

---

# ALGORITMOS EM GRAFOS

---

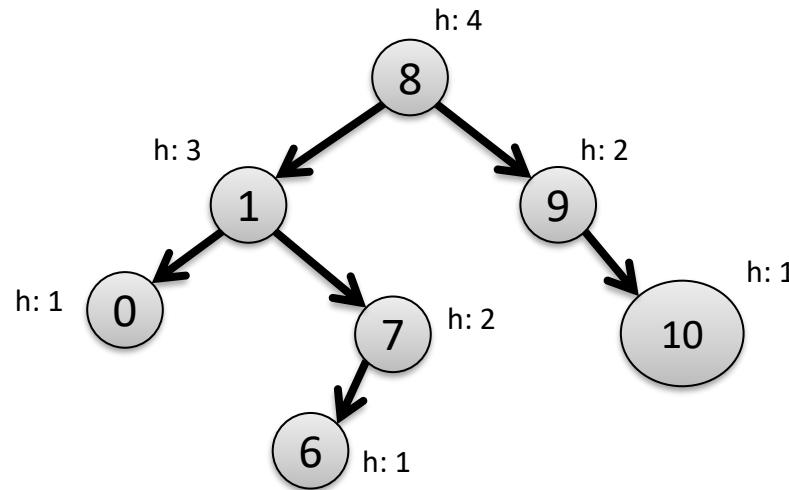
*Bacharelado em Sistemas da Informação*

*Prof. Marco André Abud Kappel*

**Exercícios para P3**

- **Questão 1**

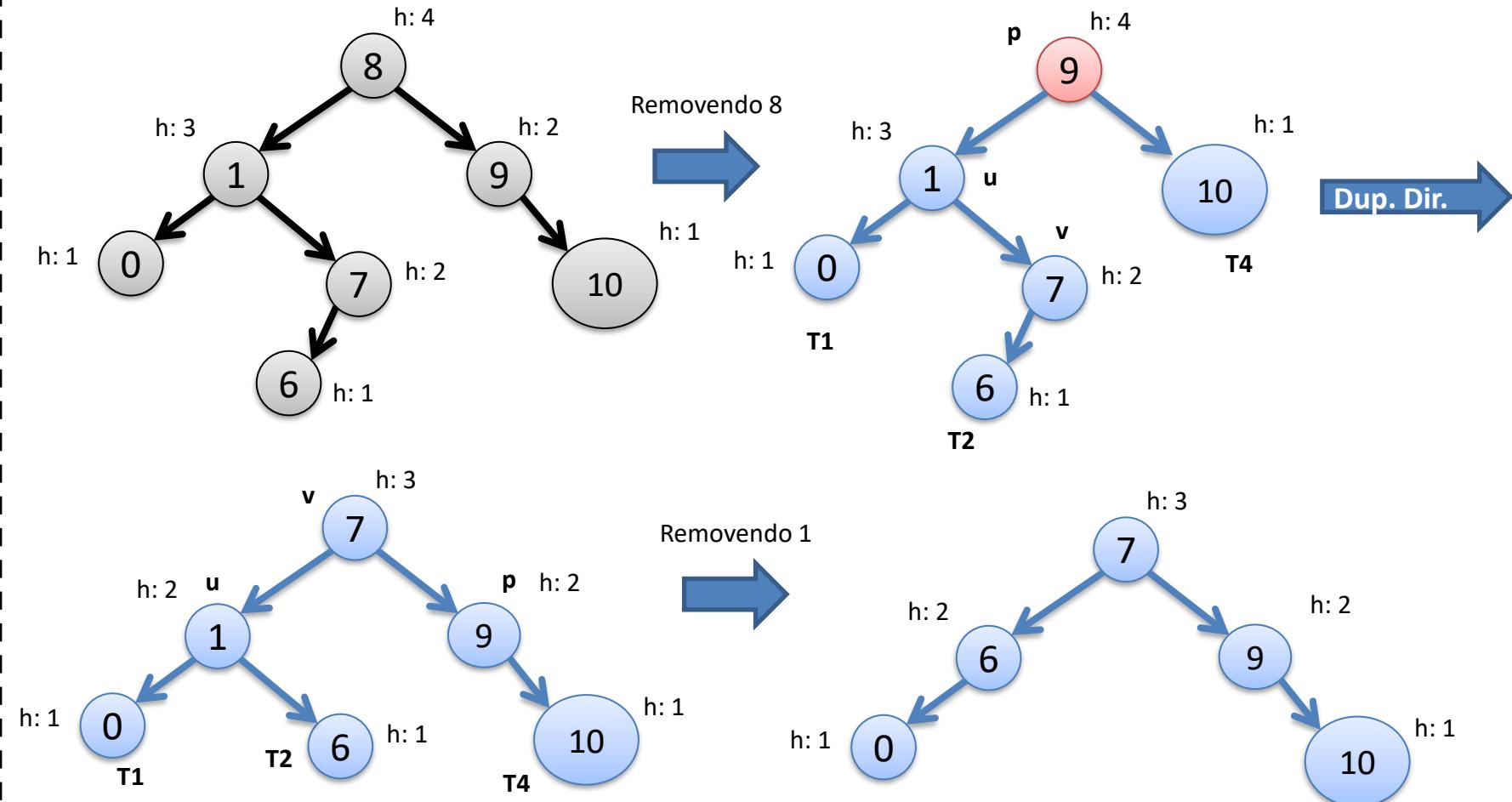
- Considere a seguinte Árvore AVL:



- a) Exclua as chaves 8 e 1, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.
- b) Insira as chaves 8, 1, 5, 3 e 4 na árvore resultante do item anterior. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.

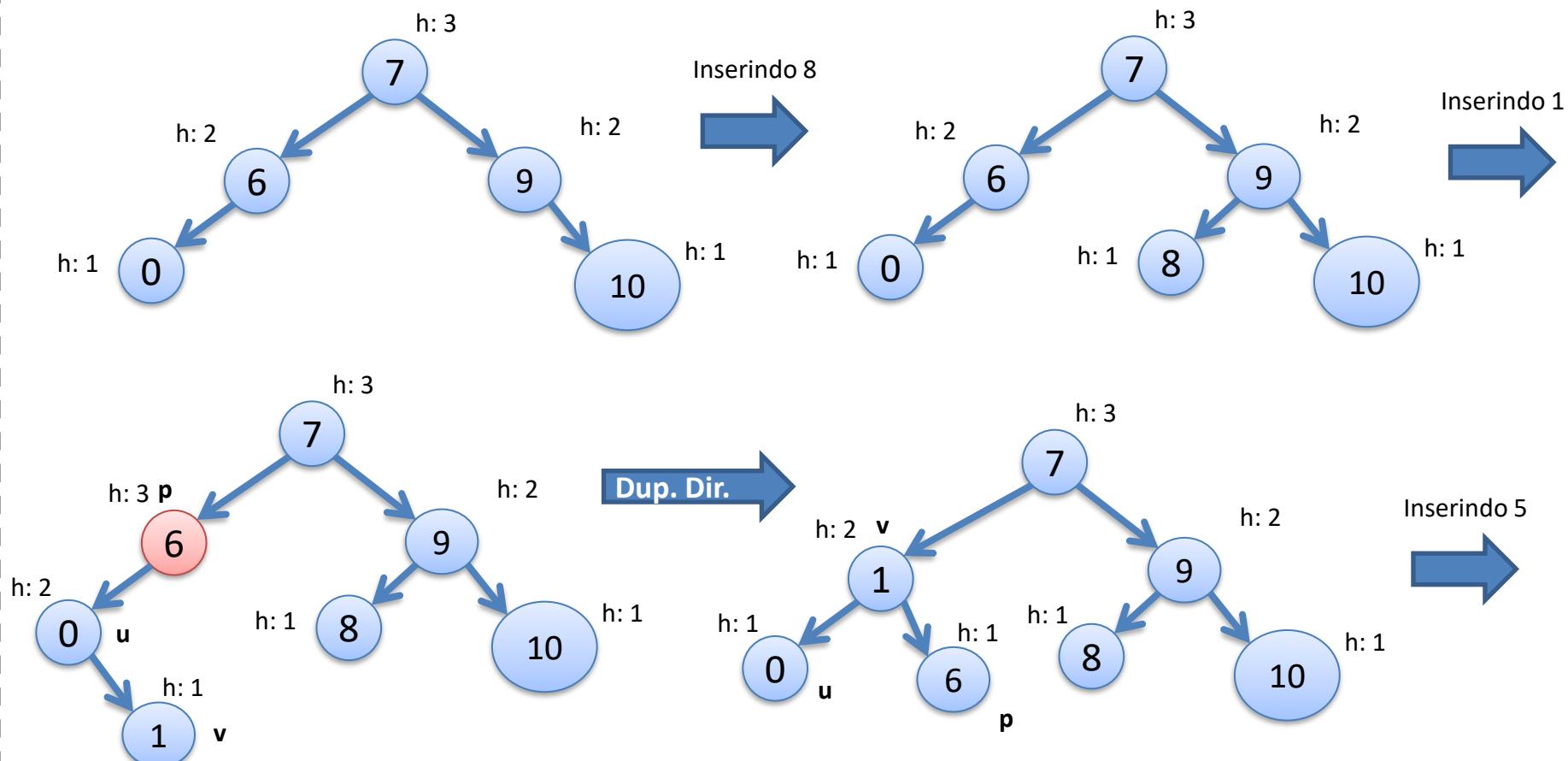
## • Questão 1

a) Exclua as chaves 8 e 1, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



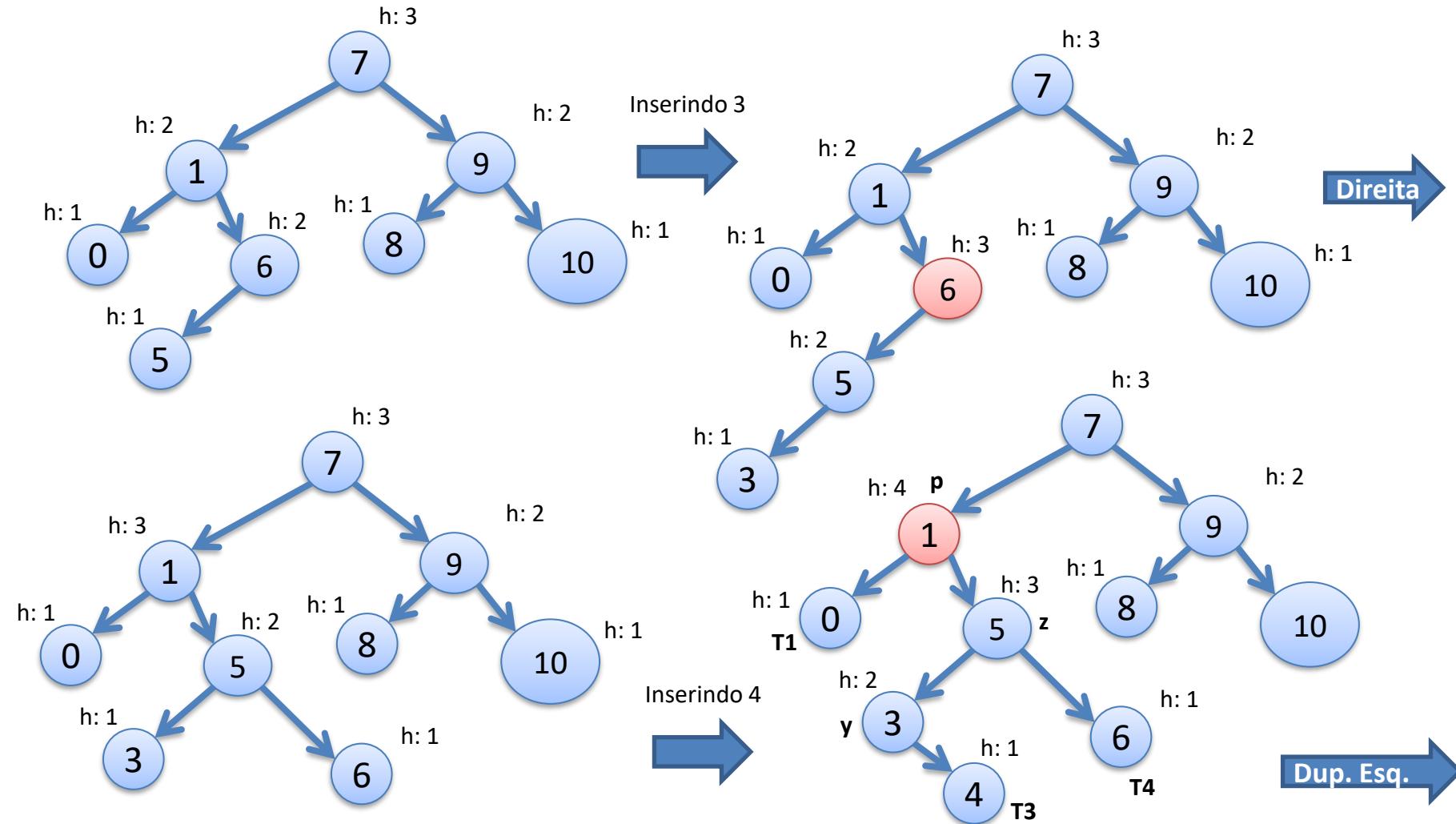
## • Questão 1

b) Insira as chaves 8, 1, 5, 3 e 4 na árvore resultante do item anterior. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



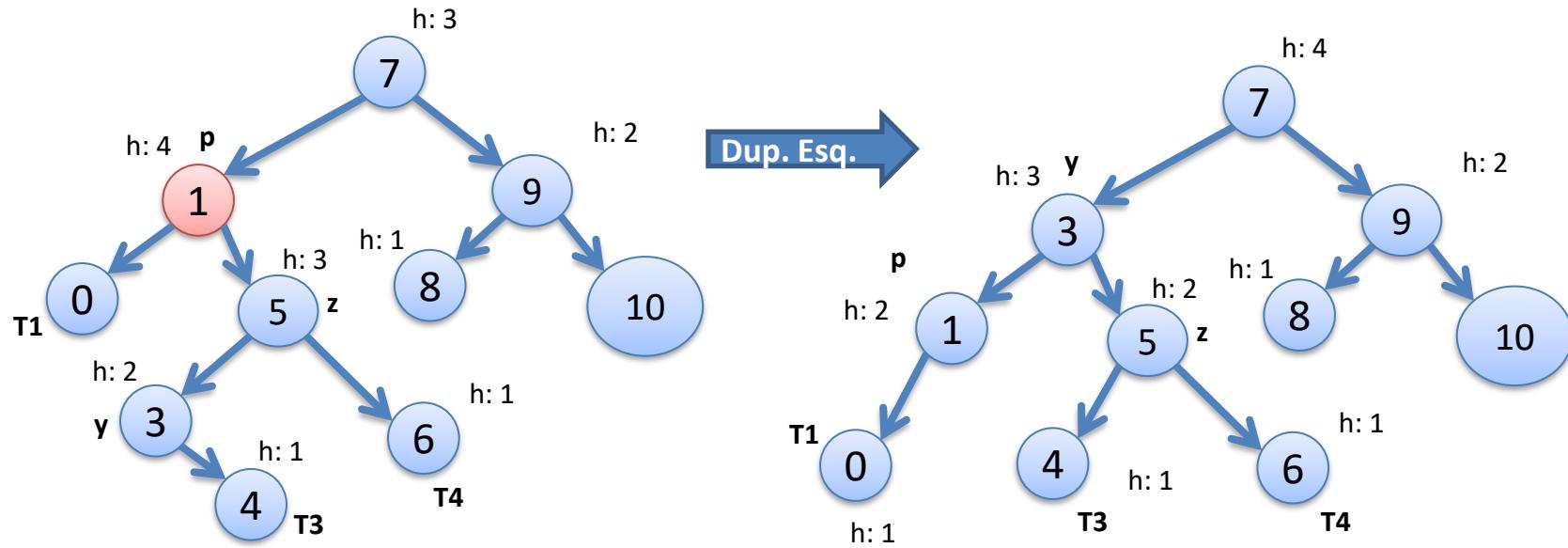
## • Questão 1

b) Insira as chaves 8, 1, 5, 3 e 4 na árvore resultante do item anterior. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



- Questão 1

b) Insira as chaves 8, 1, 5, 3 e 4 na árvore resultante do item anterior. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



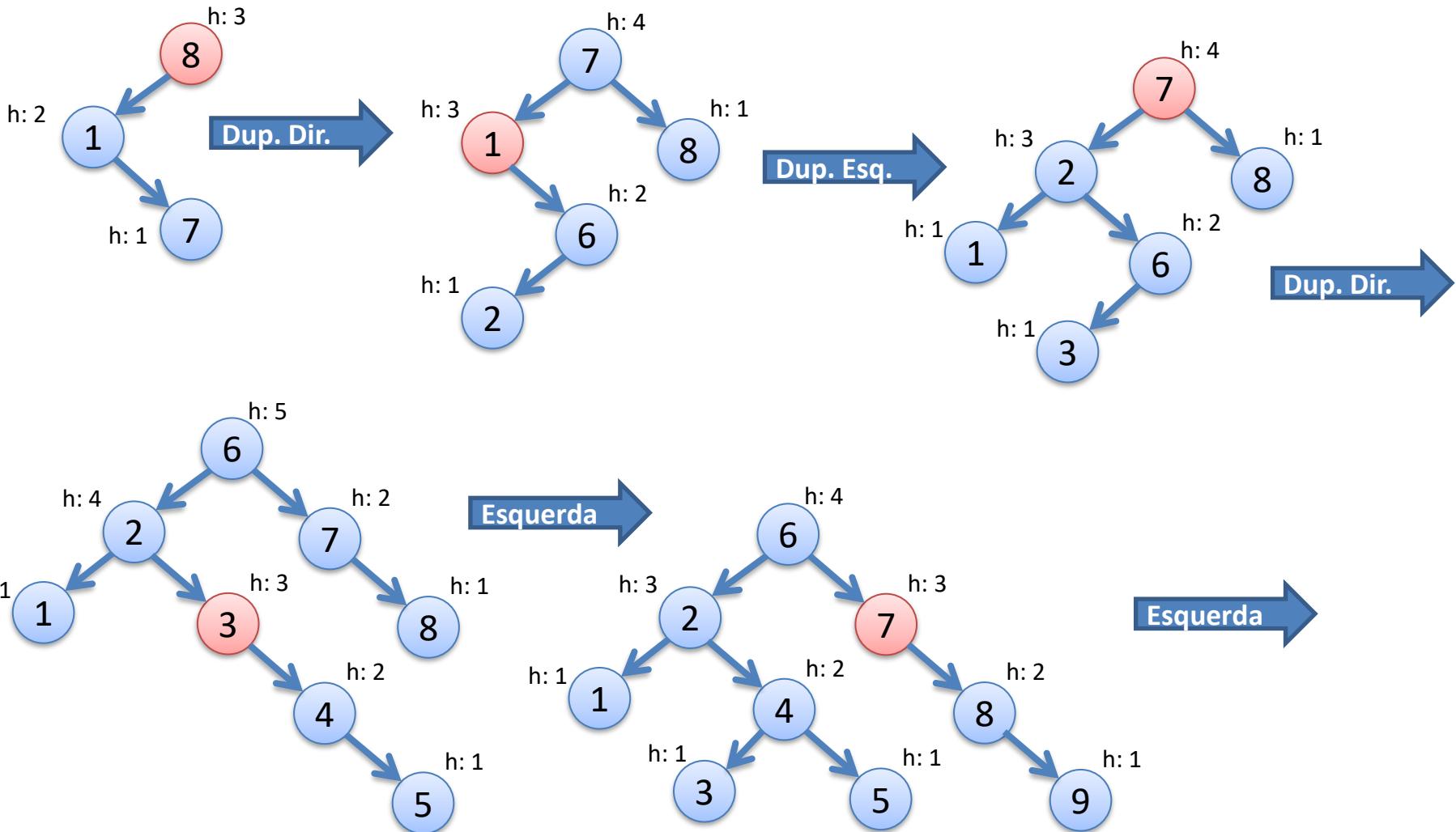
• **Questão 2**

– Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- a) Insira as chaves 8, 1, 7, 6, 2, 3, 4, 5, 9, 0 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e mostre quais foram as eventuais rotações.
- b) Exclua as chaves 8, 1, 6 e 3, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e mostre quais foram as eventuais rotações.

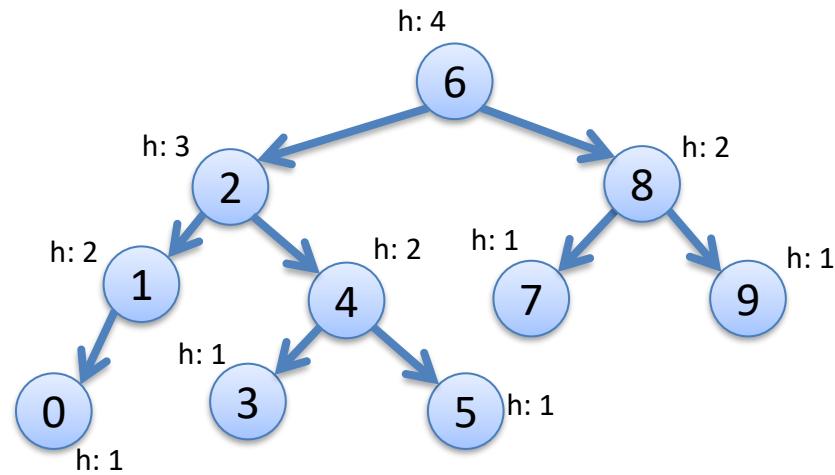
## • Questão 2

a) Insira as chaves 8, 1, 7, 6, 2, 3, 4, 5, 9, 0 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e mostre quais foram as eventuais rotações.



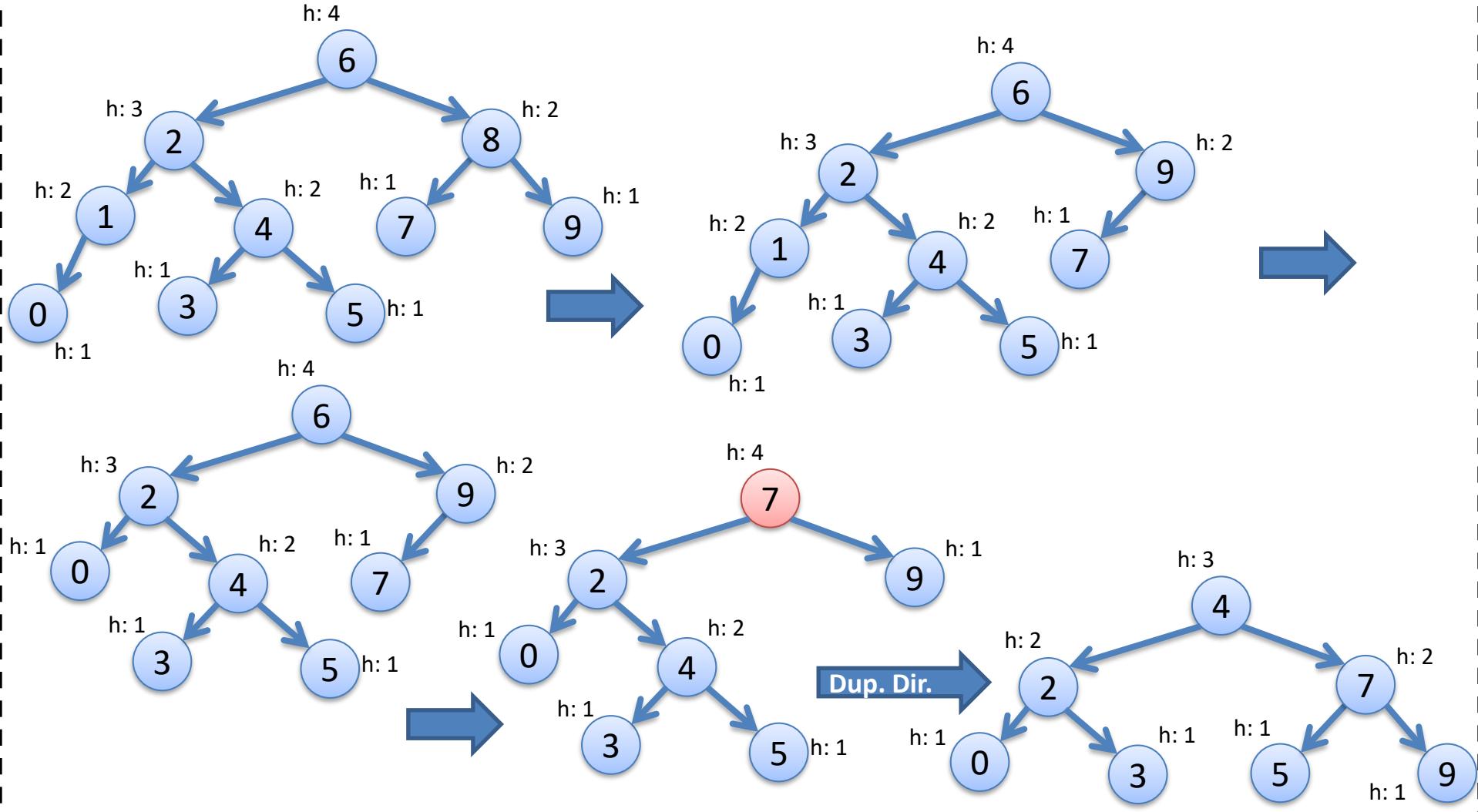
- Questão 2

a) Insira as chaves 8, 1, 7, 6, 2, 3, 4, 5, 9, 0 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e mostre quais foram as eventuais rotações.



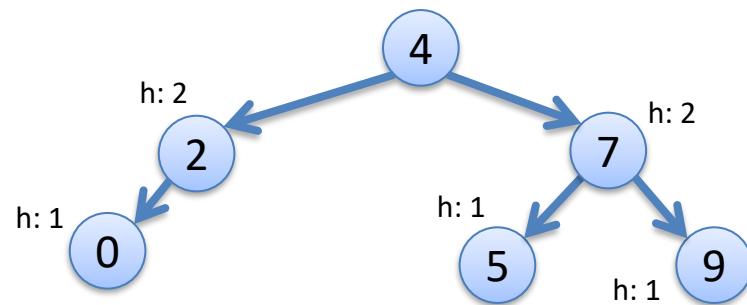
## • Questão 2

b) Exclua as chaves 8, 1, 6 e 3, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e mostre quais foram as eventuais rotações.



- Questão 2

b) Exclua as chaves 8, 1, 6 e 3, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e mostre quais foram as eventuais rotações.



**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- a) Insira as chaves 8, 4, 1, 9, 11 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.
- b) Exclua as chaves 4, 1, 8 e 9, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.

**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

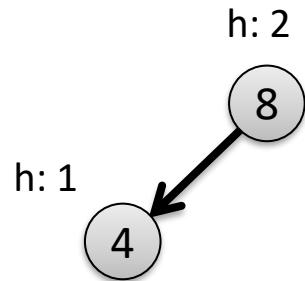
- a) Insira as chaves 8, 4, 1, 9, 11 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.

h: 1



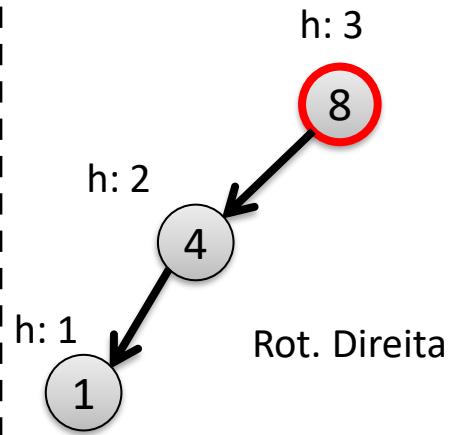
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- a) Insira as chaves 8, 4, 1, 9, 11 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



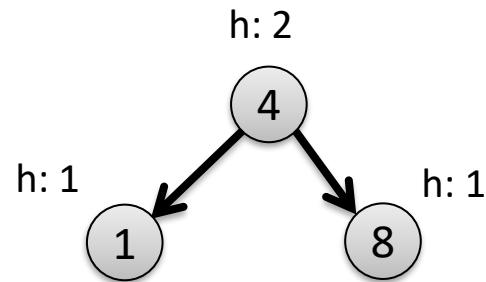
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- a) Insira as chaves 8, 4, 1, 9, 11 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



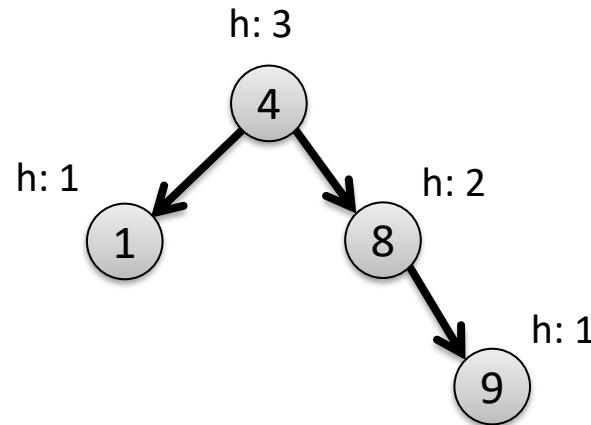
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- a) Insira as chaves 8, 4, 1, 9, 11 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



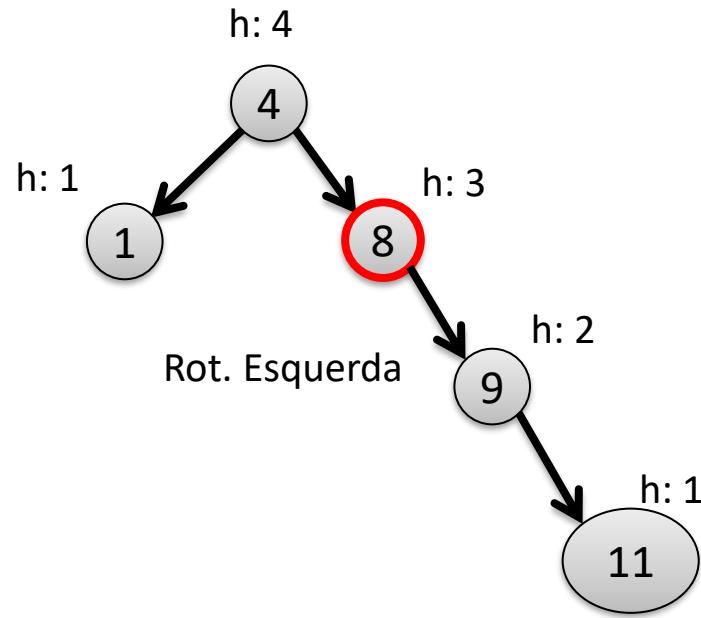
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- a) Insira as chaves 8, 4, 1, 9, 11 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



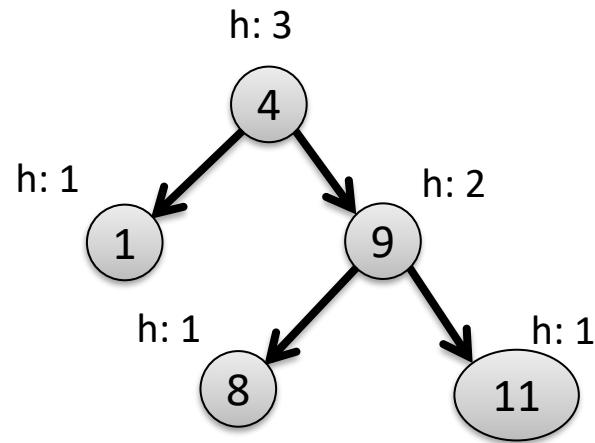
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- a) Insira as chaves 8, 4, 1, 9, 11 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



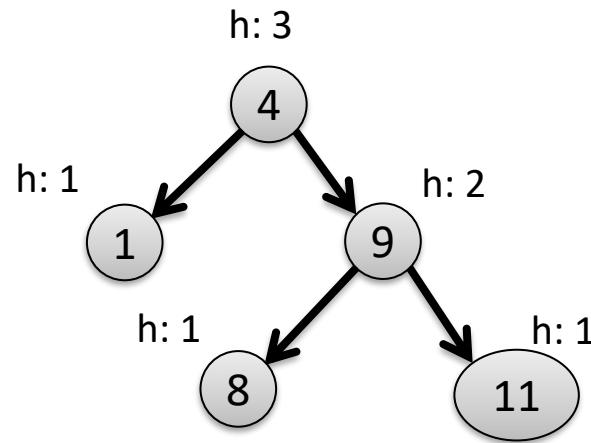
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- a) Insira as chaves 8, 4, 1, 9, 11 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inclusões, indicando o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



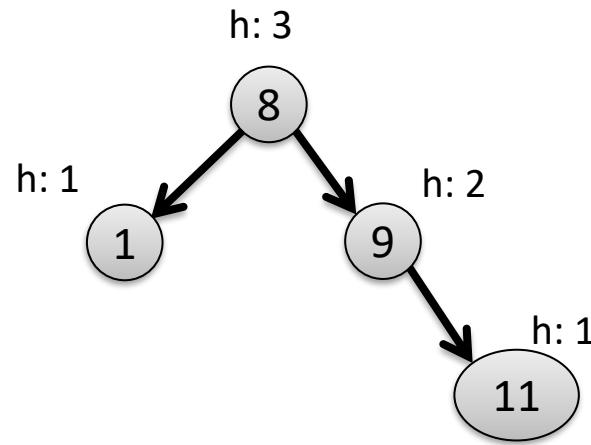
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- b) Exclua as chaves 4, 1, 8 e 9, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



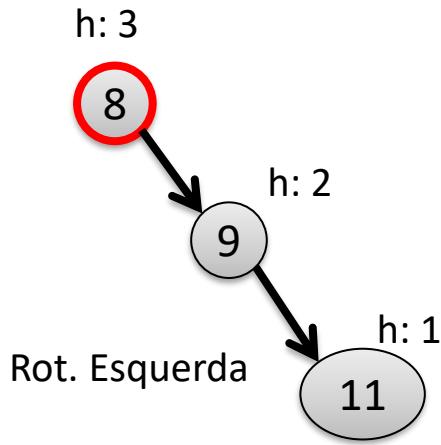
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- b) Exclua as chaves 4, 1, 8 e 9, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



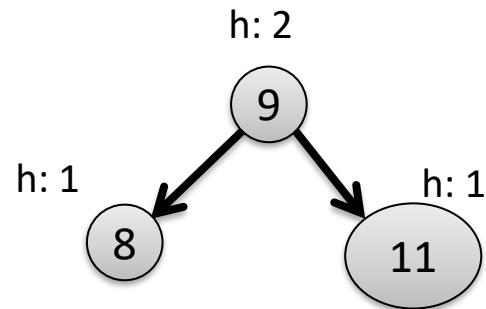
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- b) Exclua as chaves 4, 1, 8 e 9, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

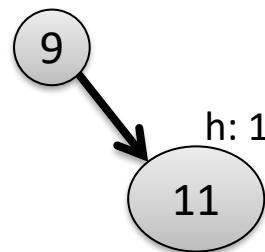
- b) Exclua as chaves 4, 1, 8 e 9, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.



**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

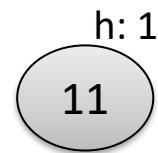
- b) Exclua as chaves 4, 1, 8 e 9, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.

h: 2



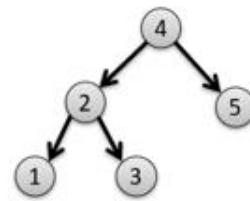
**Questão 3.** Considere uma árvore AVL inicialmente vazia:

- b) Exclua as chaves 4, 1, 8 e 9, na árvore resultante do item (a), nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das exclusões, indique o rank de cada nó e explique quais foram as eventuais rotações.

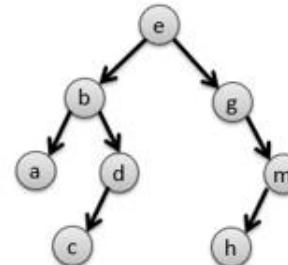


**Questão 4.** Para cada item abaixo, indique se a árvore é uma árvore AVL e se seus nós podem ser “pintados” de forma que ela se torne uma árvore Rubro-Negra. Se puderem, indique uma configuração de cores para os nós de forma que a árvore tenha o mínimo possível de nós pretos. Justifique.

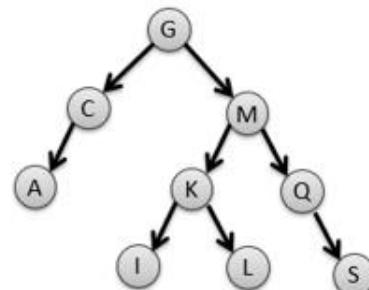
a)



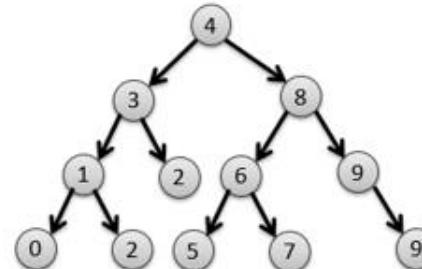
b)



c)

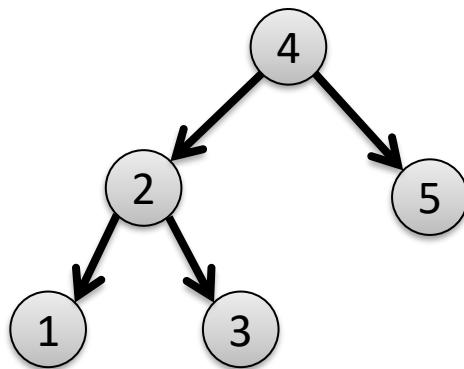


d)



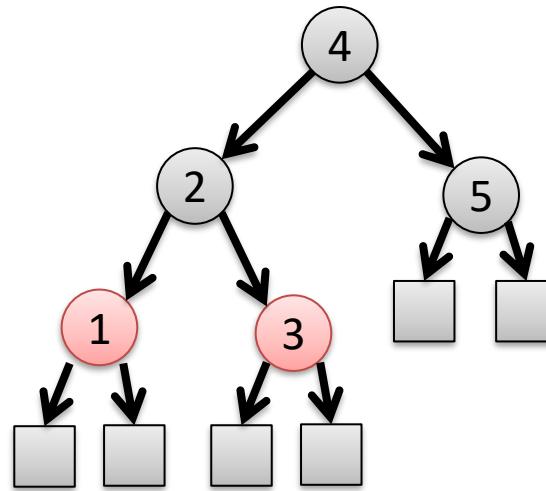
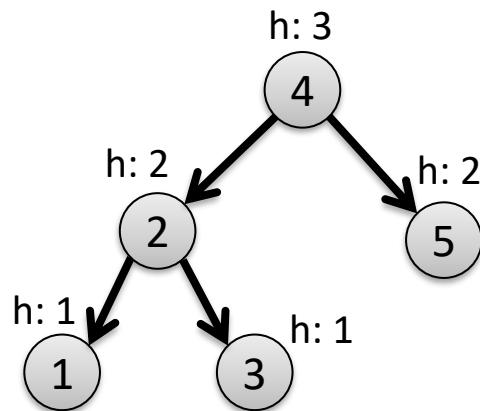
**Questão 4.** Para cada item abaixo, indique se a árvore é uma árvore AVL e se seus nós podem ser “pintados” de forma que ela se torne uma árvore Rubro-Negra. Se puderem, indique uma configuração de cores para os nós de forma que a árvore tenha o mínimo possível de nós pretos. Justifique.

a)



**Questão 4.** Para cada item abaixo, indique se a árvore é uma árvore AVL e se seus nós podem ser “pintados” de forma que ela se torne uma árvore Rubro-Negra. Se puderem, indique uma configuração de cores para os nós de forma que a árvore tenha o mínimo possível de nós pretos. Justifique.

a)

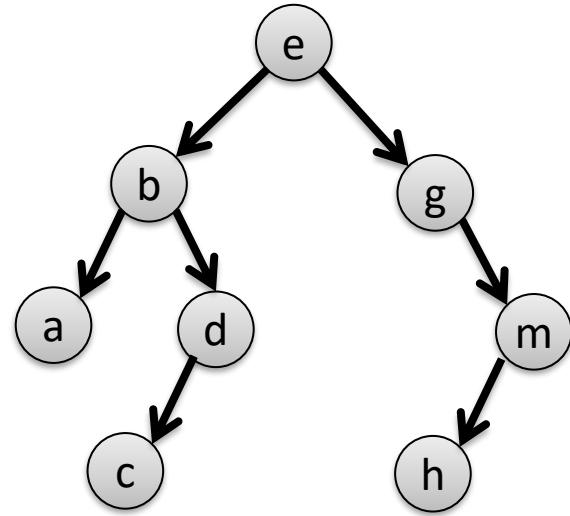


Sim, é AVL.

Sim, pode representar uma Árvore Rubro-Negra.

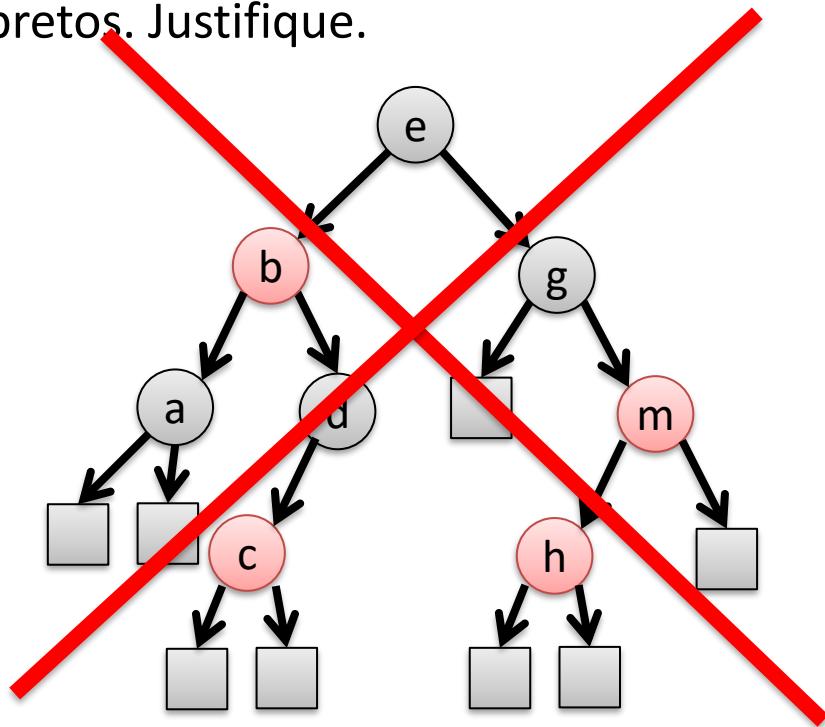
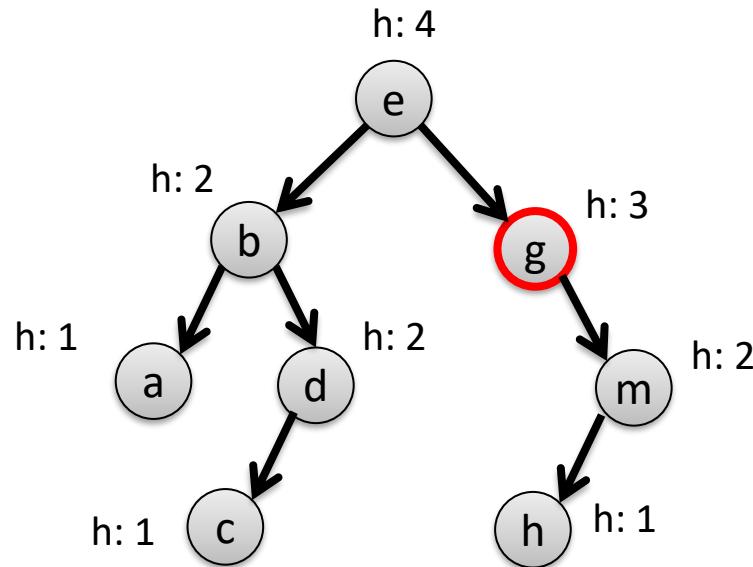
**Questão 4.** Para cada item abaixo, indique se a árvore é uma árvore AVL e se seus nós podem ser “pintados” de forma que ela se torne uma árvore Rubro-Negra. Se puderem, indique uma configuração de cores para os nós de forma que a árvore tenha o mínimo possível de nós pretos. Justifique.

b)



**Questão 4.** Para cada item abaixo, indique se a árvore é uma árvore AVL e se seus nós podem ser “pintados” de forma que ela se torne uma árvore Rubro-Negra. Se puderem, indique uma configuração de cores para os nós de forma que a árvore tenha o mínimo possível de nós pretos. Justifique.

b)

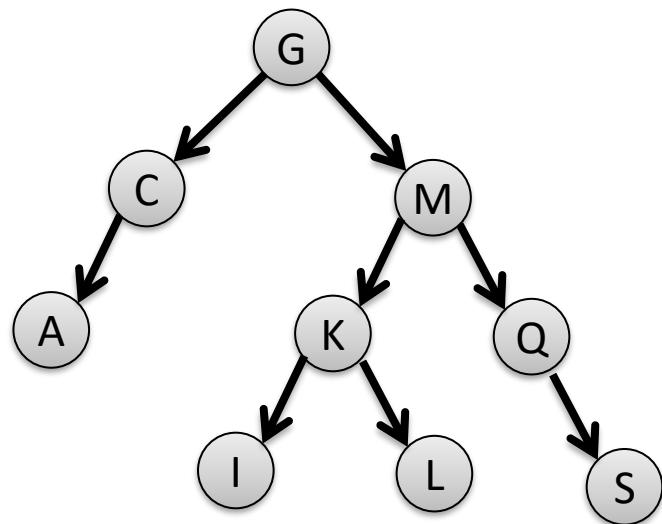


Não é AVL, pois o nó g está desbalanceado:  $nó g: |h_E(g) - h_D(g)| = |0 - 2| = -2$

Não é Rubro-Negra, pois não é possível colorir os nós de forma que as regras sejam respeitadas.

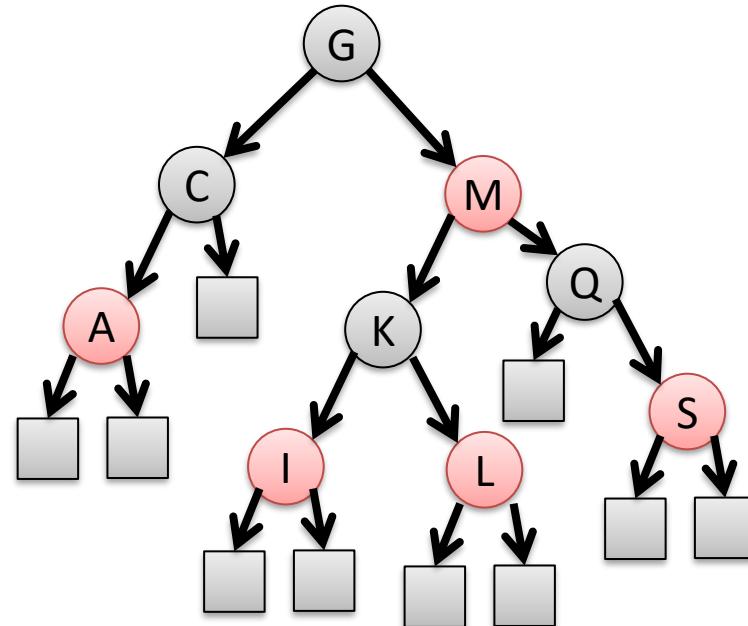
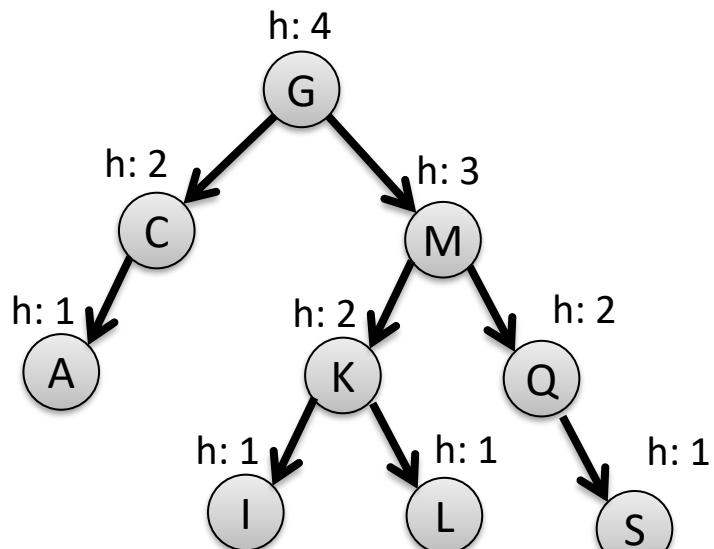
**Questão 4.** Para cada item abaixo, indique se a árvore é uma árvore AVL e se seus nós podem ser “pintados” de forma que ela se torne uma árvore Rubro-Negra. Se puderem, indique uma configuração de cores para os nós de forma que a árvore tenha o mínimo possível de nós pretos. Justifique.

c)



**Questão 4.** Para cada item abaixo, indique se a árvore é uma árvore AVL e se seus nós podem ser “pintados” de forma que ela se torne uma árvore Rubro-Negra. Se puderem, indique uma configuração de cores para os nós de forma que a árvore tenha o mínimo possível de nós pretos. Justifique.

c)

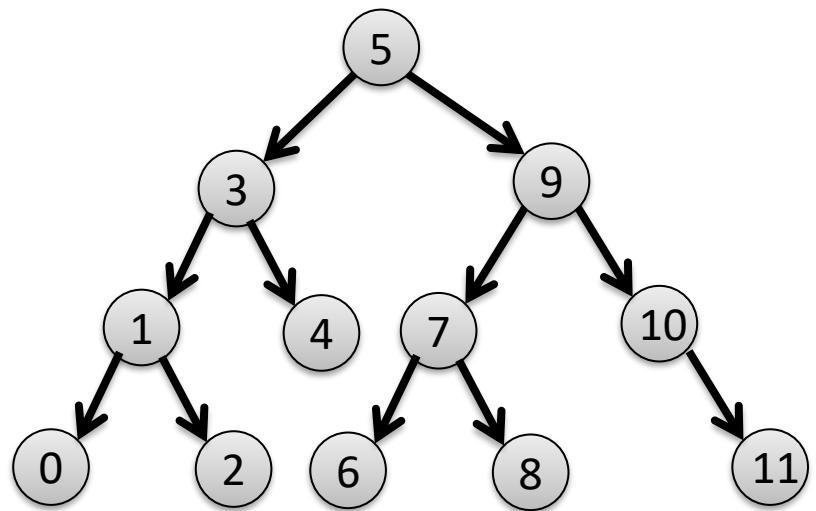


Sim, é AVL.

Sim, pode representar uma Árvore Rubro-Negra.

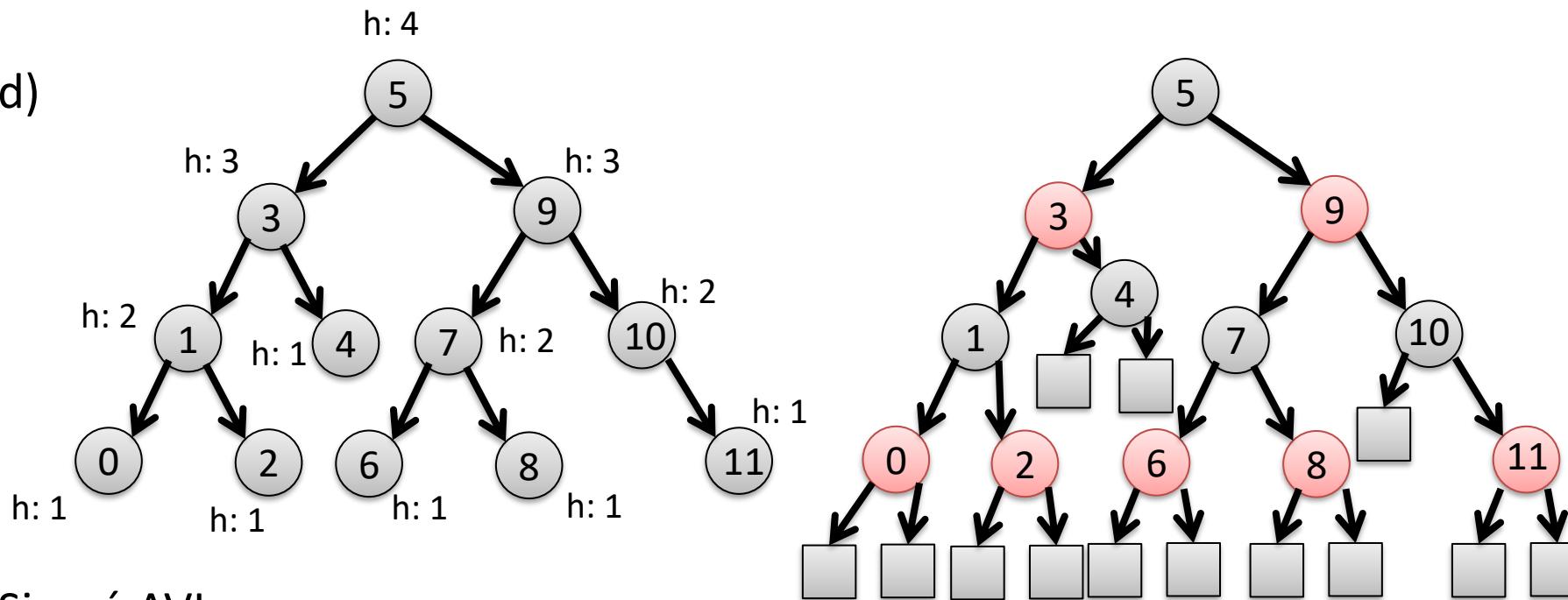
**Questão 4.** Para cada item abaixo, indique se a árvore é uma árvore AVL e se seus nós podem ser “pintados” de forma que ela se torne uma árvore Rubro-Negra. Se puderem, indique uma configuração de cores para os nós de forma que a árvore tenha o mínimo possível de nós pretos. Justifique.

d)



**Questão 4.** Para cada item abaixo, indique se a árvore é uma árvore AVL e se seus nós podem ser “pintados” de forma que ela se torne uma árvore Rubro-Negra. Se puderem, indique uma configuração de cores para os nós de forma que a árvore tenha o mínimo possível de nós pretos. Justifique.

d)

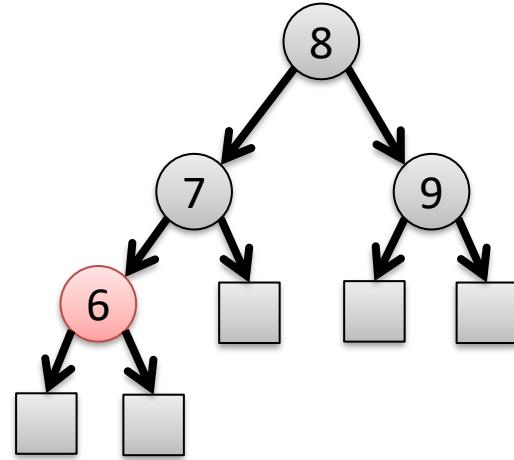


Sim, é AVL.

Sim, pode representar uma Árvore Rubro-Negra.

- Questão 5

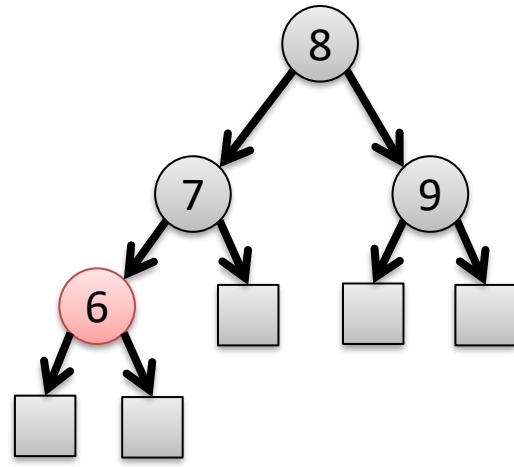
- Considere a seguinte Árvore Rubro-Negra:



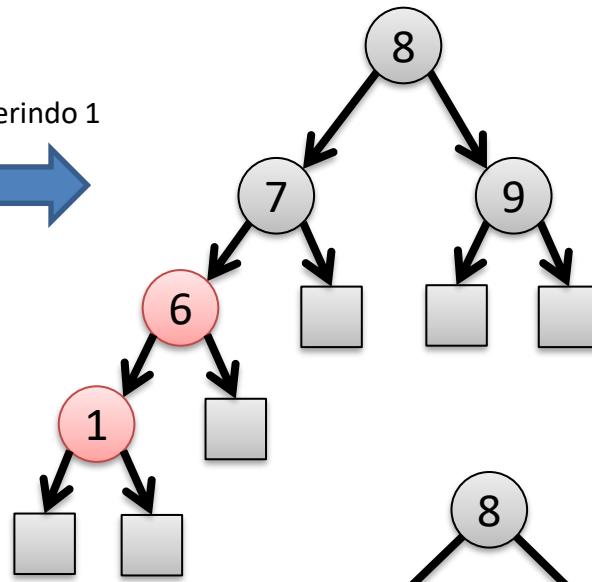
Insira as chaves 1, 5, 3 e 2 na árvore. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.

- Questão 5

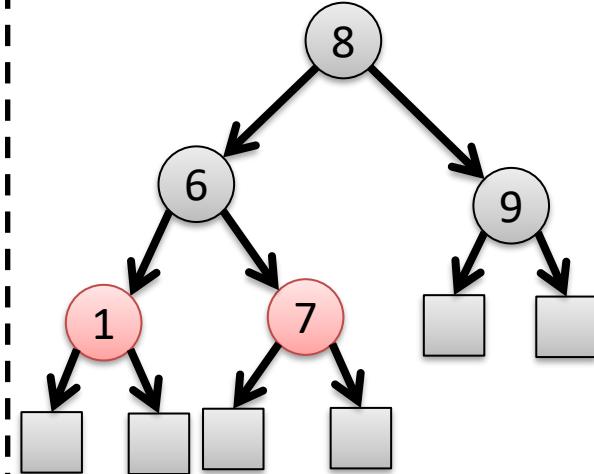
Insira as chaves 1, 5, 3 e 2 na árvore. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



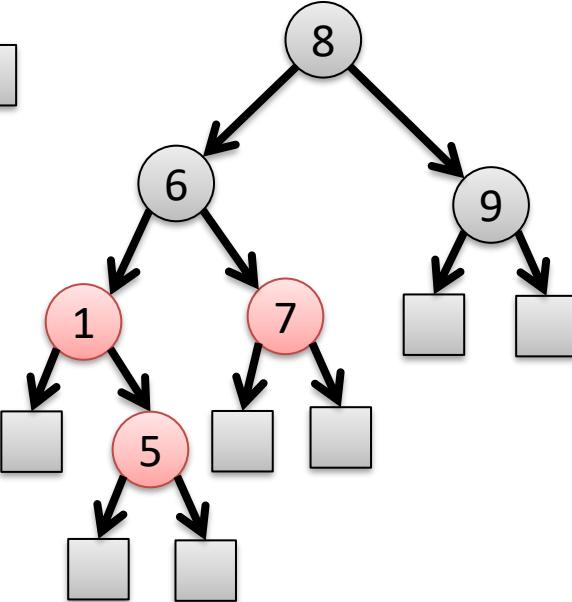
Inserindo 1



Caso 2.2.1  
Direita



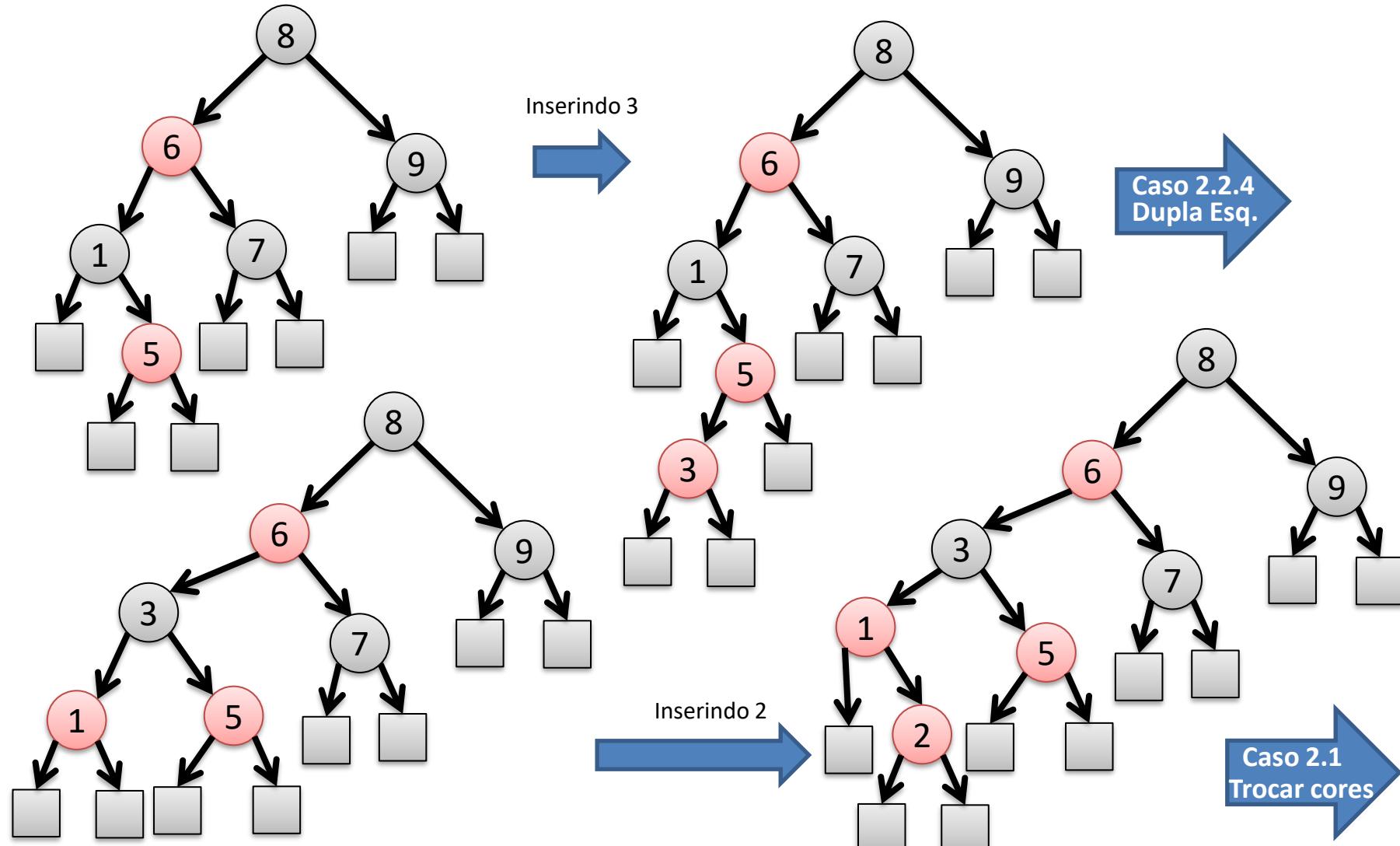
Inserindo 5



Caso 2.1  
Trocá cores

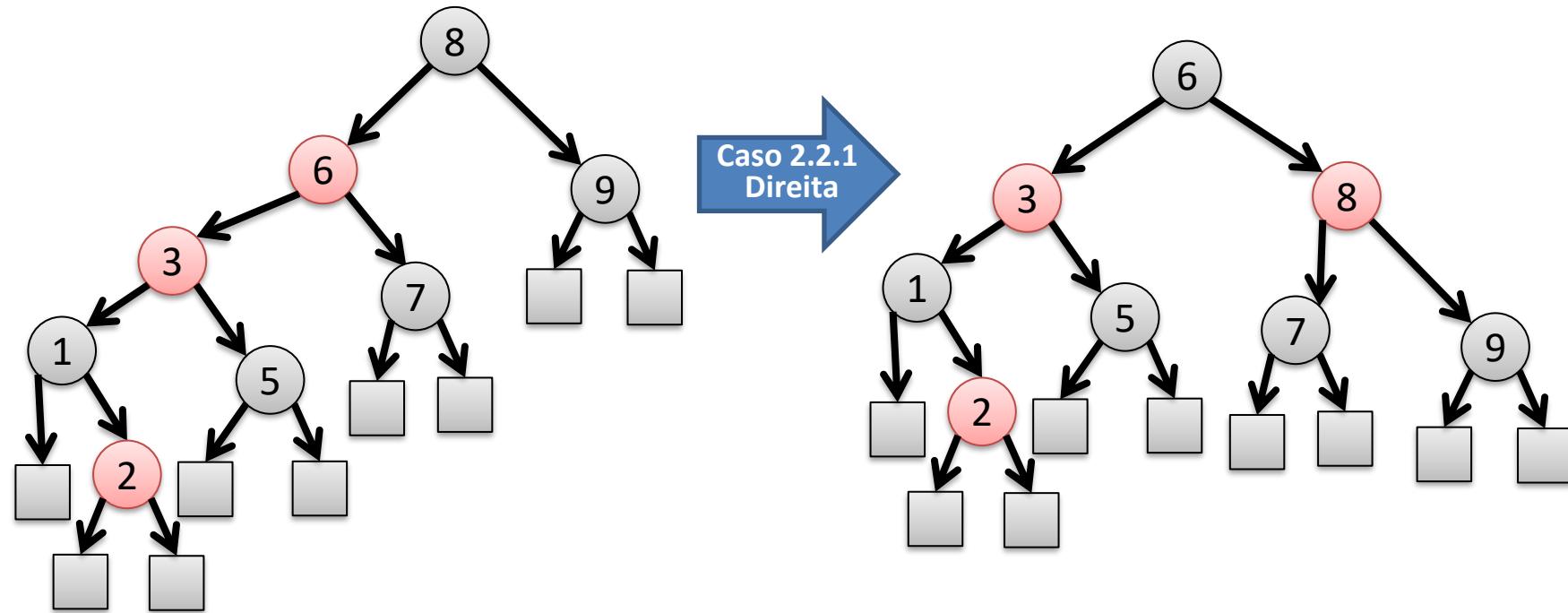
## • Questão 5

Insira as chaves 1, 5, 3 e 2 na árvore. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



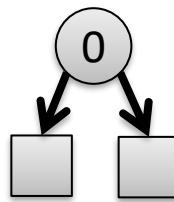
- Questão 5

Insira as chaves 1, 5, 3 e 2 na árvore. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



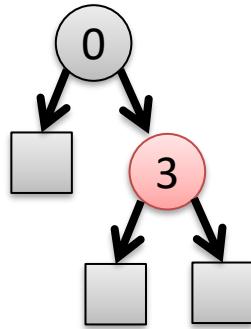
**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.

**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



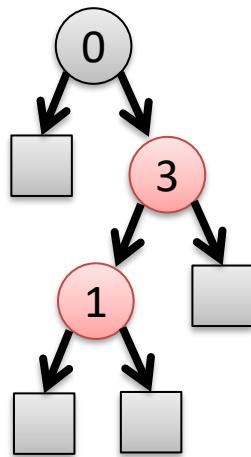
Inserir 0: Raiz, pintar de preto

**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



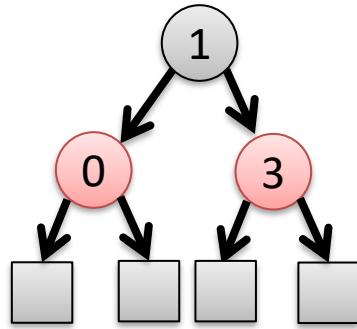
Inserir 0: Raiz, pintar de preto  
Inserir 3: Ok

**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



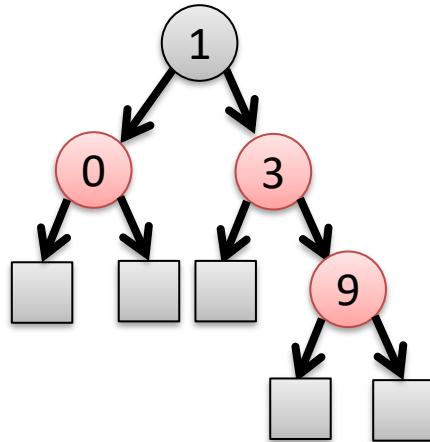
Inserir 0: Raiz, pintar de preto  
Inserir 3: Ok  
Inserir 1: Pai vermelho e tio preto

**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



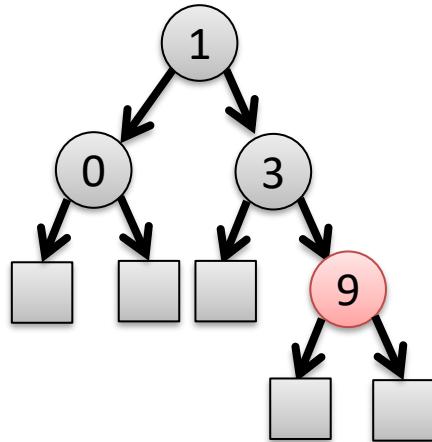
Inserir 0: Raiz, pintar de preto  
Inserir 3: Ok  
Inserir 1: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô

**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



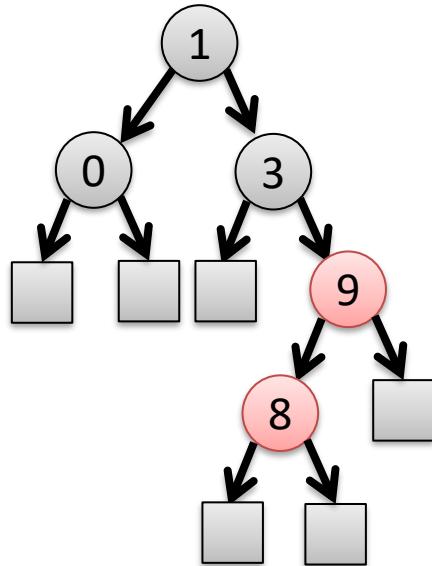
Inserir 0: Raiz, pintar de preto  
Inserir 3: Ok  
Inserir 1: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô  
Inserir 9: Pai e tio vermelhos

**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



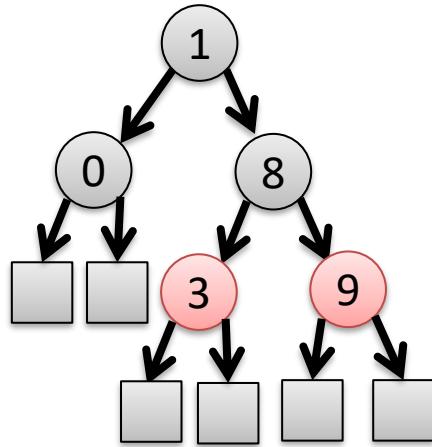
Inserir 0: Raiz, pintar de preto  
Inserir 3: Ok  
Inserir 1: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô  
Inserir 9: Pai e tio vermelhos  
Troca cor do pai, tio e avô (raiz)

**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



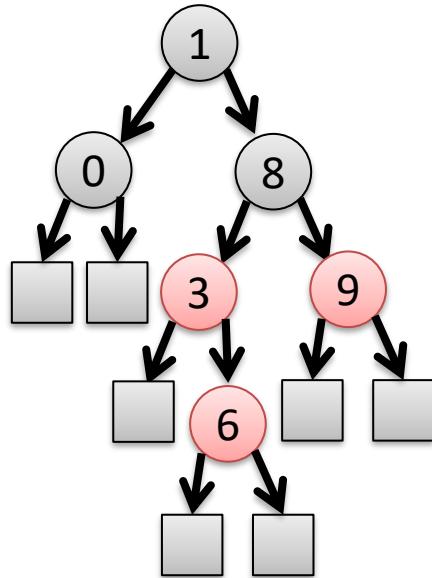
Inserir 0: Raiz, pintar de preto  
Inserir 3: Ok  
Inserir 1: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô  
Inserir 9: Pai e tio vermelhos  
Troca cor do pai, tio e avô (raiz)  
Inserir 8: Pai vermelho e tio preto

**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



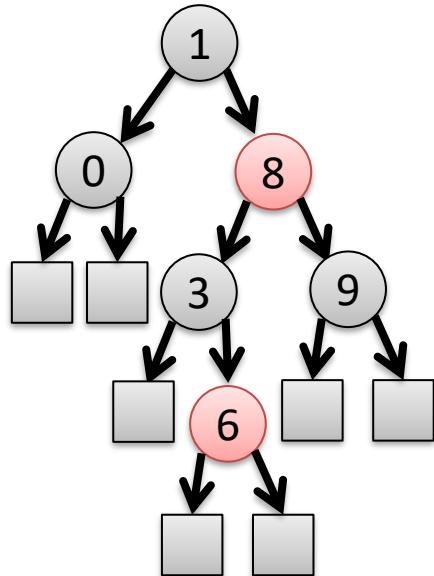
Inserir 0: Raiz, pintar de preto  
Inserir 3: Ok  
Inserir 1: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô  
Inserir 9: Pai e tio vermelhos  
Troca cor do pai, tio e avô (raiz)  
Inserir 8: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô

**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



Inserir 0: Raiz, pintar de preto  
Inserir 3: Ok  
Inserir 1: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô  
Inserir 9: Pai e tio vermelhos  
Troca cor do pai, tio e avô (raiz)  
Inserir 8: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô  
Inserir 6: Pai e tio vermelhos

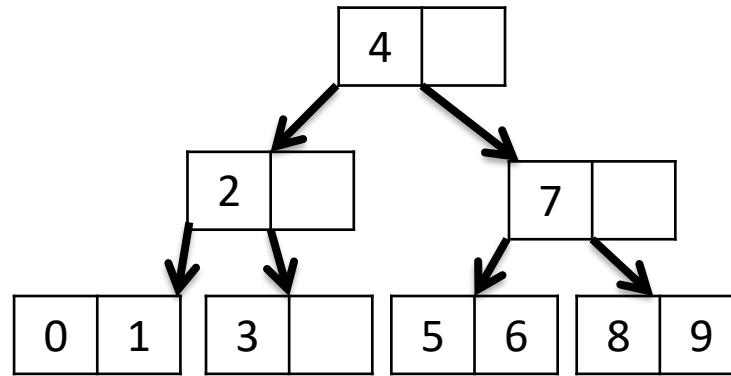
**Questão 6.** Considere uma Árvore Rubro-Negra inicialmente vazia. Insira as chaves 0, 3, 1, 9, 8, 6 na árvore, nesta ordem. Desenhe a árvore em cada etapa das inserções, indique a cor de cada nó e quais foram as eventuais rotações.



Inserir 0: Raiz, pintar de preto  
Inserir 3: Ok  
Inserir 1: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô  
Inserir 9: Pai e tio vermelhos  
Troca cor do pai, tio e avô (raiz)  
Inserir 8: Pai vermelho e tio preto  
Rotação IV, muda nó e avô  
Inserir 6: Pai e tio vermelhos  
Troca cor do pai, tio e avô  
Pai do avô é preto: Ok!

- **Questão 7**

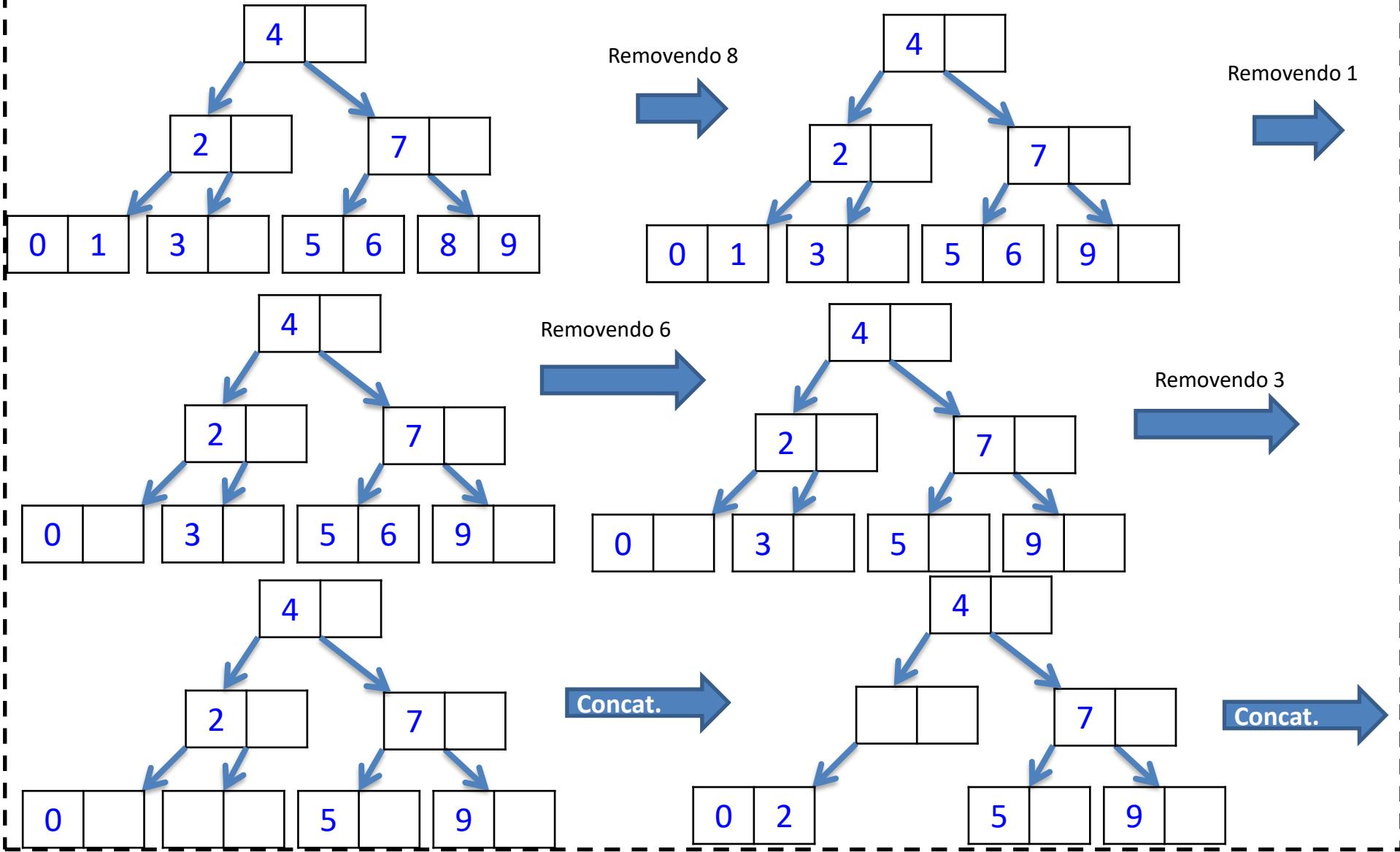
- Considere a seguinte Árvore B de ordem 3:



- a) Exclua as chaves 8, 1, 6 e 3, nesta ordem, mostrando cada etapa das exclusões.
- b) Insira as chaves 3, 6, 8, 1 e 10 na árvore resultante do item anterior.

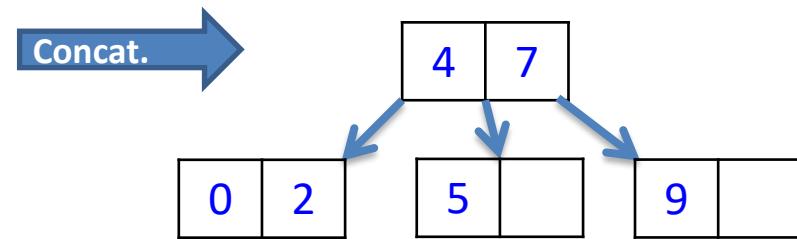
## • Questão 7

a) Exclua as chaves 8, 1, 6 e 3, nesta ordem, mostrando cada etapa das exclusões.



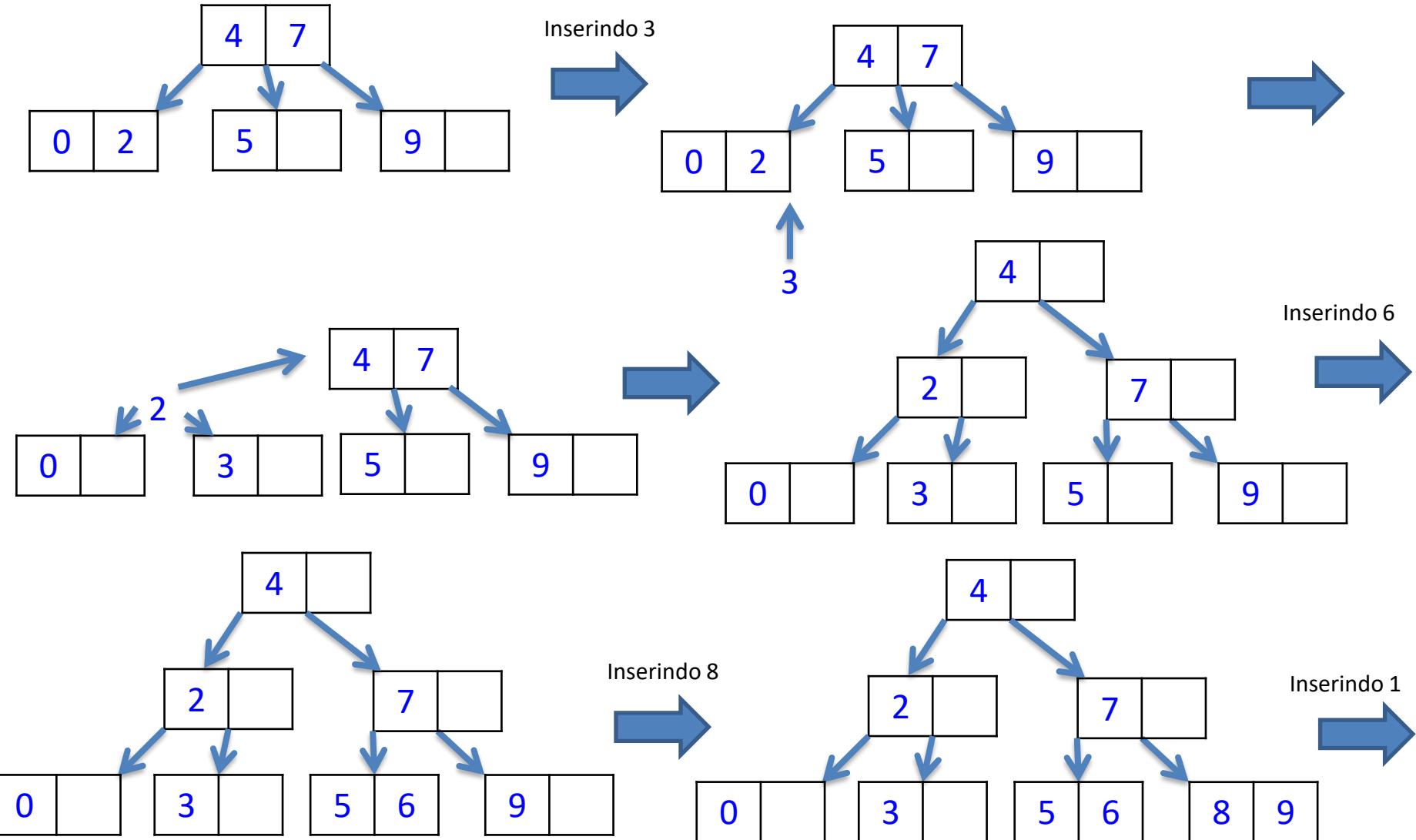
- **Questão 7**

a) Exclua as chaves 8, 1, 6 e 3, nesta ordem, mostrando cada etapa das exclusões.



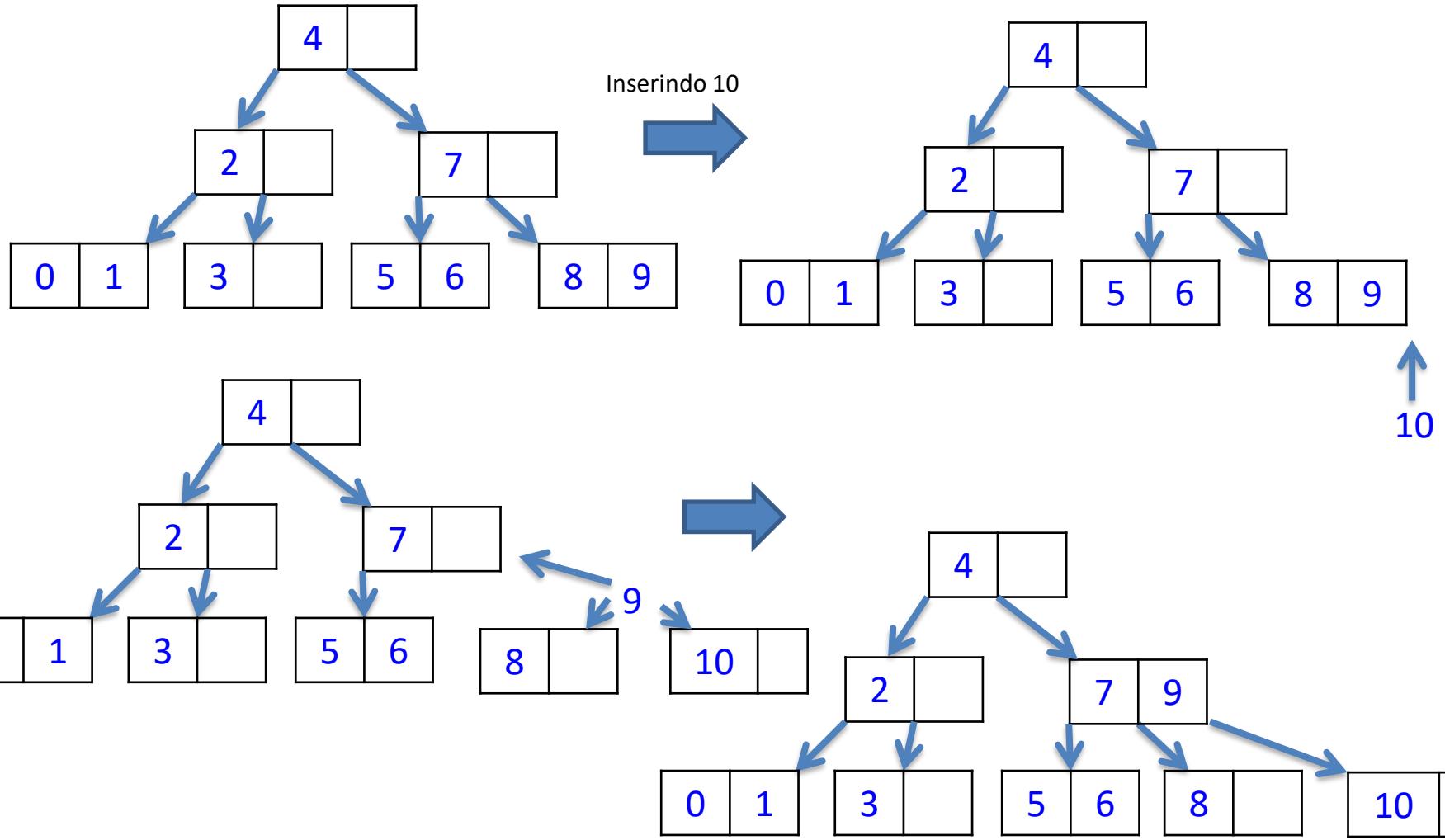
- Questão 7

b) Insira as chaves 3, 6, 8, 1 e 10 na árvore resultante do item anterior.



- Questão 7

b) Insira as chaves 3, 6, 8, 1 e 10 na árvore resultante do item anterior.

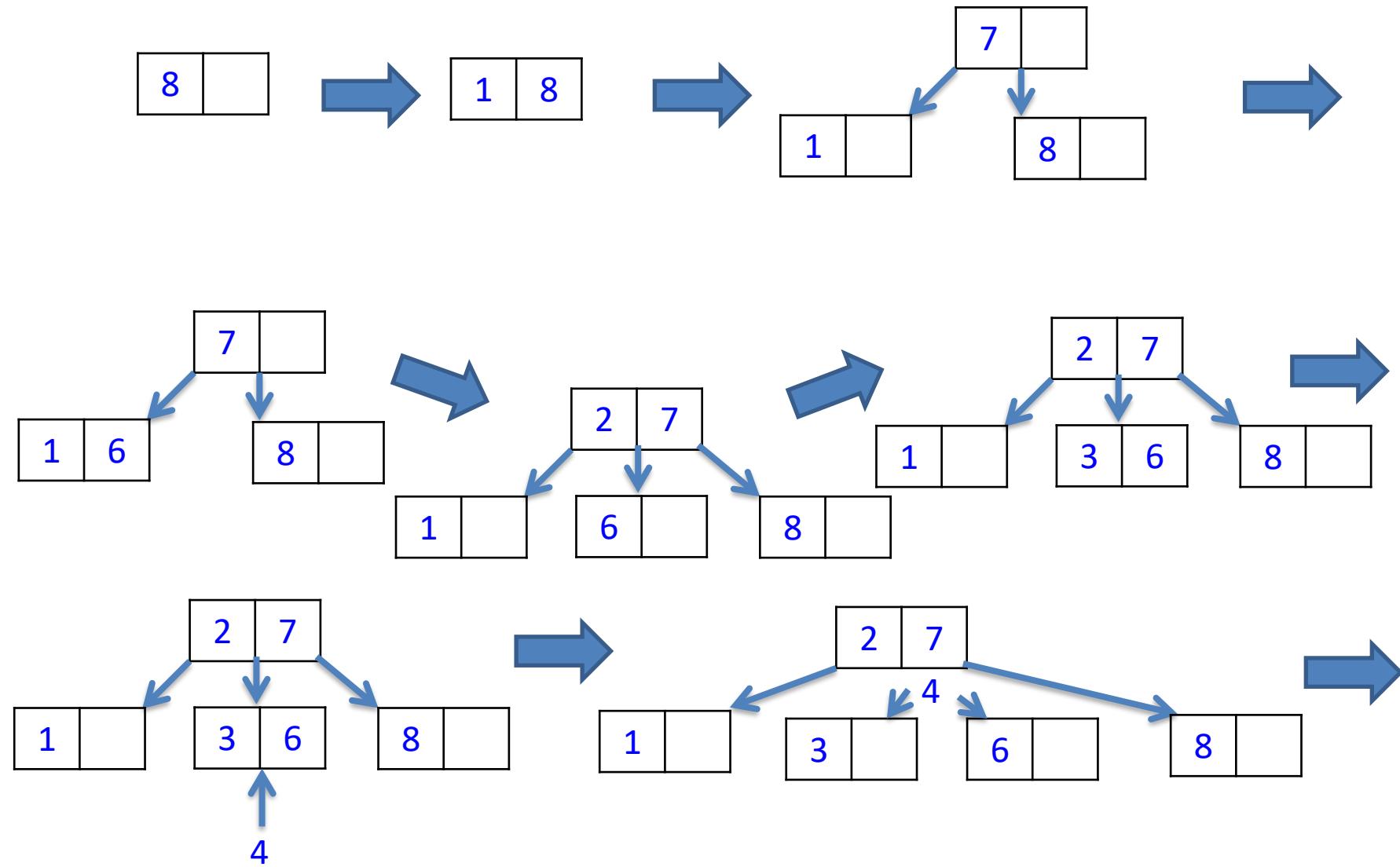


• **Questão 8**

- Considere uma Árvore B de ordem 3 inicialmente vazia:
  - a) Insira as chaves 8, 1, 7, 6, 2, 3, 4, 5, 9, 0 na árvore.
  - b) Exclua as chaves 8, 1, 6 e 3, nesta ordem, mostrando cada etapa das exclusões.

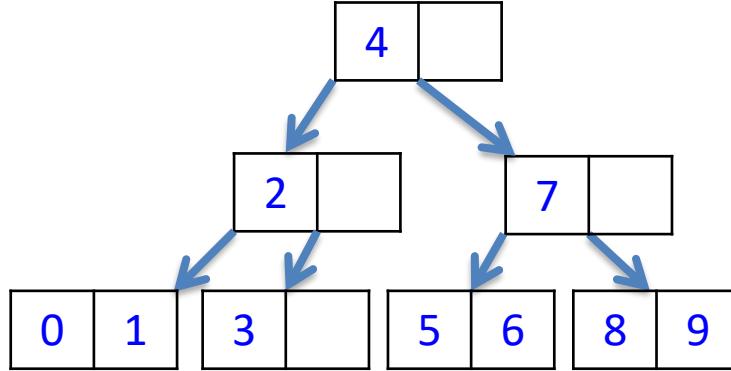
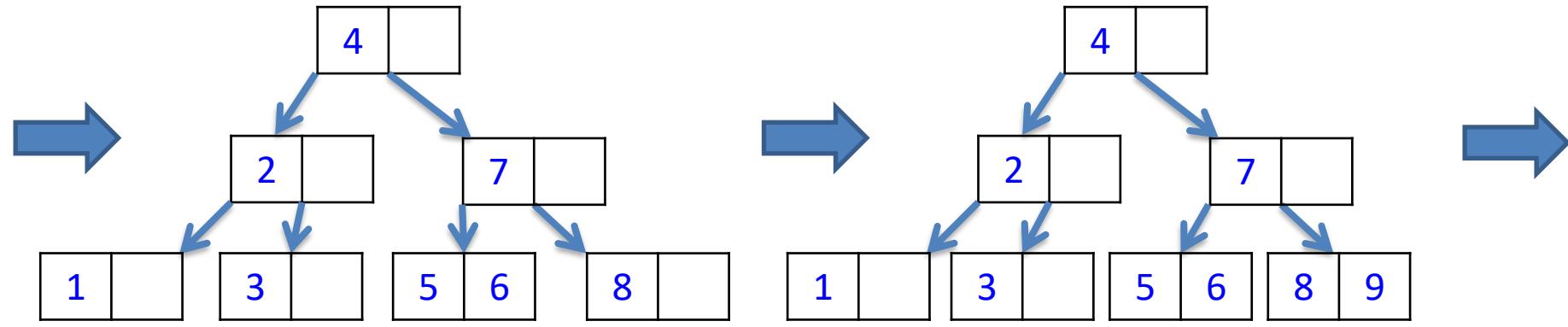
- Questão 8

a) Insira as chaves 8, 1, 7, 6, 2, 3, 4, 5, 9, 0 na árvore.



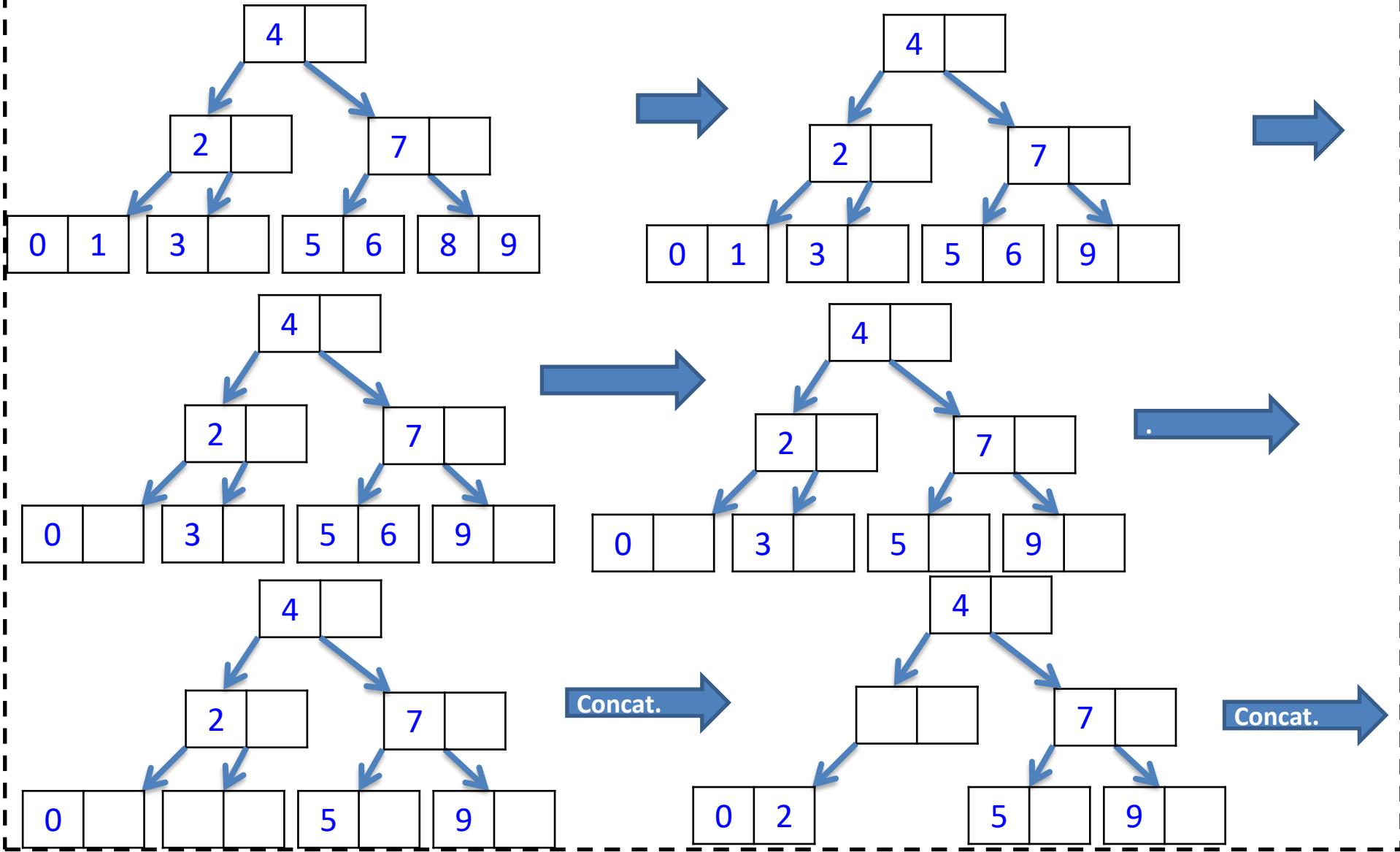
- Questão 8

a) Insira as chaves 8, 1, 7, 6, 2, 3, 4, 5, 9, 0 na árvore.



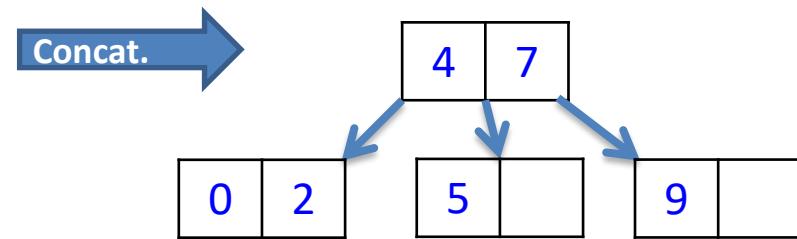
• Questão 8

d) Exclua as chaves 8, 1, 6 e 3, nesta ordem, mostrando cada etapa das exclusões.



- **Questão 8**

d) Exclua as chaves 8, 1, 6 e 3, nesta ordem, mostrando cada etapa das exclusões.



**Questão 9.** Seja uma árvore B de ordem 4 e altura 3. Qual o número máximo de chaves na árvore? E o número mínimo? Justifique.

**Questão 9.** Seja uma árvore B de ordem 4 e altura 3. Qual o número máximo de chaves na árvore? E o número mínimo? Justifique.

**Max:** Todas as páginas estarão completas com 3 valores. Com isso, cada uma terá 4 filhos, com mais 3 valores cada. Em três níveis, teremos:

$$1 * 3 + 4 * 3 + 16 * 3 = 63$$

**Min:** Cada página pode ter, no mínimo, 1 valor. Com isso, cada uma terá 2 filhos. Em três níveis, teremos:

$$1 + 2 + 4 = 7$$