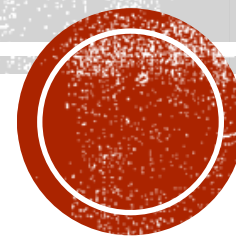


ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ. ЛЕКЦИЯ 2.

Крамаренко К.Е.

Кафедра ВС



Классификация задач ИО

- Классификация по зависимости параметров задачи от времени.
- Классификация в зависимости от достоверности информации о задаче.
- Классификация по виду критерия оптимальности.



Классификация по зависимости параметров задачи от времени

1. **Статическая задача.** Принятие решения происходит при условии, что все параметры задачи заранее известны и не изменяются во времени. Процедура принятия решения осуществляется один раз.
2. **Динамическая задача.** В процессе принятия решения параметры задачи изменяются во времени. Процедура принятия решения осуществляется поэтапно и может быть представлена в виде процесса, зависящего от времени, в том числе непрерывно. Пример - навигационная задача.



Классификация в зависимости от достоверности информации о задаче

1. **Детерминированная задача.** Все параметры задачи заранее известны. Для решения детерминированных задач в основном применяются методы математического программирования.
2. **Недетерминированная задача.** Не все параметры задачи заранее известны. Оптимальное решение недетерминированной задачи ИО отыскать практически невозможно. Однако некоторое "разумное" решение отыскать можно.

"Исследование операций представляет собой искусство давать плохие ответы на те практические вопросы, на которые даются еще худшие ответы другими методами".



Классификация в зависимости от достоверности информации о задаче

2а. Стохастическая задача. Не все параметры задачи заранее известны, но имеются статистические данные о неизвестных параметрах (вероятности, функции распределения, математические ожидания и т.д.).

Для отыскания оптимального решения стохастической задачи можно применить следующий прием:

- искусственное сведение к детерминированной задаче (неизвестные параметры заменяются их средними значениями).



Классификация в зависимости от достоверности информации о задаче

26. *Задача в условиях (полной) неопределенности.*

Статистические данные о неизвестных параметрах отсутствуют. Задачи ИО в условиях неопределенности в основном изучаются в рамках теории игр.



Классификация по виду критерия оптимальности

Критерий оптимальности может иметь любой вид, в том числе *неформализуемый*.

Наиболее распространенные *формализуемые* критерии оптимальности заключаются в оптимизации (минимизации либо максимизации) одной либо нескольких *скалярных* целевых функций.

Функция называется *скалярной*, если ее значением является некоторое число.

Задача оптимизации скалярной функции на заданном множестве допустимых числовых решений называется задачей *математического программирования*.



Классификация по виду критерия оптимальности

1. **Однокритериальные задачи.** Задачи с одной целевой функцией.
2. **Многокритериальные задачи.** Присутствует не один, а несколько признаков предпочтения (критериев).

Критерии могут оказаться противоречивыми, т.е. решение, лучшее по определенному признаку, может оказаться худшим по другому признаку.

Например, минимизация стоимости и максимизация качества товара почти всегда противоречивы. В этом случае задача отыскания решения, предпочтительного по всем признакам, будет *некорректной*, т.е. не будет иметь ни одного решения.



Однокритериальные задачи

- **Задачи линейного программирования.** Целевая функция - линейная, множество допустимых решений - выпуклый многогранник.
- **Задачи квадратичного программирования.** Целевая функция - квадратичная ($\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j$), а множество допустимых решений - выпуклый многогранник.
- **Задачи стохастического программирования.** Это задачи линейного программирования с неизвестными числовыми параметрами, о которых имеются статистические данные.



Однокритериальные задачи

- **Задачи дискретного программирования.** Множество допустимых решений – дискретное множество.
- **Задачи целочисленного программирования.** Множество допустимых решений – точки целочисленной решетки.
- **Задачи булева программирования.** Множество допустимых решений - 0-1 матрицы.



Многокритериальные задачи

В случае противоречивых критериев, ИО предлагает следующие подходы к отысканию подходящего решения.

1. 1) Замена некоторых критериев ограничениями вида $<$ или $>$. Например, минимизация стоимости $f(x) \rightarrow \min$, может быть заменена ограничением вида $f(x) < A$, где A - некоторая верхняя оценка стоимости, т.е. максимально допустимая стоимость.
2. 2) Свертка критериев. Создается один глобальный скалярный критерий, целевая функция которого является некоторой функцией от исходных целевых функций. Наиболее употребимыми являются линейные свертки вида $\alpha f(x) + \beta g(x)$ (в случае двух критериев). Нетривиальной является задача отыскания адекватных значений коэффициентов α и β , отражающих относительную важность целевых функций $f(x)$ и $g(x)$.
3. 3) Ранжирование критериев. Критерии ранжируются по степени важности.
4. 4) Отыскание решений, лучших хотя бы по одному критерию.



Многокритериальные задачи

- Подходы 1) и 2) приводят к однокритериальной задаче. Подход 3) приводит к задаче с упорядоченными критериями. Подход 4) приводит к задаче с независимыми критериями. В задаче с упорядоченными критериями критерии упорядочиваются по важности и требуется найти оптимальное решение для наименее важного критерия на множестве решений, оптимальных для более важного критерия (см. рисунок). Самое большое – множество всех допустимых решений, в него вложено множество решений, оптимальных по самому важному критерию, далее вложено множество оптимальных решений по второму по важности критерию, и т.д. В задаче с независимыми критериями требуется найти множество *недоминируемых (эффективных) решений*. Недоминируемое решение лучше любого другого допустимого решения хотя бы по одному критерию либо не хуже по всем критериям. Множество недоминируемых решений также называется *множеством Парето*.

