Opdrachtgever: **Rijkswaterstaat WVL**

Aspecten uitintegreren onzekerheid afvoer

Vooraf versus intern uitintegreren statistische onzekerheid
in de afvoer voor de boven- en benedenrivieren

HKV LIJN IN WATER

PR3494.10 januari 2017

Opdrachtgever: **Rijkswaterstaat WVL**

Aspecten uitintegreren onzekerheid afvoer

Vooraf versus intern uitintegreren onzekerheid in de afvoer voor de boven- en benedenrivieren

Auteurs
Chris Geerse
Robin Nicolai

PR3494.10 januari 2017

Inhoud

Lijst van tabellen

Lijst van figuren

1 Inleiding

1.1 Aanleiding

Bij de bepaling van hydraulische belastingen voor de wettelijke beoordeling op de waterkeringen worden onzekerheden in stochasten zoals de afvoer, het meerpeil, de zeewaterstand en de wind expliciet verdisconteerd. In wiskundige termen wordt wel van uitintegreren van onzekerheid gesproken.

In het rekenhart Hydra-Ring – onderdeel van Ringtoets, het wettelijke instrument om overstromingskansen van waterkeringen te bepalen – wordt de (statistische) onzekerheid van stochasten *intern* uitgeïntegreerd. Dit betekent dat een extra stochast met kansverdeling is gedefinieerd die bij de bepaling van de overstromingskans met alle andere stochasten wordt uitgeïntegreerd. Het is ook mogelijk om de statistische onzekerheid *vooraf* uit te integreren en te verdisconteren in de kansverdeling (de 'statistiek') van de stochast.

Het vermoeden is dat in theorie de twee manieren van uitintegreren van de statistische onzekerheid in de afvoer in het belastingmodel voor het beneden- en bovenrivierengebied equivalent zijn in Hydra-NL. Berekeningen met dit belastingmodel in Hydra-Ring zouden dan voor beide wijzen van uitintegreren ook dezelfde uitkomsten moeten geven. Dit definieert een controle op de juistheid van de Hydra-Ring uitkomsten: *intern uitintegreren* (standaard rekenoptie in Hydra-Ring) vergelijken met *vooraf uitintegreren*, waarbij met een aangepast statistiekbestand wordt gerekend. In het laatste geval moet 'zonder statistische onzekerheid' worden gerekend. Deze rekenoptie kan met Hydra-Ring of met Hydra-NL worden uitgevoerd.

Dit rapport bewijst de juistheid van bovenstaande vermoeden. Of de modellen in de praktijk dezelfde uitkomsten geven, hangt af van de precieze wijze waarop formules zijn geïmplementeerd in de rekensoftware (in Hydra-Ring 'intern'; in Hydra-NL 'vooraf'). Belastingmodellen voor andere watersystemen zijn niet beschouwd.

1.2 Doel

Het doel van dit rapport is het leveren van het wiskundig bewijs dat vooraf en intern uitintegreren van de statistische onzekerheid in de rivierafvoer exact dezelfde resultaten oplevert in de formules voor de hydraulische belasting in de beneden- en bovenrivieren in Hydra-NL (versie 1.3). Deze formules bevatten onder meer de modelonzekerheid in de waterstand.

1.3 Uitgangspunt

Als uitgangspunt voor de aanpak geldt dat de modellering van statistische onzekerheid gebeurt met het zogenaamde <u>additieve model</u>, zoals in Hydra-NL en Hydra-Ring[1]. Dat betekent dat de stochast die statistische onzekerheid in de afvoer representeert wordt opgeteld bij de afvoerstochast. De aanpak in het voorliggende rapport is ook van toepassing op de situatie dat modelonzekerheden in waterstanden en golven worden meegenomen.

[1] De exacte modellering en implementatie van de belastingmodellen in Hydra-Ring is de auteurs nog niet geheel bekend.

1.4 Afbakening

Dit rapport veronderstelt dat de lezer bekend is met wiskundige formules, in het bijzonder de wiskundige formules achter de belastingmodellen in Hydra-NL. Met hydraulische belasting bedoelen we in het vervolg waterstand en hydraulisch belastingniveau (HBN) voor het faalmechanisme golfoverslag.

Statistische onzekerheid in de wind wordt niet beschouwd. De wind is via een vaste kansdichtheidsfunctie gemodelleerd (al dan niet met statistische onzekerheid). Nog niet onderzocht is of vooraf en intern uitintegreren van de statistische onzekerheid in de wind dezelfde uitkomst oplevert. Aangezien de statistische onzekerheid in de wind geen invloed op de waterstand in het bovenrivierengebied, geven de twee manieren van uitintegreren van deze onzekerheid hetzelfde resultaat. Dit geldt niet voor de waterstand in het model voor het benedenrivierengebied en de HBN's in beide belastingmodellen. De reikwijdte van de equivalentie van vooraf en intern uitintegreren is samengevat in Tabel 1.

Belastingparameter	Belastingmodel	Voorwaarden equivalentie vooraf en intern uitintegreren
Waterstand	Bovenrivieren	Met statistische onzekerheid in de wind
Waterstand	Benedenrivieren	Zonder statistische onzekerheid in de wind
HBN	Bovenrivieren	Zonder statistische onzekerheid in de wind
HBN	Benedenrivieren	Zonder statistische onzekerheid in de wind

Tabel 1: Reikwijdte geldigheid bewijs equivalentie vooraf en intern uitintegreren statistische onzekerheid afvoer in beneden- en bovenrivieren.

N.B. De verwachting is dat de statistische onzekerheid in de wind weinig effect heeft op de HBN's in het bovenrivierengebied en op de waterstanden in het benedenrivierengebied. De twee manieren van uitintegreren zullen dan vermoedelijk nagenoeg hetzelfde resultaat opleveren, maar niet exact. Daarnaast is het vermoeden dat op locaties benedenstrooms van Dordrecht waar de wind en zee dominant zijn, vooraf en intern uitintegreren bij benadering dezelfde uitkomsten geven (maar dit hebben we verder niet onderzocht).

2 Formules voor het additieve model

In dit rapport wordt uitgegaan van het zogenaamde additieve model voor het uitintegreren van de statistische onzekerheid voor de afvoer. Daarbij wordt de notatie gebruikt conform [Geerse, 2016a]. De formules uit die referentie worden voor zover nodig nu herhaald.

Beschouw de volgende stochasten:
- X = piekafvoer in de basisduur, zonder onzekerheid daarin verwerkt.
- Y = stochast die onzekerheid representeert.
- V = piekafvoer in de basisduur, met daarin onzekerheid verwerkt.

In dit rapport stelt X dus de piekafvoer voor gedurende de basisduur B uit Hydra-NL. De stochast Y voor de onzekerheid volgt dan een normale of lognormale afvoer, waarvan de details er hier niet toe doen. De stochast V geeft de piekafvoer met daarin de statistische onzekerheid verwerkt.

Het additieve model luidt als volgt:

$$V = X + Y \,. \tag{2.1}$$

In dit geval is sprake van een gezamenlijke kansdichtheid $f_{X,Y}(x,y)$. Tevens zijn dan de volgende conditionele kansdichtheden gedefinieerd:[2]

$$\begin{aligned} f_{X|Y}(x\,|\,y) &= f(x,y)\,/\,f(y) \\ f_{Y|X}(y\,|\,x) &= f(x,y)\,/\,f(x). \end{aligned} \tag{2.2}$$

N.B. Als geen verwarring kan ontstaan, gebruiken we een verkorte schrijfwijze zoals bijvoorbeeld f(x,y) en f(y|x).

In het vervolg van dit rapport zijn expliciete formules nodig voor P(V>v), de kansdichtheid f(v) en voor P(V>v|y) en f(v|y). Die worden nu gegeven. We kunnen schrijven:

$$\begin{aligned} P(V > v) &= P(X + Y > v) \\ &= \int dy\, f(y)\, P(X + y > v\,|\,y) \\ &= \int dy\, f(y)\, P(X > v - y\,|\,y). \end{aligned} \tag{2.3}$$

De kansdichtheid f(v) wordt hieruit verkregen door:

$$\begin{aligned} f(v) &= -\frac{dP(V > v)}{dv} \\ &= \int dy\, f(y) \left\{ -\frac{dP(X > v - y\,|\,y)}{dv} \right\} \\ &= \int dy\, f(y)\; f_{X|Y}(v - y\,|\,y). \end{aligned} \tag{2.4}$$

[2] Aan wiskundig-technische details – zoals slecht gedefinieerde conditionele kansdichtheden in irreguliere situaties – wordt in dit rapport voorbijgegaan.

Daarnaast kan worden geschreven:

$$P(V > v \mid y) = P(X + y > v \mid y) = P(X > v - y \mid y)\ . \tag{2.5}$$

Hieruit volgt:

$$\begin{aligned} f(v \mid y) &= -\frac{dP(V > v \mid y)}{dv} \\ &= -\frac{dP(X > v - y \mid y)}{dv} \\ &= f_{X|Y}(v - y \mid y). \end{aligned} \tag{2.6}$$

3 Uitintegreren statistische onzekerheid in de afvoer (boven- en benedenrivieren)

In dit hoofdstuk wordt voor de boven- en benedenrivieren het vooraf en intern uitintegreren van de afvoer behandeld. Omdat de bovenrivieren een speciaal geval vormen van de benedenrivieren, wordt alleen de meer algemene situatie voor de benedenrivieren onderzocht.

Uitgangspunt vormen de formules van Hydra-NL waarin de modelonzekerheid in de waterstand en de golven worden meegenomen. Voor deze modelonzekerheid wordt in Hydra-NL onderscheid gemaakt tussen het al of niet afhankelijk zijn van opeenvolgende 12-uursblokken in het model. Beide situaties komen hieronder aan de orde.

Voor de duidelijkheid merken we op dat voor de kansdichtheid van de wind en de zeewaterstand in het vervolg een vaste gezamenlijke kansdichtheid wordt beschouwd. Die kan naar keuze met of zonder statistische onzekerheid worden beschouwd, maar duidelijk moet zijn dat het vooraf dan wel intern uitintegreren hier alleen op de afvoer slaat en niet op de wind en zeewaterstand.

3.1 Situatie volledige onafhankelijkheid tussen 12-uursblokken van de afvoergolf

3.1.1 Basisformule overschrijdingsfrequentie uit Hydra-NL

Laat H de hydraulische belasting (waterstand of HBN) zijn. In [Geerse, 2016b] worden de formules gegeven voor de overschrijdingsfrequentie F(H>h) voor de situatie van volledige onafhankelijkheid tussen 12-uursblokken. Deze formules zijn dus inclusief modelonzekerheden in de waterstand en de golven. De toelichting op de formules is gebaseerd op paragraaf 3.1.1 uit de referentie.

Een basiskans uit het model is de zogenaamde 12-uurskans, die betrekking heeft op grootheden gedurende de basiseenheid van 12 uur. Die grootheid geldt conditioneel op een (momentane) afvoer q, en wordt gegeven door:

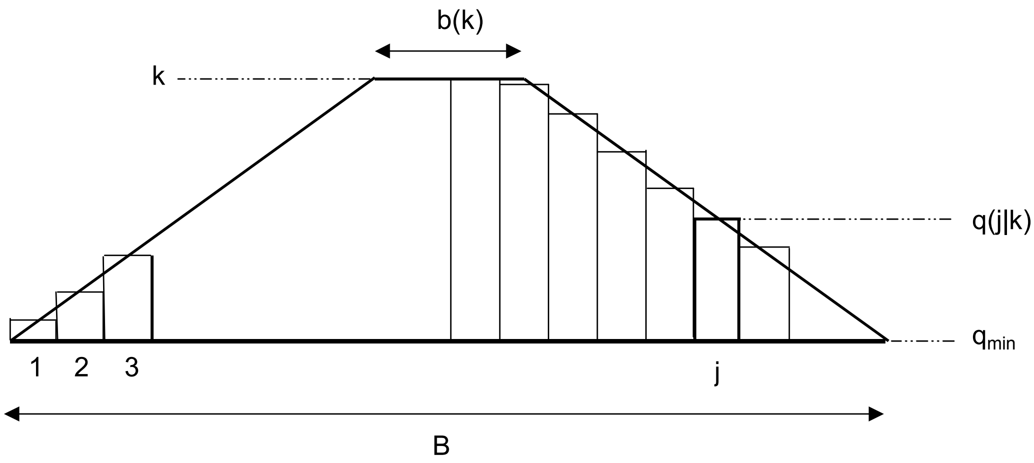
$$
\begin{aligned}
P_{\{\gamma\}}(H>h\,|\,q) &= \sum_{r=1}^{9} \int\limits_{u:H(q,m_{ST},u,r,\omega_O,\gamma)\geq h} g(\gamma)g(u,r)\,du\,d\gamma \\
&+ \sum_{r=10}^{16} \int\limits_{m=m_0}^{\infty} \left[\int\limits_{u:H(q,m,u,r,\omega_O,\gamma)\geq h} g(\gamma)g(m,u,r,\omega_O\,|\,q)\,du\,d\gamma + \int\limits_{u:H(q,m,u,r,\omega_D,\gamma)\geq h} g(\gamma)g(m,u,r,\omega_D\,|\,q)\,du\,d\gamma \right] dm\,.
\end{aligned} \tag{3.1}
$$

Hierin stelt q de afvoer voor, m de zeewaterstand bij Maasmond, u de windsnelheid, r de windrichting en ω de keringtoestand. Verder geven r = 1.9 de oostelijke richtingen NNO t/m ZZW aan en r = 10.16 de overige westelijke richtingen (ZW t/m N). De keringtoestanden zijn ω_O voor de open situatie en ω_D voor de dichte situatie. De waarde m_0 geeft de minimale zeewaterstand weer voor de westelijke richtingen, terwijl m_{ST} het niveau van het springtij aangeeft voor de oostelijke richtingen. De grootheid γ staat hier voor $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$, waarbij de γ_i parameters zijn voor de modellering van de modelonzekerheid in de waterstand, en die in de golfhoogte en golfperiode (zie voor details hoofdstuk 2 van [Geerse, 2016b]). De grootheid $g(\gamma)$ geeft de gezamenlijke kansdichtheid voor $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$, terwijl g(u,r) de gezamenlijke kansdichtheid geeft van (u,r) en $g(m,u,r,\omega|q)$ de gezamenlijke kansdichtheid van (m,u,r,ω), gegeven de momentane afvoer q. Zie voor meer achtergronden de genoemde referentie. We merken op dat het subscript {γ} aan de 12-uurskans is toegevoegd om duidelijk te maken dat in deze kans de integratie over γ al is verwerkt.

Naast de 12-uurskans is de zogenaamde trapeziumkans $P_B(H>h|k)$ van belang, die de kans geeft dat de belasting niveau h overschrijdt gedurende een (trapeziumvormige) afvoergolf met piekwaarde k:

$$P_{B,\{\gamma\}}(H>h\,|\,k) = 1 - P_{\{\gamma\}}(H<h \text{ in elk van de blokken}) = 1 - \prod_{j=1}^{n(B)} \left[1 - P_{\{\gamma\}}\left(H>h\,|\,q(j\,|\,k)\right)\right]. \qquad (3.2)$$

Hierin is het afvoertrapezium gediscretiseerd in n(B) blokken van duur 12-uur, waarbij q(j|k) de gemiddelde afvoer geeft van het j-de blok, zie Figuur 3-1. Daarbij geeft B de basisduur van het trapezium (gewoonlijk 30 dagen) en b(k) de topduur.



Figuur 3-1 Discretisatie van de trapeziumvormige afvoergolf in 12-uursblokken.

De niet-conditionele trapeziumkans wordt dan gegeven door de piekafvoer uit te integreren met de kansdichtheid f(k) van de piekafvoer:

$$P_{B,\{\gamma\}}(H>h) = \int f(k) P_{B,\{\gamma\}}(H>h\,|\,k)\,dk\,. \qquad (3.3)$$

De overschrijdingsfrequentie wordt dan gegeven door deze kans te vermenigvuldigen met het aantal trapezia N_{trap} in het winterhalfjaar:[3]

$$F_{gc}(H>h) = N_{trap} P_{B,\{\gamma\}}(H>h)\,, \qquad (3.4)$$

waarbij de aanduiding 'gc' hier wordt gebruikt om aan te geven dat tussen opeenvolgende 12-uursblokken **g**een **c**orrelatie is aangenomen. N.B. Het ontbreken van correlatie tussen opeenvolgende blokken geldt zowel voor de onzekerheid in de waterstand als in die van de golven. Hiermee zijn de basisformules voor de berekening van de overschrijdingsfrequentie gegeven.

3.1.2 Vooraf uitintegreren statistische onzekerheid afvoer

De (statistische) onzekerheid in de afvoer wordt in Hydra-NL standaard verwerkt door in formule (3.3) als kansdichtheid f(k) degene te nemen waarin deze onzekerheid al is verwerkt.

[3] We beschouwen hier gemakshalve niet de meer algemene situatie met verschillende statistiek per basisduur, hoewel die situatie wel geïmplementeerd is in Hydra-NL.

In de terminologie van hoofdstuk 2 wordt die grootheid dan vervangen door f(v). Aldus krijgt (3.4) de volgende vorm, waarbij ook (3.3) is gebruikt:

$$F_{gc}(H>h) = N_{trap}\int f(v)P_{B,\{\gamma\}}(H>h\,|\,v)dv\ . \tag{3.5}$$

Formule (3.5) is dus de vergelijking dit is de formule die in Hydra-NL wordt gebruikt bij meenemen van de statistische onzekerheid in de afvoer in de situatie van volledig onafhankelijke 12-uursblokken

3.1.3 Intern uitintegreren statistische onzekerheid afvoer

In Hydra-Ring wordt de (statistische) onzekerheid ‘intern’ uitgeïntegreerd. In dat geval wordt de stochast Y, die de onzekerheid van de afvoer modelleert, op gelijke voet beschouwd als alle overige stochasten. Die aanpak zou in principe ook in Hydra-NL kunnen worden gebruikt. In dat geval krijgen de formules uiteraard een andere vorm, die nu wordt behandeld.

Beschouw een realisatie Y = y voor de onzekerheid in de afvoer. De piekafvoer V bij deze gegeven waarde y heeft dan als kansdichtheid f(v|y). Volgens (2.6) geldt dan:

$$f(v\,|\,y) = f_{X|Y}(v-y\,|\,y) \tag{3.6}$$

Gegeven Y = y krijgt formule (3.4) dan de volgende vorm (waarin ook formule (3.3) is gebruikt):

$$\begin{aligned} F_{gc}(H>h\,|\,y) &= N_{trap}\int f(v\,|\,y)P_{B,\{\gamma\}}(H>h\,|\,v)\,dv \\ &= N_{trap}\int f_{X|Y}(v-y\,|\,y)P_{B,\{\gamma\}}(H>h\,|\,v)\,dv \end{aligned} \tag{3.7}$$

Dit is dus de overschrijdingsfrequentie in de situatie dat de onzekerheid een vaste waarde Y = y aanneemt. Om de uitgeïntegreerde overschrijdingsfrequentie te vinden, moeten de kansen op de y-waarden verdisconteerd worden. Omdat Y kansdichtheid f(y) heeft, volgt dan voor de intern uitgeïntegreerde situatie:

$$\begin{aligned} F_{gc;\text{intern}}(H>h) &= \int F_{gc}(H>h\,|\,y)f(y)\,dy \\ &= N_{trap}\int\left\{\int f_{X|Y}(v-y\,|\,y)P_{B,\{\gamma\}}(H>h\,|\,v)\,dv\right\}f(y)\,dy \\ &= N_{trap}\int\left\{\int f(y)f_{X|Y}(v-y\,|\,y)\,dy\right\}P_{B,\{\gamma\}}(H>h\,|\,v)\,dv \\ &= N_{trap}\int f(v)P_{B,\{\gamma\}}(H>h\,|\,v)\,dv \end{aligned} \tag{3.8}$$

waarbij in de laatste stap gebruik is gemaakt van (2.4). Maar deze uitdrukking is gelijk aan (3.5). De conclusie is dat het vooraf en intern uitintegreren van de afvoer (wiskundig) precies hetzelfde resultaat oplevert.

3.2 Situatie volledige afhankelijkheid tussen 12-uursblokken van de afvoergolf

3.2.1 Basisformule overschrijdingsfrequentie uit Hydra-NL

In [Geerse, 2016b] worden ook voor afhankelijkheid tussen de 12-uursblokken van de afvoergolf de formules gegeven voor de overschrijdingsfrequentie F(H>h). Deze formules zijn dus inclusief modelonzekerheden in de waterstand en de golven. Hieronder volgt de toelichting op de (gedetailleerde) formules gebaseerd op paragraaf 3.2.1 uit de referentie. Deze formules lijken sterk op die voor de situatie van onafhankelijkheid. Het verschil is dat de parametrisatie $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ van de modelonzekerheid nu op een andere plaats in de formules voorkomt; de waarden $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ gelden nu voor de gehele afvoergolf i.p.v. voor 12-uurswaarden.

De benodigde 12-uurskans is nu degene conditioneel op een beschouwde realisatie γ:

$$\begin{aligned} P(H>h\,|\,q,\gamma) &= \sum_{r=1}^{9} \int_{u:H(q,m_{ST},u,r,\omega_O,\gamma)\geq h} g(u,r)\,du \\ &+ \sum_{r=10}^{16} \int_{m=m_0}^{\infty} \left[\int_{u:H(q,m,u,r,\omega_O,\gamma)\geq h} g(m,u,r,\omega_O\,|\,q)\,du + \int_{u:H(q,m,u,r,\omega_D,\gamma)\geq h} g(m,u,r,\omega_D\,|\,q)\,du \right] dm, \end{aligned} \tag{3.9}$$

waarbij de grootheden dezelfde betekenis hebben als in formule (3.1). Dit is dus de kans dat, gegeven de realisatie γ, de belasting in een 12-uursperiode niveau h overschrijdt.

Naast de 12-uurskans is nu de trapeziumkans $P_B(H>h|k,\gamma)$ van belang, die de kans geeft dat de belasting niveau h overschrijdt, conditioneel op de piekwaarde k van de afvoergolf en op de realisatie van de modelonzekerheden γ:

$$P_B(H>h\,|\,k,\gamma) = 1 - P(H<h \text{ in elk van de blokken}) = 1 - \prod_{j=1}^{n(B)} \left[1 - P\left(H>h\,|\,q(j\,|\,k),\gamma\right)\right]. \tag{3.10}$$

waarbij de grootheden dezelfde betekenis hebben als in formule (3.2), zie ook weer Figuur 3-1, maar nu is geconditioneerd op de modelonzekerheden γ. Door de piekafvoer k uit te integreren volgt:

$$P_B(H>h\,|\,\gamma) = \int f(k) P_B(H>h\,|\,k,\gamma)\,dk \tag{3.11}$$

De overschrijdingsfrequentie wordt dan gegeven door γ uit te integreren en deze kans vervolgens te vermenigvuldigen met het aantal trapezia N_{trap} in het winterhalfjaar:

$$F_{vc}(H>h) = N_{trap} \int g(\gamma)\, P_B(H>h\,|\,\gamma)\,d\gamma \tag{3.12}$$

waarbij de aanduiding 'vc' hier wordt gebruikt om aan te geven dat tussen opeenvolgende 12-uursblokken **v**olledige **c**orrelatie is aangenomen. Hiermee zijn voor de situatie van (volledige) afhankelijkheid de basisformules voor de berekening van de overschrijdingsfrequentie gegeven.

Formule (3.12) kan m.b.v. (3.11) ook als volgt worden geschreven:

$$F_{vc}(H>h) = N_{trap} \int g(\gamma) \left\{ \int f(k) P_B(H>h\,|\,k,\gamma)\,dk \right\} d\gamma \tag{3.13}$$

3.2.2 Vooraf uitintegreren statistische onzekerheid afvoer

De (statistische) onzekerheid in de afvoer wordt in Hydra-NL standaard verwerkt door in formule (3.13) als kansdichtheid f(k) degene te nemen waarin deze onzekerheid al is verwerkt. In de terminologie van hoofdstuk 2 wordt die grootheid dan vervangen door f(v). Aldus krijgt (3.13) de volgende vorm:

$$F_{vc}(H > h) = N_{trap} \int g(\gamma) \left\{ \int f(v) P_B(H > h \mid v, \gamma) dv \right\} d\gamma \tag{3.14}$$

Formule (3.14) is dus de vergelijking die in Hydra-NL wordt gebruikt bij het meenemen van de statistische onzekerheid in de afvoer, in de situatie van volledig <u>af</u>hankelijke 12-uursblokken. N.B. Ten opzichte van formule (3.5) wordt in formule (3.14) de modelonzekerheid γ expliciet uitgeïntegreerd.

3.2.3 Intern uitintegreren statistische onzekerheid afvoer

Net als voor de situatie van volledig afhankelijke 12-uursblokken, kunnen we ook de formules opstellen voor het intern uitintegreren van de afvoer. Die aanpak is analoog aan die uit paragraaf 3.1.3.

Beschouw weer een realisatie Y = y. De piekafvoer V bij deze gegeven waarde y heeft dan als kansdichtheid f(v|y). De overschrijdingsfrequentie uit (3.13) conditioneel op Y = y krijgt dan de vorm:

$$F_{vc}(H > h \mid y) = N_{trap} \int g(\gamma) \left\{ \int f(v \mid y) P_B(H > h \mid v, \gamma) dv \right\} d\gamma \ . \tag{3.15}$$

Door gebruik te maken van (2.6) en (2.4) volgt dan:

$$\begin{aligned} F_{vc;\text{intern}}(H > h) &= \int F_{vc}(H > h \mid y) f(y)\, dy \\ &= N_{trap} \int g(\gamma) \left\{ \int \left\{ \int f_{X|Y}(v - y \mid y) f(y) dy \right\} P_B(H > h \mid v, \gamma) dv \right\} d\gamma \\ &= N_{trap} \int g(\gamma) \left\{ \int f(v) P_B(H > h \mid v, \gamma) dv \right\} d\gamma \end{aligned} \tag{3.16}$$

De conclusie is dat het vooraf en intern uitintegreren van de afvoer ook bij volledige afhankelijkheid tussen 12-uurs blokken wiskundig precies hetzelfde resultaat oplevert.

4 Conclusies en aanbevelingen

Wiskundig is bewezen dat vooraf en intern uitintegreren van de statistische onzekerheid in de rivierafvoer theoretisch exact dezelfde formules oplevert voor de hydraulische belasting (waterstand en HBN) in de beneden- en bovenrivieren in Hydra-NL (versie 1.3). Deze formules bevatten naast de statistische onzekerheid onder meer de modelonzekerheid in de waterstand. Het bewijs geldt zowel voor de situatie met volledige afhankelijkheid als voor de situatie met volledige onafhankelijkheid tussen de 12-uurs blokken van de afvoergolf. Voor de wind is een vaste kansdichtheidsfunctie gekozen. Vooraf en intern uitintegreren van de statistische onzekerheid in de wind is buiten beschouwing gelaten.

Of de belastingmodellen in de praktijk dezelfde uitkomsten geven, hangt af van de precieze wijze waarop de formules zijn geïmplementeerd in de rekensoftware (in Hydra-Ring ‘intern’; in Hydra-NL ‘vooraf’). We raden aan om deze praktijktoets uit te voeren om te verifiëren dat Hydra-Ring en Hydra-NL inderdaad aansluiten bij de wiskundige theorie.

Aangezien in de bovenrivieren de waterstand niet afhankelijk is van de statistische onzekerheid in de wind, leveren vooraf en intern uitintegreren van statistische onzekerheid in de wind ook dezelfde uitkomsten voor de waterstanden in de bovenrivieren.

Nog niet bewezen is het vermoeden dat op locaties benedenstrooms van Dordrecht waar de wind en zee dominant zijn, vooraf en intern uitintegreren van statistische onzekerheid in de wind bij benadering wiskundig dezelfde hydraulische belastingen geven. Verder is bovenstrooms van Dordrecht de invloed van de (relatief beperkte) statistische onzekerheid in de wind op hydraulische belastingen waarschijnlijk niet groot. Het advies is om deze vermoedens nader te onderbouwen.

Een andere aanbeveling is om de equivalentie van vooraf en intern uitintegreren van de statistische onzekerheid in de afvoer in belastingmodellen voor andere watersystemen, zoals de Vecht- en IJsseldelta, te onderzoeken.

5 Referenties

[Geerse, 2016a]
Werkwijze uitintegreren onzekerheden basisstochasten voor Hydra-NL . Afvoeren, meerpeilen, zeewaterstanden en windsnelheden – Update februari 2016. C.P.M. Geerse. *[HKV-rapport PR3216.10]*. HKV lijn in water, februari 2016. In opdracht van RWS - WVL.

[Geerse, 2016b]
Onzekerheden waterstanden en golven in Hydra-NL. Formules voor de berekening van illustratiepunten en uitsplitsingen. C.P.M. Geerse. *[HKV-rapport PR3257.10]*.
HKV lijn in water, oktober 2016. In opdracht van RWS - WVL.

HKV lijn in water BV

Postbus 2120
8203 AC Lelystad

Botter 11-29
8232 JN Lelystad

0320 29 42 42
info@hkv.nl
www.hkv.nl