

LISTA DE EXERCÍCIOS

PRODUTOS NOTÁVEIS E FATORAÇÃO

PROFESSORA: ARACÉLI MARTINS

PRODUTOS NOTÁVEIS

1) QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2.$$

2) QUADRADO DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

3) PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENÇA

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

4) CUBO DA SOMA DE DOIS TERMOS

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3.$$

5) CUBO DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3.$$

6) QUADRADO DA SOMA DE TRÊS TERMOS

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

FATORAÇÃO

Fatorar uma expressão significa escrevê-la como o produto de dois ou mais fatores.

01) FATOR COMUM: $ab \pm ac = a(b \pm c)$

02) AGRUPAMENTO:

$$\begin{aligned} ax + by + ay + bx &= a(x + y) + b(x + y) \\ &= (a + b) \cdot (x + y) \end{aligned}$$

03) TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

$$\begin{array}{c} x^2 + 2xy + y^2 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ (x + y)^2 \end{array}$$

4) DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS

$$x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y)$$

05) DIFERENÇA DE DOIS CUBOS

$$x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$$

06) SOMA DE DOIS CUBOS

$$x^3 + y^3 = (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2)$$

07) TRINÔMIO DO SEGUNDO GRAU

$$ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$$

Sendo: $S = -b/a = x' + x''$ $P = c/a = x' \cdot x''$

08) POLINÔMIO DO TERCEIRO GRAU

$$x^3 + 3x^2 \cdot y + 3x \cdot y^2 + y^3 = (x + y)^3$$

Exercícios

01. Utilizando as regras dos produtos notáveis, calcule:

a) $(2x + 7)^2 =$

b) $(x - y)^2 =$

c) $(9x + 1)(9x - 1) =$

d) $(3y - 5)^2 =$

e) $(a - 4y)^2 =$

f) $(ab + a)(ab - a) =$

g) $(2x + 3xy)^2 =$

h) $(10x - ab)^2 =$

i) $(x - 4)(x + 4) =$

j) $(x + 2)(x - 2) =$

02. Resolva os problemas abaixo usando produtos notáveis ou fatoração.

a) Qual é o valor de $x - y$, sabendo que $x + y = 7$ e $x^2 - y^2 = 42$?

b) Se $(x + y)^2 = 144$ e $x^2 + y^2 = 104$, determine o valor de $x \cdot y$

c) Se $x + y = 9$ e $x - y = 5$, então o valor de $x^2 - y^2$ é:

03. Aplicando os casos de fatoração estudados, fatore os polinômios, indicando o caso utilizado:

a) $x^2 + 5x =$

b) $4x^2 - 12x + 9 =$

c) $x^3 - 2x^2 + 4x - 8 =$

d) $4x^2 - 9 =$

e) $a^6 - 5a^5 + 6a^3 =$

f) $ax - a + bx - b =$

g) $64y^2 + 80y + 25 =$

h) $x^3 - x^2y + xy - y^2 =$

i) $15a^3m - 20a^2m =$

j) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 =$

k) $x^2 - 7x + 12 =$

l) $8y^3 + 12y^2 + 6y + 1 =$

m) $x^2 + 5x - 6 =$

n) $x^3 + 64 =$

o) $27x^3 - 8 =$

05. Se $x + \frac{1}{x} = 3$, então o valor de $x^3 + \frac{1}{x^3}$ é:

- a) 9 b) 18 c) 27 d) 54 e) 40

06. Indagado sobre o número de processos que havia arquivado certo dia, um Técnico Judiciário, que gostava muito de Matemática, respondeu:

“O número de processos que arqueei é igual a $(12,25)^2 - (10,25)^2$

Chamando x o total de processos que ele arquivou, então é correto afirmar que:

- a) $38 < x < 42$. b) $x > 42$
b) $x < 20$. c) $20 < x < 30$.
c) $30 < x < 38$

07. Seja N o resultado da operação $3705^2 - 3704^2$. A soma dos algarismos de N é:

- a) 18 b) 19 c) 20 d) 21 e) 22

08. Efetuando-se $(579865)^2 - (579863)^2$, obtém-se

- a) 4 b) 2 319 456 c) 2 319 448
d) 2 086 246 e) 1 159 728

09. Se $x - y = 7$ e $xy = 60$, então o valor da expressão $x^2 + y^2$ é:

- a) 53 b) 109 c) 169 d) 420

10. A expressão $(x - y)^2 - (x + y)^2$ é equivalente a:

- a) 0 b) $2y^2$ c) $-2y^3$ d) $-4xy$

11. Sabe-se que x e y são as medidas dos lados de um retângulo de área 32 e perímetro 24.

Fatore a expressão $3x^2y + 3xy^2$ e determine o seu valor numérico nas condições dadas.

12. Fatore a expressão, simplifique-a e calcule seu valor numérico, sendo $a - b = 3,0$.

$$\frac{a^4 - b^4}{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

13. Após analisar as afirmações a seguir sobre produtos notáveis e fatoração, marque com (V) o que for verdadeiro e, com (F), o que for falso.

- () $(3a^2 - 2b)^2 = 9a^4 - 12a^2b + 4b^2$
() $(a - b)^3 = a^3 - b^3$

() $64a^2 - 49b^2 = (8a - 7b)(8a + 7b)$

() $4a^2 - 16b^2 = (2a - 4b)^2$

() $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Assinale a alternativa que contém a ordem CORRETA de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo.

- a) V,F,V,F,V b) V,V,F,F,F
c) V,F,V,V,F d) F,F,V,V,V
e) F,V,F,V,V

14. Uma indústria fabrica uma placa metálica no formato de um retângulo de lados $(ax + by)$ e $(bx + ay)$. Encontre, de forma fatorada, o perímetro deste retângulo.

- a) $2(a + b)(x + y)$.
b) $4(a + b)(x + y)$.
c) $2(a - b)(x - y)$.
d) $4(a - b)(x - y)$.
e) $(a + b)(x + y)$.

15. Assinale a alternativa que apresenta o valor de x, sendo $x^2 = \sqrt{4 + 1026.1022}$

- a) 16 b) 32 c) 1024 d) 36 e) 24

16. A diferença entre o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre dois números reais é igual a:

- a) a diferença dos quadrados dos dois números.
b) a soma dos quadrados dos dois números.
c) a diferença dos dois números.
d) ao dobro do produto dos números.
e) ao quádruplo do produto dos números.

Gabarito:

01. a) $(2x + 7)^2 = 4x^2 + 28x + 49$

b) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

c) $(9x + 1)(9x - 1) = 81x^2 - 1$

d) $(3y - 5)^2 = 9y^2 - 30y + 25$

e) $(a - 4y)^2 = a^2 - 8ay + 16y^2$

f) $(ab + a)(ab - a) = (ab)^2 - a^2$

g) $(2x + 3xy)^2 = 4x^2 + 12x^2y + 9x^2y^2$

h) $(10x - ab)^2 = 100x^2 - 20abx + a^2b^2$

i) $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16$

j) $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$

02. a) $x - y = 6$ b) $xy = 20$ c) $45 = x^2 - y^2$

03. a) $x^2 + 5x = x(x + 5)$ FC

b) $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$ TQP

c) $x^3 - 2x^2 + 4x - 8 = (x - 2) \cdot (x^2 + 4)$ AG

d) $4x^2 - 9 = (2x - 3) \cdot (2x + 3)$ DQ

e) $a^6 - 5a^5 + 6a^3 = a^3(a^3 - 5a^2 + 6)$ FC

f) $ax - a + bx - b = (x - 1) \cdot (a + b)$ AG

g) $64y^2 + 80y + 25 = (8y + 5)^2$ TQP

h) $x^3 - x^2y + xy - y^2 = (x^2 + y) \cdot (x - y)$ AG

i) $15a^3m - 20a^2m = 5a^2m(3a - 4)$ FC

j) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = (x - 3)^3$ CD

k) $x^2 - 7x + 12 = (x - 3) \cdot (x - 4)$ T2oGrau

l) $8y^3 + 12y^2 + 6y + 1 = (2y + 1)^3$ CS

m) $x^2 + 5x - 6 = (x + 6) \cdot (x - 1)$ T2oGrau

n) $x^3 + 64 = (x + 4) \cdot (x^2 - 4x + 16)$ SC

o) $27x^3 - 8 = (3x - 2) \cdot (9x^2 + 6x + 4)$

05. B

06. B

07. C

08. B

09. C

10. D

11. 278

12. 9,0

13. A

14. E

15. B

16. E