Krzysztof Kulewski, 238149

Sumowanie szeregów potęgowych - funkcja arctg(x)

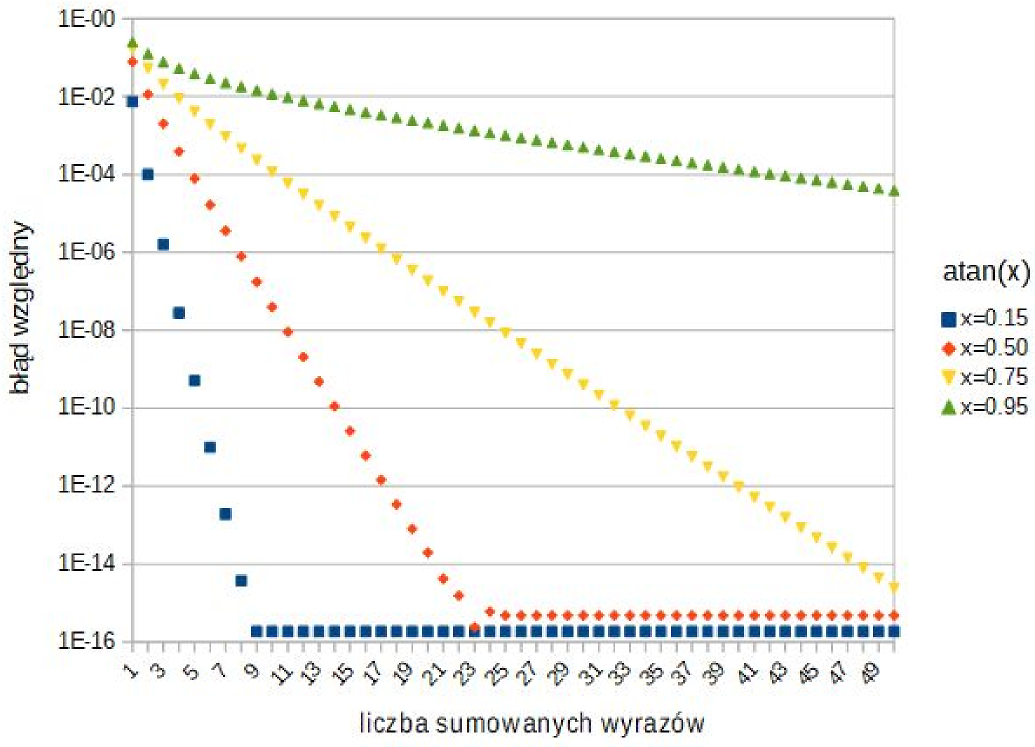
Funkcję arctg(x) możemy rozwinąć w szereg $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$, gdy |x| < 1.

Dla |x| > 1, szereg jest rozbieżny - przypadek ten nie będzie rozpatrywany.

Punktem odniesienia, wobec którego liczony jest błąd względny, została wartość funkcji atan(x) dostępnej w bibliotece "math" języka C.
W obliczeniach wykorzystany został typ zmiennoprzecinkowy podwójnej precyzji - double.

Wpływ liczby sumowanych wyrazów szeregu na wynik

Wyrazy wyliczane są z użyciem wzoru, a następnie sumowane od początku do końca.

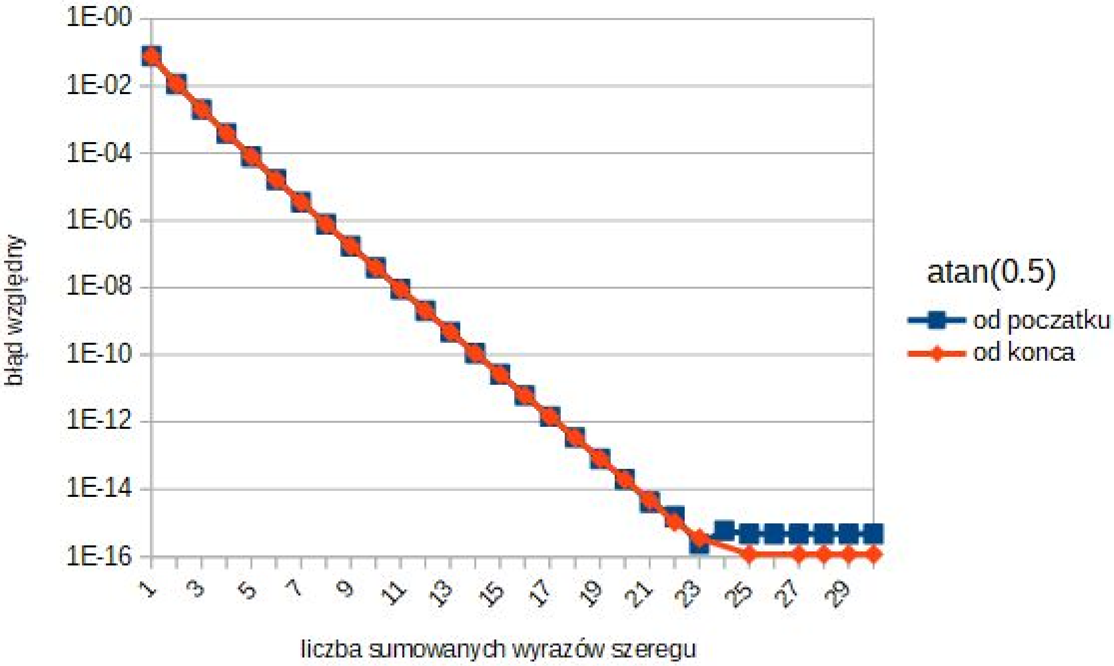


Doświadczenie pokazuje, że zwiększenie ilości sumowanych wyrazów ciągu przekłada się na dokładniejsze przybliżenie wartości funkcji.

Możemy również zauważyć, iż wielkość argumentu (x) ma wpływ na otrzymane przybliżenie - im wyższy x, tym większy błąd względny.
Musimy więc zsumować więcej wyrazów, aby otrzymać satysfakcjonujące przybliżenie.

Wpływ kierunku sumowania wyrazów szeregu na wynik

Wyrazy wyliczane są z użyciem wzoru, a następnie sumowane od początku do końca oraz od końca do początku.

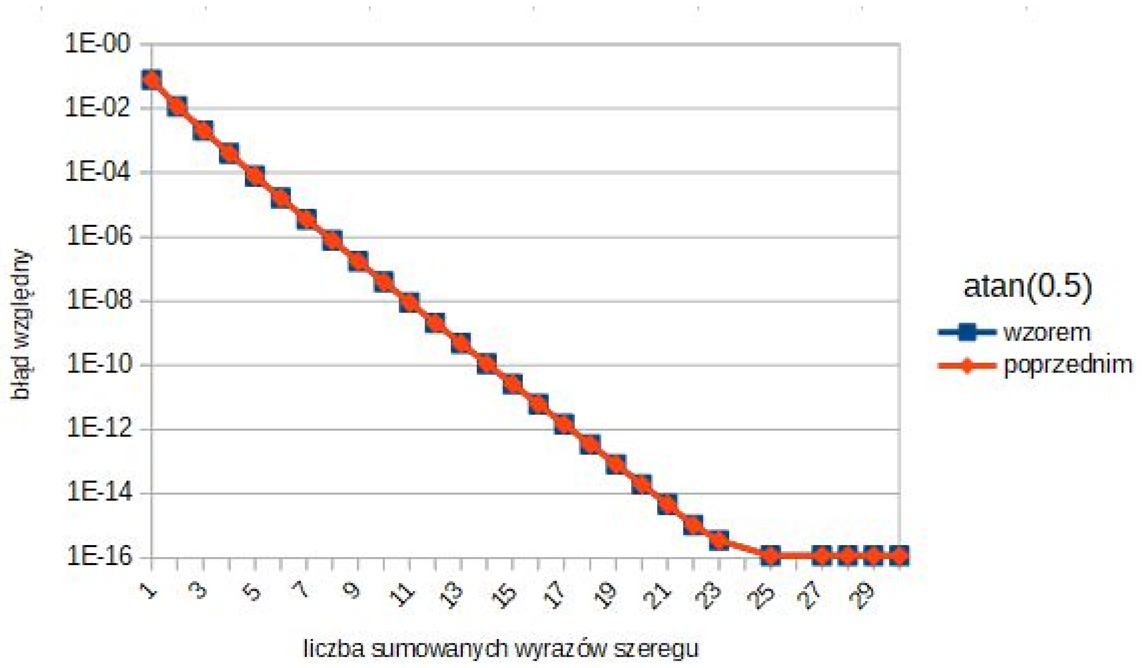


Bazując na wiedzy o typach zmiennoprzecinkowych, możemy przypuszczać, że sumowanie wyrazów szeregu od końca do początku powinno dać lepsze przybliżenie, gdyż dodajemy wtedy wartości zbliżone do siebie.

Doświadczenie pokazuje, że przypuszczenie jest trafne, natomiast precyzja typu double jest na tyle duża, iż różnice w otrzymanym błędzie względnym ujawniają się dopiero, gdy sumujemy kilkadziesiąt wyrazów szeregu.

Wpływ sposobu wyliczania sumowanych wyrazów szeregu na wynik

Wyrazy wyliczane są z użyciem wzoru oraz za pomocą wyrazu poprzedniego, a następnie sumowane od końca do początku.



Używanie wzoru do obliczania kolejnych wyrazów szeregu jest problematyczne, gdyż podnoszenie argumentu do potęgi “n” będzie wiązać się z operowaniem na bardzo dużych liczbach, lub nawet wyjściem poza zakres wybranego typu (overflow).

Rozwiązaniem tego problemu jest użycie wyrazu poprzedniego (n-1) do obliczenia wyrazu aktualnego (n), eliminujące konieczność podnoszenia argumentu (x) do wysokich potęg.

W przypadku powyższego doświadczenia, problem ten nie występował, gdyż sprawdzane były wyłącznie argumenty należące do zakresu (-1; 1), a w mianowniku szeregu potęgowego funkcji arctg(x) nie występuje silnia.

Operacje były więc wykonywane na relatywnie małych liczbach, co pozwala na użycie obu tych metod do wyliczania przybliżenia wartości funkcji arctg(x).
Różnice błędu względnego nie występują, lub są marginalne.