

Exercícios de Fundamentos da Matemática

Danielle Rezende

10 de agosto de 2023

Neste material foram selecionados exercícios simples para a verificação de aprendizagem da disciplina Fundamentos da Matemática. O trabalho individual na resolução dos exercícios é indispensável para que o aluno adquira o domínio dos conceitos e resultados vistos em sala de aula. Gostaria de ressaltar que esse material sofre alterações constantes, como a inclusão de novos exercícios e correções de gabaritos. O conteúdo da disciplina está distribuído da seguinte maneira:

- Lista 0: Conjuntos numéricos. União. Interseção. Relação de ordem em \mathbb{R} . Valor absoluto. Radiciação. Potenciação. Operações elementares.
- Lista 1: Fatoração. Produtos notáveis. Números binomiais (opcional). Binômio de Newton (opcional). Equações e inequações do 1° e 2° graus. Equações e inequações modulares.
- Lista 2: Polinômios reais. Algoritmo da divisão de polinômios.
- Lista 3: Funções reais de uma variável real. Domínio, imagem, gráfico, paridade, crescimento e decrescimento de funções. Funções elementares. Estudo do sinal de algumas funções. Funções que envolvem a definição de módulo. Funções definidas em partes. Gráficos obtidos a partir de outros gráficos.
- Lista 4: Operações com funções. Função composta. Função inversa.
- Lista 5: Funções exponenciais e logarítmicas. Equações e inequações exponenciais e logarítmicas.
- Lista 6: Trigonometria. Equações e inequações trigonométricas. Funções trigonométricas inversas.

Sumário

Lista 0	4
Lista 1	7
Lista 2	10
Lista 3	11
Lista 4	14
Lista 5	16
Lista 6	18
Gabarito da Lista 0	21
Gabarito da Lista 1	23
Gabarito da Lista 2	26
Gabarito da Lista 3	27
Gabarito da Lista 4	30
Gabarito da Lista 5	32
Gabarito da Lista 6	34
Referências Bibliográficas	36

Lista 0

1) Sendo $A =] - \infty, -1]$, $B =] - 5, 2[$ e $C =] - 1, 4]$, obtenha $A \cap B$, $A \cup B$ e $A \cap C$.

2) Represente sob a reta real os seguintes conjuntos:

(a) $A = \{x \in \mathbb{N}: 2 < x < 7\}$

(b) $B = \{x \in \mathbb{N}^*: x \leq 5\}$

(c) $C = \{x \in \mathbb{R}: -1 \leq x < 0 \text{ ou } x \geq 3\}$

3) Sendo $A = \{x \in \mathbb{R}: -3 \leq x < 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}: x \leq 3\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R}: 1 < x \leq 5\}$, obtenha $A \cap B$, $A \cup B$, $B \cup C$ e $B \cap C$.

4) Assinale V ou F.

(a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

(d) $\{0\} \subset \mathbb{Q}$

(b) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{I} = \emptyset$

(e) $\mathbb{Q}_+^* \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$

(c) $\mathbb{Z} \supset \mathbb{Q}$

(f) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Q}$

5) Represente na reta orientada: $-1, -\frac{10}{3}, \frac{1}{10}, -\frac{3}{10}, \frac{5}{2}, \sqrt{6}, -0, \bar{3}$.

6) Relacione com $<, >, \leq, \geq$ ou $=$.

(a) $-\frac{1}{4}, \frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}$

(b) $-\frac{5}{6}, -\frac{4}{3}$

(d) $-1, -\frac{2}{3}$

7) Determine:

(a) $|0|$

(b) $|-1, 8|$

(c) $|1 - |2 - 3||$

8) Exprima usando potência de 10:

(a) 0,006

(d) 145000

(b) 0,000327

(e) 1360000

(c) 0,3704

9) Coloque sob a forma de radicais:

(a) $2^{\frac{3}{2}}$

(b) $(2^{\frac{1}{2}})^{-\frac{3}{2}}$

(c) $(\sqrt{2} \sqrt{3})^{\frac{1}{6}}$

(d) $2^{-\frac{1}{5}}$

10) Racionalize o denominador:

(a) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

(b) $\frac{7}{\sqrt{7}}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{7\sqrt{2}}$

(d) $\frac{3}{\sqrt{5}-3}$

(e) $\frac{4}{4-\sqrt{11}}$

(f) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

(g) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$

(h) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$

11) Calcule:

(a) $2,31+4,08+3,2$

(b) $48-33,45$

(c) $17,2 \times 33,5$

(d) $3,24 \times 0,042$

(e) $8,664 \div 3,61$

(f) $327,68 \div 0,512$

(g) $11315,2 \div 4420$

(h) $\frac{0,2 \times 0,3}{3,2-2}$

(i) $\frac{32,3 \times 0,03}{0,285}$

(j) $\frac{(-4)(-1)}{-3}$

(k) $\frac{(2+3 \times 4-2 \times 3-3)}{-2}$

(l) $36-(9 \times 2+(-4) \times 7)$

(m) $\frac{3}{81 \times 0,5-3}$

(n) $2 \times \frac{1}{5} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

(o) $\frac{1+\frac{1+\frac{1}{2}}{2}}{\frac{1}{2}}$

(p) $\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}} \left(\frac{9}{2}-1\right)$

12) Calcule:

$$(a) \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \right) \frac{3}{2}$$

$$(b) \frac{1 + \frac{1}{3}}{4}$$

$$(c) \left(\frac{3}{3^2} \right)^3$$

$$(d) \left(\frac{3^3 + 2^2}{5} \right)^2$$

$$(e) \sqrt{5} - 2\sqrt{3} + 7\sqrt{5} + 4\sqrt{3}$$

$$(f) \sqrt{3}\sqrt{6}$$

$$(g) \left(3^2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^3 \times 5 \right)^2$$

$$(h) \frac{2}{3^{-4}}$$

$$(i) \frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{2}}$$

$$(j) \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{3}}}$$

$$(k) \sqrt{\sqrt[3]{2}}$$

$$(l) \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$$

$$(m) \left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} \right)^3$$

$$(n) \frac{125^6 \times 25^{-3}}{(5^2)^{-3} \times 25^7}$$

$$(o) \left\{ -\frac{1}{7} \times \left[\left(\frac{-3}{4} \right)^2 + \left(3 - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \right\} \div \frac{109}{4}$$

$$(p) (-4)^2 - \{ (-5) \times 2^3 + [(-14) \div (-2) \times (-3)] - 8 \}$$

Lista 1

1) Efetue:

(a) $7a^2b - 3xy + 4x^2y + 5a^2b + 2xy$

(b) $(3xy + x^3y^2 - 3xy^2) - (4x^3y - 2x - 7xy - 3xy^2 + 9)$

(c) $(x^3 + 3x^2y + xy^2)(x^2 - 2xy)$

(d) $(x + 2)^2 + (3x - 3)^2$

(e) $(3xy + a)^2$

(f) $(5ab - 3a)(2a - b)^2$

(g) $(2a^2 - 3)^2$

(h) $(2a^2 + 3b)(2a^2 - 3b)$

(i) $\sqrt{7 + \sqrt{24}}\sqrt{7 - \sqrt{24}}$

(j) $\left(\frac{k}{2} - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{k}{2} + \frac{2}{3}\right)$

2) Fatore ao máximo as expressões:

(a) $15a^2 - 10ab$

(c) $a^4 - b^4$

(b) $3a^2x - 6b^2x + 12x$

(d) $x^3 - 10x^2 + 25x$

3) Desenvolva a expressão $(a + b + c)^2$.

4) Se $a + \frac{1}{a} = b$, determine $a^2 + \frac{1}{a^2}$ em função de b .

5) Demonstre a seguinte identidade: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

6) Usando o exercício acima, calcule $(a - b)^3$.

7) Simplifique: $\frac{a^4 + a^3b - ab^3 - b^4}{a^2 - b^2}$

8) Efetue as operações:

(a) $\frac{(x + 3)}{2(x + 1)} \frac{(x + 1)^2}{(x + 3)(x - 3)}$

(b) $\frac{x^2 + 8x + 16}{3x + 6} \frac{x^2 - 4}{5x + 20}$

9) Resolva as equações abaixo:

- | | |
|-------------------------------|---|
| (a) $x^2 + 7x + 10 = 0$ | (j) $ x - 5 = 2x - 3 $ |
| (b) $10x^2 - 3x + 6 = 4 + 6x$ | (k) $\left \frac{3x - 4}{2} \right = 4$ |
| (c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ | (l) $ 5 - 6x = 7 + 2x $ |
| (d) $x^3 + 10x^2 + 21x = 0$ | (m) $x^2 - 2 x - 3 = 0$ |
| (e) $-x^4 + 8x^2 - 15 = 0$ | (n) $ x^2 - 6x - 1 = 6$ |
| (f) $ 3x + 4 = -2$ | (o) $ x ^2 + 2 x - 15 = 0$ |
| (g) $ -2x + 1 = x + 2$ | (p) $\sqrt{x^2 - x} = x$ |
| (h) $ 4x - 6 = 12$ | (q) $\sqrt{x^2 + 5} = \sqrt{x + 7}$ |
| (i) $ 5x + 2 - 1 = -2x$ | (r) $\sqrt{5 + \sqrt{x + 1}} = \sqrt{x}$ |

10) Resolva as inequações abaixo:

- | | |
|--|---------------------------------------|
| (a) $ x < 4$ | (j) $x^2 < 16$ |
| (b) $ x \geq 5$ | (k) $x^2 - 2x + 1 > 0$ |
| (c) $ x - 3 \leq 2$ | (l) $(2x - 1)^2 < 16$ |
| (d) $ 6 - 2x \geq 7$ | (m) $-4x^2 + 11x - 6 \leq 0$ |
| (e) $1 \leq x \leq 3$ | (n) $x^2 - 8x + 12 < 5x^2 - 20x + 21$ |
| (f) $ 3x - 5 - 2x + 3 > 0$ | (o) $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ |
| (g) $\left \frac{x - 3}{x - 2} \right < 1$ | (p) $x^2 + 4x + 7 > 0$ |
| (h) $ 2x - 1 \geq x^2 - 1$ | (q) $x - 4 < x^2 - 4 \leq x + 2$ |
| (i) $ x + 2 \geq \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ | (r) $9x^2 - 6x + 1 > 0$ |

11) Resolva as inequações abaixo:

- | | |
|---|---|
| (a) $\sqrt{x^2 - 7x + 17} \geq \sqrt{8 + 2x - x^2}$ | (i) $\frac{x^2 - 7x + 10}{-x^2 + 9x - 18} \geq 0$ |
| (b) $(x^2 - 2x - 3)(2x^2 - 5x + 2) < 0$ | (j) $\frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x + 4} > 0$ |
| (c) $(x^2 - 3x + 6)(x^2 - 5x) > 0$ | (k) $\frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1} \geq \frac{1}{x + 1}$ |
| (d) $(x^2 - 9x + 18)(x^2 - 4x - 12) > 0$ | (l) $\frac{x^2 - x - 1}{\sqrt{x^2 - 3x}} \geq 0$ |
| (e) $\frac{-2}{x^2 - x + 1} \geq \frac{1}{-x^2 + 2x - 1}$ | (m) $\frac{-x + 4}{6x^2 - 5x + 4} > 0$ |
| (f) $\frac{x^2 - 7x + 10}{-x^2 + 9x - 18} \geq 0$ | |
| (g) $\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$ | |
| (h) $\frac{(x - 5)(x^2 - 1)}{x - 2} < 0$ | |

12) Determine m para que $x^2 + 4x + m - 15 > 0$.

13) Determine m para que $(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x + 1 > 0$.

$$14) \text{ Resolva } \begin{cases} 3x + \frac{y}{2} = 2 \\ \frac{-x + y}{3} = -1 \end{cases} .$$

$$15) \text{ Resolva } \begin{cases} 2x^2 + 8 \geq x^2 - 6x \\ x + 5 < 0 \end{cases} .$$

Lista 2

1) Seja $p(x)$ um polinômio de grau 3. Qual é o grau de $(p(x))^5 - (p(x))^2 + 4p(x)$?

2) Um polinômio $p(x)$ é tal que $p(x) + x p(2 - x) \equiv x^2 + 3$. Calcule $p(-2)$.

3) Determine a , b e c de modo que

$$(a - 2)x^3 + (a - b)x^2 - (3b + c)x + 4 \equiv -3x^3 + 2x^2 + 4$$

4) Dados $p(x) = (m+1)x^2 + (n-1)x$ e $q(x) = mx^2 + nx$, calcule m e n para que $p(x) + q(x) \equiv 0$.

5) Seja $p(x) = x^3 - 7x^2 + 17x - 15$. Sabendo que 3 é uma raiz fature $p(x)$.

6) Escreva uma equação de grau 3 cujas raízes são $-1, -2$ e 3 .

7) Considere a equação $x^3 + 6x^2 + 13x + m = 0$. Sabendo que -2 é uma raiz determine m .

8) Sabendo que $p(x) = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$ tem raiz -1 com multiplicidade 2 fature $p(x)$.

9) Determine m para que $p(x) = x^3 + mx^2 - 1$ seja divisível por $x^2 + x - 1$.

10) Determine m e n de modo que $p(x) = 2x^3 + mx^2 + nx - 2$ seja divisível por $x + 2$ e $2x - 1$.

11) Determine o quociente $q(x)$ e o resto $r(x)$ na divisão de $p(x)$ por $g(x)$ nos seguintes casos:

(a) $p(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ e $g(x) = x - 1$

(b) $p(x) = x^4 - 3x^2 - 4$ e $g(x) = x + 2$

(c) $p(x) = x^3 - x^2 + 3x - 2$ e $g(x) = x^2 - 2x + 3$

(d) $p(x) = x^4 + x^3 - 2$ e $g(x) = x^2 - x + 5$

(e) $p(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 12$ e $g(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 24$

(f) $p(x) = x^3 + 5x^2 - x - 22$ e $g(x) = x^2 + 3x - 10$

Lista 3

1) Determine o domínio das funções abaixo:

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$

(b) $f(x) = \sqrt{x(2-3x)}$

(c) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$

(d) $f(x) = \sqrt{x^2-6x}$

(e) $f(x) = \sqrt{-3x+5} - \sqrt{x-1}$

(f) $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{3x-6}}$

(g) $f(x) = \sqrt{|x|-2}$

(h) $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x^2-6x}}$

(i) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{4+x}}$

(j) $f(x) = \sqrt{3x-x^2}$

(k) $f(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{x}$

(l) $f(x) = \frac{2}{x^3-4x}$

(m) $f(x) = \frac{1}{|x|-7}$

(n) $f(x) = \sqrt{2-|x|}$

2) Dada a função $f(x) = \sqrt{2-3x}$, calcule $f(0)$, $f(2/3)$, $f(-1)$ e $f(-1+h)$.

3) Dada a função $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, calcule $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(1/2)$, $f(-2/3)$, $f(1+h)$, $f(-2+h)$ e $f(x+2)$.

4) Determine se a função abaixo é crescente ou decrescente. Faça o estudo de sinal. Faça o gráfico da função.

(a) $f(x) = x+1$

(b) $f(x) = -2x+4$

(c) $f(x) = 3x+2$

(d) $f(x) = -x-2$

(e) $f(x) = \frac{5-2x}{3}$

(f) $f(x) = \frac{x-3}{5}$

(g) $f(x) = -2x$

5) Uma reta passa pelos pontos $(-1, 5)$ e $(2, -4)$. Qual é a função representada por essa reta?

6) Determine em função do parâmetro k , se $f(x) = (k+3)x+1$ é crescente, decrescente ou constante.

7) Seja f uma função real definida por $f(x) = kx-3$. Se -2 é raiz da função, qual é o valor de $f(3)$?

8) Determine o conjunto imagem e faça o gráfico das funções abaixo:

- (a) $f(x) = |x| + x$ (e) $f(x) = |x - 1| + x - 2$
 (b) $f(x) = |x + 2|$ (f) $f(x) = |x + 1| + 2x$
 (c) $f(x) = |x| - 3$ (g) $f(x) = |4 - x^2|$
 (d) $f(x) = \frac{|x|}{x}$ (h) $f(x) = |x^2 - 4| - 1$

9) Obtenha o vértice de cada uma das parábolas que representam o gráfico da função quadrática f . Determine o valor mínimo ou máximo da função f . Determine os intervalos de crescimento e decrescimento da função f . Faça o estudo do sinal da função f . Esboce o gráfico de f .

- (a) $f(x) = x^2 - 6x + 4$ (e) $f(x) = -3x^2 + x - 2$
 (b) $f(x) = -2x^2 - x + 3$ (f) $f(x) = -4x^2$
 (c) $f(x) = x^2 - 9$ (g) $f(x) = (x - 1)^2 + 3$
 (d) $f(x) = x^2 - x + 5$ (h) $f(x) = (2 - x)^2$

10) Dê o domínio e esboce o gráfico das funções abaixo.

- (a) $f(x) = x^5$ (k) $f(x) = \frac{1}{(x - 3)^2}$
 (b) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ (l) $f(t) = \frac{1}{t + 4}$
 (c) $f(x) = -2 + \frac{1}{x}$ (m) $f(t) = |t| + |t - 4|$
 (d) $f(t) = 3 - |t|$ (n) $f(x) = |x^2 - 1| - 2$
 (e) $f(t) = t^4$ (o) $f(x) = |x^2 - 8x + 15|$
 (f) $g(x) = |x^2 + 2x - 3|$ (p) $f(x) = |x + 2| - 1$
 (g) $f(x) = |x + 2| - 1$ (q) $f(t) = |t^2 - 1| + |2t|$
 (h) $f(t) = |t^2 - 1| + |2t|$
 (i) $f(x) = -x^3$
 (j) $f(x) = 4 + 3x - x^2$

11) Esboce o gráfico de $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq -1 \\ -x + 1, & x > -1 \end{cases}$

12) Esboce o gráfico de $f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x < 0 \\ 2 - x, & x \geq 0 \end{cases}$

13) Esboce o gráfico de $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x < 1 \\ \sqrt{x + 1}, & x \geq 1 \end{cases}$

14) Esboce o gráfico de $f(x) = \begin{cases} 4 - x, & x < 1 \\ 4x - x^2, & x > 1 \end{cases}$

15) Esboce o gráfico de $f(x) = \begin{cases} |x + 2|, & -3 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 2x + 1, & 1 < x \leq 3 \end{cases}$

16) Esboce o gráfico de $f(x) = \begin{cases} x + 1, & |x| \leq 1 \\ 3, & |x| > 1 \end{cases}$

17) Esboce o gráfico de $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \leq 2 \\ \frac{1}{x-2}, & x > 2 \end{cases}$

18) Esboce o gráfico de $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}, & x > 1 \\ x^2 + 1, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$

19) Se $x \in \mathbb{R}$, então $[x]$ denota o "maior inteiro contido" em x , isto é

$$[x] = \max\{n \in \mathbb{Z}; n \leq x\}.$$

Esboce o gráfico da função maior inteiro.

20) Determine quais das funções abaixo são pares e quais são ímpares.

(a) $f(x) = |x|$

(d) $f(x) = -\sqrt{1-x}$

(b) $f(x) = x^3$

(e) $f(t) = t + \frac{t}{|t|}$

(c) $f(x) = x(x^3 - x)$

Lista 4

- 1) Considere $f(x) = \sqrt{x-2}$ e $g(x) = \sqrt{5-x}$. Determine o domínio de $f+g$, $f-g$, fg e f/g .
- 2) Considere $f(x) = \sqrt{4-x}$ e $g(x) = \sqrt{x^2-1}$. Determine as funções $f+g$, $f-g$, fg e f/g e seus domínios.
- 3) Verifique que a imagem de f está contida no domínio de g e determine a expressão da composta $h(x) = g(f(x))$.
 - (a) $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$
 - (b) $g(x) = \frac{1}{x}$ $f(x) = x^2 + 2$
- 4) Considere as funções f e g abaixo e determine se possível $g \circ f$ e $f \circ g$
 - (a) $f(x) = 3x$ e $g(x) = 2x + 1$
 - (b) $f(x) = 3x - 2$ e $g(x) = x^2 + 4x$
 - (c) $f(x) = 2x$ e $g(x) = \sqrt{x}$
- 5) Sejam $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2 - 1$ e $h(x) = 3x + 2$. Determine $T(x) = (h \circ g \circ f)(x)$.
- 6) Sejam $f(x) = 1 - x$, $g(x) = x^2 - x + 2$ e $h(x) = 2x + 3$. Determine $T(x) = (h \circ g \circ f)(x)$.
- 7) Se $f(x) = \frac{1}{1-x}$, determine $T(x) = (f \circ f \circ f)(x)$.
- 8) Sejam $f(x) = 2x + 7$ e $(f \circ g)(x) = x^2 - 2x + 3$. Determine g .
- 9) Encontre funções mais simples g e h tal que $f = g \circ h$.
 - (a) $f(x) = \sqrt{x-5}$
 - (b) $f(x) = \frac{1}{2x-3}$
 - (c) $f(x) = \sqrt{x^2-9}$
- 10) Considere as funções $f(x) = \frac{1}{x^2}$ e $g(x) = \sqrt{2x-6}$. Determine a função $f \circ g$ e seu domínio.
- 11) Considere as funções $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = \frac{1}{x-1}$. Determine a função $g \circ f$ e seu domínio.

- 12) Considere as funções $f(x) = |x + 3| - 3$ e $g(x) = \frac{x}{2}$. Determine as funções $f \circ g$ e $g \circ f$ e seus respectivos domínios.
- 13) Considere as funções $f(x) = \frac{x + 1}{x - 2}$ e $g(x) = 2x + 3$. Determine as funções $f \circ g$ e $g \circ f$ e seus respectivos domínios.
- 14) Considere as funções $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x^2 - 3x - 4$. Determine as funções $f \circ g$ e $g \circ f$ e seus respectivos domínios.
- 15) Sejam $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3, & x \geq 2 \\ 2x - 3, & x < 2 \end{cases}$ e $g(x) = 2x + 3$. Determine $g \circ f$.
- 16) Nas funções abaixo obter a função inversa quando possível
- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| (a) $f(x) = \frac{1}{x}$ | (d) $f(x) = (x - 1)^3 + 2$ |
| (b) $f(x) = 3x^2 + 5$ | (e) $f(x) = \sqrt[3]{x + 2}$ |
| (c) $f(x) = \frac{4x - 1}{3}$ | (f) $f(x) = \sqrt[3]{1 - x^3}$ |
- 17) Para as funções f e g abaixo determine, se possível, a inversa da função $g \circ f$.
- (a) $f(x) = 4x + 1$ e $g(x) = 3x - 5$
- (b) $f(x) = x^2 - 3x, x \geq \frac{3}{2}$ e $g(x) = 4x + 9, x \geq -\frac{9}{4}$

Lista 5

1) Calcule:

(a) $\ln(e^4)$

(b) $e^{3 \ln 2}$

(c) $\ln((e^{3/2})^3)$

(d) $\log_{\frac{1}{2}} 8$

(e) $\log_2 \frac{1}{64}$

(f) $\log_{64} 8$

2) Sabendo que $\log_b x = 2$ e $\log_b y = 3$, calcule $\log_b(x^2 y^3)$.

3) Determine o conjunto solução das equações abaixo.

(a) $\left(\frac{2}{7}\right)^x = \frac{49}{4}$

(b) $2^{x^2} = 16$

(c) $2^x + 3^x + 1 = 0$

(d) $4^{x+1} - 4(3^x) = 0$

(e) $(2^x)^{x+4} = 32$

(f) $4^{x+1} - 9(2^x) + 2 = 0$

(g) $\ln(x - 2x^2) + \ln 4 = 0$

(h) $\ln x^2 - \ln x - \ln 4 = 0$

(i) $\log_3(2x - 3) + \log_3\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

(j) $\log_x(3x) = 2$

(k) $\log_{x+1} 9 = 2$

(l) $e^x - 4e^{-x} = 3$

(m) $5^x = 7$

(n) $\log_2(x^2) + \log_2 x = 4$

(o) $\log_2(2^{4x}) = 20$

(p) $\log_{x+2}(x^2 + 2) = 1$

4) Determine o conjunto solução das inequações abaixo.

(a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4} \leq 8^{x+2}$

(b) $(\sqrt{2})^{x+1} \leq \sqrt{8}$

(c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6} < 27^2$

(d) $\log_{1/5}(2x - 1) < -2$

(e) $\log_8(4x - 6) < \log_8 18$

(f) $\log_{3x-2} x < 1$

5) Determine o domínio das funções abaixo.

(a) $f(x) = \frac{x}{2^x - 8}$

(b) $f(x) = \sqrt{16^x - 2}$

(c) $f(x) = \log_4(x^2 - 6x + 8)$

(d) $f(x) = \log_{x+2}(x^2 - 7x + 10)$

6) Esboce o gráfico das funções abaixo.

(a) $f(x) = 3^x$

(b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

(c) $f(x) = 2^x + 1$

(d) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$

(e) $f(x) = 3(2^x)$

(f) $f(x) = 2^{|x|}$

(g) $f(x) = \ln x - 2$

(h) $f(x) = \frac{1}{2}e^{-x} - 1$

(i) $f(x) = \ln(x + 1)$

(j) $f(x) = -\log_{1/3} x$

(k) $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x \geq 0 \end{cases}$

- 7) Uma função f é dada por $f(x) = a + b2^x$, sendo a e b duas constantes reais positivas. Sabendo que $f(1) = 5$ e $f(0) = 3$, determine a e b e construa o gráfico.
- 8) Uma função f é dada por $f(x) = a + \log_b(x + 1)$, sendo a e b duas constantes reais. Sabendo que $f(0) = 3$ e $f(1) = 4$, determine a e b e construa o gráfico
- 9) Considere as funções $f(x) = \ln x$ e $g(x) = e^x$. Determine a função $f + g$ e seu domínio.
- 10) Considere as funções $f(x) = \ln x$ e $g(x) = \sqrt{2 - x}$. Determine a função $f - g$ e seu domínio.
- 11) Considere as funções $f(x) = \ln(x^2 - 4)$ e $g(x) = \sqrt{x}$. Determine a função $f g$ e seu domínio.
- 12) Considere as funções $f(x) = e^{\frac{1}{x+1}}$ e $g(x) = \cos x$. Determine a função f/g e seu domínio.
- 13) Considere as funções $f(x) = e^{\frac{1}{x-3}}$ e $g(x) = \log_2 x$. Determine as funções $f \circ g$ e $g \circ f$ e seus respectivos domínios.

Lista 6

1) Determine as medidas abaixo em radianos ou graus.

(a) 155°

(c) 40°

(b) $\frac{3\pi}{4}$ rad

(d) 225°

2) Para cada razão trigonométrica abaixo determine as demais razões.

(a) $\operatorname{sen} \theta = \frac{3}{5}$

(b) $\cos \theta = \frac{1}{5}$

(c) $\sec \theta = 3$

3) Determine o valor de

$$\operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$$

4) Calcule

(a) $\operatorname{sen}(150^\circ)$

(e) $\cos(15^\circ)$

(b) $\cos(300^\circ)$

(f) $\operatorname{cosec} \left(\frac{5\pi}{12} \right)$

(c) $\operatorname{tg} \left(\frac{4\pi}{3} \right)$

(g) $\operatorname{cotg} \left(\frac{5\pi}{2} \right)$

(d) $\operatorname{sen} \left(\frac{13\pi}{4} \right)$

(h) $\frac{2 \operatorname{sen} \left(-\frac{3\pi}{2} \right) + 3 \cos \pi + 5 \cos \left(-\frac{9\pi}{2} \right)}{3 \operatorname{sen} (-\pi) + 4 \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) - 2 \operatorname{sen} \left(\frac{5\pi}{2} \right)}$

5) Se $\cos(36^\circ) = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$. Calcule $\cos(72^\circ)$.

6) Sendo $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{7}}{7}$ e $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Calcule $\operatorname{sen} x$.

7) Sendo $\cos x = \frac{3}{5}$. Calcule $\operatorname{sen} \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$.

8) Se $a = \sqrt{2}$, $b = 2$ e $c = 1 + \sqrt{3}$ são lados de um triângulo. Determine seus ângulos.

9) Calcular os valores de k que verificam simultaneamente as igualdades $\operatorname{sen} \theta = k - 1$ e $\cos \theta = \sqrt{3 - k^2}$.

10) Determine a igualdade da expressão

$$\frac{\sec x + \sen x}{\csc x + \cos x}$$

11) Calcule o valor da expressão

(a) $y = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x}{\sec x + \operatorname{cosec} x}$, sabendo que $\sen x + \cos x = \frac{2}{3}$

(b) $\sen \theta + \cos \theta$, sabendo que $3 \sen \theta + 4 \cos \theta = 5$

(c) $\sen^4 x - \cos^4 x + \cos(2x)$

(d) $(\cos x + \sen x)^2 + (\cos(-x) + \sen(-x))^2$

12) Simplifique as expressões abaixo

(a) $\frac{\sec^2 x}{1 + \operatorname{cotg}^2 x}$

(b) $\frac{\sen^3 x + \sen x \cos^2 x}{\sen^2 x}$, $\sen x \neq 0$

(c) $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sen\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cos(\pi + x)}{\sen(\pi - x) \cos(x - 2\pi) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$

13) Determine o conjunto solução.

(a) $\sen \theta + \sen(2\theta) + \sen(3\theta) + \sen(4\theta) = 0$

(b) $\cos^2 \theta - \sen^2 \theta = -\frac{1}{2}$ em $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(c) $\sen \theta + \sqrt{3} \cos \theta = 1$

(d) $2 \cos x + 3 \operatorname{tg} x - 3 \sec x = 0$

(e) $\cos x \sen(2x) = \sen x (1 + \cos(2x))$

(f) $|\cos(2x)| = 1$ em $[0, 2\pi]$

(g) $\cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = 0$

(h) $\cos(2x) = -\frac{1}{2}$ em $[-\pi, \pi]$

(i) $\sen x = \sen(x + \pi)$ em $[0, 2\pi]$

(j) $\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ em $[0, 2\pi]$

(k) $\cos^2 x - \sen^2(\pi - x) = \frac{1}{2}$ em $[0, \pi]$

14) Resolva as seguintes inequações:

(a) $\cos \theta < -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(b) $\sen(2\pi - x) + 2 \sen(\pi - x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ em $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right]$

(c) $\frac{\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x}{2 \operatorname{sen} x - 1} > 0$ em $[0, 2\pi]$

15) Determine o domínio, imagem e período de cada uma das funções abaixo e esboce o gráfico.

(a) $f(x) = \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2} \right)$

(c) $f(x) = -\cos x$

(b) $f(x) = |\operatorname{sen} x|$

(d) $f(x) = \cos(2x)$

Gabarito da Lista 0

1) $A \cap B =] - 5, -1], A \cup B =] - \infty, 2[$ e $A \cap C = \emptyset$

2)

3) $A \cap B = \{x \in \mathbb{R}: -3 \leq x < 1\}$ $A \cup B = \{x \in \mathbb{R}: x \leq 3\}$
 $B \cap C = \{x \in \mathbb{R}: 1 < x \leq 3\}$ $B \cup C = \{x \in \mathbb{R}: x \leq 5\}$

4) (c) e (e) F (a), (b), (d), (f) V

5)

6)

(a) $-\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$

(c) $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{3}{2}$

(b) $-\frac{5}{6} > -\frac{4}{3}$

(d) $-1 < -\frac{2}{3}$

7) (a) 0 (b) 1,8 (c) 0

8)

(a) 6×10^{-3}

(d) 145×10^3

(b) 327×10^{-6}

(e) 136×10^4

(c) 3704×10^{-4}

9)

(a) $\sqrt{2^3}$

(c) $\sqrt[12]{6}$

(b) $\frac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$

(d) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$

10)

(a) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

(e) $\frac{16 + 4\sqrt{11}}{5}$

(b) $\sqrt{7}$

(f) $\sqrt{6} - 2$

(c) $\frac{\sqrt{6}}{14}$

(g) $-\sqrt{5} - \sqrt{7}$

(d) $\frac{-3\sqrt{5} - 9}{4}$

(h) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3}$

11)

(a) 9,59

(b) 14,55

(c) 576,2

(d) 0,13608

(e) 2,4

(f) 640

(g) 2,56

(h) 0,05

(i) 3,4

(j) $-\frac{4}{3}$

(k) $-\frac{5}{2}$

(l) 46

(m) 0,08

(n) $-\frac{2}{15}$

(o) $\frac{7}{2}$

(p) $\frac{77}{34}$

12)

(a) $\frac{33}{30}$

(b) $1/3$

(c) $\frac{1}{27}$

(d) $\frac{961}{25}$

(e) $8\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

(f) $3\sqrt{2}$

(g) $\frac{2025}{64}$

(h) 162

(i) $\sqrt[4]{4}$

(j) $\sqrt[12]{3}$

(k) $\sqrt[6]{2}$

(l) $\sqrt[6]{8}$

(m) $\sqrt[4]{5}$

(n) 625

(o) $-\frac{1}{28}$

(p) 85

Gabarito da Lista 1

1)

(a) $12a^2b - xy + 4x^2y$

(b) $10xy + x^3y^2 - 4x^3y + 2x - 9$

(c) $x^5 + x^4y - 5x^3y^2 - 2x^2y^3$

(d) $10x^2 - 14x + 13$

(e) $9x^2y^2 + 6xya + a^2$

(f) $20a^3b - 20a^2b^2 + 5ab^3 - 12a^3 + 12a^2b - 3ab^2$

(g) $4a^4 - 12a^2 + 9$

(h) $4a^4 - 9b^2$

(i) 5

(j) $\frac{k^2}{4} - \frac{4}{9}$

2)

(a) $5a(3a - 2b)$

(c) $(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$

(b) $3x(a^2 - 2b^2 + 4)$

(d) $x(x - 5)^2$

3) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

4) $b^2 - 2$

5)

6) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

7) $a^2 + b^2 + ab$

8) (a) $\frac{(x+1)}{2(x-3)}$ (b) $\frac{(x+4)(x-2)}{15}$

9)

(a) $S = \{-2, -5\}$

(b) $S = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right\}$

(c) $S = \{-2, -1, 1, 2\}$

(d) $S = \{-7, -3, 0\}$

(e) $S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{5}, -\sqrt{5}\}$

(f) $S = \emptyset$

(g) $S = \left\{-\frac{1}{3}, 3\right\}$

(h) $S = \left\{\frac{9}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

(i) $S = \left\{-1, -\frac{1}{7}\right\}$

(j) $S = \left\{\frac{8}{3}, -2\right\}$

(k) $S = \left\{-\frac{4}{3}, 4\right\}$

(l) $S = \left\{-\frac{1}{4}, 3\right\}$

(m) $S = \{-3, 3\}$

(n) $S = \{-1, 1, 5, 7\}$

(o) $S = \{-3, 3\}$

(p) $S = \{0\}$

(q) $S = \{-1, 2\}$

(r) $S = \{8\}$

10)

(a) $S = (-4, 4)$

(b) $S = (-\infty, -5) \cup [5, +\infty)$

(c) $S = [1, 5]$

(d) $S = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{13}{2}, +\infty\right)$

(e) $S = [-3, -1] \cup [1, 3]$

(f) $S = \left(-\infty, \frac{2}{5}\right) \cup (8, +\infty)$

(g) $S = \left(\frac{5}{2} + \infty\right)$

(h) $S = [-1 - \sqrt{3}, 2]$

(i) $S = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

(j) $S = (-4, 4)$

(k) $S = \mathbb{R} - \{1\}$

(l) $S = \left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

(m) $S = \left(-\infty, \frac{3}{4}\right] \cup [2, +\infty)$

(n) $S = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$

(o) $S = [1, 3]$

(p) $S = \mathbb{R}$

(q) $S = [-2, 0) \cup (1, 3]$

(r) $S = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$

11)

$$(a) \ S = \left[-2, \frac{3}{2}\right] \cup [3, 4]$$

$$(b) \ S = \left(-1, \frac{1}{2}\right) \cup (2, 3)$$

$$(c) \ S = (-\infty, 0) \cup (5, +\infty)$$

$$(d) \ S = (-\infty, -2) \cup (3, 6) \cup (6, +\infty)$$

$$(e) \ S = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}, 1\right) \cup \left(1, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$$

$$(f) \ S = [2, 3) \cup [5, 6)$$

$$(g) \ S = (-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$$

$$(h) \ S = (-1, 1) \cup (2, 5)$$

$$(i) \ S = [2, 3) \cup [5, 6)$$

$$(j) \ S = (-\infty, 1) \cup (2, 4) \cup (5, +\infty)$$

$$(k) \ S = (-\infty, -1) \cup (-1, 0] \cup (1, +\infty)$$

$$(l) \ S = \left(-\infty, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup [3, +\infty)$$

$$(m) \ S = (-\infty, 4)$$

$$\mathbf{12)} \ m > 19$$

$$\mathbf{13)} \ m > 1$$

$$\mathbf{14)} \ x = 1 \text{ e } y = -2$$

$$\mathbf{15)} \ S = (-\infty, -5)$$

Gabarito da Lista 2

1) 15

2) 5

3) $a = -1$, $b = -3$ e $c = 9$

4) $m = -1/2$, $n = 1/2$

5) $(x - 3)(x^2 - 4x + 5)$

6) $x^3 - 7x - 6$

7) 10

8) $(x + 1)^2(x + 2)$

9) 2

10) $m = 5$, $n = 1$

11)

(a) $q(x) = x^2 + 3x - 1$ e $r(x) = 0$

(b) $q(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ e $r(x) = 0$

(c) $q(x) = x + 1$ e $r(x) = 2x - 5$

(d) $q(x) = x^2 + 2x - 3$ e $r(x) = -13x + 13$

(e) $q(x) = 1$ e $r(x) = -x^2 + 7x - 12$

(f) $q(x) = x + 2$ e $r(x) = 3x - 2$

Gabarito da Lista 3

1)

- | | |
|---------------------------------------|---|
| (a) $\mathbb{R} - \{0, -1\}$ | (h) $(0, 3] \cup (6, +\infty)$ |
| (b) $\left[0, \frac{2}{3}\right]$ | (i) $(-\infty, -4) \cup [-1, 1]$ |
| (c) $(-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$ | (j) $[0, 3]$ |
| (d) $(-\infty, 0] \cup [6, +\infty)$ | (k) $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ |
| (e) $\left[1, \frac{5}{3}\right]$ | (l) $\mathbb{R} - \{0, 2, -2\}$ |
| (f) $(2, +\infty)$ | (m) $\mathbb{R} - \{7, -7\}$ |
| (g) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ | (n) $[-2, 2]$ |

2) $f(0) = \sqrt{2}$, $f(2/3) = 0$, $f(-1) = \sqrt{5}$ e $f(-1+h) = \sqrt{5-3h}$.

3) $f(0) = -1$, $f(1) = 0$, $f(2) = 1/3$, $f(1/2) = -1/3$, $f(-2/3) = -5$,
 $f(1+h) = \frac{h}{2+h}$, $f(-2+h) = \frac{h-3}{h-1}$ e $f(x+2) = \frac{x+1}{x+3}$.

4)

- (a) Crescente; $f(x) > 0$ para $x > -1$ e $f(x) < 0$ para $x < -1$
- (b) Decrescente; $f(x) > 0$ para $x < 2$ e $f(x) < 0$ para $x > 2$
- (c) Crescente; $f(x) > 0$ para $x > -\frac{2}{3}$ e $f(x) < 0$ para $x < -\frac{2}{3}$
- (d) Decrescente; $f(x) > 0$ para $x < -2$ e $f(x) < 0$ para $x > -2$
- (e) Decrescente; $f(x) > 0$ para $x < \frac{5}{2}$ e $f(x) < 0$ para $x > \frac{5}{2}$
- (f) Crescente; $f(x) > 0$ para $x > 3$ e $f(x) < 0$ para $x < 3$
- (g) Decrescente; $f(x) > 0$ para $x < 0$ e $f(x) < 0$ para $x > 0$

5) $y = 2 - 3x$

6) $k = -3$ constante; $k > -3$ crescente; $k < -3$ decrescente.

7) $f(3) = -\frac{15}{2}$.

8)

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (a) $[0, +\infty)$ | (e) $[-1, +\infty)$ |
| (b) $[0, +\infty)$ | (f) \mathbb{R} |
| (c) $[-3, +\infty)$ | (g) $[0, +\infty)$ |
| (d) $\{-1, 1\}$ | (h) $[-1, +\infty)$ |

9)

- (a) Vértice: $(3, -5)$; Mínimo $f(3) = -5$; Crescente em $[3, +\infty)$ e decrescente em $(-\infty, 3]$.
Estudo de sinal $f(x) > 0$ em $(-\infty, 3 - \sqrt{5}) \cup (3 + \sqrt{5}, +\infty)$ e $f(x) < 0$ em $(3 - \sqrt{5}, 3 + \sqrt{5})$.
- (b) Vértice: $(-1/4, 25/8)$; Máximo $f(-1/4) = 25/8$;
Crescente em $(-\infty, 1/4]$ e decrescente em $[1/4, +\infty)$.
Estudo de sinal $f(x) > 0$ em $(-3/2, 1)$ e $f(x) < 0$ em $(-\infty, -3/2) \cup (1, +\infty)$.
- (c) Vértice: $(0, -9)$; Mínimo $f(0) = -9$; Crescente em $[0, +\infty)$ e decrescente em $(-\infty, 0]$.
Estudo de sinal $f(x) \geq 0$ em $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$ e $f(x) \leq 0$ em $[-3, 3]$.
- (d) Vértice: $(1/2, 19/4)$; Mínimo $f(1/2) = 19/4$;
Crescente em $[1/2, +\infty)$ e decrescente em $(-\infty, 1/2]$.
Estudo de sinal $f(x) > 0$ em \mathbb{R} .
- (e) Vértice: $(1/6, -23/12)$; Máximo $f(1/6) = -23/12$;
Crescente em $(-\infty, 1/6]$ e decrescente em $[1/6, +\infty)$.
Estudo de sinal $f(x) < 0$ em \mathbb{R} .
- (f) Vértice: $(0, 0)$; Máximo $f(0) = 0$; Crescente em $(-\infty, 0]$ e decrescente em $[0, +\infty)$.
Estudo de sinal $f(x) < 0$ em \mathbb{R} .
- (g) Vértice: $(1, 3)$; Mínimo $f(1) = 3$; Crescente em $[1, +\infty)$ e decrescente em $(-\infty, 1]$.
Estudo de sinal $f(x) > 0$ em \mathbb{R} .
- (h) Vértice: $(2, 0)$; Mínimo $f(2) = 0$; Crescente em $[2, +\infty)$ e decrescente em $(-\infty, 2]$.
Estudo de sinal $f(x) \geq 0$ em \mathbb{R} .

10) (b) $\mathbb{R} - \{1\}$ (c) $\mathbb{R} - \{0\}$ (k) $\mathbb{R} - \{3\}$ (l) $\mathbb{R} - \{-4\}$

Todas as demais funções tem como domínio \mathbb{R} .

Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)

11) Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)

12) Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)

13) Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)

14) Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)

- 15) Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)
- 16) Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)
- 17) Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)
- 18) Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)
- 19) Utilize alguma ferramenta gráfica (geogebra, matlab, maple, etc.)
- 20)

- | | |
|-----------|-----------------------|
| (a) par | (d) nem par nem ímpar |
| (b) ímpar | (e) ímpar |
| (c) ímpar | |

Gabarito da Lista 4

1) $D_{f+g} = D_{f-g} = D_{fg} = [2, 5]$ e $D_{f/g} = [2, 5)$

2)

$$D_{f+g} = D_{f-g} = D_{fg} = (-\infty, -1] \cup [1, 4] \text{ e } D_{f/g} = (-\infty, -1) \cup (1, 4]$$

$$(f+g)(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{x^2-1}$$

$$(f-g)(x) = \sqrt{4-x} - \sqrt{x^2-1}$$

$$(fg)(x) = \sqrt{(4-x)(x^2-1)}$$

$$(f/g)(x) = \sqrt{\frac{4-x}{x^2-1}}$$

3) (a) $h(x) = x$ (b) $h(x) = \frac{1}{x^2+2}$

4)

(a) $(g \circ f)(x) = 6x + 1$ e $(f \circ g)(x) = 6x + 3$

(b) $(g \circ f)(x) = 9x^2 - 4$ e $(f \circ g)(x) = 3x^2 + 12x - 2$

(c) $(g \circ f)(x)$ não existe e $(f \circ g)(x) = 2\sqrt{x}$

5) $T(x) = 12x^2 + 12x + 2$

6) $T(x) = 2x^2 - 2x + 7$

7) $T(x) = x$

8) $g(x) = \frac{x^2 - 2x - 4}{2}$

9)

(a) $g(x) = \sqrt{x}$ e $h(x) = x - 5$

(b) $g(x) = \frac{1}{x}$ e $h(x) = 2x - 3$

(c) $g(x) = \sqrt{x}$ e $h(x) = x^2 - 9$

10) $(f \circ g)(x) = \frac{1}{2x-6}, \quad x > 3$

$$11) (g \circ f)(x) = \frac{1}{x^2 - 2}, \quad x \neq \pm\sqrt{2}$$

12)

$$(g \circ f)(x) = \frac{|x+3| - 3}{2}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(f \circ g)(x) = \left| \frac{x}{2} + 3 \right| - 3, \quad x \in \mathbb{R}$$

13)

$$(g \circ f)(x) = \frac{5x - 4}{x - 2}, \quad x \in \mathbb{R} - \{2\}$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{2x + 4}{2x + 1}, \quad x \in \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

14)

$$(g \circ f)(x) = |x| - 3\sqrt{x} - 4, \quad x \in [0, +\infty)$$

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 4}, \quad x \in (-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$$

$$15) g \circ f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 8x + 9, & x \geq 2 \\ 4x - 3, & x < 2 \end{cases}$$

16)

$$(a) f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$$

(b) Não é possível

$$(c) f^{-1}(x) = \frac{3x + 1}{4}$$

$$(d) f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x - 2}$$

$$(e) f^{-1}(x) = x^3 - 2$$

$$(f) f^{-1}(x) = \sqrt[3]{1 - x^3}$$

17)

$$(a) (g \circ f)^{-1}(x) = \frac{x + 2}{12}$$

$$(b) (g \circ f)^{-1}(x) = \frac{3 + \sqrt{x}}{2}$$

Gabarito da Lista 5

1)

(a) 4

(b) 8

(c) $9/2$

(d) -3

(e) -6

(f) $\frac{1}{2}$

2) 13

3)

(a) $\{-2\}$

(b) $\{-2, 2\}$

(c) \emptyset

(d) $\{0\}$

(e) $\{-5, 1\}$

(f) $\{-2, 1\}$

(g) \emptyset

(h) $\{4\}$

(i) $\{3\}$

(j) $\{3\}$

(k) $\{2\}$

(l) $\{2 \ln 2\}$

(m) $\{\log_5 7\}$

(n) $\{\sqrt[3]{16}\}$

(o) $\{5\}$

(p) $\{0, 1\}$

4)

(a) $(-\infty, -2] \cup [-1, +\infty)$

(b) $(-\infty, 2]$

(c) $[-6, +\infty)$

(d) $(13, +\infty)$

(e) $\left(\frac{3}{2}, 6\right)$

(f) $\left(\frac{2}{3}, 1\right) \cup (1, +\infty)$

5)

(a) $\mathbb{R} - \{3\}$

(b) $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$

(c) $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$

(d) $(-2, -1) \cup (-1, 2) \cup (5, +\infty)$

6) Utilize alguma ferramenta gráfica (matlab, geogebra, maple, etc.).

7) $a = 1$ e $b = 2$

8) $a = 3$ e $b = 2$

9) $(f + g)(x) = \ln x + e^x \quad D_{f+g} = (0, +\infty)$

10) $(f - g)(x) = \ln x - \sqrt{2 - x} \quad D_{f-g} = (0, 2]$

11) $(fg)(x) = \sqrt{x} \ln(x^2 - 4) \quad D_{fg} = (2, +\infty)$

12) $(f/g)(x) = \frac{e^{\frac{1}{x+1}}}{\cos x} \quad D_{f/g} = \mathbb{R} - A, \text{ onde } A = \{-1\} \cup \left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

13)

$(f \circ g)(x) = e^{\frac{1}{\log_2 x - 3}} \quad D_{f \circ g} = (0, 8) \cup (8, +\infty)$

$(g \circ f)(x) = \frac{1}{(x - 3) \ln 2} \quad D_{g \circ f} = \mathbb{R} - \{3\}$

Gabarito da Lista 6

1)

(a) $\frac{31\pi}{35} \text{ rad}$

(c) $\frac{2\pi}{9} \text{ rad}$

(b) 135°

(d) $\frac{5\pi}{4} \text{ rad}$

2)

(a) $\cos \theta = \frac{4}{5}, \operatorname{tg} \theta = \frac{3}{4}, \cot \theta = \frac{4}{3}, \sec \theta = \frac{5}{4}, \csc \theta = \frac{5}{3}$

(b) $\sin \theta = \frac{2\sqrt{6}}{5}, \operatorname{tg} \theta = 2\sqrt{6}, \cot \theta = \frac{\sqrt{6}}{12}, \sec \theta = 5, \csc \theta = \frac{5}{2\sqrt{6}}$

(c) $\cos \theta = \frac{1}{3}, \sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \cot \theta = \frac{\sqrt{2}}{4}, \operatorname{tg} \theta = 2\sqrt{2}, \csc \theta = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4)

(a) $\frac{1}{2}$

(e) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

(b) $\frac{1}{2}$

(f) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

(c) $\sqrt{3}$

(g) $2 + \sqrt{3}$

(d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(h) $\frac{1}{2}$

5) $\frac{\sqrt{5} - 1}{4}$

6) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

7) $-\frac{3}{5}$

8) $30^\circ, 45^\circ$ e 105°

9) $k = \frac{3}{2}$

10) $\operatorname{tg} x$

11)

(a) $\frac{3}{2}$ (c) 0

(b) $\frac{7}{5}$ (d) 2

12)

(a) $\operatorname{tg}^2 x$

(b) $\operatorname{cossec} x$

(c) $\operatorname{cotg} x$

13)

(a) $\theta = \pi + 2k\pi$ ou $\theta = \frac{2\pi}{5} + k\pi$ ou $\theta = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

(b) $\theta = -\frac{\pi}{3}$ ou $\theta = \frac{\pi}{3}$

(c) $\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ou $\theta = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

(d) $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

(e) $x \in \mathbb{R}$

(f) $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi, x = \frac{3\pi}{2}, x = 2\pi$

(g) $x = \frac{7\pi}{30} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

(h) $\left\{ -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$

(i) $\{0, \pi, 2\pi\}$

(j) $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \right\}$

$$(k) \quad \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$$

14)

$$(a) \quad \left\{ \theta \in \mathbb{R} : \frac{5\pi}{6} + 2k\pi < \theta < \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$(b) \quad \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3} \text{ ou } \frac{2\pi}{3} \leq x < \frac{3\pi}{2} \right\}$$

$$(c) \quad \left\{ x \in \mathbb{R} : 0 < x < \frac{\pi}{6} \text{ ou } \frac{5\pi}{6} < x < \pi \right\}$$

15)

$$(a) \quad D_f = \mathbb{R} \quad Im_f = [-1, 1] \quad 4\pi$$

$$(b) \quad D_f = \mathbb{R} \quad Im_f = [0, 1] \quad \pi$$

$$(c) \quad D_f = \mathbb{R} \quad Im_f = [-1, 1] \quad 2\pi$$

$$(d) \quad D_f = \mathbb{R} \quad Im_f = [-1, 1] \quad \pi$$

Referências Bibliográficas

- [1] FLEMMING, Diva M.; Gonçalves, Mirian B. Cálculo A. 6.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006
- [2] MEDEIROS, Valeria Zuma. Pré-Cálculo. 2.ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.
- [3] SIMMONS, George F. Cálculo com Geometria Analítica. São Paulo: McGraw-Hill, 1987. v.1.
- [4] DOLCE, Osvaldo; IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de matemática elementar: logaritmos. 9.ed. São Paulo: Atual, 2004. v.2.
- [5] HAZZAN, Samuel; IEZZI, Gelson. Fundamentos de matemática elementar: conjuntos e funções. 8.ed. São Paulo: Atual, 2004. v.1.
- [6] IEZZI, Nelson. Fundamentos de matemática elementar: trigonometria. 8.ed. São Paulo: Atual, 2004. v.3.
- [7] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos; MACHADO, Nilson José. Fundamentos de matemática elementar: limites, derivadas, noções de integral. 6.ed. São Paulo: Atual, 2005. v.8.
- [8] SAFIER, Fred. Pré-Cálculo. (Coleção Schaum). Porto Alegre: Bookman, 2003.