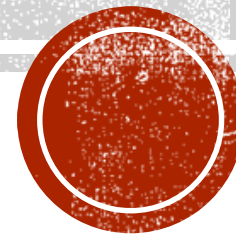


# ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ. ЛЕКЦИЯ 1.

Крамаренко К.Е.

Кафедра ВС



# Основные понятия ИО

**ИО** – это комплексная математическая дисциплина, занимающаяся построением, анализом и применением математических моделей принятия оптимальных решений при проведении операций.

**Операция** – система управляемых действий, объединенная единым замыслом и направленная на достижение определенной цели.



# Основные понятия ИО

**Пример** – Предприятие выпускает несколько видов изделий, при изготовлении которых используется ограниченные ресурсы различного типа. Требуется составить план выпуска изделий на месяц, т.е. указать количество выпускаемых изделий каждого вида, так, чтобы максимизировать прибыль при выполнении ограничений на потребляемые ресурсы.



# Основные понятия ИО

Набор управляющих параметров(переменных) при проведении операции называется **решением**.

- Решение называется **допустимым**, если оно удовлетворяет набору определенных условий.
- Решение называется **оптимальным**, если оно допустимо и, по определенным признакам, предпочтительнее других, или, по крайней мере, не хуже.



# Основные понятия ИО

Признак предпочтения называется **критерием оптимальности**.

Критерий оптимальности включает в себя:

- целевую функцию;
- направление оптимизации.



# Основные понятия ИО

Признак предпочтения называется *критерием оптимальности*.

Критерий оптимальности включает в себя:

- целевую функцию;
- направление оптимизации.



# Основные понятия ИО

**Целевая функция** – это количественный показатель предпочтительности или эффективности решений.

**Направление оптимизации** – это максимум (минимум), если наиболее предпочтительным является наибольшее (наименьшее) значение целевой функции.

**Например**, критерием может быть максимизация прибыли либо минимизация расходов.



# Математическое моделирование в ИО

*Процесс решения проблемы методами исследования операций включает такие этапы, как:*

- *уяснение содержательной постановки задачи;*
- *построение математической модели (формализация основных аспектов задачи);*
- *поиск оптимального решения.*





# Математическое моделирование в ИО

**Математическая модель** задачи ИО включает в себя:

- описание переменных, которые необходимо найти;
- описание критериев оптимальности;
- описание множества допустимых решений (ограничений, накладываемых на переменные).



# Математическое моделирование в ИО

**Пример** - Рассмотрим завод, который способен производить изделия из данного перечня. Для изготовления конкретного изделия необходимо определенное количество различных ресурсов. Объемы ресурсов ограничены. Известны стоимость единицы каждого ресурса, цена реализации изделия и мощность предприятия, т. е. максимальное число изделий, которое может быть произведено в течение рабочего дня.

Требуется найти план производства (количество выпускаемых заводом изделий каждого типа), который максимизирует прибыль от продажи изделий.



# Математическое моделирование в ИО

**Постановка** - Пусть выпускаются изделия типа  $i = 1, \dots, n$ , и используются ресурсы типа  $j = 1, \dots, m$ . Мощность завода обозначим через  $M$ . На изготовление одного изделия  $i$ -го типа завод использует  $a_{ij}$  единиц ресурса  $j$ -го типа, его общий объем равен  $A_j$ . Затраты на приобретение единицы ресурса  $j$  для изготовления изделия типа  $i$  равны  $d_{ij}$ . Пусть  $c_i$  – цена одного изделия  $i$ -го типа, а переменная  $x_i$  – количество таких изделий, выпускаемых заводом.

Требуется найти объем выпускаемых заводом изделий, т. е. значения переменных  $x_1, \dots, x_n$ , при которых прибыль завода максимальна.



# Математическое моделирование в ИО

Математическая модель рассматриваемой задачи может быть записана в виде:

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} d_{ij} x_i \rightarrow \max; \quad \{x_i\}$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \leq A_j, \quad j = 1, \dots, m;$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq M;$$

$$x_i \in Z_+, \quad i = 1, \dots, n$$

