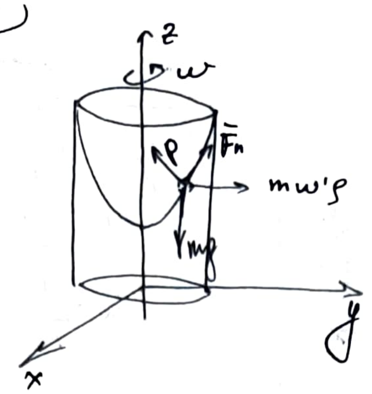
Неделя I

№14.21



Не учитываем силу Кориолиса и давление жидкости, т.к. их работа равна нулю на вирт. перем.

$$q = [\rho] \quad z = z(\rho) \; ; \quad z = z(x,y)$$

$$\delta A = 0 = -mg\,dz + m\omega^2 dy$$

$$z = \frac{\omega^2}{2g}\rho^2 + c$$

$$\boxed{z = z_0 + \frac{\omega^2}{2g}(x^2+y^2)} \to \text{отв}$$

№14.28 $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + \alpha x + \beta y + \rho = 0$, $4AC - B^2 \neq 0$

$(\alpha B - 2\beta A) \geq (4\rho A - \alpha^2)(4AC - B^2)$ – ур-е кривой в пр-ве

Полученное равенство возможно либо в нижних точках траектории, либо в верхних.

$$2Ax\,dx + Bx\,dy + By\,dx + 2Cy\,dy + \alpha\,dx + \beta\,dy = 0 \;\Big|\cdot \frac{1}{dx}$$

$$2Ax + Bx\frac{dy}{dx} + By + Cy\frac{dy}{dx} + \alpha + \beta\frac{dy}{dx} = 0$$

Т.к. в "нужных" точках траектории $\frac{dy}{dx} = 0$, то выр-е приобретает след. вид:

$$2Ax + By + \alpha = 0 \Rightarrow x = -\frac{\alpha + By}{2A}$$

$$\Rightarrow A\cdot\frac{(\alpha+By)^2}{4A^2} - By\frac{(\alpha+By)}{2A} + Cy^2 - \alpha\frac{(\alpha+By)}{2A} + \beta y + \rho = 0 \;\Big|\cdot 4A^2$$

$$\cancel{A}\alpha^2 + \cancel{2ABy\alpha} + \cancel{A}B^2y^2 - \cancel{2ByA\alpha} - 2\cancel{A}B^2y^2 + Cy^2 4A - \alpha^2 2\cancel{A} - 2\cancel{A}\alpha By + 4A\beta y + 4A\rho = 0$$

$$y^2\underbrace{(B^2 - 2B^2 + 4AC)}_{4AC-B^2} + y(4A\beta - 2\alpha\beta) - \alpha^2 + 4A\rho = 0$$

Из условия $4AC - B^2 \neq 0$ следует, что $\underline{D \geq 0}$ ⇒

$$\Rightarrow y_{12} = \frac{-(4A\beta - 2\alpha\beta) \pm \sqrt{(4A\beta - 2\alpha\beta)^2 - 4(4AC - B^2)(4\rho A - \alpha^2)}}{2(4AC - B^2)} =$$

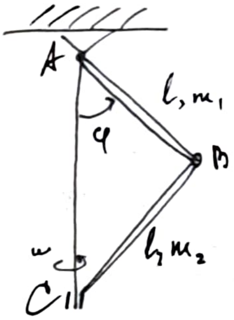
$$= \frac{(\alpha\beta - 2A\beta) \pm \sqrt{(2A\beta - \alpha\beta)^2 - (4AC - B^2)(4\rho A - \alpha^2)}}{(4AC - B^2)}$$

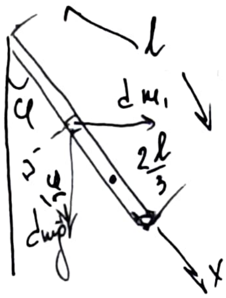
$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-\alpha}{2A} \pm \frac{B}{2A}\cdot(y_{1,2})$$

отв.

№ 14.37

$AB = l$
$BC = l$
m_1
m_2
$\omega - ?$





$M = FL\cos\varphi$

$q = \begin{pmatrix} x \\ \varphi \end{pmatrix}$

$dM = dm\,\omega^2 x^2 \sin\varphi\cos\varphi$

$dm = \frac{dx}{l} m$

$dM = m\frac{dx}{l}\omega^2 x^2 \sin\varphi\cdot\cos\varphi =$

$= \frac{m}{l}\omega^2 x^2 \sin\varphi\cos\varphi\, dx$

$$\Rightarrow M = \frac{m}{l}\omega^2 \sin\varphi\cos\varphi\,\frac{l^3}{3} = \frac{ml^2}{3}\omega^2\sin\varphi\cos\varphi$$

$$dF = dm\,\omega^2 x\sin\varphi = \frac{m}{l}\omega^2\sin\varphi\; x\cdot dx$$

$$\Rightarrow F = \frac{m}{l}\omega^2\sin\varphi\,\frac{l^2}{2} = \frac{ml}{2}\omega^2\sin\varphi \qquad \Rightarrow L = \frac{M}{F\cos\varphi}$$

$$\Rightarrow L = \frac{\frac{ml^2}{3}\omega^2\sin\varphi\cos\varphi}{\frac{ml}{2}\omega^2\sin\varphi\cos\varphi} = \frac{2}{3}l$$

$$\Rightarrow \delta A = \left(\frac{m_1 l^2}{3}\omega^2\sin\varphi\cos\varphi - m_1 g\frac{l}{2}\sin\varphi - m_2\frac{l^2}{3}\omega^2\sin\varphi\cos\varphi - m_2 g\frac{l}{2}\sin\varphi - \right.$$
$$\left. - m_1 g\, l\sin\varphi\right)d\varphi = 0$$

$$(m_1 - m_2)\frac{l^2}{3}\omega^2\sin\varphi\cos\varphi - (m_1 + m_2)g\frac{l}{2}\sin\varphi - m_1 g l\sin\varphi = 0$$

$$(m_1 - m_2)\frac{\omega^2 l}{3}\sin\varphi\cos\varphi = \left(\frac{3}{2}m_1 + m_2\right)g\sin\varphi$$

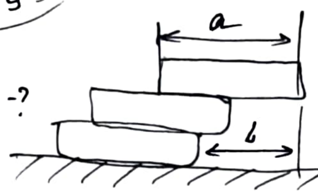
При $\sin\varphi = 0$ решение очевидно. $\Rightarrow$ далее не рассматриваем.

$$\cos\varphi\cdot\frac{l\omega^2}{3}(m_1 - m_2) = \frac{g}{2}(3m_1 + 2m_2) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{3}{2}\frac{g}{l\omega^2}\,\frac{3m_1 + 2m_2}{m_1 - m_2}$$

$$\Rightarrow \varphi = \arccos\underbrace{\left(\frac{3}{2}\frac{g}{l\omega^2}\,\frac{3m_1 + 2m_2}{m_1 - m_2}\right)}_{a}$$

$-1 \le a \le 1 \quad \Rightarrow \boxed{\omega \ge \sqrt{a}}$ – отв.

№14.9



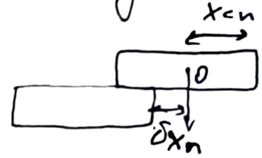
$\vec{g}$

$L_{max}(n)$ - ?

$\delta A = 0 \Rightarrow$ система остается в равновесии

Рассмотрим ~~п~~ перемещение двух произвольных соседних пластин:

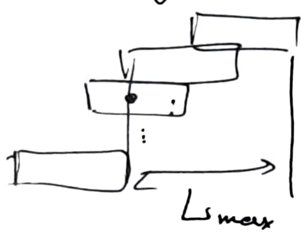
$\delta A = Mg\,\delta x_n \Leftarrow$



где M – сумма масс всех брусков, выше (k−1) блока.

$\Rightarrow \delta x_k = 0$, при условии $L = L_{max}$

Тогда для большого числа пластин:



n
n-1
n-2
:
1.

$\Rightarrow x_{cn} = \frac{a}{2} = \frac{a}{2}\cdot\frac{1}{1}$

$x_{c_{n-1}} = \frac{a}{4} = \frac{a}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$x_{c_{n-2}} = \frac{a}{2}\cdot\frac{1}{3} = \frac{a}{6}$

$\vdots \quad \vdots \quad \Rightarrow x_{c_{\underbrace{(n-i)}_{k}}} = \frac{a}{2}\cdot\frac{1}{n-k+1}$

$$\Rightarrow L_{max}(n) = \sum_{k=1}^{n} x_{c_k} = \sum_{k=1}^{n}\frac{a}{2}\underbrace{\frac{1}{(n-k+1)}}_{j} = \frac{a}{2}\sum_{j=1}^{n+1}\frac{1}{j}$$

Рассм. устойчиво ли положение, если $\varphi = 0$:

$\delta A = M\delta\varphi$ $\qquad F\delta s = F\sin\varphi\, l\,\delta\varphi = 0$

$\Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 0}}$

$\Rightarrow \varphi = 0$ – полож. равн.