

Opdrachtgever: RWS-WVL

Inbouw correlatiemodel CS in Hydra-Ring

**Vervanging Volkermodel door CS, met beschrijving
invoer**



Opdrachtgever: RWS-WVL

Inbouw correlatiemodel CS in Hydra-Ring

**Vervanging Volkermodel door CS, met beschrijving
invoer**



Auteur
Chris Geerse

Inhoud

Lijst van tabellen	iii
Lijst van figuren	v
1 Inleiding	1
1.1 Achtergronden	1
1.2 Doel van dit rapport.....	1
2 Construeren bivariate correlatiemodellen met vooraf gegeven marginalen	3
2.1 Globale beschrijving van de transformatieprocedure	3
2.2 Voorbeeld met Gaussisch model in getransformeerde ruimte	5
2.3 Formules voor transformeren van kansverdelingen	9
3 Model CS.....	11
3.1 Basisformules model CS	11
3.2 Grafische toelichting model CS	13
3.3 Voorbeeld model CS: zeewaterstand en windsnelheid.....	15
4 Implementatie van model CS.....	17
4.1 Notatie.....	17
4.2 Diverse invoerbestanden	18
4.3 Benodigde invoer voor implementatie in Hydra-Ring	20
4.3.1 Voor getijperiode	20
4.3.2 Voor 12-uurperiode	22
4.4 Recept voor de implementatie.....	23
5 Vergelijking tussen Volkermodel en model CS.....	25
5.1 Benodigde statistiek voor voor de modelvergelijking	25
5.2 Modelvergelijking voor richting NW	25
5.3 Controle met simulaties.....	28
5.4 Effect van hobbels in de statistische verdeling van de wind.....	30
5.5 Tijdbasis 12-uur	33
6 Conclusies en aanbevelingen	35
6.1 Conclusies	35
6.2 Opmerking over de Volkerfactor	35
6.3 Aanbevelingen	36
7 Referenties	37
Bijlage A: CS excl. Volkerfactor versus Volkermodel.....	41
Bijlage B: CS met Volkerfactor versus Volkermodel.....	45

Lijst van tabellen

Tabel 4-1	Gebruikte notatie.	17
Tabel 4-2	Overzicht invoerbestanden windsnelheid.	18
Tabel 4-3	Overzicht invoerbestanden zeewaterstand.	19
Tabel 4-4	De waarde voor de standaarddeviatie σ_r in de getransformeerde ruimte.	20
Tabel 4-5	Invoerbestand voor $P(M_{t j} > m r)$, getiteld "ConditionelePovZeestandenMM_getij_1985.txt".	21
Tabel 4-6	Gedeelte van het invoerbestand voor de potentiële wind $P(U_{t j} > u r)$ te Schiphol, getiteld "Ovkanswind_schiphol_getij_Caires2009.txt".	22

Lijst van figuren

Figuur 2-1	Illustratie van de transformatie die x overvoert in $v(x)$: de onderschrijdingkansen, oftewel de groottes van de gearceerde oppervlaktes, uit beide figuren stemmen overeen.	4
Figuur 2-2	Trekkingen uit de bivariate standaardnormale verdeling in de (x,y) -ruimte, voor $n = 500$ trekkingen.	6
Figuur 2-3	Weergave van de trekkingen uit Figuur 2-2, nadat deze zijn getransformeerd naar de fysische (v,w) -ruimte.	7
Figuur 2-4	Histogram van de v -trekkingen uit Figuur 2-3, met tevens aangegeven de lijn volgens de standaardexponentiële verdeling.	7
Figuur 2-5	Histogram van de w -trekkingen uit Figuur 2-3, met tevens aangegeven de lijn volgens de standaardexponentiële verdeling.	8
Figuur 2-6	Trekkingen in de fysische ruimte, afkomstig van een onderliggende standaardnormale bivariate verdeling met $\rho = 0.9$	9
Figuur 3-1:	Weergave model CS in de (x,y) -ruimte.	12
Figuur 3-2	Koppeling van v aan x en van w aan y via onderschrijdingskansen: schuin gearceerde vlakken hebben dezelfde oppervlakte; ook de horizontaal gearceerde vlakken hebben dezelfde oppervlakte. De kansdichtheden $f(y x_i)$ zijn op een verschuiving na gelijk aan $\lambda(y)$	14
Figuur 3-3	De data voor zeewaterstand en windsnelheid voor het beschouwde kuststation (richtingssector 330°).	15
Figuur 3-4	De getransformeerde data met percentiellijnen voor 5%, 50% en 95% volgens model CS. N.B. In dit geval is δ gekozen volgens (3.7).	16
Figuur 3-5	De data met percentiellijnen voor 5%, 50% en 95% volgens model CS.	16
Figuur 5-1	Model CS, voor richting NW. Percentiellijnen voor $p = 5\%, 50\%, 95\%$	26
Figuur 5-2	Vergelijking tussen CS en Volkermodel, voor richting NW.	27
Figuur 5-3	Vergelijking tussen CS en Volkermodel, voor richting NW. Inclusief Volkerfactor in CS.	28
Figuur 5-4	Simulaties voor model CS, voor richting NW.	29
Figuur 5-5	Controle op de reproductie van de marginale verdeling van de zeewaterstand, richting NW.	29
Figuur 5-6	Controle op de reproductie van de marginale verdeling van de windsnelheid, richting NW.	30
Figuur 5-7	Vergelijking tussen CS en Volkermodel, voor richting ZW.	31
Figuur 5-8	Marginale verdeling van de windsnelheid, richting ZW.	31
Figuur 5-9	Gladgestreken marginale verdeling van de windsnelheid, richting ZW.	32
Figuur 5-10	Vergelijking tussen CS en Volkermodel, voor richting ZW op basis van de 'gladgestreken' windverdeling uit Figuur 5-9.	32
Figuur 5-11	Model CS, voor tijdbasis 12 uur en richting NW. Percentiellijnen voor $p = 5\%, 50\%, 95\%$	33

1 Inleiding

1.1 Achtergronden

De wind-waterstandstatistiek bij Hoek van Holland die in Hydra-Zoet/NL/Ring wordt gebruikt voor het Benedenrivierengebied, is gebaseerd op het zogenaamde Volkermodel. Het gebruik van dit model vereist schattingen van diverse parameters en bepaalde transformaties, de zogenoemde $K_r(u)$. Deze parameters en de $K_r(u)$ worden geschat op basis van de statistische gegevens voor de wind en de zeewaterstand. Details zijn te vinden in [Geerse et al, 2002].

In WTI-2017 zal worden overstapt op een nieuwe windstatistiek [Caires, 2009]. In het kader van WTI-2011 is reeds op basis van deze nieuwe windstatistiek een nieuwe wind-waterstandstatistiek volgens het Volkermodel afgeleid [Geerse en Verkaik, 2010]. Het is bekend dat het Volkermodel nadelen heeft. Ook is bekend dat het Volkermodel nagenoeg equivalent is met het eenvoudiger geformuleerde correlatiemodel CS [Geerse, 2004]; dat betreft een model met (na transformatie) een constante spreiding. De wens bestaat om voor de WTI-2017 dit model te implementeren in Hydra-Ring en dat derhalve te gaan gebruiken voor het Benedenrivierengebied. In het correlatiemodel CS komen minder parameters voor: de parameters van het Volkermodel kunnen dan (per richting) vervangen worden door slechts één parameter die de sterkte van de correlatie tussen de wind en zeewaterstand weergeeft.

De betreffende parameter dient (per richting) zo bepaald te worden dat de correlatie in model CS zoveel mogelijk dezelfde is als in de wind-waterstandstatistiek uit [Geerse et al, 2002]. Bij het toepassen van model CS moeten voor elke windrichting uit de westelijke hoek (ZW t/m N) bepaalde transformaties worden uitgevoerd. Het ligt in de bedoeling dat deze transformaties geautomatiseerd worden in Hydra-Ring.

1.2 Doel van dit rapport

Dit rapport heeft meerdere doelen:

1. Het gedetailleerd beschrijven van het correlatiemodel CS, inclusief wiskundige formules.
2. Aangeven hoe de implementatie van model CS in Hydra-Ring dient te gebeuren. Daarbij worden ook de benodigde modelparameters en overige statistische invoer beschreven.
3. Controleren dat model CS in goede benadering dezelfde resultaten geeft als het Volkermodel.

Opmerking

In Hydra-Zoet/NL/Ring wordt tot dit moment voor de faalmechanismes overloop en golfoverslag gebruik gemaakt van de zogenaamde Volkerfactor waarmee de hogere windsnelheden op een pragmatische manier worden gereduceerd; de overschrijdingskansen voor de hogere windsnelheden worden dan gehalveerd. Het is de wens van de opdrachtgever om deze factor in de toekomst niet meer te gebruiken, wat de inzichtelijkheid van het model ten goede komt (voor bekledingen wordt deze factor sowieso achterwege gelaten). In dit rapport wordt daarom, tenzij expliciet anders vermeld, deze factor niet gebruikt.

2 Construeren bivariate correlatiemodellen met vooraf gegeven marginalen

Dit hoofdstuk beschrijft een uit de literatuur bekende manier om bivariate kansdichtheden op te stellen die overeenstemmen met vooraf gegeven marginale verdelingen. Daarbij wordt een bepaalde transformatieprocedure toegepast, die op de marginale verdelingen van de stochasten wordt toegepast.¹ De theorie uit dit hoofdstuk wordt in hoofdstuk 3 gebruikt om model CS te formuleren.

In paragraaf 2.1 wordt de transformatieprocedure globaal beschreven. Dan volgt in paragraaf 2.2 een voorbeeld, waarna in paragraaf 2.3 expliciete formules volgen.

2.1 Globale beschrijving van de transformatieprocedure

In toepassingen, zoals onder meer in Hydra-Zoet/NL/Ring, komt heel vaak de situatie voor van twee continue stochasten die gecorreleerd zijn. Voorbeelden zijn:

- De maandmaxima van de IJsselafoer en van het IJsselmeerpeil in de IJsseldelta, of de maandmaxima van de Vechtafoer en het IJsselmeer in de Vechtdelta.
- De 12-uursmaxima (of getijmaxima) van de windsnelheid en van de zeewaterstand te Maasmond in de benedenrivieren, zoals die gelden conditioneel op één van de zeven westelijke windrichtingsectoren ZW, WZW,..., N.

Voor een dergelijk gecorreleerd paar stochasten, hier aangeduid als het paar (V, W) , is in de modellen Hydra-Zoet en Hydra-Ring dan een bivariate kansdichtheid $f_{V,W}(v, w)$ nodig. Een situatie die bij het bouwen van dergelijke modellen vaak voorkomt, is dat de marginalen $f_V(v)$ en $f_W(w)$ van te voren al gegeven zijn, maar dat de bivariate verdeling $f_{V,W}(v, w)$ nog opgesteld moet worden. Daartoe zijn dan metingen beschikbaar, zeg n punten (v_i, w_i) , $i = 1, \dots, n$. De kunst is vervolgens om een formulering voor $f_{V,W}(v, w)$ te vinden zodanig dat deze voldoet aan:

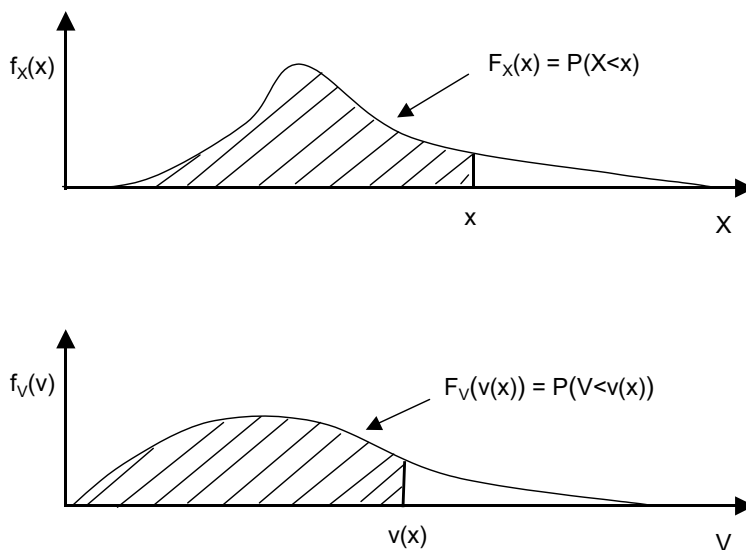
1. De marginale verdelingen van $f_{V,W}(v, w)$ zijn gelijk aan de vooraf gegeven $f_V(v)$ en $f_W(w)$.
2. De correlatie die door $f_{V,W}(v, w)$ wordt beschreven, stemt overeen met de metingen (v_i, w_i) , $i = 1, \dots, n$. Losjes gezegd: de spreiding in de metingen dient eenzelfde karakter te hebben als een set van n trekkingen uit de aangenomen bivariate kansdichtheid.

Een praktische vraag m.b.t. punt 1 hierboven is: hoe kun je bivariate kansdichtheden construeren met vooraf gegeven marginalen? De volgende vraag, m.b.t. punt 2, is dan: hoe vind je in die klasse van kansdichtheden de verdelingen die ook nog eens de spreiding in de data goed beschrijven?

Het antwoord op de eerste vraag – hoe te voldoen aan voorgeschreven marginalen $f_V(v)$ en $f_W(w)$ – blijkt eenvoudig te zijn (zie ook Figuur 2-1):

¹ We merken op dat de transformatieprocedure eenvoudig te generaliseren valt naar willekeurige multivariate verdelingen met meer dan twee variabelen.

- Begin met een willekeurige bivariate verdeling $f_{x,y}(x,y)$.
- Bereken hiervan de marginalen $f_x(x)$ en $f_y(y)$, en tevens de marginale cumulatieve verdelingen, aangeduid als $F_x(x)$ en $F_y(y)$.
- Uit de voorgeschreven $f_v(v)$ en $f_w(w)$ kunnen de cumulatieve verdelingen $F_v(v)$ en $F_w(w)$ worden berekend. Beschouw nu de transformaties x naar $v(x)$, en y naar $w(y)$, die worden vastgelegd door:
 - $F_x(x) = F_v(v(x))$
 - $F_y(y) = F_w(w(y))$.
- Aldus gaat een punt (x,y) over in een punt $((v(x),w(y)))$. Het blijkt dat onder deze transformatie de kansdichtheid $f_{x,y}(x,y)$ overgaat in een kansdichtheid $f_{v,w}(v,w)$, die de voorgeschreven marginalen $f_v(v)$ en $f_w(w)$ heeft. N.B. Expliciete formules voor de manier waarop $f_{v,w}(v,w)$ kan worden berekend uit $f_{x,y}(x,y)$ worden gegeven in paragraaf 2.3.



Figuur 2-1 Illustratie van de transformatie die x overvoert in $v(x)$: de onderschrijdingkansen, oftewel de groottes van de gearceerde oppervlaktes, uit beide figuren stemmen overeen.

Merk op dat in het derde punt een transformatie wordt vastgelegd door onderschrijdingkansen aan elkaar gelijk te stellen, wat voor de transformatie x naar $v(x)$ wordt geïllustreerd in Figuur 2-1.

Zoals gezegd resulteert deze manier van transformeren in een kansdichtheid $f_{v,w}(v,w)$ die de voorgeschreven marginalen $f_v(v)$ en $f_w(w)$ heeft. Hiermee is de eerste vraag – hoe te voldoen aan voorgeschreven marginalen – beantwoord. Merk op dat in het voorgaande *iedere* $f_{x,y}(x,y)$ kan worden gebruikt om een dergelijke bivariate verdeling $f_{v,w}(v,w)$ te vinden. Dat maakt duidelijk dat er oneindig veel bivariate kansdichtheden bestaan met dezelfde marginalen $f(v)$ en $f(w)$.

Om een antwoord op de tweede vraag te vinden – hoe een kansdichtheid $f_{v,w}(v,w)$ te vinden die de spreiding in de data goed beschrijft – wordt t.b.v. de Hydra-modellen gewoonlijk pragmatisch te werk gegaan. Er kunnen meerdere formuleringen voor $f_{x,y}(x,y)$ worden geprobeerd. Per keuze voor $f_{x,y}(x,y)$ wordt dan, bijvoorbeeld door grafische inspectie, bekeken of de resulterende $f_{v,w}(v,w)$ een goede beschrijving van de data levert. In het vervolg van dit rapport

wordt uitsluitend gekeken naar $f_{x,y}(x,y)$ waarvoor de conditionele verdeling $f_{y|x}(y|x)$ een normale verdeling betreft met een constante standaarddeviatie σ .

De rest van dit hoofdstuk is opgebouwd als volgt. Eerst wordt in paragraaf 2.2 een voorbeeld gegeven waarbij de genoemde transformaties worden geïllustreerd aan de hand van trekkingen uit de bivariate normale verdeling (ook aangeduid als Gaussische verdeling), die dan de rol van $f_{x,y}(x,y)$ vervult. Dan volgen in paragraaf 2.3 algemene transformatieformules.

Opmerking over notatie

N.B. Als geen verwarring kan ontstaan laten we in het vervolg in grootheden als $f_v(v)$, $F_v(v)$ en $f_{x,y}(x,y)$ de subscripts weg; we schrijven deze grootheden dan korter als $f(v)$, $F(v)$ en $f(x,y)$.

2.2 Voorbeeld met Gaussisch model in getransformeerde ruimte

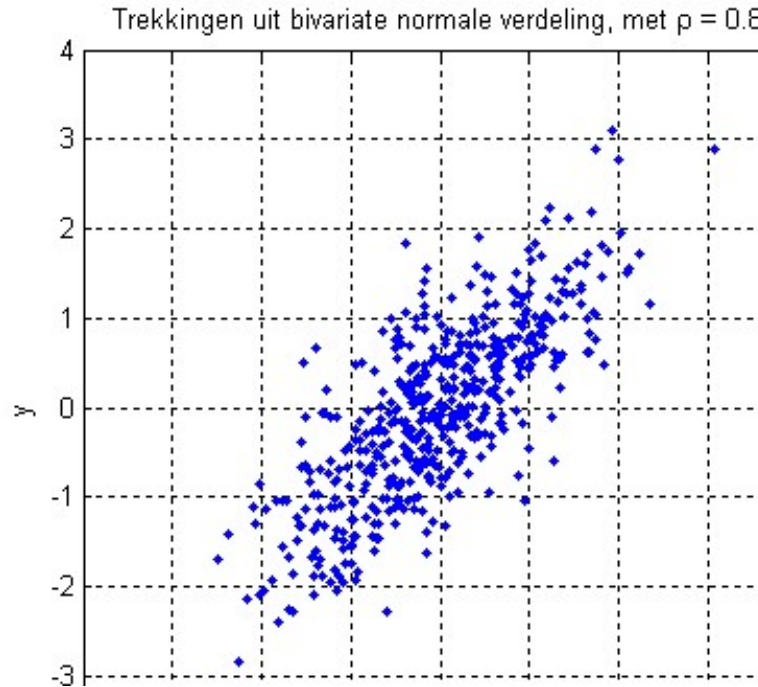
We beschouwen een eenvoudig voorbeeld, waarbij V en W standaardexponentiële verdelingen hebben. De cumulatieve verdelingen hebben dan de vorm:

$$\begin{aligned} F(v) &= 1 - e^{-v}, & v &\geq 0 \\ F(w) &= 1 - e^{-w}, & w &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

terwijl de kansdichtheden worden gegeven door

$$\begin{aligned} f(v) &= e^{-v}, & v &\geq 0 \\ f(w) &= e^{-w}, & w &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Stel nu dat we een bivariate verdeling $f(v,w)$ willen opstellen met $f(v)$ en $f(w)$ als voorgeschreven marginale verdelingen, waarbij sprake is van een positieve correlatie. We gebruiken daartoe het recept uit de voorgaande paragraaf, uitgaande van een $f(x,y)$ die gelijk is aan de bivariate standaardnormale verdeling met correlatiecoëfficiënt $\rho > 0$. N.B. De formule voor $f(x,y)$ is genoegzaam bekend en wordt hier niet gegeven.



Figuur 2-2 Trekkingen uit de bivariate standaardnormale verdeling in de (x,y) -ruimte, voor $n = 500$ trekkingen.

Om de correlatiestructuur van de bivariate standaardnormale verdeling te visualiseren, zijn $n = 500$ trekkingen gedaan, behorende bij $\rho = 0.8$, zie Figuur 2-2.

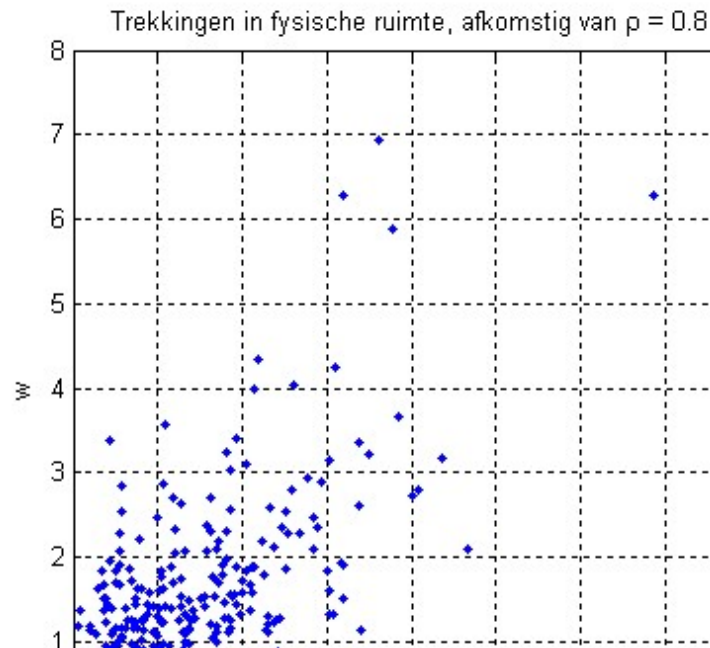
Elk van deze punten wordt nu getransformeerd volgens stap c uit de voorgaande paragraaf van de (x,y) -ruimte naar de (v,w) -ruimte. Dat houdt in dat i -de trekking (x_i, y_i) overgaat in $(v(x_i), w(y_i))$ vastgelegd door

$$\begin{aligned}\Phi(x_i) &= 1 - e^{-v(x_i)} \\ \Phi(y_i) &= 1 - e^{-w(y_i)}\end{aligned}\tag{2.3}$$

waarbij Φ de cumulatieve standaardnormale verdeling aangeeft. Deze relaties zijn om te schrijven als

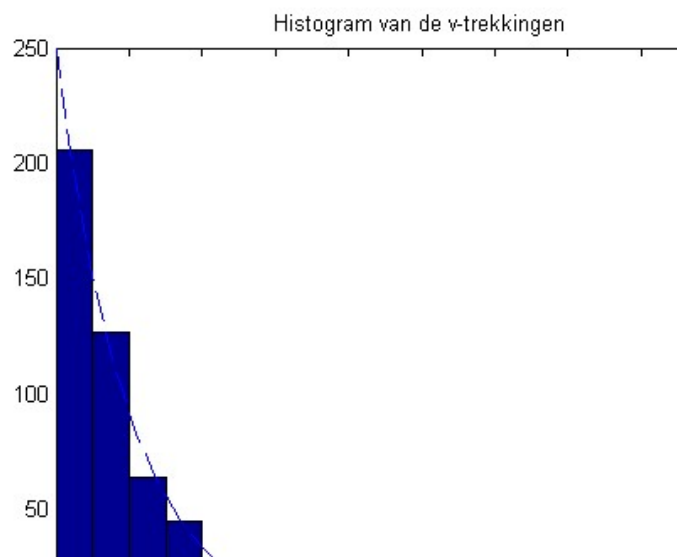
$$\begin{aligned}v(x_i) &= -\ln[1 - \Phi(x_i)] \\ w(y_i) &= -\ln[1 - \Phi(y_i)]\end{aligned}\tag{2.4}$$

waarmee de transformatie eenvoudig kan worden uitgerekend. De getransformeerde punten zijn weergegeven in Figuur 2-3. Opmerking: in toepassingen wordt de (v,w) -ruimte, dat is dus de ruimte waarin de fysische grootheden met hun voorgeschreven marginalen zijn gegeven, vaak de *fysische ruimte* genoemd.

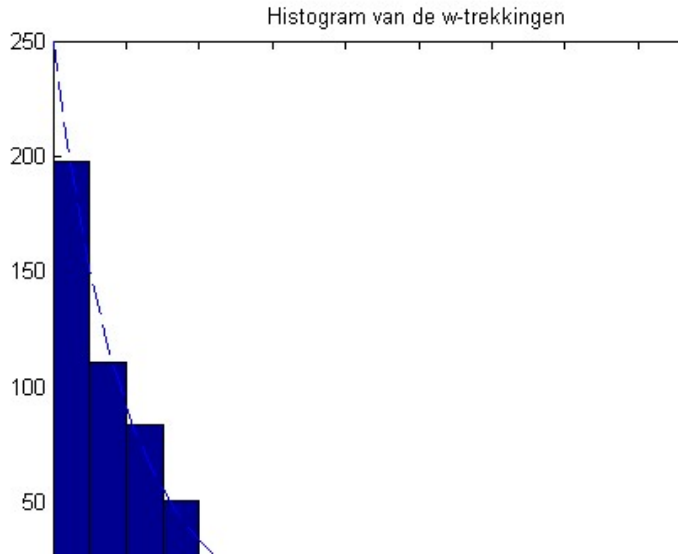


Figuur 2-3 Weergave van de trekkingen uit Figuur 2-2, nadat deze zijn getransformeerd naar de fysische (v,w) -ruimte.

De marginale verdelingen van V en W worden volgens dit recept de voorgeschreven standaard-exponentiële verdelingen. Dat kan gecontroleerd worden door de histogrammen van de trekkingen uit Figuur 2-3 te bekijken, zie Figuur 2-4 en Figuur 2-5. Inderdaad blijken deze histogrammen in overeenstemming te zijn met de standaardexponentiële verdeling.



Figuur 2-4 Histogram van de v-trekkingen uit Figuur 2-3, met tevens aangegeven de lijn volgens de standaardexponentiële verdeling.

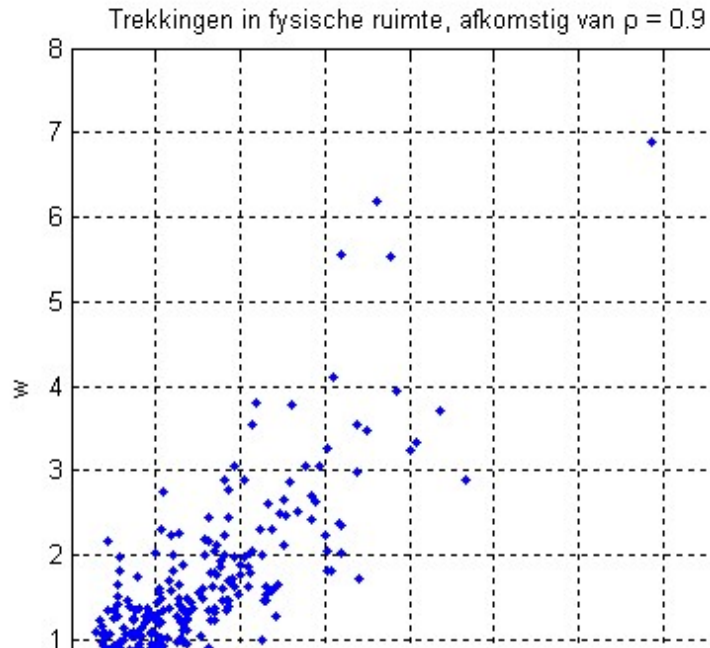


Figuur 2-5 Histogram van de w-trekkingen uit Figuur 2-3, met tevens aangegeven de lijn volgens de standaardexponentiële verdeling.

Hiervoor is gedemonstreerd dat de bivariate normale verdeling $f(x,y)$ kan worden gebruikt om een bivariate kansdichtheid $f(v,w)$ te vinden, die de voorgeschreven standaardexponentiële marginalen heeft. Het is dan wel de vraag of de gevonden verdeling $f(v,w)$ ook de correlatiestructuur (het "spreidingspatroon") levert die passend is voor de specifieke toepassing. Oftewel: het is de vraag of de puntenwolk uit Figuur 2-3 een correlatiestructuur toont die in overeenstemming is met zeg N gemeten punten (v_j, w_j) , voor $j = 1, 2, \dots, N$. Eventueel kan de waarde van ρ uit de bivariate standaardnormale verdeling nog gevarieerd worden, om de overeenstemming tussen $f(v,w)$ en de metingen optimaal te laten zijn.

Het is dus niet gezegd dat de aanname dat $f(x,y)$ een bivariate standaardnormale verdeling volgt een passend correlatiemodel oplevert. In Figuur 2-3 (weergave van het model in de fysische ruimte) neemt bijvoorbeeld de spreiding in de w -richting (verticale richting) toe met toenemende waarden van v . In toepassingen kan het echter voorkomen dat die spreiding ongeveer hetzelfde blijft. Als dat het geval is, kan een onderliggend Gaussisch model blijkbaar niet als geschikt correlatiemodel dienen. N.B. Ook het verhogen van ρ lost dat probleem niet op, zoals blijkt uit Figuur 2-6; ook in dit geval blijft de spreiding toenemen met toenemende waarden van v .

Tot slot van deze paragraaf nog de volgende opmerking. Merk op dat in de transformaties (2.4) de beschouwde waarde van ρ geen rol speelt. Reden daarvan is dat de bivariate standaardnormale verdeling $f(x,y)$ – ongeacht de waarde van ρ – altijd dezelfde marginalen heeft (de bekende standaardnormale kansdichtheden). Als de aanpak uit het voorgaande echter wordt toegepast op een andersoortige $f(x,y)$, bijvoorbeeld die uit het model CS uit hoofdstuk 3, wordt de transformatie van y naar $w(y)$ echter beïnvloed door de keuze van de correlatiesterkte voor de beschouwde $f(x,y)$. De manier waarop zal duidelijk worden in hoofdstuk 3.



Figuur 2-6 Trekkingen in de fysische ruimte, afkomstig van een onderliggende standaardnormale bivariate verdeling met $\rho = 0.9$.

2.3 Formules voor transformeren van kansverdelingen

Deze paragraaf geeft de basisformules voor het recept voor het transformeren van $f(x,y)$ naar $f(v,w)$. De formules zijn algemeen bekend en berusten op standaard wiskundige (transformatie)formules. Voor het gemak van de lezer wordt een deel van de notatie herhaald.

Beschouw een willekeurige bivariate kansdichtheid $f_{x,y}(x,y)$ van gecorreleerde stochasten X en Y . Geef de marginalen hiervan aan met $f_X(x)$ en $f_Y(y)$ en de corresponderende cumulatieve marginale verdelingen met $F_X(x)$ en $F_Y(y)$. Beschouw daarnaast (vooraf) gegeven kansdichtheden $f_V(v)$ en $f_W(w)$ van stochasten V en W .

De in paragraaf 2.1 genoemde transformaties waarmee de stochasten X, Y worden overgevoerd in V, W en vice versa, worden vastgelegd door onderschrijdingskansen aan elkaar gelijk te stellen:

$$\begin{aligned} F_V(v) &= F_X(x) \\ F_W(w) &= F_Y(y) \end{aligned} \tag{2.5}$$

Het vlak van punten (v,w) wordt aangeduid als de fysische ruimte en het vlak van punten (x,y) als de getransformeerde ruimte. Een punt (v,w) uit de fysische ruimte gaat over in het punt (x,y) uit de getransformeerde ruimte, gegeven door

$$\begin{aligned} x &= F_X^{-1}(F_V(v)) \\ y &= F_Y^{-1}(F_W(w)) \end{aligned} \tag{2.6}$$

waarbij F^{-1} de inverse van de betreffende verdelingsfunctie aangeeft. Als metingen beschikbaar zijn in de fysische ruimte, van de vorm (v_i, w_i) , $i = 1 \text{ t/m } N$, worden deze eveneens getransformeerd volgens (2.6), resulterend in punten (x_i, y_i) , $i = 1 \text{ t/m } N$.

De inverse transformaties, waarbij een punt (x, y) uit de getransformeerde ruimte over gaat in een punt (v, w) uit de fysische ruimte, worden gegeven door

$$\begin{aligned} v &= F_v^{-1}(F_x(x)) \\ w &= F_w^{-1}(F_y(y)) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Om een concrete formule te geven, waarmee $f_{v,w}(v, w)$ kan worden berekend uit $f_{x,y}(x, y)$, is het handig om x en y uit (2.6) expliciet te schrijven als functies van respectievelijk v en w , met dan $x = J(v)$ en $y = K(w)$, waarbij:

$$\begin{aligned} J(v) &= F_x^{-1}(F_v(v)) \\ K(w) &= F_y^{-1}(F_w(w)) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Volgens een formule die standaard is in de stochastiek kan nu $f_{v,w}(v, w)$ berekend worden als:

$$f_{v,w}(v, w) = f_{x,y}(J(v), K(w)) \frac{dJ(v)}{dv} \frac{dK(w)}{dw} \quad (2.9)$$

Hierbij is de term $dJ(v)/dv \cdot dK(w)/dw$ de Jacobiaan van de gebruikte transformatie.

Het kan nu redelijk eenvoudig worden aangetoond, zie voor een bewijs bijvoorbeeld [Geerse, 2004], dat deze $f_{v,w}(v, w)$ inderdaad als marginale kansdichtheden de gegeven $f_v(v)$ en $f_w(w)$ heeft.

3 Model CS

Het model CS, waarbij dit acroniem staat voor **C**onstante **S**preiding, wordt op dit moment in Hydra-Zoet gebruikt om de correlatie tussen de Vechtafvoer en het IJsselmeer te beschrijven, en daarnaast voor de beschrijving van de correlatie tussen de IJsselafoer en het IJsselmeer. Het model CS is rond 2002 opgesteld, zie [Geerse, 2004] voor een complete beschrijving. Het model wordt ook beschreven in [Diermanse en Geerse, 2012], waar het wordt aangeduid als model HOS (afkorting van Homoscedastic model); die referentie vormt tevens een goede inleiding tot andere correlatiemodellen.

Hieronder wordt model CS beschreven. Eerst worden de basisformules gegeven, die dan worden toegepast op een voorbeeld met werkelijke metingen, voor zeewaterstanden en windsnelheden.

3.1 Basisformules model CS

Bij toepassing van model CS wordt uitgegaan van de in hoofdstuk 2 beschouwde situatie met vooraf gegeven marginalen $f(v)$ en $f(w)$ in de fysische (v,w) -ruimte. Het model wordt vastgelegd door een specifieke keuze voor de kansdichtheid $f(x,y)$ in de getransformeerde (x,y) -ruimte.

Als marginale verdeling voor X wordt de standaardexponentiële verdeling gekozen:

$$f(x) = e^{-x}, \quad x \geq 0 \quad (3.1)$$

Voor de conditionele kansdichtheid van Y , gegeven $X = x$, wordt de volgende vorm gekozen:

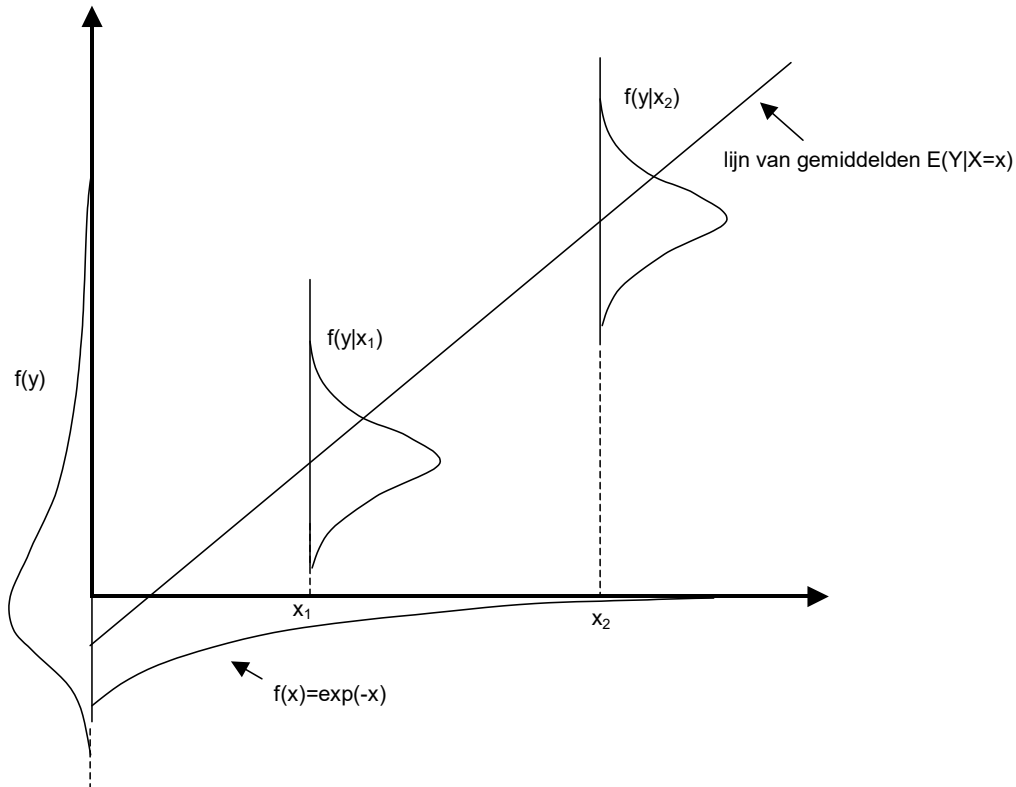
$$f(y|x) = \lambda(y - x - \delta) \quad (3.2)$$

waarbij $\lambda(t)$ een kansdichtheid is met gemiddelde 0, maar die verder willekeurig is, en waarbij δ een willekeurige constante is (waarover meer aan het eind van deze paragraaf). N.B. In plaats van $f(y|x)$ zullen we soms de wat nettere notatie $f_{Y|X}(y|x)$ gebruiken.

Uit de definitie van $f(y|x)$ volgt dat $f(x,y) = f(x)f(y|x)$. Hieruit blijkt dat met (3.1) en (3.2) $f(x,y)$ volledig is vastgelegd. De opzet van het model wordt toegelicht in Figuur 3-1. De rechte lijn met helling 45° is de lijn $y = x + \delta$. Hierop liggen de conditionele gemiddelden $E(Y|X=x)$. Voor twee waarden van x , namelijk x_1 en x_2 , zijn de conditionele dichtheden aangegeven, die op een verschuiving langs de lijn $y = x + \delta$ aan elkaar gelijk zijn.

Terzijde: in toepassingen wordt vaak aangenomen dat $\lambda(t)$ een normale verdeling volgt, maar in principe mag $\lambda(t)$ in model CS iedere verdeling volgen, onder de voorwaarde dat het gemiddelde van de verdeling gelijk is aan 0.² Bij de implementatie in Hydra-Ring wordt eveneens uitgegaan van een normale verdeling voor $\lambda(t)$.

² De aanname van een gemiddelde gelijk aan 0 is niet wezenlijk, en wordt alleen gemaakt om praktische redenen.



Figuur 3-1: Weergave model CS in de (x, y) -ruimte.

Om de transformaties $x = J(v)$ en $y = K(w)$ uit (2.8) toe te passen, zijn, naast de vooraf gegeven $F(v)$ en $F(w)$, de verdelingen $F(x)$ en $F(y)$ nodig. De eerste volgt meteen uit (3.1):

$$F(x) = 1 - e^{-x}, \quad x \geq 0 \quad (3.3)$$

De grootheid $F(y)$ dient te worden bepaald door op passende wijze $f(x, y)$ te integreren. Als de cumulatieve verdeling van $\lambda(t)$ wordt aangeduid als $\Lambda(t)$, volgt, door in de laatste stap de integraties over x en y' te verwisselen,

$$\begin{aligned} F(y) &= \int_{-\infty}^y \left\{ \int_0^{\infty} f(x) f(y' | x) dx \right\} dy' \\ &= \int_{-\infty}^y \left\{ \int_0^{\infty} dx e^{-x} \lambda(y' - x - \delta) \right\} dy' \\ &= \int_0^{\infty} e^{-x} \Lambda(y - x - \delta) dx \end{aligned} \quad (3.4)$$

Nu kunnen, omdat $F(v)$ en $F(w)$ vooraf gegeven zijn, de transformaties $x = J(v)$ en $y = K(w)$ uit (2.8) worden bepaald. Voor de eerste transformatie volgt uit (2.8) en (3.3)

$$J(v) = -\ln(1 - F(v)) \quad (3.5)$$

De transformatie $K(w) = F_y^{-1}(F_w(w))$ zal in het algemeen numeriek moeten worden bepaald. Voor iedere gewenste waarde van w , dient dan $K(w)$ te worden opgelost uit de vergelijking

$F_Y(K(w)) = F_W(w)$. Omdat in "reguliere" toepassingen de verdelingen $F_Y(y)$ en $F_W(w)$ strikt stijgend zijn, levert het oplossen van deze vergelijking geen problemen.³ Als $J(v)$ en $K(w)$ zijn bepaald, volgt de gezochte $f(v,w)$ uit (2.9). Vanwege (3.1) en (3.2) resulteert dan, omdat $f(x,y)=f(x)f(y|x)$,

$$\begin{aligned} f_{V,W}(v,w) &= f_{X,Y}(J(v), K(w)) \frac{dJ(v)}{dv} \frac{dK(w)}{dw} \\ &= e^{-J(v)} \lambda(K(w) - J(v) - \delta) \frac{dJ(v)}{dv} \frac{dK(w)}{dw} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Deze bivariate kansdichtheid heeft zoals gezegd als marginales de vooraf gegeven $f(v)$ en $f(w)$.

N.B. Het kan worden aangetoond de waarde voor δ redundant is: de kansdichtheid $f_{V,W}(v,w)$ blijkt niet af te hangen van δ . Een andere waarde voor δ levert een andere transformatie $K(w)$, op zo'n manier dat het rechterlid van (3.6) feitelijk niet door δ wordt beïnvloed. Ingeval $\lambda(t)$ een normale verdeling volgt met standaarddeviatie σ wordt in toepassingen meestal de volgende keuze gemaakt voor δ :

$$\delta = -\frac{\sigma^2}{2} \quad (3.7)$$

Voor deze keuze blijkt $F(y)$ asymptotisch gelijk te worden aan de standaardexponentiële verdeling. Echt grote voordelen levert die eigenschap echter niet op.

3.2 Grafische toelichting model CS

Hiervoor zijn de basisformules gegeven voor model CS. Figuur 3-2 levert een aanvullende toelichting. Het bovenste plaatje laat in het (v,w) -vlak de volgende onderdelen zien (de gearceerde oppervlakken worden zometeen besproken):

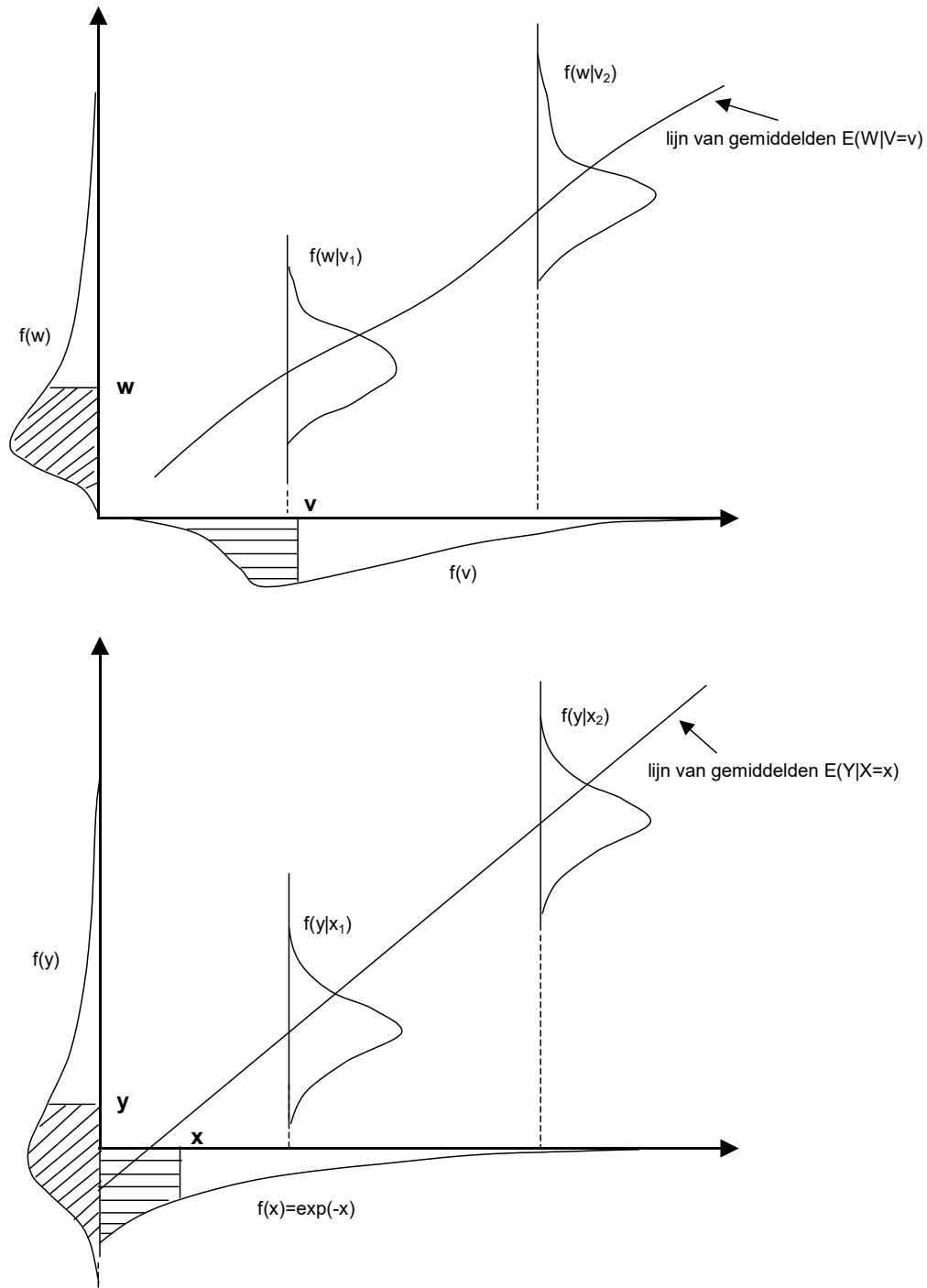
- de marginales $f(v)$ en $f(w)$,
- voor twee waarden v_1 en v_2 de conditionele kansdichtheden $f(w|v_1)$ en $f(w|v_2)$,
- de lijn waarop bij gegeven $V=v$ de gemiddelden $E(W|V=v)$ liggen.

Het onderste plaatje laat soortgelijke onderdelen zien in het (x,y) -vlak:

- de marginales $f(x)$ en $f(y)$,
- voor twee waarden x_1 en x_2 de conditionele kansdichtheden $f(y|x_1)$ en $f(y|x_2)$,
- de lijn waarop bij gegeven $X=x$ de gemiddelden $E(Y|X=x)$ liggen.

De transformaties volgens (2.8), of equivalent hiermee die uit (2.5), zijn "grafisch" weergegeven door de gearceerde oppervlakken. Het punt v gaat over in het punt x dat zodanig is dat de onderschrijdingskans $P(X < x)$ gelijk wordt aan $P(V < v)$; analoog gaat w over in het punt y dat zodanig is dat $P(Y < y)$ gelijk wordt aan $P(W < w)$. Onder deze transformaties wordt het hele (w,v) -vlak als het ware vervormd tot het (x,y) -vlak, en vice versa wordt onder de inverse transformaties het (x,y) -vlak vervormd tot het (w,v) -vlak. In het bijzonder gaat de rechte lijn in het (x,y) -vlak waarop de gemiddelde $E(Y|X=x)$ liggen, over in een gekromde lijn in het (w,v) -vlak waarop de gemiddelden $E(W|V=v)$ liggen. Daarnaast is het zo dat de verdelingen $f(y|x)$, die in het (x,y) -vlak op een verschuiving na aan elkaar gelijk zijn, in het (w,v) -vlak gewoonlijk van elkaar verschillen.

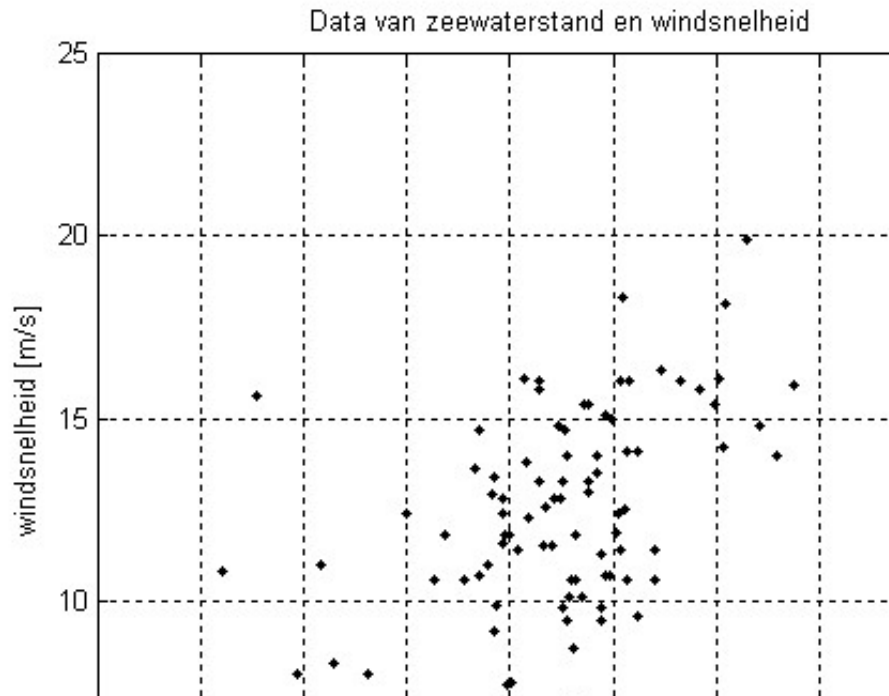
³ Het is wel belangrijk tijdens het numeriek bepalen van $K(w)$ er op te letten dat de verdeling $F(w)$ pas begint bij een minimumwaarde w_{\min} waarvoor $F(w_{\min}) = 0$ en tevens $F(w) > 0$ voor $w > w_{\min}$.



Figuur 3-2 Koppeling van v aan x en van w aan y via onderschrijdingskansen: schuin gearceerde vlakken hebben dezelfde oppervlakte; ook de horizontaal gearceerde vlakken hebben dezelfde oppervlakte. De kansdichtheden $f(y|x_i)$ zijn op een verschuiving na gelijk aan $\lambda(y)$.

3.3 Voorbeeld model CS: zeewaterstand en windsnelheid

De werking van model CS wordt nu toegelicht met een voorbeeld afkomstig uit [Geerse en Diermanse, 2006]. Die betreft de correlatie tussen zeewaterstand M en windsnelheid U , voor richtingssector 330° , voor een kuststation afkomstig uit Hydra-K; ook de kansverdelingen en de data komen uit Hydra-K.⁴ Zie voor een gedetailleerde beschrijving van de data de genoemde referentie. De data zijn weergegeven in Figuur 3-3 ($n = 89$ metingen). Duidelijk is dat voor de hogere zeewaterstanden een positieve correlatie aanwezig is tussen M en U .



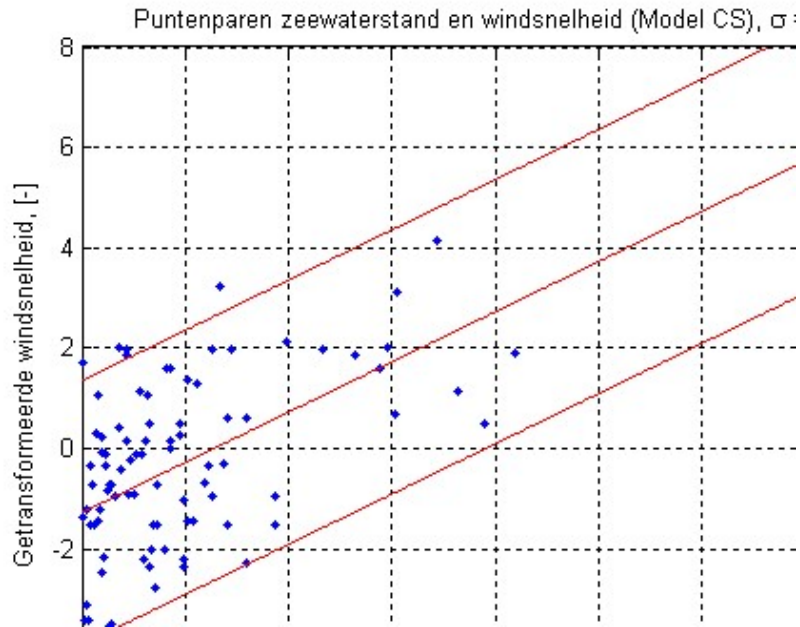
Figuur 3-3 De data voor zeewaterstand en windsnelheid voor het beschouwde kuststation (richtingssector 330°).

De marginalen $f(m)$ en $f(u)$ zijn in dit geval bekend (uit Hydra-K). Stel nu dat voor gebruik in een probabilistisch model een bivariate kansdichtheid $f(m,u)$ nodig is, die deze marginalen heeft. Om zo'n kansdichtheid te verkrijgen, wordt in dit voorbeeld model CS gebruikt, waarbij $\lambda(t)$ uit de getransformeerde ruimte de normale verdeling is. Deze heeft gemiddelde 0, maar de standaarddeviatie σ moet nog worden bepaald.

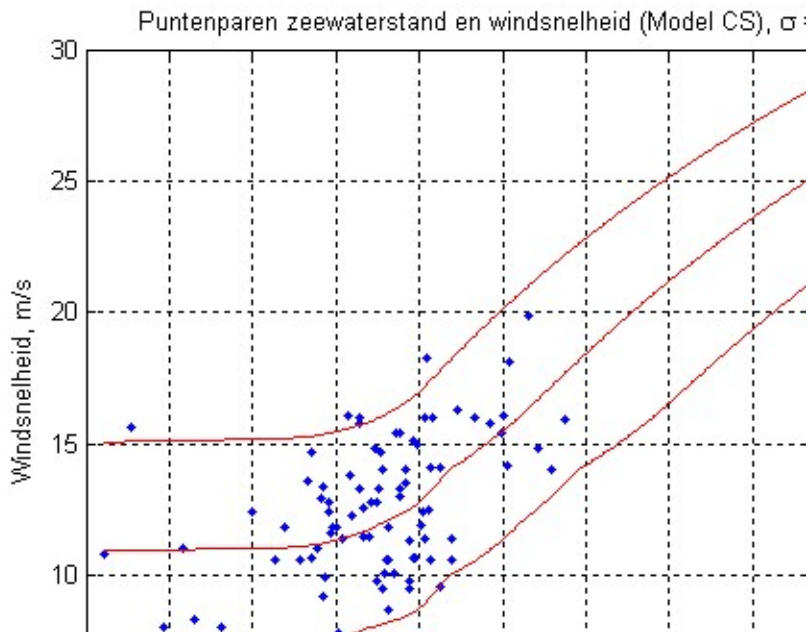
Door trial en error is in [Geerse en Diermanse, 2006] een σ bepaald van 1.6. De getransformeerde data worden getoond in Figuur 3-4. In die figuur zijn ook zogenaamde percentiellijnen aangegeven, voor percentages 5%, 50% en 95%. Voor iedere waarde van x , is het p -de percentiel y_p bepaald door te stellen $P(Y < y_p | X = x) = p$. Tussen de buitenste rode lijnen moet derhalve circa 90% van de data liggen, terwijl onder (en boven) de 50%-lijn ongeveer de helft van de data moet liggen. Voor de keuze van $\sigma = 1.6$ blijkt dat ongeveer het geval.

⁴ In feite betreft het station Hoek van Holland. De gegevens die in deze paragraaf worden gebruikt stemmen echter niet overeen met die uit hoofdstuk 4, die ook betrekking hebben op Hoek van Holland/Maasmond. Vandaar dat we hier om vergissingen te vermijden spreken over 'een kuststation'.

Hoe de data en de percentiellijnen er uit zien in de fysische ruimte blijkt uit Figuur 3-5. Het resultaat ziet er bevredigend uit. Hieruit blijkt bijvoorbeeld dat voor een zeewaterstand van 4.0 m+NAP, de windsnelheid met 90% kans zich tussen ongeveer 19 en 27.5 m/s bevindt.



Figuur 3-4 De getransformeerde data met percentiellijnen voor 5%, 50% en 95% volgens model CS. N.B. In dit geval is δ gekozen volgens (3.7).



Figuur 3-5 De data met percentiellijnen voor 5%, 50% en 95% volgens model CS.

4 Implementatie van model CS

Op dit moment wordt in Hydra-Ring het Volkermodel gebruikt om voor de benedenrivieren de correlatie te beschrijven tussen de wind en de zeewaterstand. In [Geerse, 2015] is aangetoond dat het Volkermodel goed kan worden benaderd door model CS. In dit hoofdstuk wordt beschreven welke stappen in de implementatie dan moeten worden gezet, waarbij ook de benodigde invoerbestanden worden beschreven. Tevens worden verwante invoerbestanden beschreven, die o.m. in hoofdstuk 5 aan de orde komen.

Vooraf volgen echter twee opmerkingen:

1. In het Volkermodel wordt de zogenaamde 'afgeknotte Gumbelverdeling' gebruikt (beschreven in o.m. [Geerse, 2015]). In de benadering door CS wordt die vervangen door de normale verdeling. Daardoor wordt de benadering iets minder goed, maar de normale verdeling is aanzienlijk prettiger te gebruiken dan de afgeknotte Gumbelverdeling.
2. In Hydra-Zoet en Hydra-Ring wordt tot heden voor de faalmechanismes overloop en golf-overslag gebruik gemaakt van de zogenaamde Volkerfactor waarmee de hogere windsnelheden op een pragmatische manier worden gereduceerd (de overschrijdingskansen voor de hogere windsnelheden worden dan gehalveerd). Het is de wens van de opdrachtgever om deze factor in de toekomst niet meer te gebruiken (voor bekledingen wordt deze factor sowieso achterwege gelaten). In het vervolg wordt, tenzij expliciet anders vermeld, deze factor dus niet gebruikt. Zie hierover echter ook de opmerkingen in paragraaf 6.2.

4.1 Notatie

De gebruikte notatie is weergegeven in Tabel 4-1. Zoals vaak in de literatuur worden stochasten aangeduid met hoofdletters en realisaties (uitkomsten) daarvan met de overeenkomstige kleine letters.

R	***	Windrichting, met realisaties NNO, NO,..., N, waarvan gewoonlijk alleen de 7 westelijke richtingen ZW,..., N relevant zijn.
σ_r	[-]	Standaarddeviatie van model CS in de getransformeerde ruimte.
M_{12}	m+NAP	12-uursmaximum van de zeewaterstand te Maasmond.
$M_{t_{ij}}$	m+NAP	Maximale zeewaterstand gedurende een getijperiode te Maasmond.
U_{12}	m/s	12-uursmaximum van de (potentiële windsnelheid); betreft statistiek van Schiphol.
$U_{t_{ij}}$	m/s	Maximale windsnelheid gedurende een getijperiode (potentiële windsnelheid); betreft statistiek van Schiphol.
M	m+NAP	Afhankelijk van de context de stochast M_{12} of $M_{t_{ij}}$.
U	m/s	Afhankelijk van de context de stochast U_{12} of $U_{t_{ij}}$.
$P(M_{12} > m r)$	[-]	Overschrijdingskansen door M_{12} van niveau m, conditioneel op richting r.
$P(M_{t_{ij}} > m r)$	[-]	Overschrijdingskansen door $M_{t_{ij}}$ van niveau m, conditioneel op richting r.
$P(U_{12} > m r)$	[-]	Overschrijdingskansen door U_{12} van niveau u, conditioneel op richting r.
$P(U_{t_{ij}} > m r)$	[-]	Overschrijdingskansen door $U_{t_{ij}}$ van niveau u, conditioneel op richting r.
$P(M > m r)$	[-]	Overschrijdingskansen door M van niveau m, conditioneel op richting r.
$P(U > u r)$	[-]	Overschrijdingskansen door U van niveau u, conditioneel op richting r.

Tabel 4-1 Gebruikte notatie.

In de beschrijving wordt onderscheid gemaakt in verschillende tijdbases. In Hydra-Ring wordt als tijdschaal voor wind en zeewaterstand een getijperiode gebruikt, terwijl dat in Hydra-Zoet (en Hydra-Zout/NL) een periode is van 12 uur. In de praktijk worden windgegevens gewoonlijk afgeleid voor 12-uursperiodes, waarna gegevens voor een getijperiode volgen door een geschikte herschaling (zie bijvoorbeeld [Geerse et al, 2002]). In het vervolg wordt daarom onderscheid gemaakt in de gebruikte tijdschaal.

4.2 Diverse invoerbestanden

Voor dit project zijn bestaande invoerbestanden voor windsnelheden en zeewaterstanden geïnventariseerd, die vervolgens enigszins zijn uitgebreid zoals hieronder beschreven (zie Tabel 4-2 en Tabel 4-3). Niet alle bestanden zijn nodig in het vervolg van dit rapport (zie paragraaf 4.3 en 5.1 voor informatie over de wél benodigde bestanden). Dat hier ook bestanden worden genoemd die niet strikt nodig zijn heeft als reden dat in aanvullende studies dergelijke bestanden wellicht toch nodig zijn. N.B. Al de genoemde bestanden worden in dit project digitaal opgeleverd.

Station	Statistiek	Periode	Volkerfactor	Bestandsnaam
Schiphol	HR2001 - HR2006	12u	nee	Ovkansw ind_schiphol_12u_HR2001.txt
Schiphol	HR2001 - HR2006	12u	ja	Ovkansw ind_schiphol_12u_HR2001_Volkerfac.txt
Schiphol	HR2001 - HR2006	getij	nee	Ovkansw ind_schiphol_getij_HR2001.txt
Schiphol	HR2001 - HR2006	getij	ja	Ovkansw ind_schiphol_getij_HR2001_Volkerfac.txt
Schiphol	Caires2009	12u	nee	Ovkansw ind_schiphol_12u_Caires2009.txt
Schiphol	Caires2009	12u	ja	Ovkansw ind_schiphol_12u_Caires2009_Volkerfac.txt
Schiphol	Caires2009	getij	nee	Ovkansw ind_schiphol_getij_Caires2009.txt
Schiphol	Caires2009	getij	ja	Ovkansw ind_schiphol_getij_Caires2009_Volkerfac.txt

Tabel 4-2 Overzicht invoerbestanden windsnelheid.

Voor de wind zijn bestanden beschikbaar voor station Schiphol, zie respectievelijk Tabel 4-2 en Tabel 4-3. Zie voor een voorbeeld van deze bestanden Tabel 4-6 in de volgende paragraaf.

De rijen gelabeld met 'HR2001 - HR2006' betreffen statistiek die is afgeleid voor de HR2001, die ook is gebruikt voor de HR2006. Afhankelijk van de gewenste toepassing⁵ is die beschikbaar met en zonder Volkerfactor, voor een tijdbasis van 12 uur of een getijperiode. In eerste instantie is deze statistiek afgeleid in [Geerse et al, 2002], voor een bereik van windsnelheden dat loopt van 0 tot 42 m/s. Voor de huidige doeleinden is dat bereik echter te klein. Vandaar dat deze statistiek, d.m.v. logaritmische extrapolatie, nu is uitgebreid tot aan 50 m/s.⁶

De genoemde windstatistiek is voor de extreme windsnelheden zonder Volkerfactor gebaseerd op het zogenaamde Rijkooort Weibell model van het KNMI, dat dateert uit 1983, terwijl de statistiek voor de vaker voorkomende windsnelheden is bepaald door het turven van overschrijdingen. Daarbij is een vloeiende overgang aangebracht tussen het bereik voor de lagere (geturfde) windsnelheden en de extreme windsnelheden, zie voor details [Geerse et al, 2002]. Voor de statistiek inclusief Volkerfactor zijn de overschrijdingskansen van de extreme

⁵ Voor faalmechanisme golfoverslag en overloop is voor de benedenrivieren gerekend inclusief Volkerfactor; voor bekledingen wordt altijd gerekend zonder Volkerfactor. In Hydra-Zoet wordt gerekend met 12-uursperiodes, terwijl in PC-Ring en Hydra-Ring wordt gerekend met getijperiodes.

⁶ De overschrijdingskansen van 41 m/s en 42 m/s worden hierbij logaritmisch geëxtrapoleerd. Voor sommige windrichtingen (namelijk de minder extreme richtingen) zijn deze overschrijdingskansen in de originele bestanden gelijk aan 0. In dat geval worden de geëxtrapoleerde kansen ook gelijk aan 0.

windsnelheden gereduceerd met een factor 2, zoals eveneens beschreven in de genoemde referentie.

In [Caires, 2009] is opnieuw statistiek afgeleid voor extreme windsnelheden (zonder Volkerfactor). Die statistiek is eveneens door turven uitgebreid tot aan de laagst voorkomende windsnelheden, resulterend in overschrijdingskansen voor het bereik van 0 tot 42 m/s, zie [Geerse en Verkaik, 2010]. In deze referentie is ook een versie van de statistiek bepaald inclusief Volkerfactor.

In het kader van het voorliggende project zijn die kansen voor het bereik van 0 tot 42 m/s logaritmisch geëxtrapoleerd tot aan 50 m/s. Deze resulterende statistiek – voor tijdbases 12 uur/getijperioden en met/zonder Volkerfactor – wordt in tabel Tabel 4-2 aangeduid als 'Caires2009'.

Station	Statistiek	Periode	Bestandsnaam
Hoek v. Holland	zichtjaar 1985	12u	ConditionelePovZeestandenHvH_12u_1985.txt
Hoek v. Holland	zichtjaar 1985	getij	ConditionelePovZeestandenHvH_getij_1985.txt
Maasmond	zichtjaar 1985	12u	ConditionelePovZeestandenMM_12u_1985.txt
Maasmond	zichtjaar 1985	getij	ConditionelePovZeestandenMM_getij_1985.txt

Tabel 4-3 Overzicht invoerbestanden zeewaterstand.

Voor zeewaterstanden is statistiek beschikbaar voor locaties Maasmond en Hoek van Holland. Locatie Maasmond wordt gebruikt in Hydra-Ring (zie paragraaf 4.3), terwijl Hoek van Holland nodig is voor de modelvergelijking uit hoofdstuk 5, waarbij model CS wordt vergeleken met de resultaten van het 'oude' Volkermodel.

De gegevens zijn geldig voor zichtjaar 1985. *Eventuele zeespiegelstijging sinds 1985 dient dus nog in rekening te worden gebracht.* De statistiek is beschikbaar voor 12-uursperioden en voor getijperioden. Zie voor een voorbeeld van het format van deze bestanden Tabel 4-5 in de volgende paragraaf.

Hier volgt informatie over de afleiding van deze bestanden:⁷

- De statistiek voor Hoek van Holland is voor getijperioden afgeleid in [Geerse et al, 2002], voor een bereik van 0.8 m+NAP tot 6.0 m+NAP; door logaritmisch extrapoleren is dat bereik uitgebreid tot aan 8.0 m+NAP.
- Door een simpele herschaling, met een formule analoog aan (4.11) uit [Geerse et al, 2002], zijn de overschrijdingskansen voor een getijperiode vervolgens omgerekend naar een 12-uursperiode. Dat levert de statistiek voor Hoek van Holland, voor 12-uursperioden, voor het bereik 0.8 tot 8.0 m+NAP.
- De beide versies van de statistiek voor Maasmond zijn verkregen door de statistiek voor Hoek van Holland integraal te verschuiven over 2 cm. Daarbij liggen – bij eenzelfde overschrijdingskans – de zeewaterstanden bij Maasmond 2 cm *lager* dan die bij Hoek van Holland. Zie voor achtergronden van deze verschuiving [Geerse et al, 2002].

⁷ Deze berekeningen zijn uitgevoerd door Matthijs Duits, door gebruik te maken van Hydra-NL.

4.3 Benodigde invoer voor implementatie in Hydra-Ring

Deze paragraaf beschrijft de statistische invoer voor implementatie van model CS in Hydra-Ring. Daarbij wordt onderscheid gemaakt in getijperioden (voor Hydra-Ring) en in 12-uursperioden (voor eventuele latere implementatie in Hydra-NL).

4.3.1 Voor getijperiode

Model CS moet worden toegepast voor elk van de 7 richtingen $r = \text{ZW, WZW, ..., N}$. Per richting dient dan bekend te zijn:

- De waarde σ_r , die is af te lezen uit Tabel 4-4. Deze keuzes zijn toegelicht in [Geerse, 2015].
- De overschrijdingskansen $P(M_{\text{tij}} > m | r)$ voor Maasmond (1985), die beschikbaar zijn in tabelvorm, voor de beschouwde 7 richtingen. Zie Tabel 4-5 voor een weergave van het invoerbestand getiteld "ConditionelePovZeestandenMM_getij_1985.txt".
- De overschrijdingskansen $P(U_{\text{tij}} > u | r)$ voor Schiphol, die beschikbaar zijn in tabelvorm voor alle richtingen NNO, NO, ..., N en dus i.h.b. voor de 7 westelijke richtingen. Zie Tabel 4-6 voor een gedeelte van het invoerbestand, getiteld "Ovkanswind_schiphol_getij_Caires2009.txt".

Windrichting r [-]	Standaarddeviatie σ_p [-]
ZW	2.23
WZW	1.86
W	1.58
WNW	1.23
NW	0.98
NNW	1.11
N	2.12

Tabel 4-4 De waarde voor de standaarddeviatie σ_r in de getransformeerde ruimte.

%m+NAP	ZW	WZW	W	WNW	NW	NNW	N
0.80	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00
0.90	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00
1.00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00
1.10	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	6.607E-01
1.20	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00	9.079E-01	7.623E-01	4.016E-01
1.30	7.664E-01	9.739E-01	1.000E+00	1.000E+00	6.141E-01	4.985E-01	2.448E-01
1.40	3.335E-01	5.111E-01	8.047E-01	8.079E-01	4.156E-01	3.269E-01	1.499E-01
1.50	1.442E-01	2.659E-01	4.840E-01	5.167E-01	2.826E-01	2.155E-01	9.230E-02
1.60	6.229E-02	1.386E-01	2.912E-01	3.307E-01	1.932E-01	1.428E-01	5.711E-02
1.70	2.694E-02	7.256E-02	1.759E-01	2.124E-01	1.327E-01	9.517E-02	3.552E-02
1.80	1.168E-02	3.816E-02	1.068E-01	1.370E-01	9.168E-02	6.373E-02	2.220E-02
1.90	5.070E-03	2.017E-02	6.511E-02	8.872E-02	6.363E-02	4.289E-02	1.394E-02
2.00	2.207E-03	1.071E-02	3.991E-02	5.771E-02	4.437E-02	2.900E-02	8.797E-03
2.10	9.631E-04	5.714E-03	2.458E-02	3.770E-02	3.108E-02	1.969E-02	5.576E-03
2.20	4.216E-04	3.063E-03	1.521E-02	2.473E-02	2.186E-02	1.343E-02	3.550E-03
2.30	1.851E-04	1.650E-03	9.455E-03	1.628E-02	1.544E-02	9.198E-03	2.269E-03
2.40	8.159E-05	8.927E-04	5.903E-03	1.076E-02	1.094E-02	6.323E-03	1.457E-03
2.50	3.610E-05	4.851E-04	3.701E-03	7.135E-03	7.784E-03	4.363E-03	9.385E-04
2.60	1.604E-05	2.648E-04	2.330E-03	4.748E-03	5.557E-03	3.021E-03	6.070E-04
2.70	7.159E-06	1.451E-04	1.472E-03	3.170E-03	3.980E-03	2.098E-03	3.941E-04
2.80	3.211E-06	7.984E-05	9.336E-04	2.124E-03	2.860E-03	1.463E-03	2.567E-04
2.90	1.448E-06	4.410E-05	5.942E-04	1.427E-03	2.061E-03	1.023E-03	1.678E-04
3.00	6.563E-07	2.445E-05	3.795E-04	9.613E-04	1.490E-03	7.170E-04	1.100E-04
3.10	2.992E-07	1.360E-05	2.431E-04	6.496E-04	1.080E-03	5.042E-04	7.238E-05
3.20	1.372E-07	7.596E-06	1.562E-04	4.402E-04	7.848E-04	3.556E-04	4.775E-05
3.30	6.331E-08	4.256E-06	1.007E-04	2.991E-04	5.718E-04	2.514E-04	3.160E-05
3.40	2.938E-08	2.392E-06	6.511E-05	2.037E-04	4.177E-04	1.782E-04	2.097E-05
3.50	1.372E-08	1.348E-06	4.221E-05	1.391E-04	3.058E-04	1.266E-04	1.395E-05
3.60	6.446E-09	7.625E-07	2.743E-05	9.523E-05	2.244E-04	9.021E-05	9.310E-06
3.70	3.046E-09	4.324E-07	1.788E-05	6.534E-05	1.651E-04	6.441E-05	6.227E-06
3.80	1.447E-09	2.458E-07	1.168E-05	4.494E-05	1.217E-04	4.609E-05	4.175E-06
3.90	6.915E-10	1.402E-07	7.647E-06	3.098E-05	8.988E-05	3.305E-05	2.806E-06
4.00	3.321E-10	8.011E-08	5.019E-06	2.140E-05	6.652E-05	2.375E-05	1.890E-06
4.10	1.602E-10	4.590E-08	3.301E-06	1.481E-05	4.933E-05	1.711E-05	1.276E-06
4.20	7.768E-11	2.636E-08	2.176E-06	1.027E-05	3.665E-05	1.234E-05	8.633E-07
4.30	3.781E-11	1.517E-08	1.438E-06	7.142E-06	2.728E-05	8.924E-06	5.853E-07
4.40	1.847E-11	8.752E-09	9.516E-07	4.974E-06	2.035E-05	6.464E-06	3.976E-07
4.50	9.059E-12	5.059E-09	6.311E-07	3.471E-06	1.520E-05	4.691E-06	2.706E-07
4.60	4.457E-12	2.930E-09	4.194E-07	2.426E-06	1.137E-05	3.410E-06	1.845E-07
4.70	2.199E-12	1.700E-09	2.792E-07	1.699E-06	8.524E-06	2.483E-06	1.261E-07
4.80	1.088E-12	9.885E-10	1.862E-07	1.192E-06	6.399E-06	1.811E-06	8.627E-08
4.90	5.393E-13	5.757E-10	1.244E-07	8.380E-07	4.812E-06	1.323E-06	5.914E-08
5.00	2.680E-13	3.359E-10	8.324E-08	5.900E-07	3.623E-06	9.685E-07	4.061E-08
5.10	1.334E-13	1.963E-10	5.580E-08	4.161E-07	2.733E-06	7.099E-07	2.793E-08
5.20	6.650E-14	1.149E-10	3.747E-08	2.939E-07	2.064E-06	5.211E-07	1.924E-08
5.30	3.320E-14	6.735E-11	2.520E-08	2.080E-07	1.561E-06	3.831E-07	1.327E-08
5.40	1.665E-14	3.954E-11	1.697E-08	1.474E-07	1.182E-06	2.821E-07	9.168E-09
5.50	8.438E-15	2.325E-11	1.145E-08	1.046E-07	8.965E-07	2.080E-07	6.343E-09
5.60	4.108E-15	1.369E-11	7.734E-09	7.435E-08	6.808E-07	1.536E-07	4.395E-09
5.70	2.109E-15	8.071E-12	5.232E-09	5.293E-08	5.177E-07	1.135E-07	3.049E-09
5.80	0.000E+00	4.764E-12	3.545E-09	3.774E-08	3.941E-07	8.405E-08	2.118E-09
5.90	0.000E+00	2.816E-12	2.405E-09	2.694E-08	3.004E-07	6.230E-08	1.473E-09
6.00	0.000E+00	1.667E-12	1.634E-09	1.926E-08	2.293E-07	4.624E-08	1.026E-09
6.10	0.000E+00	9.874E-13	1.112E-09	1.379E-08	1.752E-07	3.437E-08	7.154E-10
6.20	0.000E+00	5.858E-13	7.572E-10	9.886E-09	1.340E-07	2.557E-08	4.994E-10
6.30	0.000E+00	3.478E-13	5.164E-10	7.096E-09	1.026E-07	1.905E-08	3.490E-10
6.40	0.000E+00	2.067E-13	3.527E-10	5.101E-09	7.870E-08	1.421E-08	2.442E-10
6.50	0.000E+00	1.230E-13	2.411E-10	3.671E-09	6.040E-08	1.061E-08	1.711E-10
6.60	0.000E+00	7.327E-14	1.651E-10	2.645E-09	4.641E-08	7.930E-09	1.199E-10
6.70	0.000E+00	4.363E-14	1.131E-10	1.908E-09	3.570E-08	5.934E-09	8.419E-11
6.80	0.000E+00	2.609E-14	7.763E-11	1.379E-09	2.749E-08	4.446E-09	5.916E-11
6.90	0.000E+00	1.565E-14	5.333E-11	9.970E-10	2.119E-08	3.334E-09	4.161E-11
7.00	0.000E+00	9.326E-15	3.668E-11	7.218E-10	1.635E-08	2.503E-09	2.929E-11
7.10	0.000E+00	5.662E-15	2.525E-11	5.233E-10	1.262E-08	1.881E-09	2.064E-11
7.20	0.000E+00	3.331E-15	1.741E-11	3.797E-10	9.758E-09	1.415E-09	1.456E-11
7.30	0.000E+00	1.998E-15	1.201E-11	2.759E-10	7.550E-09	1.066E-09	1.028E-11
7.40	0.000E+00	0.000E+00	8.295E-12	2.006E-10	5.847E-09	8.031E-10	7.265E-12
7.50	0.000E+00	0.000E+00	5.736E-12	1.461E-10	4.532E-09	6.059E-10	5.138E-12
7.60	0.000E+00	0.000E+00	3.970E-12	1.065E-10	3.517E-09	4.576E-10	3.637E-12
7.70	0.000E+00	0.000E+00	2.750E-12	7.768E-11	2.731E-09	3.459E-10	2.577E-12
7.80	0.000E+00	0.000E+00	1.907E-12	5.673E-11	2.122E-09	2.617E-10	1.827E-12
7.90	0.000E+00	0.000E+00	1.324E-12	4.148E-11	1.651E-09	1.982E-10	1.297E-12
8.00	0.000E+00	0.000E+00	9.198E-13	3.035E-11	1.285E-09	1.502E-10	9.209E-13

Tabel 4-5 Invoerbestand voor $P(M_{ij} > m | r)$, getiteld "ConditionelePovZeestandenMM_getij_1985.txt".

%u	NNO	NO	ZW	WZW	W	WNW	NW	NNW	N
0	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00
1	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+00
2	9.90E-01	9.94E-01	9.98E-01	9.99E-01	9.97E-01	9.94E-01	9.97E-01	9.95E-01	9.91E-01
3	9.21E-01	9.71E-01	9.85E-01	9.78E-01	9.84E-01	9.58E-01	9.59E-01	9.35E-01	9.13E-01
4	7.77E-01	8.83E-01	9.38E-01	9.35E-01	9.33E-01	9.02E-01	8.94E-01	8.16E-01	7.48E-01
5	6.11E-01	7.57E-01	8.50E-01	8.77E-01	8.79E-01	8.13E-01	7.96E-01	6.75E-01	5.60E-01
6	4.42E-01	6.14E-01	7.72E-01	8.10E-01	7.86E-01	7.18E-01	6.86E-01	5.55E-01	3.90E-01
7	2.98E-01	4.39E-01	6.69E-01	7.20E-01	7.01E-01	5.97E-01	5.58E-01	4.40E-01	2.75E-01
8	1.95E-01	2.81E-01	5.75E-01	6.29E-01	6.00E-01	4.90E-01	4.31E-01	3.26E-01	1.76E-01
9	1.26E-01	1.77E-01	4.82E-01	5.32E-01	4.75E-01	3.92E-01	3.05E-01	2.03E-01	1.08E-01
10	8.41E-02	9.34E-02	3.97E-01	4.28E-01	3.81E-01	3.04E-01	2.22E-01	1.41E-01	7.58E-02
11	4.61E-02	4.74E-02	3.18E-01	3.33E-01	2.92E-01	2.16E-01	1.51E-01	7.77E-02	3.52E-02
12	2.53E-02	2.40E-02	2.49E-01	2.51E-01	2.24E-01	1.55E-01	9.51E-02	4.62E-02	2.44E-02
13	1.39E-02	1.22E-02	1.73E-01	1.73E-01	1.58E-01	1.02E-01	5.74E-02	2.73E-02	1.90E-02
14	7.61E-03	6.16E-03	1.20E-01	1.19E-01	1.01E-01	5.85E-02	3.59E-02	1.89E-02	1.18E-02
15	3.69E-03	2.89E-03	8.56E-02	6.90E-02	5.87E-02	3.51E-02	2.51E-02	1.30E-02	7.31E-03
16	1.81E-03	1.36E-03	4.93E-02	4.15E-02	3.94E-02	2.49E-02	1.68E-02	8.98E-03	4.53E-03
17	8.99E-04	6.42E-04	2.92E-02	2.96E-02	2.02E-02	1.71E-02	1.13E-02	6.19E-03	2.81E-03
18	4.52E-04	3.03E-04	1.56E-02	1.76E-02	1.25E-02	1.18E-02	7.54E-03	4.27E-03	1.75E-03
19	2.30E-04	1.43E-04	7.79E-03	1.27E-02	7.49E-03	7.10E-03	5.05E-03	2.51E-03	9.70E-04
20	1.19E-04	6.78E-05	4.47E-03	7.04E-03	4.63E-03	4.29E-03	3.01E-03	1.47E-03	5.39E-04
21	6.18E-05	3.22E-05	2.56E-03	3.97E-03	2.86E-03	2.59E-03	1.80E-03	8.66E-04	2.99E-04
22	3.25E-05	1.53E-05	1.47E-03	2.28E-03	1.77E-03	1.57E-03	1.07E-03	5.09E-04	1.66E-04
23	1.72E-05	7.27E-06	8.46E-04	1.31E-03	1.10E-03	9.46E-04	6.39E-04	2.99E-04	9.22E-05
24	9.22E-06	3.46E-06	4.86E-04	7.54E-04	6.77E-04	5.72E-04	3.81E-04	1.76E-04	5.12E-05
25	4.96E-06	1.65E-06	2.79E-04	4.34E-04	4.19E-04	3.46E-04	2.28E-04	1.03E-04	2.84E-05
26	2.68E-06	7.87E-07	1.61E-04	2.50E-04	2.59E-04	2.09E-04	1.36E-04	6.08E-05	1.58E-05
27	1.46E-06	3.76E-07	9.23E-05	1.44E-04	1.60E-04	1.27E-04	8.10E-05	3.57E-05	8.77E-06
28	7.97E-07	1.80E-07	5.31E-05	8.30E-05	9.90E-05	7.65E-05	4.83E-05	2.10E-05	4.87E-06
29	4.36E-07	8.61E-08	3.05E-05	4.79E-05	6.12E-05	4.63E-05	2.88E-05	1.24E-05	2.70E-06
30	2.40E-07	4.13E-08	1.76E-05	2.77E-05	3.78E-05	2.80E-05	1.72E-05	7.27E-06	1.50E-06
31	1.32E-07	1.98E-08	1.01E-05	1.60E-05	2.34E-05	1.70E-05	1.03E-05	4.28E-06	8.34E-07
32	7.27E-08	9.49E-09	5.82E-06	9.26E-06	1.45E-05	1.03E-05	6.13E-06	2.52E-06	4.63E-07
33	4.01E-08	4.56E-09	3.35E-06	5.37E-06	8.94E-06	6.23E-06	3.66E-06	1.48E-06	2.57E-07
34	2.22E-08	2.19E-09	1.93E-06	3.11E-06	5.53E-06	3.77E-06	2.18E-06	8.71E-07	1.43E-07
35	1.23E-08	1.05E-09	1.11E-06	1.81E-06	3.42E-06	2.29E-06	1.30E-06	5.12E-07	7.93E-08
36	6.79E-09	5.07E-10	6.39E-07	1.05E-06	2.11E-06	1.39E-06	7.78E-07	3.01E-07	4.40E-08
37	3.76E-09	2.44E-10	3.68E-07	6.11E-07	1.31E-06	8.41E-07	4.64E-07	1.77E-07	2.45E-08
38	2.08E-09	1.18E-10	2.12E-07	3.56E-07	8.08E-07	5.10E-07	2.77E-07	1.04E-07	1.36E-08
39	1.16E-09	5.67E-11	1.22E-07	2.08E-07	5.00E-07	3.09E-07	1.66E-07	6.15E-08	7.54E-09
40	6.41E-10	2.73E-11	7.05E-08	1.21E-07	3.09E-07	1.88E-07	9.88E-08	3.62E-08	4.19E-09
41	3.56E-10	1.32E-11	4.07E-08	7.11E-08	1.91E-07	1.14E-07	5.90E-08	2.13E-08	2.33E-09
42	1.97E-10	6.36E-12	2.35E-08	4.16E-08	1.18E-07	6.92E-08	3.52E-08	1.25E-08	1.29E-09
43	1.09E-10	3.07E-12	1.35E-08	2.44E-08	7.30E-08	4.20E-08	2.10E-08	7.38E-09	7.17E-10
44	6.08E-11	1.48E-12	7.81E-09	1.43E-08	4.52E-08	2.55E-08	1.26E-08	4.34E-09	3.98E-10
45	3.37E-11	7.14E-13	4.50E-09	8.38E-09	2.79E-08	1.55E-08	7.50E-09	2.56E-09	2.21E-10
46	1.87E-11	3.44E-13	2.60E-09	4.91E-09	1.73E-08	9.39E-09	4.48E-09	1.50E-09	1.23E-10
47	1.04E-11	1.66E-13	1.50E-09	2.88E-09	1.07E-08	5.70E-09	2.67E-09	8.86E-10	6.82E-11
48	5.76E-12	8.02E-14	8.64E-10	1.69E-09	6.60E-09	3.46E-09	1.60E-09	5.21E-10	3.79E-11
49	3.20E-12	3.87E-14	4.99E-10	9.88E-10	4.08E-09	2.10E-09	9.52E-10	3.07E-10	2.10E-11
50	1.77E-12	1.87E-14	2.88E-10	5.79E-10	2.52E-09	1.28E-09	5.69E-10	1.81E-10	1.17E-11

Tabel 4-6 Gedeelte van het invoerbestand voor de potentiële wind $P(U_{ij} > u | r)$ te Schiphol, getiteld "Ovkanswind_schiphol_getij_Caires2009.txt".

4.3.2 Voor 12-uurperiode

Voor een 12-uursperiode moet voor elk van de 7 richtingen $r = \text{ZW, WZW, ..., N}$ bekend zijn:

- De waarde σ_r , die is af te lezen uit Tabel 4-4. N.B. Deze waarden zijn niet afhankelijk van de beschouwde tijdbasis.
- De overschrijdingskansen $P(M_{12} > m | r)$ voor Maasmond (1985), die beschikbaar zijn in tabelvorm, voor de beschouwde 7 richtingen. Dat betreft het bestand: "ConditionelePovZeestandenMM_12u_1985.txt".
- De overschrijdingskansen $P(U_{12} > u | r)$ voor Schiphol, die beschikbaar zijn in tabelvorm voor alle richtingen NNO, NO, ..., N en dus i.h.b. voor de 7 westelijke richtingen. Dat betreft het bestand: "Ovkanswind_schiphol_12u_Caires2009.txt".

4.4 Recept voor de implementatie

Als model CS geïmplementeerd wordt dient dat te gebeuren voor een geschikte tijdbasis (12 uur in Hydra-Zoet/NL en een getijperiode in Hydra-Ring). In het vervolg worden stochasten M en U gebruikt voor de zeewaterstand en de wind, waarbij afhankelijk van de context deze slaan op een 12-uursperiode of een getijperiode. De theorie uit hoofdstuk 2 en 3 voor de stochasten V en W wordt dan toegepast voor de keuzes $V = M$ en $W = U$. Dat betekent dat de stochasten M en U getransformeerd moeten worden op de manier zoals eerder beschreven in de voorgaande hoofdstukken.

Hier volgen de stappen die voor richting r ($r = ZW, \dots, N$) moeten worden doorlopen:

Stap 1

Beschouw de normale verdeling $\lambda_{\sigma_r}(t)$, met gemiddelde 0 en standaarddeviatie σ_r volgens Tabel 4-4.

Stap 2

De transformatie $x = J_r(m)$ heeft volgens (3.5) dan de vorm:

$$J_r(m) = -\ln(1 - F(m|r)) \quad (4.1)$$

met $F(m|r)$ hier gegeven door:

$$F(m|r) = 1 - P(M > m | r) \quad (4.2)$$

Deze transformatie is zeer eenvoudig uit te rekenen.

Stap 3

Het uitrekenen van de transformatie $y = K_r(m)$ is iets ingewikkelder. Eerst moet de verdeling $F(y|r)$ worden uitgerekend. Volgens (3.4) is die gelijk aan:

$$F(y|r) = \int_0^{\infty} e^{-x} \Lambda_{\sigma_r}(y - x - \delta_r) dx \quad (4.3)$$

waarin volgens (3.7) wordt genomen $\delta_r = -\sigma_r^2/2$ en Λ_{σ_r} de cumulatieve normale verdeling met gemiddelde 0 en standaarddeviatie σ_r weergeeft, die in termen van de standaardnormale verdelingsfunctie Φ wordt gegeven door:⁸

$$\Lambda_{\sigma_r}(t) = \Phi(t / \sigma_r) \quad (4.4)$$

Dan volgt $K_r(m)$ door het numeriek oplossen van de vergelijking:

$$F_y(K_r(u)|r) = F(u|r) \quad (4.5)$$

waarin

$$F(u|r) = 1 - P(U > u | r) \quad (4.6)$$

Hierna is ook $K_r(u)$ bekend.

⁸ Zoals opgemerkt in paragraaf 3.1 is de keuze van δ_r voor de uiteindelijke kansdichtheid $f(m,u|r)$ feitelijk irrelevant.

Stap 4

De uiteindelijke bivariate verdeling wordt dan gegeven door:

$$f_{M,U|R}(m,u|r) = e^{-J_r(m)} \lambda_{\sigma_r} \left(K_r(u) - J_r(m) - \delta_r \right) \frac{dJ_r(m)}{dm} \frac{dK_r(u)}{du} \quad (4.7)$$

Tot zover de stappen voor de implementatie van model CS.

Opmerking

Het is maar de vraag of de expliciete berekening van $f_{M,U|R}(m,u|r)$ in Hydra-Ring volgens (4.7) echt nodig is. Vermoedelijk is het zo dat bij iedere beschouwde (getransformeerde) zeewaterstand alleen de grootte $P(U > u | x, r)$ en/of $P(U > u | m, r)$ nodig is. Het is eenvoudig te verifiëren dat die worden gegeven door:

$$P(U > u | x, r) = 1 - \Phi \left(\frac{K_r(u) - x - \delta_r}{\sigma_r} \right) \quad (4.8)$$

$$P(U > u | m, r) = 1 - \Phi \left(\frac{K_r(u) - J_r(m) - \delta_r}{\sigma_r} \right) \quad (4.9)$$

5 Vergelijking tussen Volkermodel en model CS

In hoofdstuk 4 is opgemerkt dat het thans gebruikte Volkermodel goed benaderd kan worden door model CS met een normale (conditionele) verdeling in de getransformeerde ruimte. In dit hoofdstuk wordt geverifieerd dat (inderdaad) numeriek gezien beide modellen sterk vergelijkbaar zijn. De vergelijking wordt alleen in detail uitgevoerd voor een tijdbasis van een getijperiode, voor station Hoek van Holland en niet voor Maasmond. De gegevens uit [Geerse et al, 2002] zijn namelijk alleen voor deze situatie beschikbaar.

5.1 Benodigde statistiek voor de modelvergelijking

In de modelvergelijking worden standaard de volgende invoergegevens gebruikt:

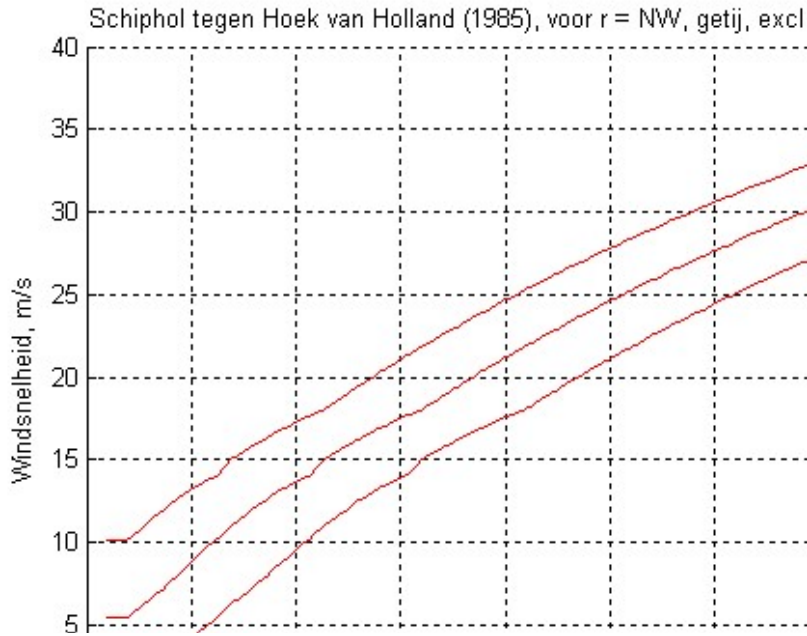
- De waarde σ_r , die is af te lezen uit Tabel 4-4. Dit betreft dezelfde waarden als in het voorgaande hoofdstuk.
- De overschrijdingskansen $P(M_{tij} > m | r)$ voor Hoek van Holland (1985), die beschikbaar zijn in tabelvorm, voor de beschouwde 7 richtingen. Dat betreft het in Tabel 4-3 genoemde invoerbestand "ConditionelePovZeestandenHvH_getij_1985.txt".
- De overschrijdingskansen $P(U_{tij} > u | r)$ voor Schiphol, die beschikbaar zijn in tabelvorm voor alle richtingen NNO, NO, ..., N en dus i.h.b. voor de 7 westelijke richtingen. Dat betreft het in Tabel 4-2 genoemde invoerbestand "Ovkanswind_schiphol_getij_HR2001.txt".

Merk op dat standaard de gegevens zonder Volkerfactor worden gebruikt. Incidenteel worden echter ook gegevens inclusief Volkerfactor gebruikt. In dat geval wordt voor de wind het in Tabel 4-2 genoemde invoerbestand "Ovkanswind_schiphol_getij_HR2001_Volkerfac.txt" gebruikt.

5.2 Modelvergelijking voor richting NW

In de modelvergelijking wordt gebruik gemaakt van percentiellijnen zoals die zijn weergegeven in het eerdere (fictieve) voorbeeld uit Figuur 3-5. Dergelijke percentiellijnen zijn voor richting NW voor model CS weergegeven in Figuur 5-1.⁹ Voor de duidelijkheid volgt hier een voorbeeld. Stel dat gedurende een getijperiode de maximale zeewaterstand tijdens richting NW uitkomt op 3 m+NAP. Dan bestaat er 5% kans op een windsnelheid lager dan 17.5 m/s en 95% kans op een windsnelheid lager dan (afgerond) 25 m/s. In het bijzonder ligt de windsnelheid dan met kans 90% tussen 17.5 en 25 m/s.

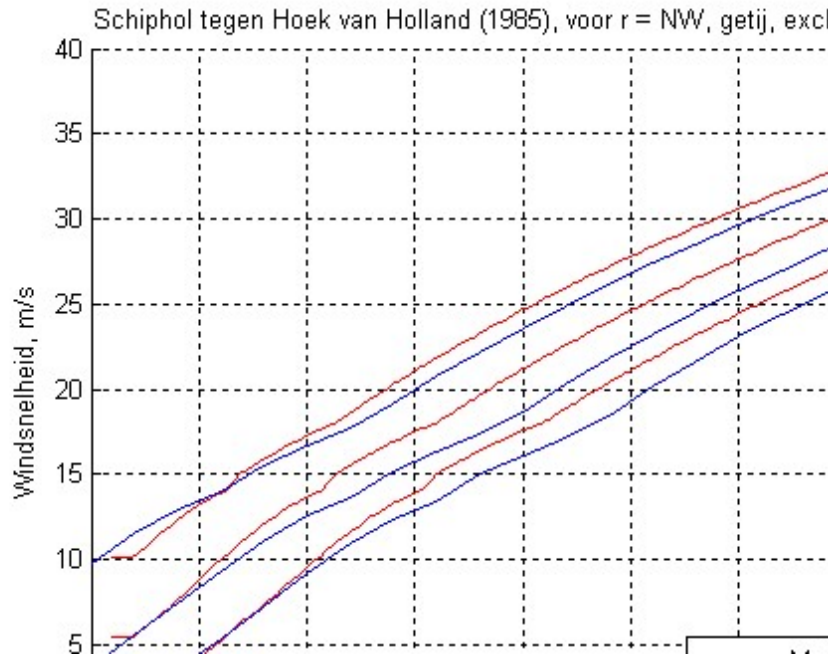
⁹ Omdat dit rapport alleen gaat over een vergelijking van het Volkermodel met model CS worden geen data beschouwd. Het toevoegen van de data uit [Geerse et al, 2002] is voor die vergelijking namelijk niet relevant.



Figuur 5-1 Model CS, voor richting NW. Percentiellijnen voor $p = 5\%$, 50% , 95%

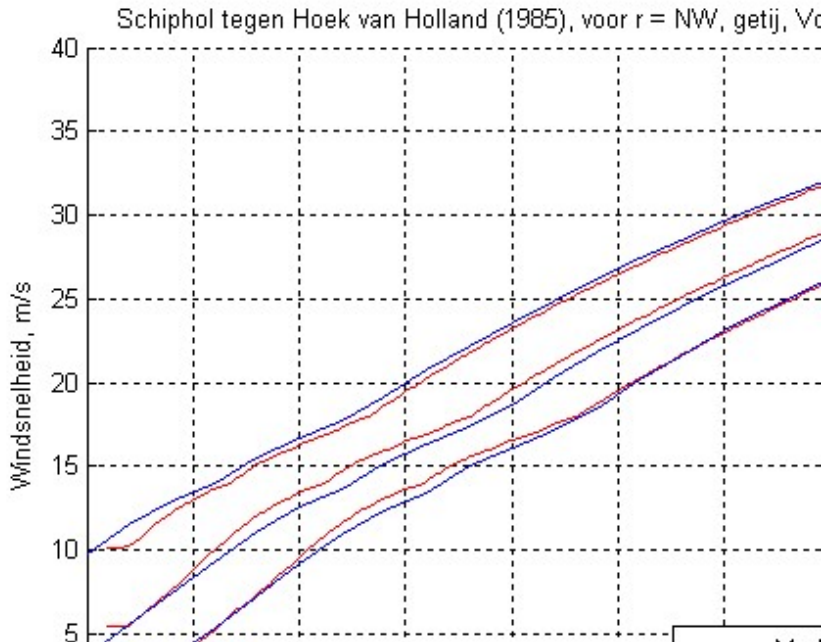
Er wordt nu numeriek bekeken hoe goed het Volkermodel kan worden benaderd door model CS met een normale conditionele verdeling in de getransformeerde ruimte (met als standaarddeviatie de keuzes uit Tabel 4-4). Daartoe worden de percentiellijnen voor model CS vergeleken met die voor het Volkermodel voor zichtjaar 1985, welke afkomstig zijn uit Bijlage L van [Geerse et al, 2002]. Het resultaat voor de vergelijking staat in Figuur 5-2. De lijnen voor het Volkermodel lopen door tot lagere zeewaterstanden dan die uit CS. Reden daarvan is dat in de berekening voor CS de lijnen beginnen bij de laagste zeewaterstand die kan voorkomen; volgens Tabel 4-5 is dat 1.1 m+NAP, wat overeenstemt met de figuur. In de toenmalige berekeningen voor het Volkermodel zijn de lijnen verder naar beneden geëxtrapoleerd.¹⁰ Verder is de conclusie dat beide modellen een soortgelijk verloop van de lijnen leveren, maar dat model CS systematisch wat hoger ligt.

¹⁰ De laagste zeewaterstand in de gegevens uit [Geerse et al, 2002] was 1.3 m+NAP, terwijl dat in de hier gebruikte gegevens voor model CS 1.1 m+NAP is. De oorzaak van dit verschil is niet duidelijk. Voor de resultaten van Hydra-Zoet/NL/Ring zijn deze lage zeewaterstanden echter niet relevant, zodat dit verschil geen invloed heeft op de resultaten uit de genoemde Hydra-modellen. Overigens had de extrapolatie (blauwe lijnen) tot aan 1 m+NAP beter achterwege kunnen blijven, omdat de gegevens onder 1.3 m+NAP in de berekeningen niet worden gebruikt.



Figuur 5-2 Vergelijking tussen CS en Volkermodel, voor richting NW.

De reden van dat laatste is de eerder genoemde Volkerfactor, waarmee de kansen op de hogere windsnelheden pragmatisch met een factor worden verlaagd (deze kansen worden gehalveerd). Die factor wordt hier niet gebruikt in model CS, maar wel in het Volkermodel. Als die factor ook in CS wordt gebruikt, is de overeenstemming tussen beide modellen veel beter (Figuur 5-3). De verschillen tussen beide modellen zijn nu erg klein geworden, met name voor de meer relevante hogere zeewaterstanden. Merk op dat de mediaan (middelste van de drie lijnen) voor beide modellen wat verschilt: voor het Volkermodel ligt die lager dan voor model CS. Reden daarvan is dat de (afgeknotte) Gumbelverdeling uit het Volkermodel een rechtsscheve verdeling is, terwijl de normale verdeling uit model CS geen scheefheid heeft.



Figuur 5-3 Vergelijking tussen CS en Volkermodel, voor richting NW. Inclusief Volkerfactor in CS.

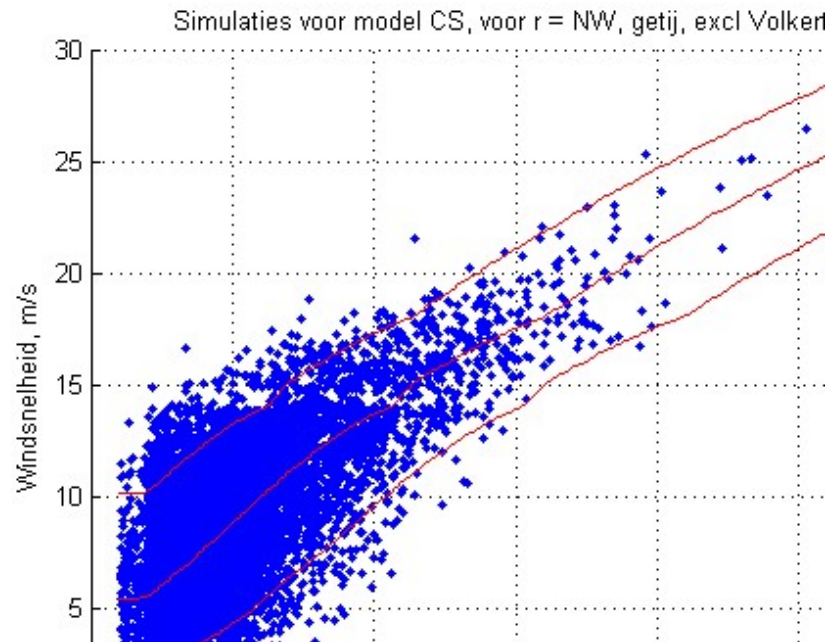
De figuren voor alle westelijke richtingen staan in Bijlage A (zonder Volkerfactor), waarbij de lijnen dan zijn doorgetrokken tot aan hogere zeewaterstanden en windsnelheden; voor de huidige doeleinden is namelijk een groter bereik van wind en zeewaterstand nodig dan voor de HR2001.

De conclusie is dat voor de hogere zeewaterstanden de overgang op model CS tot een verhoging van de windsnelheid leidt van 1 tot 1.5 m/s. Reden daarvan is het weglaten van de Volkerfactor. Voor de lagere zeewaterstanden zijn de verschillen tussen beide modellen marginaal.

Als aanvulling op de resultaten zijn in Bijlage B ook figuren weergegeven waarbij de Volkerfactor wél in de resultaten (voor model CS) is opgenomen. Die figuren laten zien dat bij meenemen van de Volkerfactor de overeenstemming voor alle westelijke richtingen behoorlijk goed is.

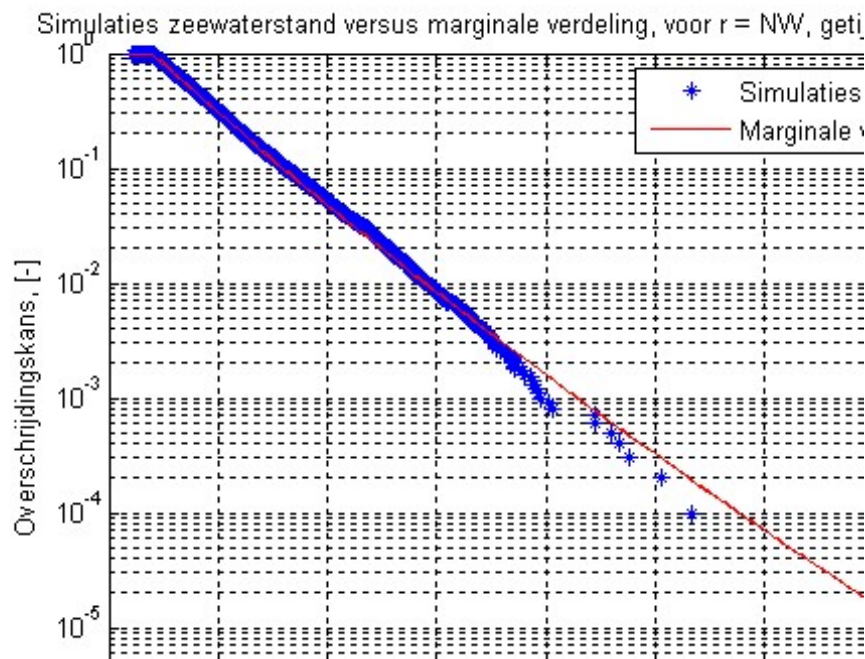
5.3 Controle met simulaties

De formules voor model CS ogen niet heel eenvoudig. De numeriek berekende resultaten voor model CS zouden fouten kunnen bevatten. Om de juistheid van de berekeningen te verifiëren zijn daarom Monte Carlo trekkingen uitgevoerd, uitgaande van de gegeven $F(m|r)$ en formule (4.9). Voor richting NW staat het resultaat van de simulaties in Figuur 5-4 (geen Volkerfactor). Deze resultaten ogen plausibel. De helft van de data moet onder de middelste (mediane) lijn liggen, terwijl tussen de onderste en bovenste rode lijnen 90% van de data moet liggen, wat inderdaad het geval lijkt te zijn.

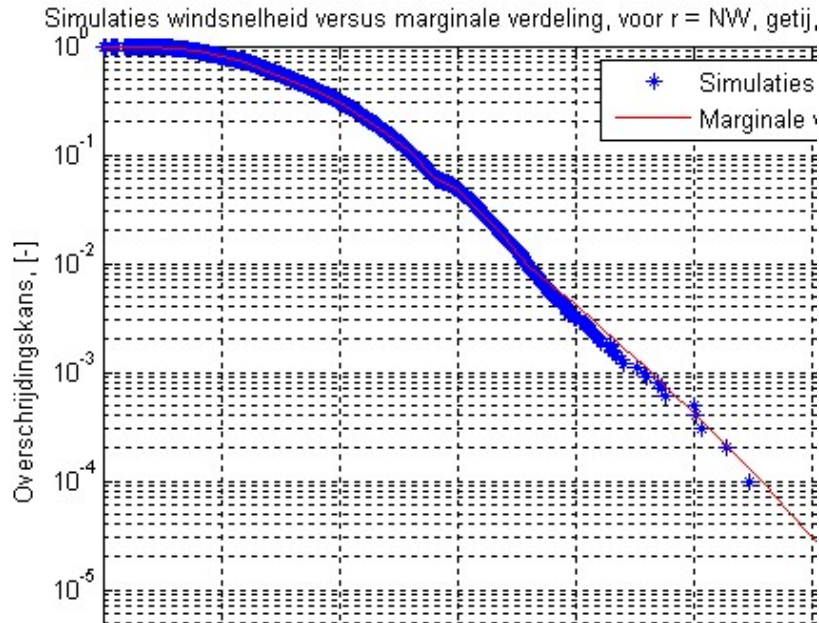


Figuur 5-4 Simulaties voor model CS, voor richting NW.

De simulaties kunnen ook worden gebruikt om te controleren of de voorgeschreven marginales worden gereproduceerd. Dat blijkt keurig het geval (Figuur 5-5 en Figuur 5-6), afgezien van afwijkingen in het hoogste bereik van de simulaties waar statistische ruis de resultaten beïnvloedt.



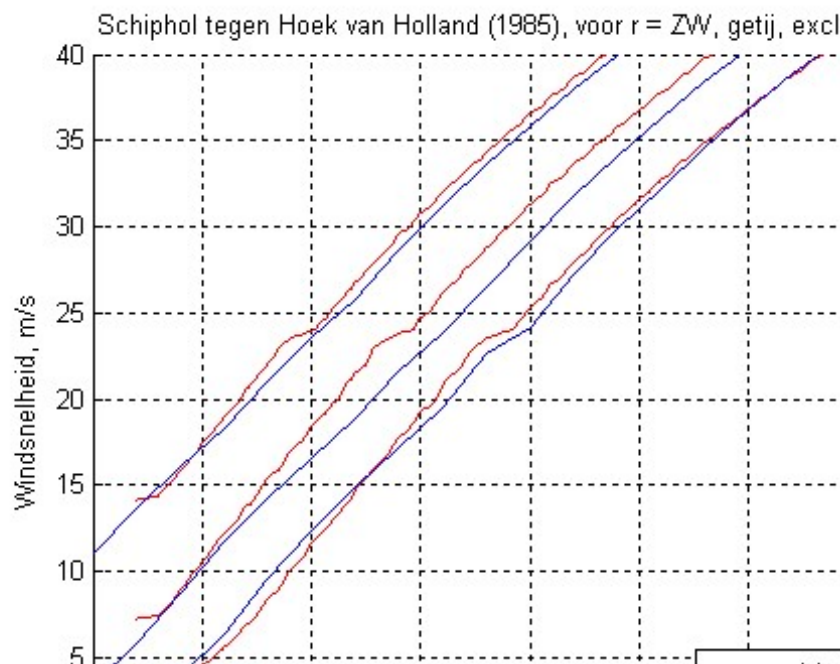
Figuur 5-5 Controle op de reproductie van de marginale verdeling van de zeewaterstand, richting NW.



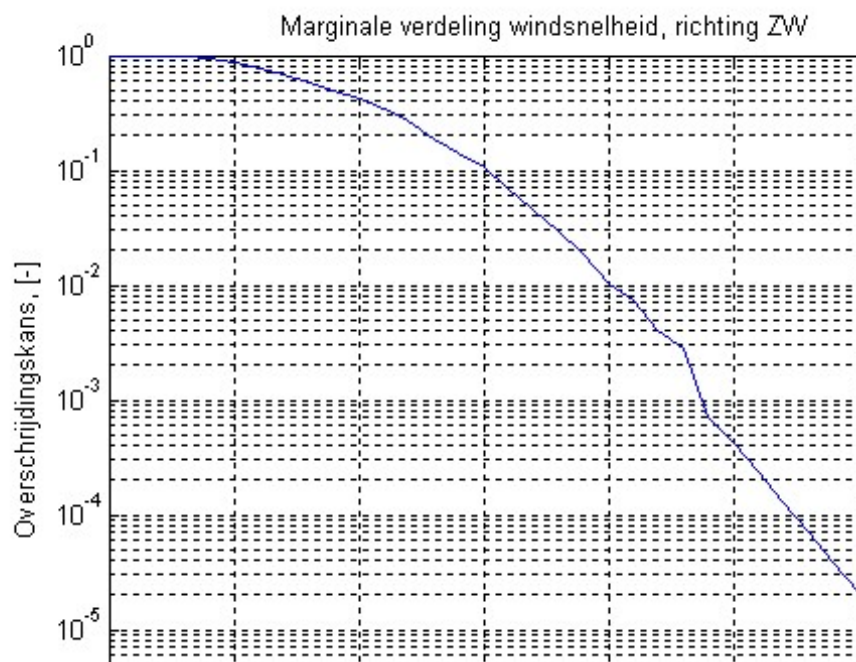
Figuur 5-6 Controle op de reproductie van de marginale verdeling van de windsnelheid, richting NW.

5.4 Effect van hobbels in de statistische verdeling van de wind

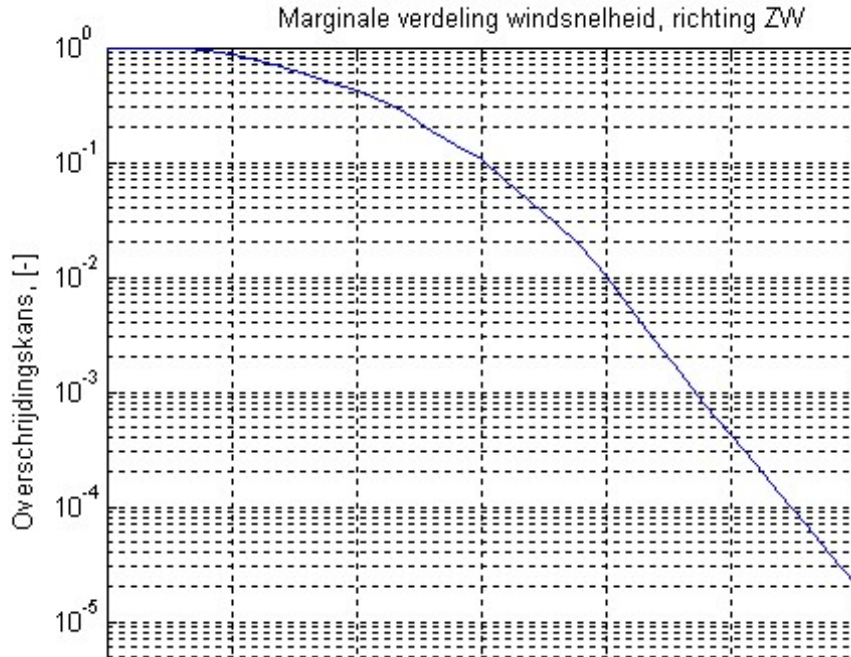
De percentiellijnen voor model CS kunnen merkwaardige hobbels vertonen, zoals bijvoorbeeld het geval is voor richting ZW uit Bijlage A, hier opnieuw weergegeven in Figuur 5-7. De reden is dat de 'onderliggende' marginale verdeling voor de wind (zie Figuur 5-8) een hobbel vertoont in de buurt van 24 m/s, die dan in de percentiellijnen tot uitdrukking komen. Als deze hobbel wordt gladgestreken, worden de percentiellijnen regelmatig, zoals blijkt uit Figuur 5-9 en Figuur 5-10. Omdat naar verwachting de hobbels geen nadelige (numerieke) gevolgen hebben voor de modellen Hydra-Zoet/NL/Ring worden de marginale verdelingen echter niet aangepast. Het wel aanpassen verandert namelijk de huidige gebruikte kansverdelingen voor de wind, hetgeen ongewenst wordt geacht.



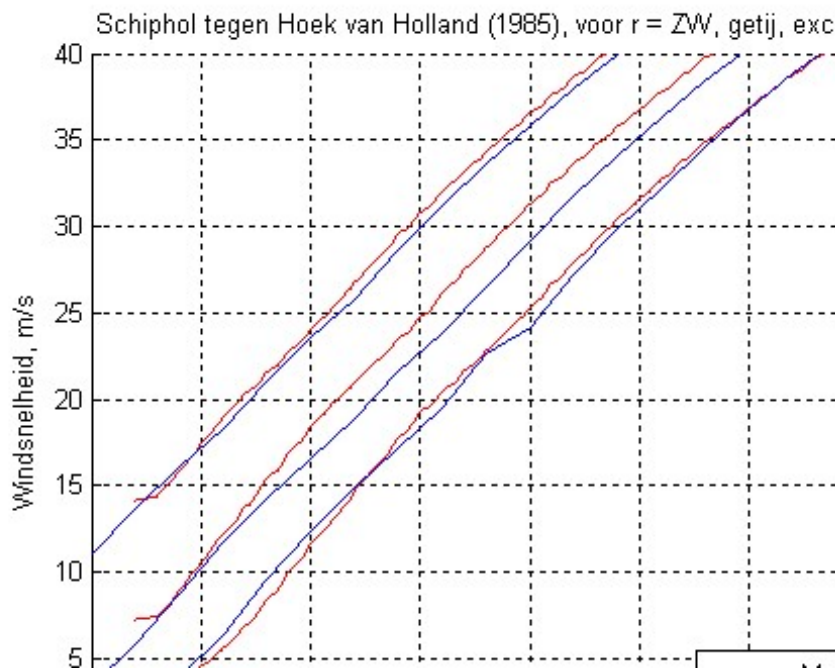
Figuur 5-7 Vergelijking tussen CS en Volkermodel, voor richting ZW.



Figuur 5-8 Marginale verdeling van de windsnelheid, richting ZW.



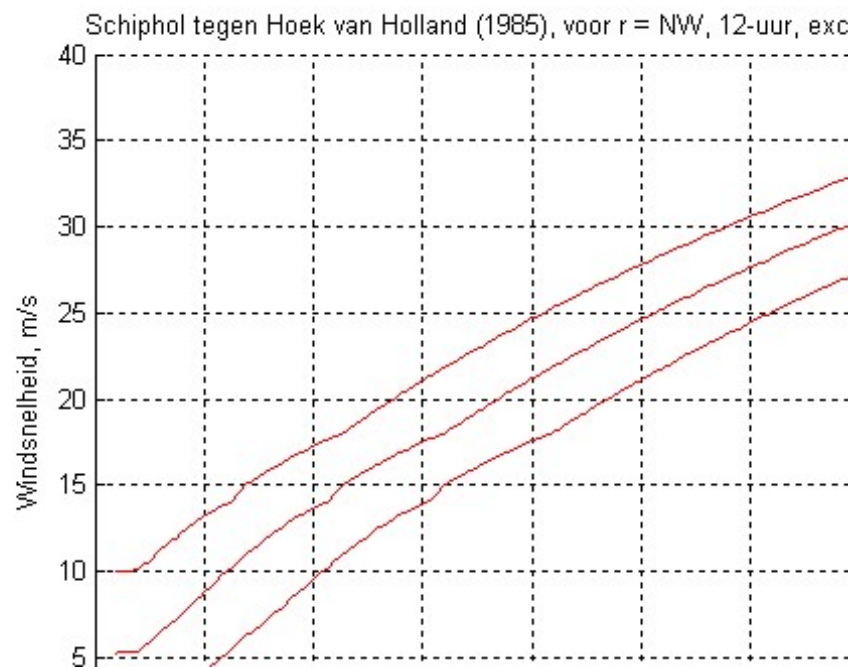
Figuur 5-9 Gladgestreken marginale verdeling van de windsnelheid, richting ZW.



Figuur 5-10 Vergelijking tussen CS en Volkermodel, voor richting ZW op basis van de 'gladgestreken' windverdeling uit Figuur 5-9.

5.5 Tijdbasis 12-uur

Model CS kan ook worden toegepast voor een tijdbasis van 12 uur die gebruikt wordt in Hydra-Zoet/NL.¹¹ Voor richting NW staat het resultaat in Figuur 5-11 (zonder Volkerfactor). Deze figuur is vrijwel precies hetzelfde als Figuur 5-1 voor een getijperiode. Dat is plausibel, omdat beide periodes maar weinig van elkaar verschillen. N.B. De vergelijking met het Volkermodel wordt niet gegeven, omdat resultaten daarvoor alleen beschikbaar zijn voor een getijperiode.



Figuur 5-11 Model CS, voor tijdbasis 12 uur en richting NW. Percentiellijnen voor $p = 5\%$, 50% , 95%

¹¹ In dit geval wordt gebruik gemaakt van het in Tabel 4-2 genoemde invoerbestand "Ovkanswind_schiphol_12u_HR2001.txt".

6 Conclusies en aanbevelingen

6.1 Conclusies

In dit rapport is het correlatiemodel CS beschreven, inclusief wiskundige formules. Ook is aangegeven hoe de implementatie van model CS in Hydra-Ring voor de benedenrivieren dient te gebeuren, waarbij de benodigde modelparameters en statistische invoer zijn beschreven.

Er is gecontroleerd dat, voor iedere richting ZW t/m N, model CS in goede benadering dezelfde resultaten geeft als het tot op heden gebruikte Volkermodel. Dat houdt in dat model CS naar verwachting succesvol in Hydra-Ring geïmplementeerd kan worden. N.B. Op termijn verdient het aanbeveling model CS voor de benedenrivieren ook in Hydra-Zoet/NL te implementeren.

Conform de wens van de opdrachtgever is in model CS de zogenaamde Volkerfactor (zie paragraaf 1.2) achterwege gelaten.¹² Dat levert een meer uniforme aanpak van de wind, aangezien nu voor alle faalmechanismes dezelfde statistische verdeling voor de windsnelheid wordt gebruikt. Het achterwege laten van de Volkerfactor leidt – voor faalmechanismes overloop en golfoverslag – voor de hogere zeewaterstanden wel tot iets hogere windsnelheden: die kunnen toenemen met 1 tot 1.5 m/s. Met name de golven op de brede wateren Haringvliet en Hollandsch Diep zullen hierdoor iets toenemen. Voor de lagere zeewaterstanden, met dito lagere windsnelheden, heeft het weglaten van de Volkerfactor nagenoeg geen invloed op de windsnelheden.

6.2 Opmerking over de Volkerfactor

Op dit moment is door de opdrachtgever nog niet definitief beslist of de Volkerfactor wordt verwijderd uit de modellen Hydra-Zoet/NL/Ring. Recente inzichten zijn om die factor pas te verwijderen op het moment dat de tijdsmodellering van stormvloeden en windsnelheden in de modellen is verbeterd, op zo'n manier dat in rekening wordt gebracht dat de maximale wind en de maximale waterstand vaak niet samenvallen. Op dit moment wordt in de modellen namelijk aangenomen dat de maximale wind en maximale waterstand tegelijkertijd optreden, terwijl dat in werkelijkheid vaak niet zo is (de wind is veelal al geluwd voordat de maximale waterstand wordt bereikt). Daardoor worden met name de windgolven op de brede wateren Haringvliet en Hollandsch Diep overschat, zie voor meer uitleg [Geerse en Slootjes, 2007]. Als de Volkerfactor nu al wordt verwijderd, wordt deze overschatting nog groter. Vandaar dat kan worden overwogen die Volkerfactor pas uit de modellen te halen op het moment dat de tijdsverlopen van wind en waterstanden zijn verbeterd.

In het kader van dit project worden in ieder geval ook bestanden opgeleverd waar de Volkerfactor wel in is verwerkt. Op die manier kan in de modellen zowel met als zonder deze factor worden gerekend.

¹² De invoergegevens voor model CS zijn overigens ook beschikbaar voor de situatie inclusief Volkerfactor.

6.3 Aanbevelingen

In de bestanden uit hoofdstuk 4 (zie Tabel 4-2 en Tabel 4-3) komen twee tijdbases voor, namelijk 12-uursperiodes en getijperiodes. In Hydra-Zoet/NL wordt gebruik gemaakt van 12-uursperiodes en in Hydra-Ring van getijperiodes. Het gebruiken van twee verschillende tijdbases levert extra werk, en werkt bovendien fouten in de hand.

Voor de uitkomsten van modellen als Hydra-Ring en Hydra-Zoet maakt het echter vrijwel niet uit welke tijdbasis in een model wordt gebruikt. Historisch is het zo in de voorloper van Hydra-Zoet voor de benedenrivieren, Hydra-B genaamd, nog met getijperiodes werd gewerkt. In Hydra-Zoet is daar vanaf gestapt, om de volgende redenen:

1. Een 12-uursperiode en een getijperiode leveren vrijwel tot op de millimeter dezelfde resultaten voor toetspeilen en kruinhoogten; ook voor bekledingsberekeningen zijn de verschillen volstrekt verwaarloosbaar.
2. Bij het afleiden van overschrijdingskansen voor de relatief lage windsnelheden, dient de tijdbasis te bestaan uit een geheel aantal uren. In dat geval betreft een getijperiode een onhandige keuze, omdat dan altijd nog een herschaling dient plaats te vinden.
3. Voor het IJsselmeergebied, de Vecht- en IJsseldelta en de bovenrivieren is geen getijwerking aanwezig. Dan ligt een 12-uursperiode dus voor de hand.
4. Voor de benedenrivieren en de kust is het slechts schijnbaar fysisch relevant om getijperiodes te gebruiken. Uiteraard is in deze gebieden sprake van getijwerking, maar in de probabilistische modellen Hydra-Zoet/NL/Ring speelt deze getijwerking geen enkele rol. Werkelijke stormvloeduren duren namelijk veel langer dan een getijperiode (veelal orde 30 tot 40 uur), en lopen derhalve volledig 'over een getijperiode heen'. De tijdbasis in het probabilistische model dient alleen om de kans op het samenvallen van de meest extreme windsnelheden/stormopzetten met extreme (hoog)waterstanden te bepalen. De tijdbasis dient dan zo kort te zijn dat gedurende deze periode een rivierafvoer en/of een meerpeil niet al te zeer verandert.¹³

Vanwege praktisch gebruik ligt het voor de hand om in Hydra-Zoet/NL/Ring uit te gaan van één tijdbasis. Vanwege bovenstaande punten ligt het dan voor de hand om uit te gaan van een 12-uursperiode. Het praktische nut is dat dan nooit een omrekening nodig is waarbij kansen voor een geheel aantal uren moeten worden omgerekend naar een getijperiode.

Aanbeveling

Het verdient aanbeveling om voor de langere termijn, bijvoorbeeld de WT12023, in alle probabilistische modellen eenzelfde tijdbasis te hanteren. Als daarvoor wordt gekozen, ligt het voor de hand om uit te gaan van 12-uursperiodes.

¹³ Om deze reden kan de tijdbasis niet gelijk worden genomen aan een storm(opzet)duur; die duur zou in dit verband te lang zijn.

7 Referenties

[Caires, 2009]

Extreme wind statistics for the inference of the hydraulic boundary conditions for the Dutch primary water defences. SBW-Belastingen: Phase 2 of subproject 'Wind modelling'. Sofia Caires. Deltares report, 1200264-005, 2009.

[Diermanse en Geerse, 2012]

Correlation models in flood risk analysis. F.L.M Diermanse en C.P.M. Geerse. Reliability Engineering and System Safety (RESS) Volume 105 (2012), p. 64–72.

[Geerse et al, 2002]

Wind-waterstandstatistiek Hoek van Holland. C.P.M. Geerse (RIZA), M.T. Duits (HKV), H.J. Kalk (HKV), I.B.M. Lammers, (HKV). RIZA/HKV rapport, Lelystad, juli 2002.

[Geerse, 2004]

Bivariate correlatiemodellen met exponentiële en asymptotisch exponentiële marginale verdelingen. C.P.M. Geerse. RIZA-werkdocument 2002.104x. Rijkswaterstaat-RIZA. Lelystad, mei 2004.

[Geerse, 2006]

Hydraulische Randvoorwaarden 2006 Vecht- en IJsseldelta - Statistiek IJsselmeerpeil, afvoeren en stormverlopen voor Hydra-VIJ. C.P.M. Geerse. RIZA-werkdocument 2006.036x. Rijkswaterstaat-RIZA. Lelystad, januari 2006.

[Geerse en Diermanse, 2006]

Correlaties en meerdimensionale statistiek. C.P.M. Geerse en F.L.M. Diermanse. HKV Lijn in Water en WL|Delft Hydraulics, Lelystad, november 2006.

[Geerse en Slootjes, 2007]

Gevoeligheidsanalyse benodigde kruinhoogte – Systeemanalyse Rijn-Maasmonding. C.P.M. Geerse en N. Slootjes. HKV Lijn in Water, Lelystad, juli 2007.

[Geerse en Verkaik, 2010]

Effect nieuwe windstatistiek op toetspeilen en benodigde kruinhoogten. C.P.M. Geerse en J.W. Verkaik. HKV Lijn in Water, februari 2010.

[Geerse, 2015]

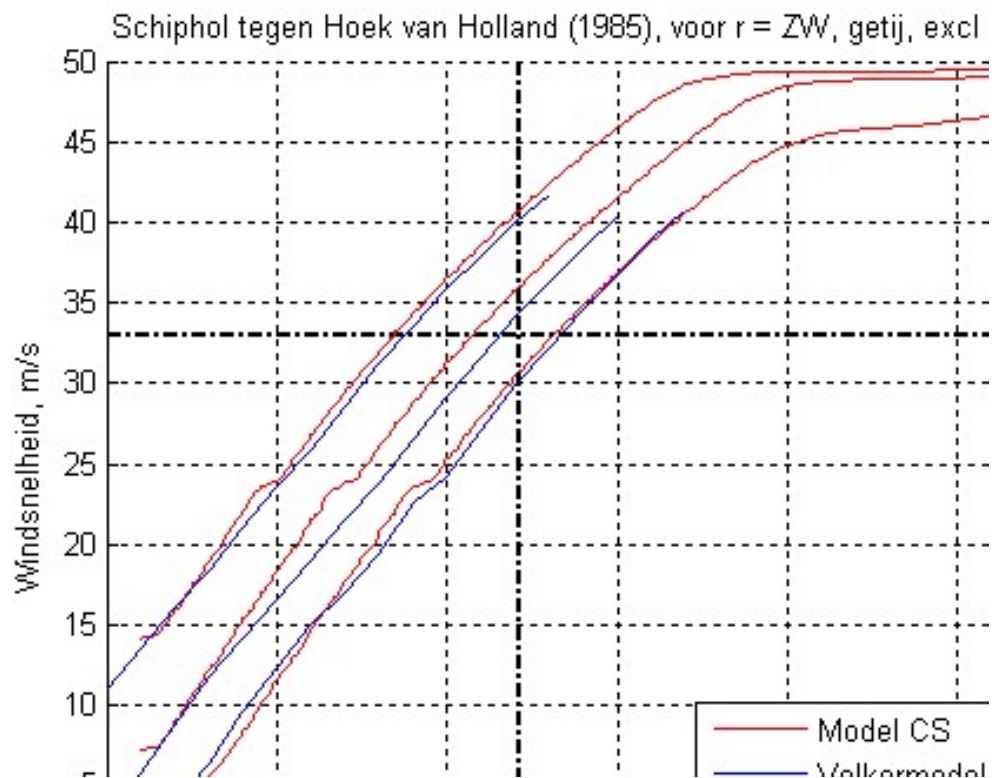
Correlatiemodel VSU. Volkermodel als onderdeel van uitgebreidere versie van model VS. Memo. Chris Geerse. HKV Lijn in Water, augustus 2015.

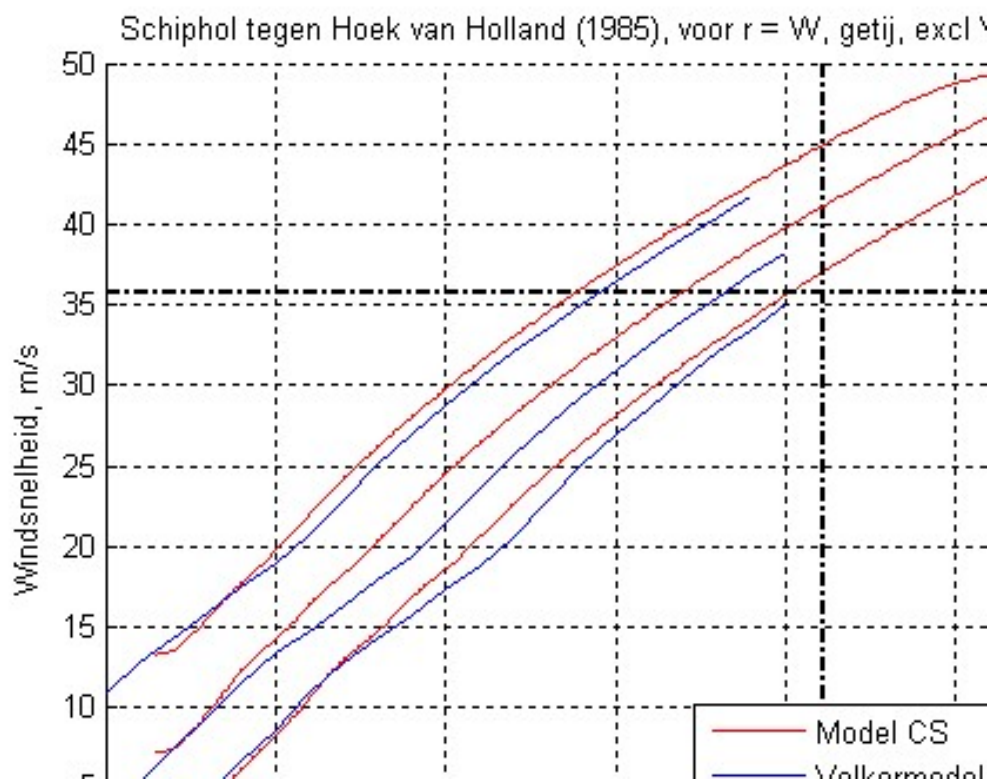
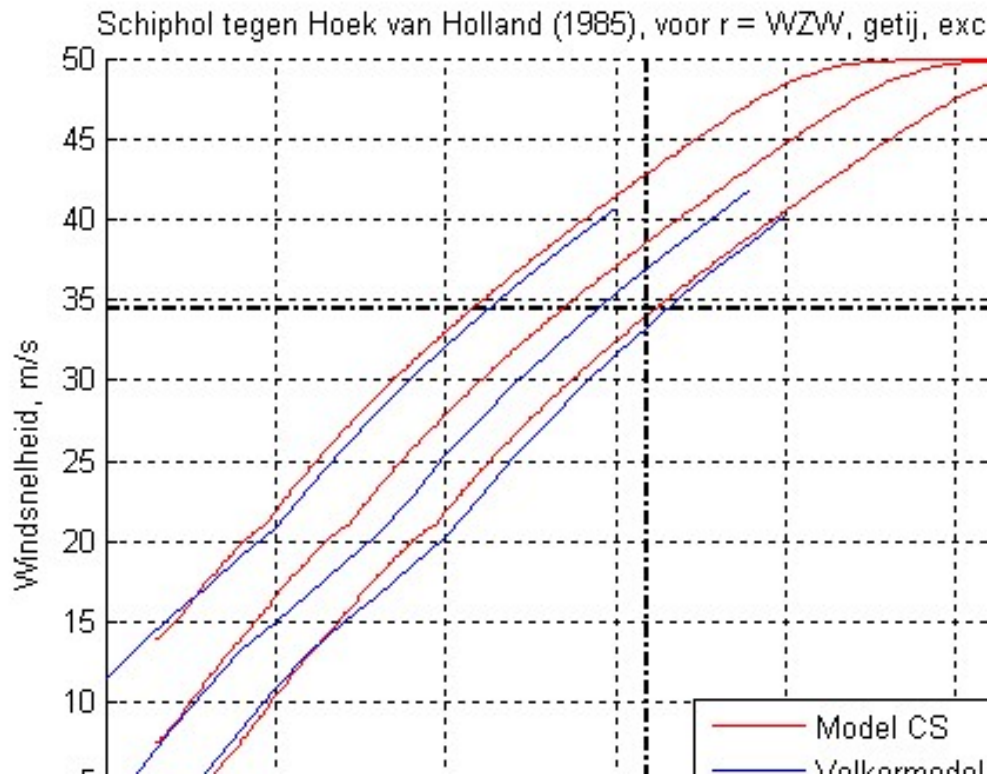
Bijlagen

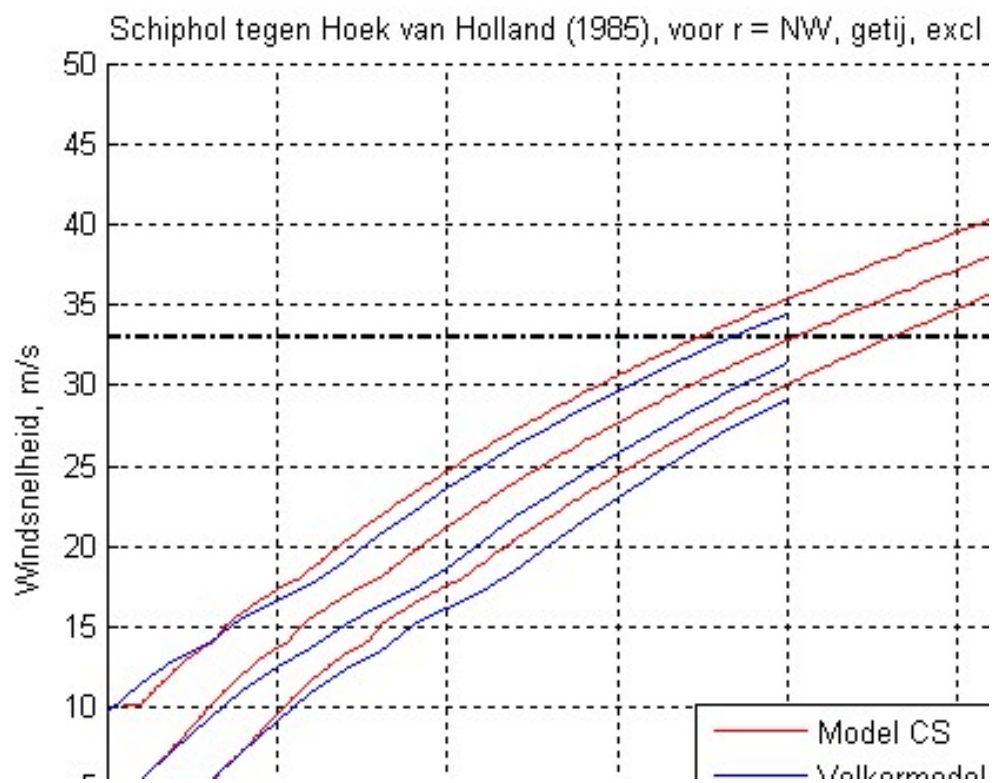
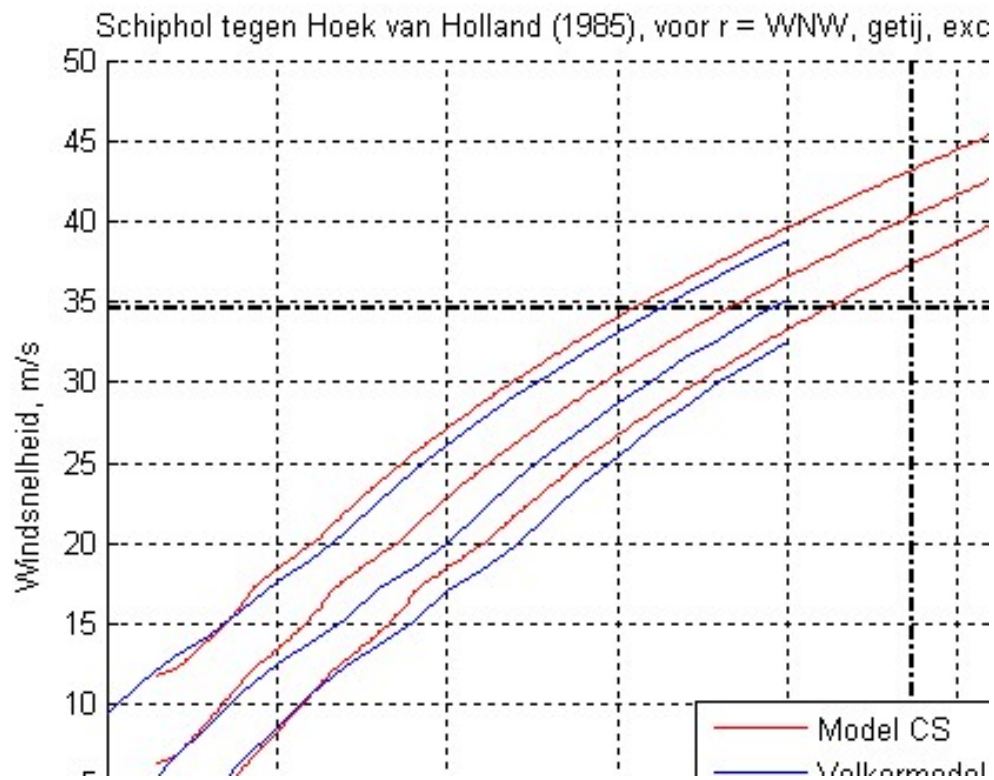
Bijlage A: CS excl. Volkerfactor versus Volkermodel

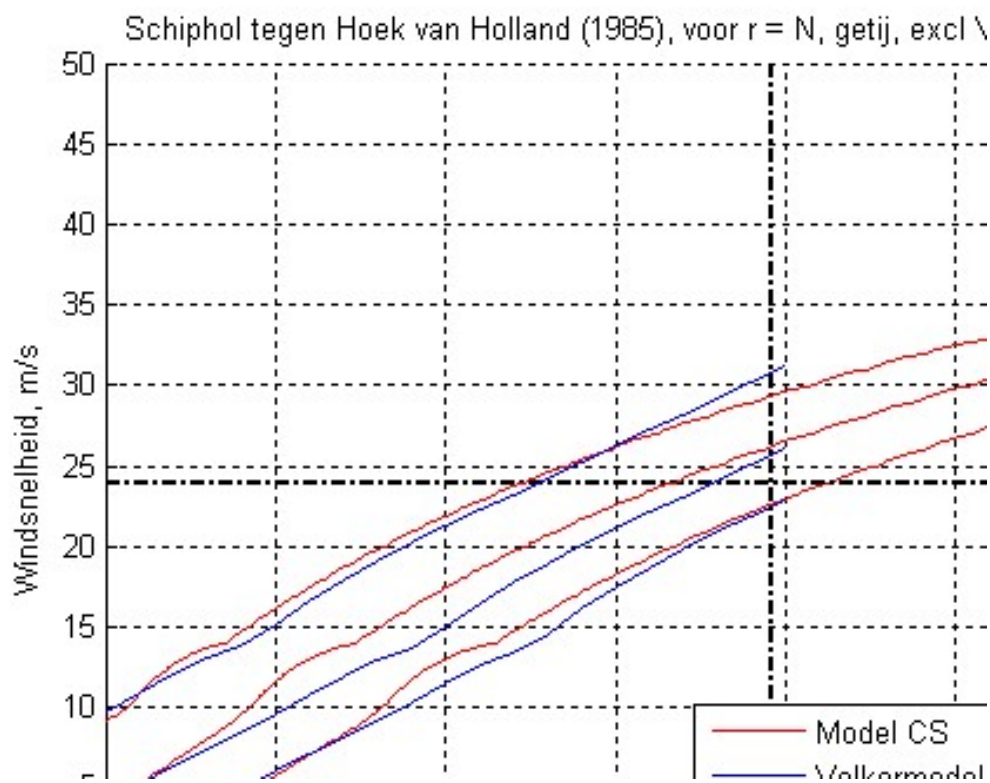
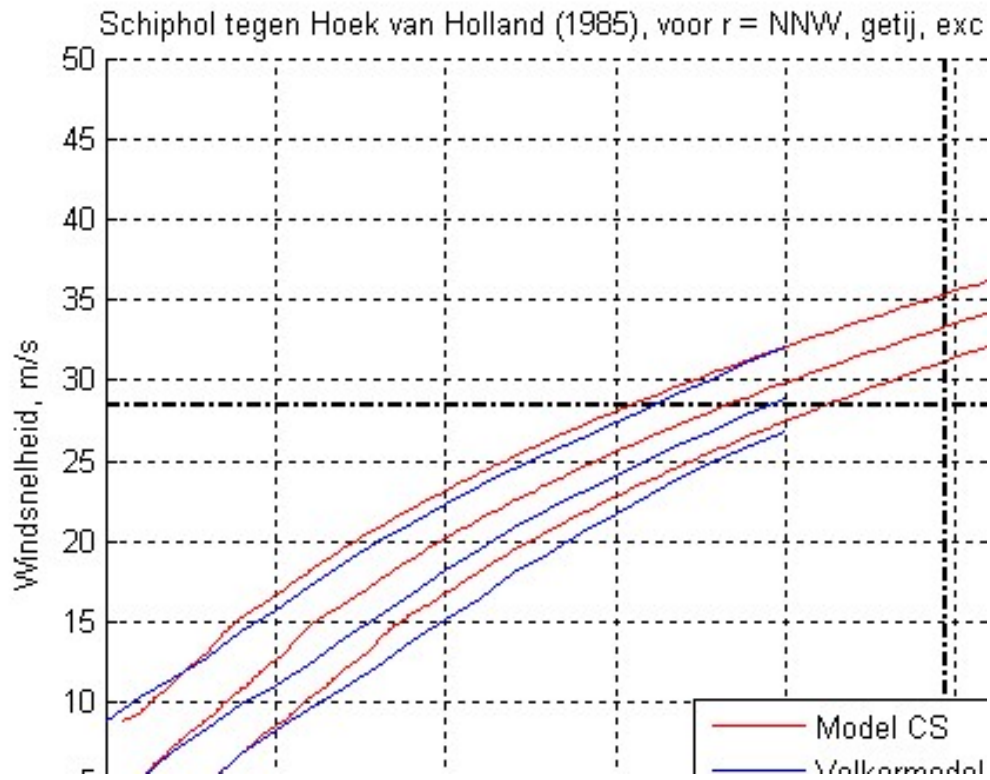
In deze bijlage staan voor de richtingen ZW t/m N de figuren voor de vergelijking tussen het Volkermodel en model CS. De tijdbasis is een getijperiode, waarbij de resultaten zonder Volkerfactor worden getoond.

In de figuren is een groot bereik van de assen weergegeven. Tevens zijn de kwantielen voor de windsnelheid en zeewaterstand gegeven die horen bij $T = 10^6$ jaar. Windsnelheden en zeewaterstanden die boven deze kwantielen liggen worden door ons niet meer relevant geacht, ook niet gezien nieuwe (soms zeer strenge) normen in veiligheidsbeschouwingen. Uit de figuren blijkt dat boven deze kwantielen soms onjuiste resultaten ontstaan – kenbaar in 'vervormde' lijnen – die het gevolg zijn van onjuistheden in de invoerbestanden; het betreft dan zeer kleine kansen, waarvoor onnauwkeurigheden in de gebruikte gegevens aanwezig zijn.



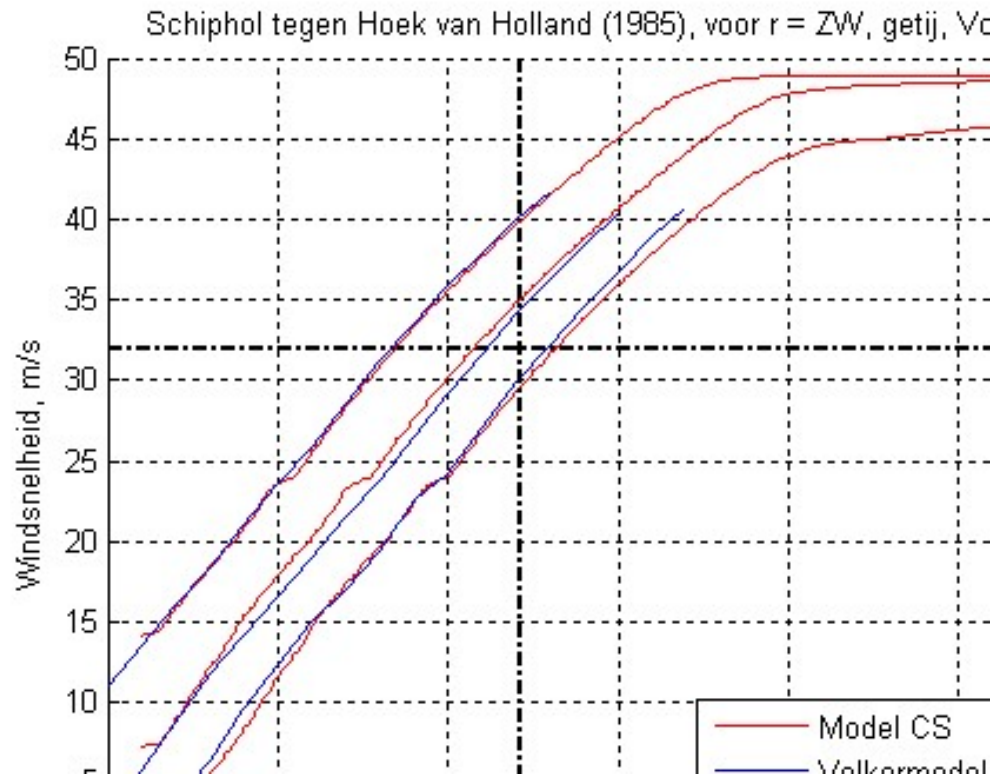


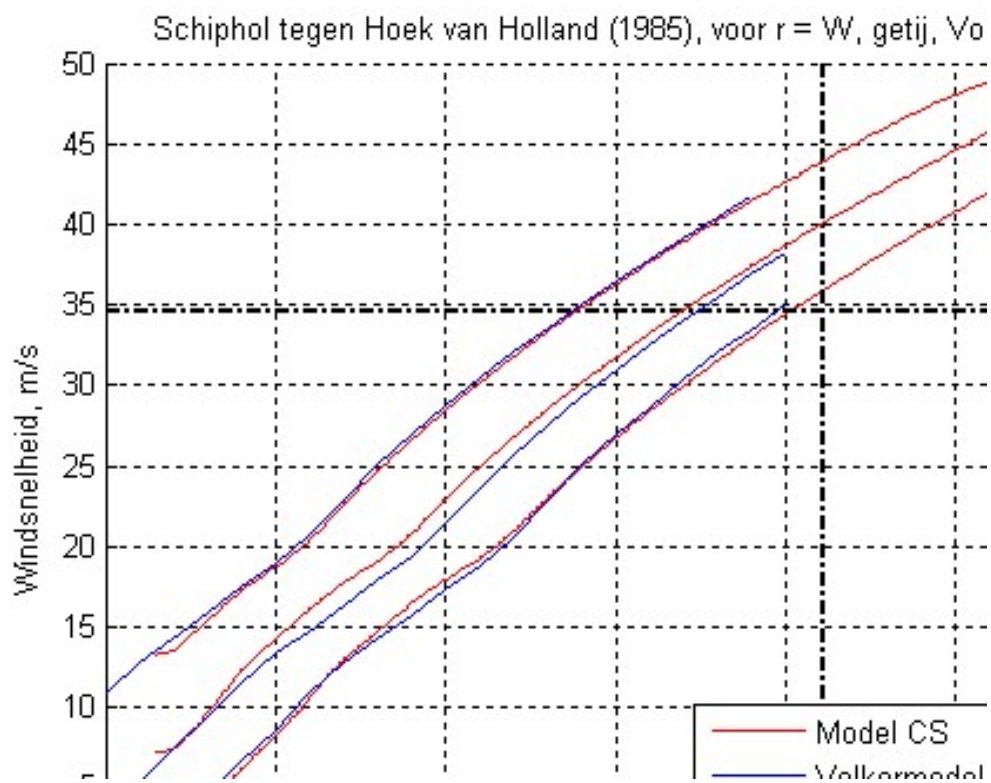
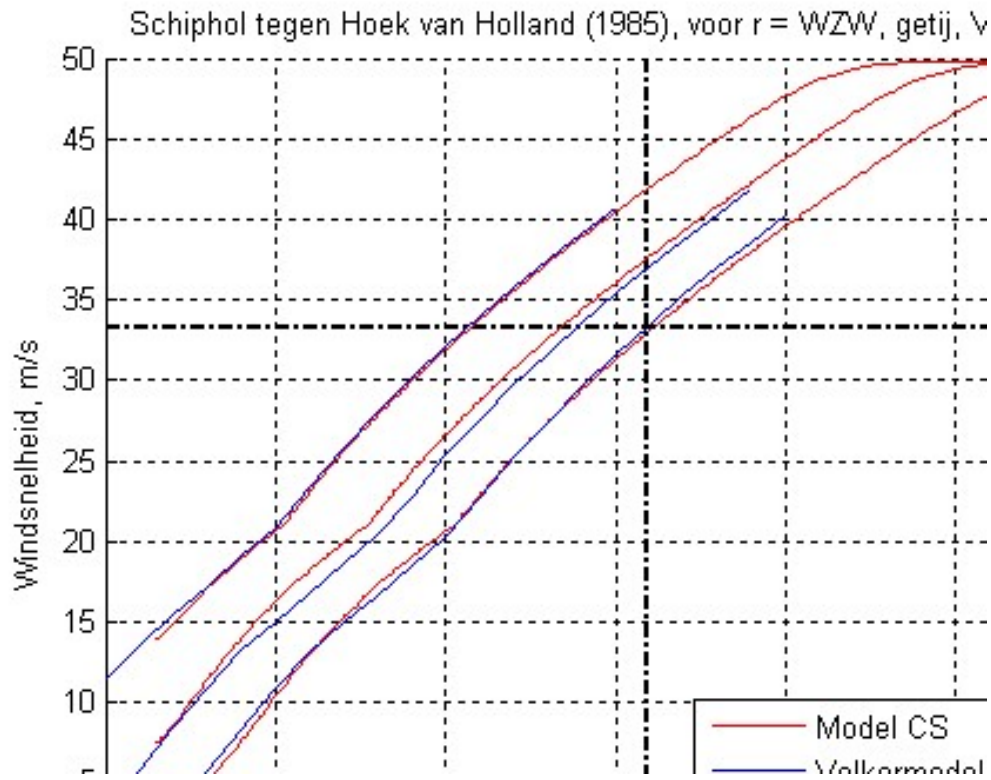


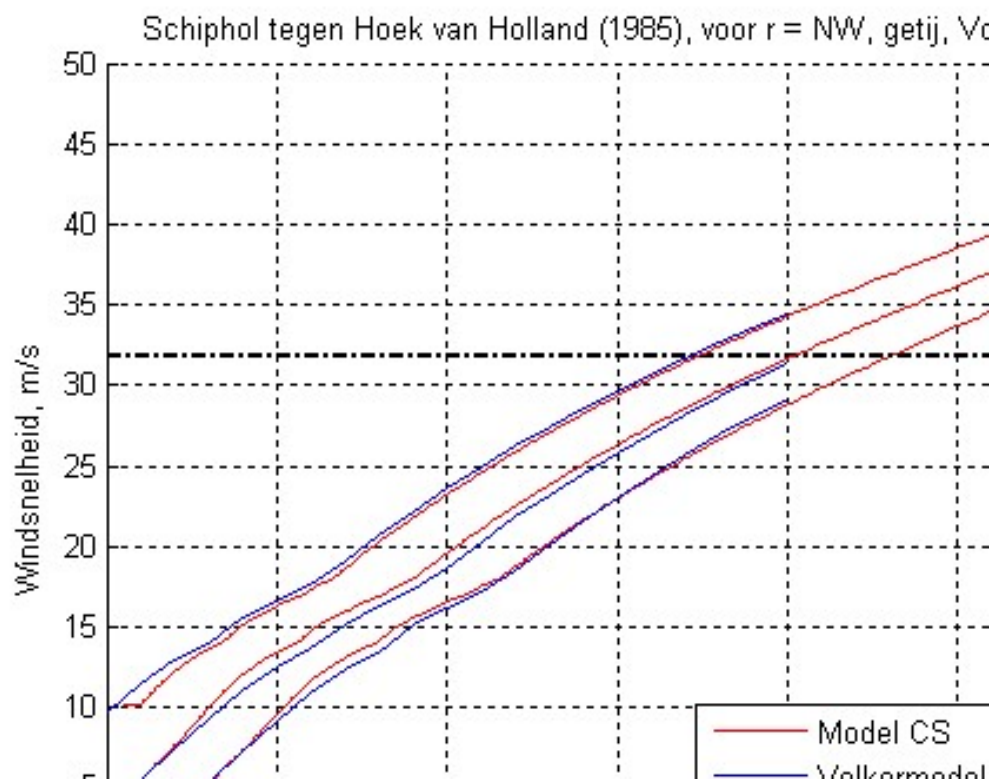
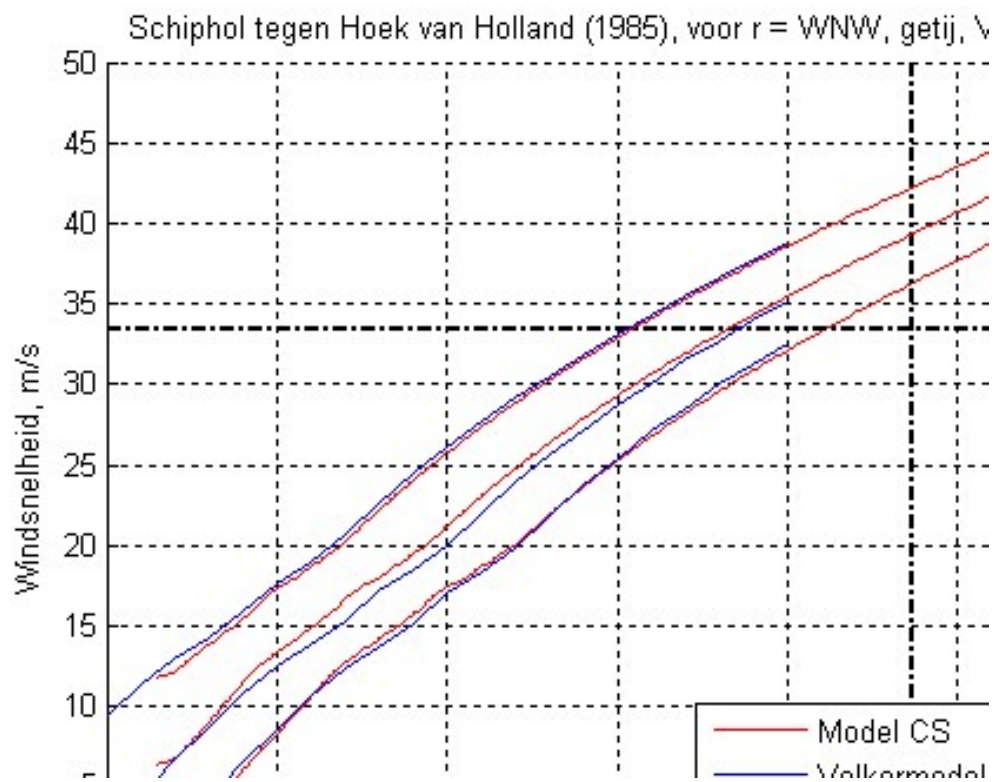


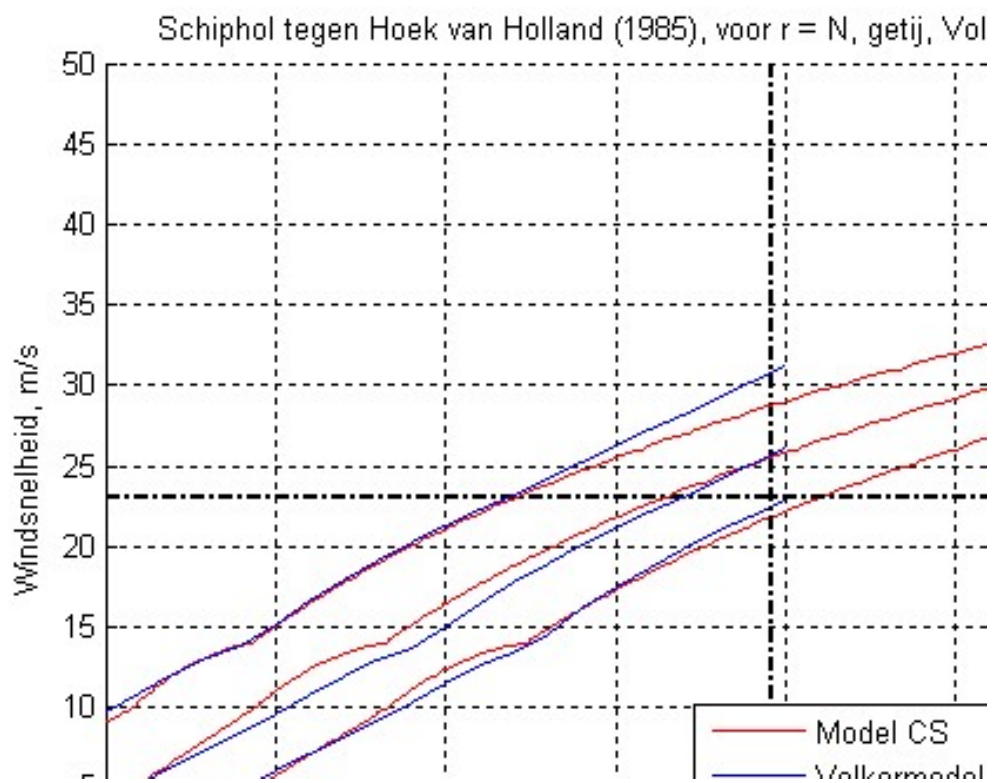
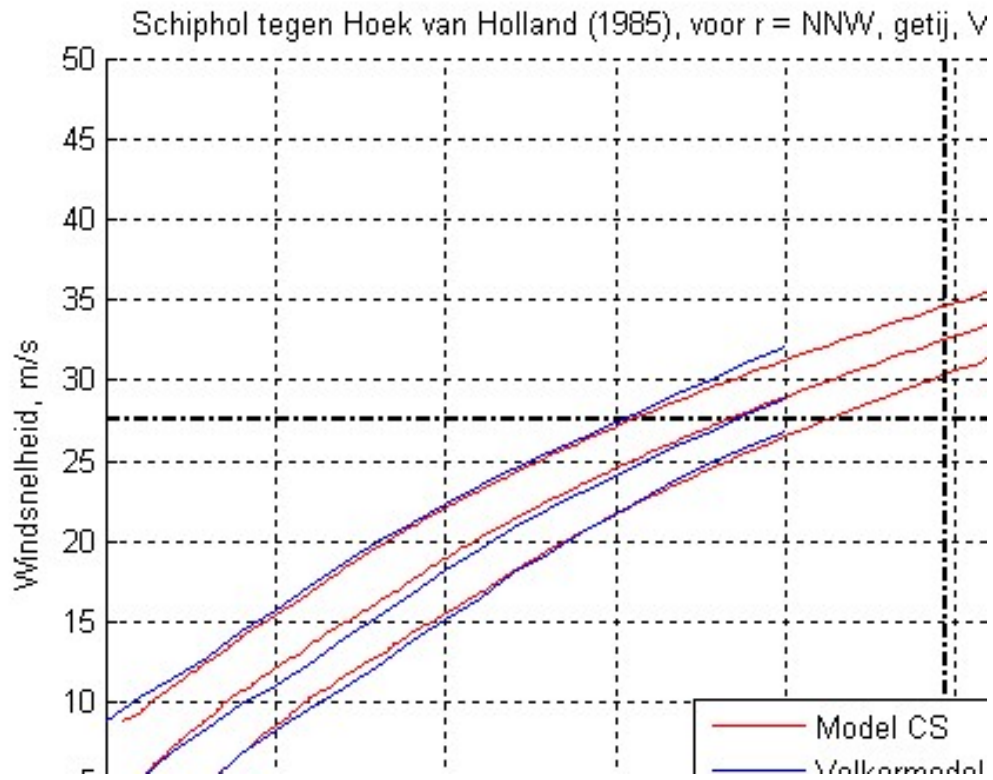
Bijlage B: CS met Volkerfactor versus Volkermodel

In deze bijlage staan voor de richtingen ZW t/m N de figuren voor de vergelijking tussen het Volkermodel en model CS, waarbij de resultaten inclusief Volkerfactor worden getoond. De tijdbasis is een getijperiode. Net als in Bijlage A zijn weer kwantielen weergegeven voor $T = 10^6$ jaar.











HKV lijn in water BV

Postbus 2120
8203 AC Lelystad

Botter 11-29
8232 JN Lelystad

0320 29 42 42
info@hkv.nl
www.hkv.nl