ミクロ経済学1

第2回

効用関数

限界代替率

本日の内容

- 無差別曲線
- 効用
- 効用関数
- 限界代替率
- 効用最大化
- 予算制約下の効用最大化
- 需要関数
- 顕示選好
- 消費者余剰

合理的な選好の仮定

- 完備性　$x R y$　または　$y R x$
- 推移性　$x R y$　かつ　$y R z$　⇒　$x R z$
- 強単調性　$x_1 < y_1$　$x_2 = y_2$　⇒　$x R y$　,
- 凹性　$x I y$　について,

$0 \leqq \alpha \leqq 1$　$z = \alpha x + (1 - \alpha) y$　$z R x$

無差別曲線

- 定義:すべての同じ効用をもたらす点(消費集合の元)の集合
- 特徴1:交わらない
- 特徴2:上にいくほど高い効用を示す

特徴2を具体的に観察できる

選好の仮定の上に，
効用関数を定義する

1. 効用とは　消費からの幸せである.
2. 効用関数とは，ある消費点を消費したときの，効用（幸せ，効能）の程度を数値化するための関数

例）　ある肉の組み合わせを食べた量と幸せの関係を示すものと考えて下さい．選好による順序と，効用関数を用いて求められた効用の大小は一致する.

$$a\,P\,b\;\;P\,c \Leftrightarrow u(a) > u(b) > u(c)$$

$$a\,I\,b \Leftrightarrow u(a) = u(b)$$

- 単調性→　消費量が多ければ多いほど効用が高くなる．たべすぎで気持ち悪くなることはない

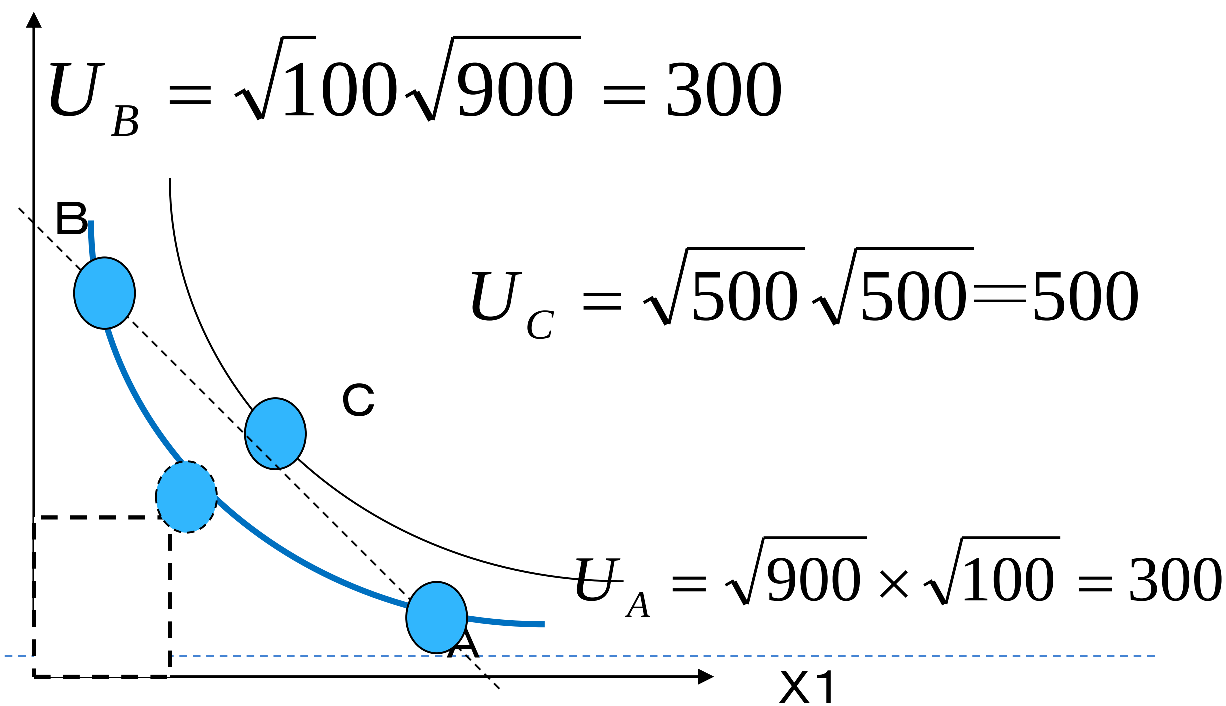
さまざまな効用関数と特徴

代替性の程度
限界代替率

コブ・ダグラス効用関数　$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$

- $\alpha = \beta = 0.5$ のとき，$\mathrm{U}(x_1, x_2) = \sqrt{x_1}\sqrt{x_2}$
- 不完全代替：財1と財2について，いつでも財1を減らした分，財2を増やすことで効用を一定に保つことはできるが，その量は財1を減らした分と同じ量ではない

$$U(x_{1,} x_2) = \sqrt{x_1}\sqrt{x_2}$$

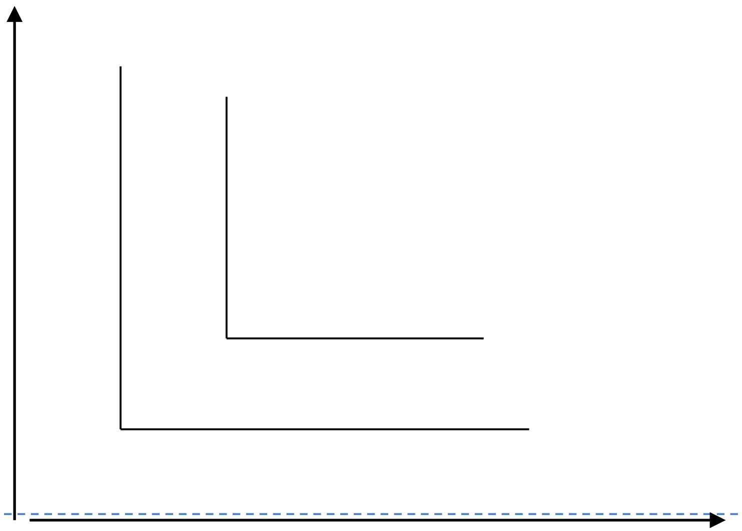


レオンチェフ型効用関数 $U\{x_1, x_2\} = \min\{x_1, x_2\}$

- スムーズではない.（折れ曲がっている）
- レオンチェフ型効用関数は，少ないほうに効用の大きさが規定される
- 弱単調性をみたすが強単調性をみたさない

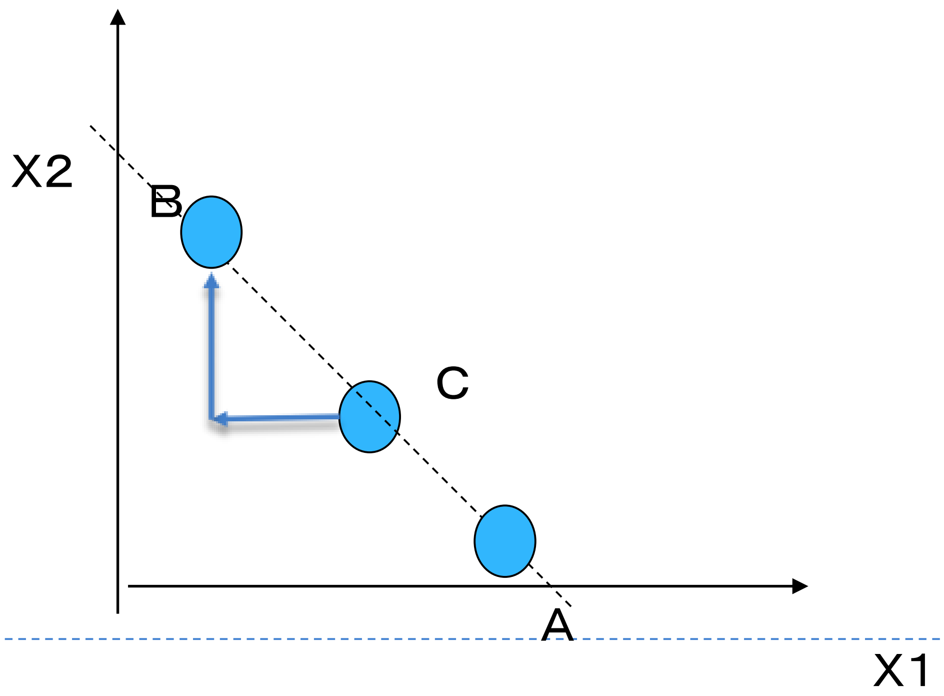
- 例：靴の右左，
  手袋の右左

少ないほうによって
効用の大きさが規定される



線形の効用関数 $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

- この例は完全代替の例：財1と財2について，財1を減らした分，財2を同じ量増やすことでいつでも効用を一定に保てる



代替性，補完性の定義

- 財1（豚肉）と財2（牛肉）について
- どちらかの財を消費することが，もう一方の財を消費することの替わりになるとき，代替的であるという.
- 他の例：ぜんざい　と　しるこ　など

- 補完的であるとは，どちらかの財を消費すると，もう一方の財も消費しなければ満足できない場合

例）　ビールと枝豆

　　　さしみとしょうゆ

　　　しゃぶしゃぶとたれ

＊これらは，代わりにはならない

豚肉と牛肉の消費集合から
ある消費点を選んだときの効用の例

- 消費点を　$x = \{x_1, x_2\}$　とし.
- 第1財と第2財からの効用が対称的な効用関数の例(コブ･ダグラス型効用関数という)を

$$U\left(x_1, x_2\right) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$$

とする. 点A{900, 100}　点B{100, 900}
点C{500, 500}からの効用は,

$$U_A = \sqrt{900}\sqrt{100} = 300$$

$$U\left(x_1, x_2\right) = \sqrt{100}\sqrt{900} = 300$$

$$U_A = \sqrt{500} \bullet \sqrt{500} = 500$$

凹性　を満たすことが確認できた

効用概念への疑問

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} + x_2^{\frac{1}{2}}$$

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$$

- 点A,B,Cについて完全に同じ選好関係が導かれるのに効用の大きさが全く違う.
- 効用関数という概念については疑問がもたれる
- しかし, 効用を定義したほうが今後の議論に便利

異なる効用関数で同じ選好関係を表すことができる

- すべてスムース（滑らか）な選好であることにも注意

$$U(x_1, x_2) = e^{ax_1 + bx_2}$$

$$U(x_1, x_2) = \ln(ax_1 + bx_2)$$

$$U(x_1, x_2) = a \ln x_1 + b \ln x_2$$

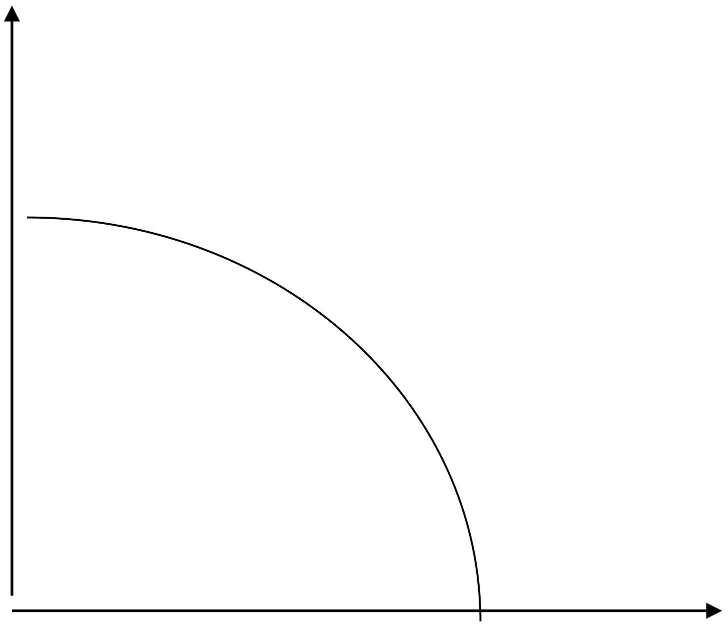
$$U(x_1, x_2) = x_1{}^a x_2{}^b$$

おまけ：補完的な効用関数の例

- 補完的な効用関数では，財1を消費するほど，財2の消費が大きくしないと効用を一定に保てない

$$U(x_1, x_2) = (x_1{}^2 + x_2{}^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_1 \partial x_2} > 0$$



おまけ２：補完財の動学（期間間選択）への応用

- 補完財の例の応用で面白いのはアディクション(嗜癖)
- 2財を過去の財の消費のストック量
- 1財を現在の財の消費量

とする.

他にいくつかの仮定をおくと,

ドラッグやアルコール，喫煙からなぜ人が逃れられないか，効用最大化問題を解いて求められる　Gary　Becker

なぜこうなるのか？

- 選好関係は順番(Order)だけの関係
- 2つの点の効用の大きさが異なっていて，CはAより大きい，ということ以外選好は言っていない
- しかし，効用関数は，選好の程度を測るものとして定義されているため，「どの程度好き」ということを含んでいる
- 効用関数は，関数形にその仮定を含んでいる

課題：以下の効用関数の下での a{900,100} ，b {100,900} ,c{500,500} ,d{640,360} の選好関係を調べよ．

$$1.\ U(x_1, x_2) = x_1^{\frac{2}{3}} x_2^{\frac{1}{3}}$$

$$2.\ U(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$$

$$3.\ U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$