Ekonometria Finansowa

Teoria efektywności informacyjnej rynku

mgr Paweł Jamer[1]

Doktorant, Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW
Ekspert ds. Modelowania Danych, Polskie Technologie
Konsultant Zewnętrzny, Polkomtel

7 października 2016

[1] pawel.jamer@gmail.com

Biały szum

Biały szum

Białym szumem nazwiemy szereg czasowy ϵ_t niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie taki, że

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\left(\epsilon_t\right) &= 0, \\ \mathrm{Var}\left(\epsilon_t\right) &= \sigma^2. \end{aligned}$$

Biały szum oznaczać będziemy symbolem $\mathrm{WN}\left(0, \sigma^2\right)$.

Uwaga Bardziej złożone modele szeregów czasowych wykorzystują biały szum do opisu niepewności pomiaru opisywanych przez nie wielkości.

Błądzenie losowe

Błądzenie losowe (bez dryftu)

Szereg czasowy p_t nazwiemy błądzeniem losowym bez dryftu, jeżeli spełnia on równanie

$$p_t = p_{t-1} + \epsilon_t,$$

gdzie

- ϵ_t — biały szum.

Uwaga. Uzupełniając powyższy wzór o niezerową stałą α

$$p_t = \alpha + p_{t-1} + \epsilon_t$$

uzyskujemy proces błądzenia losowego z dryftem.

Ceny instrumentów finansowych

Hipoteza

Cena instrumentu finansowego p_t jest błądzeniem losowym.

Rozważmy model

$$p_t = \alpha + \rho p_{t-1} + \epsilon_t.$$

Prawdziwość powyższej hipotezy jest równoznaczna z tym, że:

- $\hat{\rho}$ statystycznie nie różni się od jedności,
- ϵ_t jest białym szumem.

Ponadto, jeżeli na zadanym poziomie istotności zachodzi:

- $\hat{\alpha} = 0$, to p_t jest błądzeniem losowym bez dryfu,
- $\hat{\alpha} \neq 0$, to p_t jest błądzeniem losowym z dryfem.

Uwaga. Z powodu możliwej niestacjonarności p_t estymacja powyższego równania jest problematyczna.

Właściwości błądzenia losowego

Błądzenie losowe bez dryftu

$$p_t = p_{t-1} + \epsilon_t,$$

$$p_t = p_0 + \sum_{h=0}^{t} \epsilon_{t-h},$$

$$\mathbb{E}\left(p_t\right) = p_0,$$

$$\mathrm{Var}\left(p_t\right) = t\sigma^2_{\epsilon_t}.$$

Błądzenie losowe z dryftem

$$p_t = \alpha + p_{t-1} + \epsilon_t,$$

$$p_t = p_0 + t\alpha + \sum_{h=0}^{t} \epsilon_{t-h},$$

$$\mathbb{E}\left(p_t\right) = p_0 + t\alpha,$$

$$\mathrm{Var}\left(p_t\right) = t\sigma^2_{\epsilon_t}.$$

Stopy zwrotu instrumentów finansowych

Rozważmy model błądzenia losowego bez dryftu dla logarytmu cen pewnego instrumentu finansowego

$$\log\left(p_t\right) = \log\left(p_{t-1}\right) + \epsilon_t.$$

Model ten przekształcić możemy do postaci

$$r_t = \log\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) = \epsilon_t.$$

Uwaga. Badanie czy logarytm cen p_t instrumentu finansowego jest błądzeniem losowym sprowadza się do ustalenia, czy logarytmiczne stopy zwrotu r_t tego instrumentu są białym szumem.

Krytyka

Optymalna prognoza ceny instrumentu finansowego na okres przyszły, to przyjęcie ceny tego instrumentu z okresu bieżącego.

Nie uwzględnia się rentowności zależnej od ryzyka.

Racjonalność zachowań

Racjonalność zachowań:

- uczestnicy rynku działają racjonalnie znając cały zbiór informacji,
- uczestnicy rynku dysponują takim samym zbiorem narzędzi analizy rynku,
- uczestnicy rynku dążą do maksymalizacji zysku przy ustalonym z góry poziomie ryzyka lub minimalizacji ryzyka przy ustalonym z góry poziomie zysku.

Formy racjonalności zachowań

Formy racjonalności zachowań:

- **racjonalność instrumentalna** — uczestnik rynku o nieograniczonych zdolnościach dąży do optymalizaji swojej funkcji celu w warunkach wolnego od opłat dostępu do pełnej i pewnej informacji.
- **racjonalność kognitywna** — uczestnik rynku konfrontuje posiadane informacje z realiami swojego otoczenia.
- **racjonalność ograniczona** — uczestnik rynku dysponuje ograniczonymi zdolnościami oraz ograniczonym dostępem do informacji. Zadowala się on osiągnięciem wyników, uznawanych przez siebie za dostateczne.

Racjonalność przewidywań

Racjonalność przewidywań

Uczestnik rynku antycypuje przyszłość wykorzystując cały zbiór dostępnych mu informacji w najlepszy ze znanych mu i możliwych do zastosowania sposobów.

Warunki konieczne zachodzenia racjonalności przewidywań:

- uczestnik rynku optymalnie specyfikuje model zależności zmiennej predykowanej od zbioru zmiennych predykcyjnych,
- uczestnik rynku posiada wystarczający zbiór informacji o pszeszłych wartościach wszystkich występujących w modelu zmiennych,
- uczestnik rynku dokonuje predykcji z wykorzystaniem metod estymacji prowadzących do uzyskania estymatorów nieobciążonych.

Racjonalność przewidywań

Racjonalne przewidywanie

Racjonalna predykcja wartości jaką r_t przyjmie w chwili $t+1$ dokonywana w chwili t przy założeniu posiadania wszystkich niezbędnych do dokonania predykcji informacji I_t, to

$$\mathbb{E}\left(r_{t+1} \mid I_t\right).$$

Uwaga. W efekcie niedoskonałości rynków finansowych wartość r_t w chwili $t+1$ nie będzie z reguły zgodna z prognozą. Nie powinna ona być jednak obciążona błędem systematycznym, tzn.:

$$r_{t+1} = \mathbb{E}\left(r_{t+1} \mid I_t\right) + \epsilon_{t+1},$$

gdzie ϵ_{t+1} to biały szum.

Formy efektywności rynków finansowych

Formy efektywności rynków finansowych:

- **efektywność alokacji** — przepływ kapitału pozwalający realizować przedsięwzięcia najbardziej efektywne i zapewniające stabilny oraz odpowienio szybki rozwój gospodarki.
- **efektywność operacyjna** — kojarzenie przez pośredników rynku finansowego osób posiadających kapitał oraz potrzebujących kapitału, w sposób satysfakcjonujący dla obu stron oraz w zamian za możliwie niskie opłaty.
- **efektywność informacyjna** — odzwierciedlenie w cenie instrumentu finansowego wszystkich związanych z nim informacji przeszłych i obecnych, jak również rozsądnych przewidywań dotyczących przyszłości.

Uwaga. Wymienione wyżej formy efektywności są ze sobą silnie powiązane i uzupełniają się wzajemnie.

Hipoteza rynku efektywnego

Wprowadzenie

Hipoteza rynku efektywnego (EMH)

Łączne zachodzenie efektywności alokacji, efektywności operacyjnej oraz efektywności informacyjnej.

Warunki wystarczające efektywności rynku:

- racjonalność zachowań uczestników rynku,
- powszechny dostęp do natychmiastowej, pewnej i bezpłatnej informacji,
- brak opłat oraz podatków na giełdzie.

Wniosek. Ceny instrumentów finansowych stanowią wyraz całości przeszłej, teraźniejszej oraz racjonalnie antycypowanej przyszłej informacji na ich temat. Nie jest zatem możliwa prognoza cen instrumentów na okres następny.

Hipoteza rynku efektywnego

Realia rynku

Inwestorzy:

- nie dysponują takim samym zbiorem informacji,
- mają różne preferencje i cele,
- cechują się różnym poziomem wiedzy i doświadczenia,
- dysponują kapitałem różnej wielkości,
- stosują różne strategie inwestycyjne,
- ...

Hipoteza rynku efektywnego informacyjnie

Twierdzenie

Twierdzenie o efektywności rynku

Efektywność informacyjna rynku finansowego przejawia się w trzech formach.

- **forma słaba** — w cenie instrumentu finansowego znajdują odzwierciedlenie wszystkich informacje historyczne z instrumentem powiązane.
- **forma półsilna** — w cenie instrumentu finansowego znajdują odzwierciedlenie informacje uwzględnione w słabej formie efektywności oraz ogólnie dostępne informacje bieżące
- **forma silna** — w cenie instrumentu finansowego znajdują odzwierciedlenie informacje uwzględnione w półsilnej formie efektywności oraz bieżące informacje poufne.

Testowanie efektywności rynku

Hipotezę o słabej efektywności rynku weryfikować można:

- wykorzystując narzędzia analizy technicznej
  - *rynek dyskontuje wszystko*,
- stosując testy losowości
  - testy autokorelacji,
  - test ilorazów wariancji,
  - test serii,
  - ...

Testowanie autokorelacji

Test Pearsona

Testujemy hipotezę

$$\begin{cases} H_0: & \rho_i = 0, \\ H_1: & \rho_i \neq 0 \end{cases}$$

wykorzystując w tym celu test

$$t = \frac{\hat{\rho}_i}{\sqrt{\frac{1-\hat{\rho}_i^2}{T-i-2}}} \sim t_{T-i-2}.$$

Test Ljunga-Boxa

Testujemy hipotezę

$$\begin{cases} H_0: & \sum_{i=1}^{h} \rho_i^2 = 0, \\ H_1: & \sum_{i=1}^{h} \rho_i^2 > 0 \end{cases}$$

wykorzystując w tym celu test

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^{h} \frac{\hat{\rho}_i^2}{T-i} \sim \chi_h^2.$$

Test ilorazów wariancji

Testujemy hipotezę

$$H_0 : \text{błądzenie przypadkowe (typu RW1)},$$

wykorzystując w tym celu test

$$SVR_h = \sqrt{\frac{3hT}{2\left(2h-1\right)\left(h-1\right)}}\left(VR_h - 1\right) \sim \mathcal{N}\left(0,1\right),$$

gdzie

- $VR_h = \frac{S^2(r_t + r_{t-1} + \ldots + r_{t-k+1})}{hS^2(r_t)}$.

Test serii

Testujemy hipotezę

$$H_0 : \text{dane mają charakter losowy}$$

wykorzystując w tym celu test

$$U = \frac{K - \mathbb{E}(K)}{\sqrt{\mathrm{Var}(K)}} \sim \mathcal{N}(0,1),$$

gdzie

- $\mathbb{E}(K) = \frac{2n_1 n_2 + n}{n}$,
- $\mathrm{Var}(K) = \frac{2n_1 n_2 (2n_1 n_2 - n)}{(n-1)n^2}$,
- K — liczba wszystkich serii obserwacji nieujemnych oraz obserwacji ujemnych,
- n, n_1, n_2 — liczba odpowiednio wszystkich obserwacji, nieujemnych obserwacji, ujemnych obserwacji w szeregu.

Pytania?

Dziękuję za uwagę!