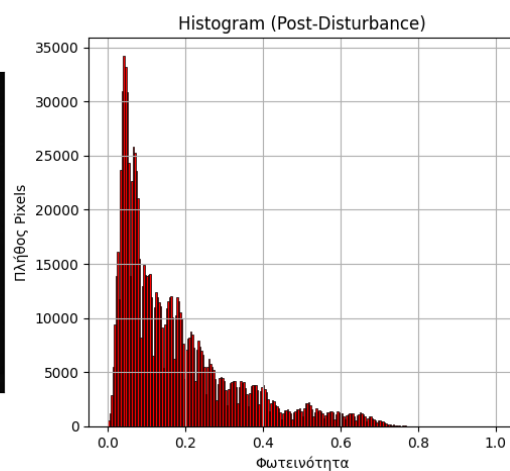
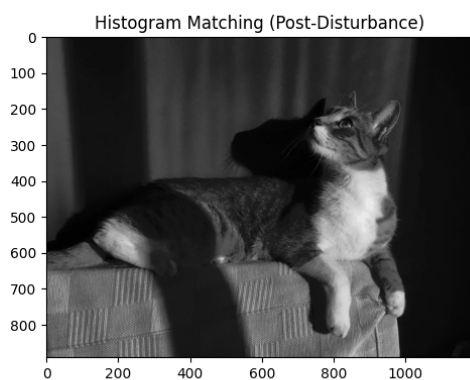
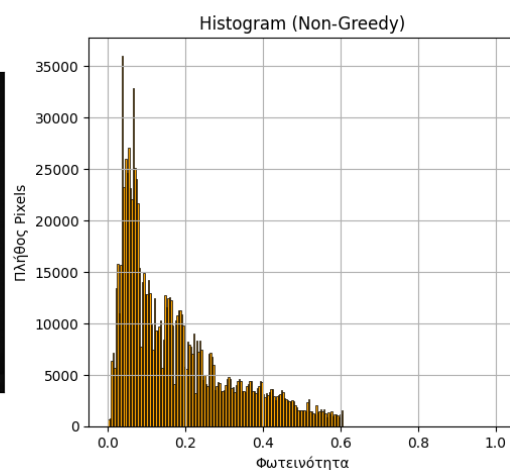
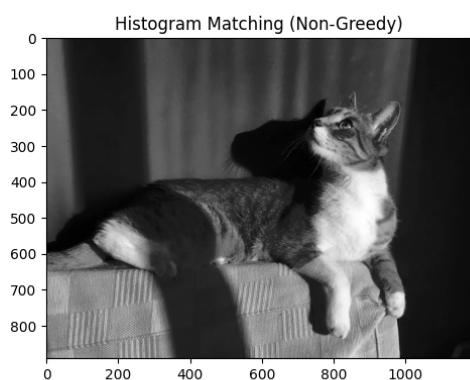
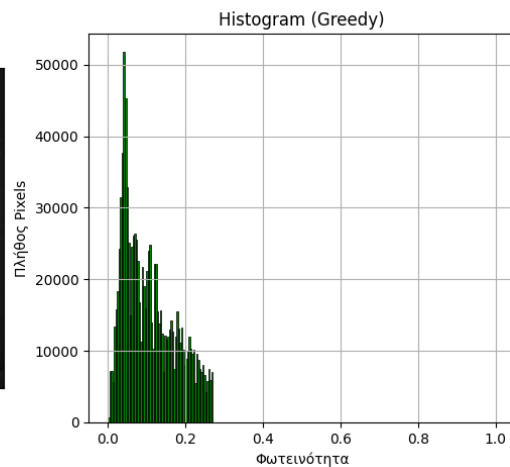
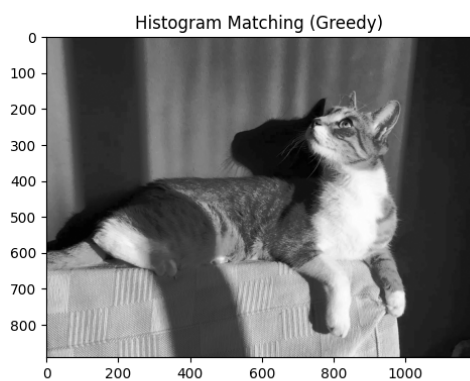
Αξίζει να σημειωθεί πως, παρότι η μέθοδος *post-disturbance* οδηγεί σε τέλεια εξισορρόπηση

του ιστογράμματος, αυτό δεν συνεπάγεται κατ' ανάγκην και αισθητικά βέλτιστο οπτικό αποτέλεσμα. Η συγκεκριμένη εικόνα χαρακτηρίζεται από φυσικά αυξημένη φωτεινότητα όπως φαίνεται από το ιστόγραμμά της, με πολλά pixels να συγκεντρώνονται σε υψηλές στάθμες luminance. Η επιβολή μιας αυστηρά ομοιόμορφης κατανομής μέσω histogram equalization αναγκάζει πολλές φωτεινές περιοχές να ανακατανεμηθούν τεχνητά προς σκοτεινότερες στάθμες, με μοναδικό σκοπό τη μαθηματική πλήρωση των χαμηλών bins. Το αποτέλεσμα είναι η πιθανή καταστολή λεπτομερειών στις φωτεινές περιοχές, η εισαγωγή αφύσικων αντιθέσεων και συνολικά η υποβάθμιση της φυσικής αισθητικής της εικόνας. Συνεπώς, μια τέλεια ισοκατανομή του ιστογράμματος δεν συνεπάγεται αυτόματα και ποιοτικά καλύτερη απεικόνιση.

Σε αντίθεση δηλαδή με το παραδείγμα στην εκφώνηση της εργασίας, όπου η αρχική εικόνα παρουσιάζει σαφώς περιορισμένο εύρος φωτεινότητας (π.χ. εντός του διαστήματος  $[170, 210]$ ), οδηγώντας σε μια γενική έλλειψη αντίθεσης και οπτική «θολότητα» που διορθώνεται αποτελεσματικά μέσω εξισορρόπησης ιστογράμματος, η περίπτωση της εικόνας αυτής διαφέρει σημαντικά. Συγκεκριμένα, η κατανομή των luminance τιμών καλύπτει σχεδόν όλο το επιτρεπτό εύρος  $[0, 255]$ , γεγονός που υποδηλώνει ότι το πρόβλημα δεν εντοπίζεται στην αντίθεση, αλλά στην άνιση κατανομή που προκύπτει φυσικά από τη σκηνή: αντικείμενα με έντονες σκιές και φωτισμούς δημιουργούν εντοπισμένες συσσωρεύσεις σε συγκεκριμένες στάθμες. Μια επιθετική εξισορρόπηση οδηγεί σε τεχνητή μεταβολή της κατανομής αυτής, παραμορφώνοντας τις σχέσεις φωτεινότητας που είναι ουσιώδεις για την πιστή αναπαράσταση του οπτικού περιεχομένου. Συνεπώς, η αξιολόγηση της εξισορρόπησης θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη το περιεχόμενο και το φυσικό context της εικόνας και όχι να βασίζεται αποκλειστικά στην ομοιομορφία του ιστογράμματος.



## Histogram Matching - Plots



Η ανάλυση των αποτελεσμάτων από τις τρεις μεθόδους histogram matching επιβεβαιώνει και πάλι ότι όσο πιο σύνθετος είναι ο αλγόριθμος, τόσο καλύτερα επιτυγχάνεται η προσαρ-

μογή του ιστογράμματος της εικόνας εισόδου στο ιστόγραμμα της reference εικόνας. Συγκριμένα, η μέθοδος **post-disturbance** παρουσιάζει σχεδόν τέλεια αντιγραφή του ιστογράμματος της reference εικόνας, όπως επιβεβαιώνεται τόσο ποσοτικά όσο και οπτικά.

Οπτικά, παρατηρείται μια σταδιακή σκουρόχρωση της εικόνας καθώς προχωράμε από την αρχική, μη επεξεργασμένη εικόνα προς τις εικόνες που έχουν υποστεί επεξεργασία με τις μεθόδους **greedy**, **non-greedy** και τελικά **post-disturbance**. Η εικόνα που προκύπτει μετά την εφαρμογή της **post-disturbance** εμφανίζεται ως η πιο σκοτεινή, γεγονός απολύτως αναμενόμενο, καθώς η reference εικόνα έχει συνολικά χαμηλότερες τιμές luminance σε σχέση με την αρχική. Η επιτυχής αντιγραφή του ιστογράμματος της reference εικόνας συνεπάγεται ότι το histogram matching έχει οδηγήσει σε μείωση της φωτεινότητας της εικόνας εισόδου.

Μία ακόμη παρατήρηση, δευτερεύουσας φύσης αλλά ενδιαφέρουσα, είναι η εξής: ο αλγόριθμος **greedy** φαίνεται να ολοκληρώνει την αντιστοίχιση πιο γρήγορα, καθώς φτάνει μέχρι στάθμη περίπου 0.25 0.25, ενώ ο **non-greedy** φτάνει έως περίπου 0.6 0.6 και ο **post-disturbance** έως περίπου 0.8 0.8. Αυτό είναι απολύτως αναμενόμενο, δεδομένου ότι ο **greedy** αλγοριθμικά αναθέτει περισσότερες στάθμες εισόδου ανά στάθμη εξόδου, με αποτέλεσμα να «καταναλώνει» τα διαθέσιμα επίπεδα φωτεινότητας πιο γρήγορα και να ολοκληρώνει νωρίτερα την διαδικασία αντιστοίχισης

### Τελευταία Παρατήρηση

Υπήρχε ο εξής προβληματισμός. Μετά την εφαρμογή θορύβου, οι ακραίες τιμές φωτεινότητας 0 και 1 (σε κανονικοποιημένη μορφή) ενδέχεται να βγουν εκτός ορίων. Δηλαδή για την στάθμη 0, το εύρος εντός του οποίου θα βρεθεί το δείγμα είναι το  $[0 - \frac{d}{2}, 0 + \frac{d}{2}]$  ενώ αντίστοιχα για την στάθμη 255 το εύρος θα είναι  $[f_i - \frac{d}{2}, f_i + \frac{d}{2}]$ . Σε περίπτωση δηλαδή που στην στάθμη 0 προστεθεί αρνητικός θόρυβος ή στην στάθμη 255 προστεθεί θετικός θόρυβος τότε η νέα τιμή φωτεινότητας των δειγμάτων μπορεί να βγει αρνητική ή μεγαλύτερη του 255. Αυτό δεν έχει κάποια φυσική σημασία και μια αρχική σκέψη ήταν ότι θα έπρεπε να γίνει clipping έτσι ώστε και ακόμη και μετά την εφαρμογή του θορύβου το εύρος να είναι πάλι το  $[0, 1]$ . Όμως η ιδέα αυτή απορρίφθηκε γιατί θεώρησα πως αρχικά καμία από τις νέες θορυβώδεις τιμές δεν έχει φυσική σημασία ούτως ή άλλως ενώ παράλληλα ότι η διαδικασία προσθήκης θορύβου σκοπίμως είχε στόχο να «ξεχειλώσουν» οι τιμές εκτός των αρχικών ορίων. Για αυτό και η ιδέα απορρίφθηκε. Αν παρόλ'αυτά, η εντολή για το clipping ήταν τελικά απαραίτητη, είναι σχολιασμένη στον κωδικα και με ένα απλό uncommment μπορεί να τρέξει κανονικά όλη η εξισορρόπηση και το matching με clipping.