

به نام آن که جان را فکرت آموخت

# چارچوب کلی برای کنترل مود لغزشی مرتبه بالاتر با تغییر وضعیت و بهره متغیر

A General Framework for Switched and Variable-Gain  
Higher-Order Sliding Mode Control



دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر

پروژه‌ی پایانی درس کنترل غیرخطی

استاد: آقای دکتر ازگلی

استادیار: آقای مهندس طیبی

دانشجو: مهسا کلام جوقان (۴۰۳۶۱۶۶۱۰۰۵)

زمستان ۱۴۰۳

# فهرست مطالب

کنترل مود لغزشی مرتبه  
بالا تر با تغییر وضعیت

۴

۱

مقدمه

مثال عددی

۵

۲

چارچوب کلی

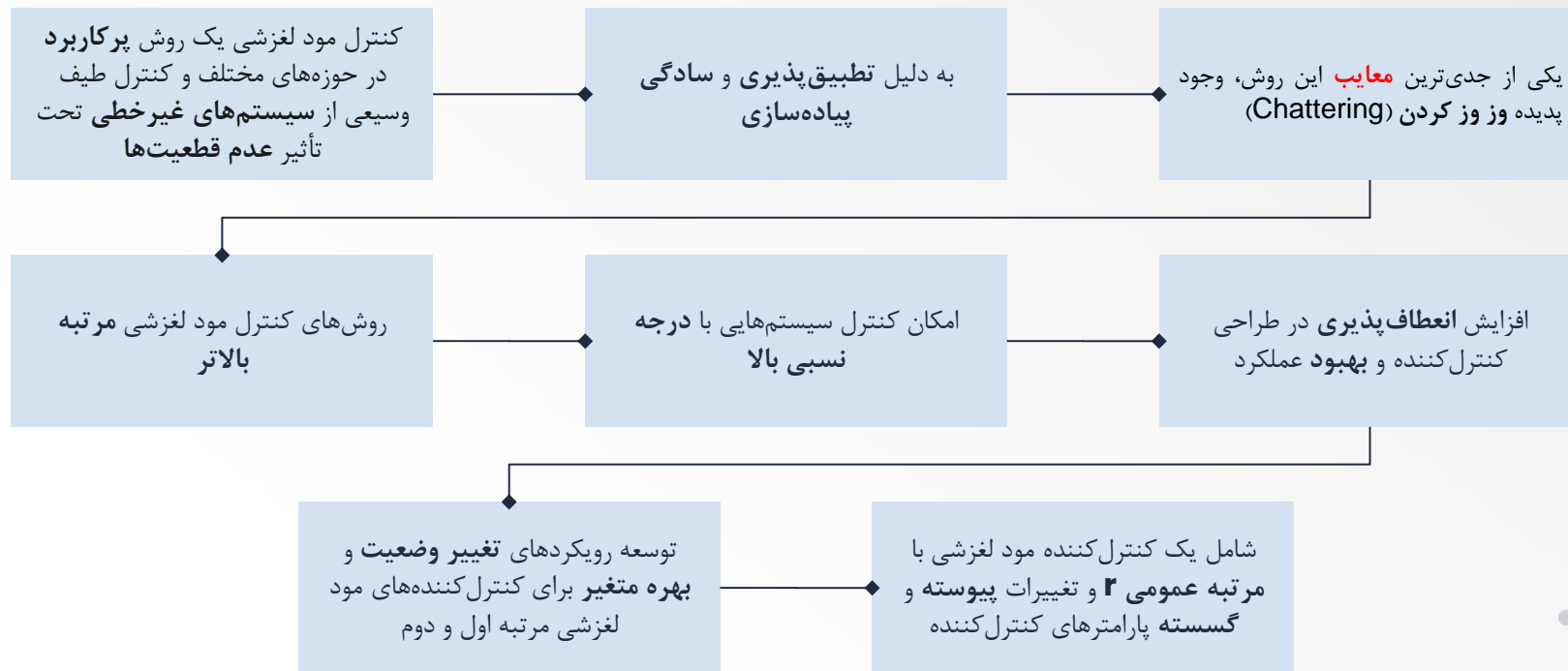
شبیه سازی و  
نتیجه گیری

۶

۳

کنترل مود لغزشی مرتبه  
بالا تر با بهره متغیر

## مقدمه



## مقدمه

۱

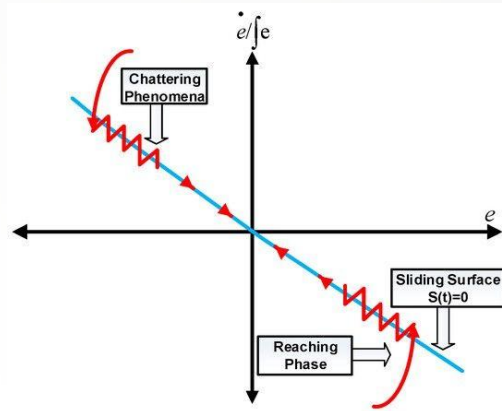
مشکل وزوز

۲

قدرت سیگنال کنترلی

۳

سطوح مختلفی از عدم قطعیت  
و یا اهداف کنترلی متفاوت



# چارچوب کلی

$$|h(x, t)| \leq C(x, t)$$

$$g(x, t) \in [K_m(x, t), K_M(x, t)] \subseteq [\bar{K}_m, \bar{K}_M]$$

توابع  $h$  و  $g$  نامعین، اما کراندار می‌باشند

$$y^{(r)}(t) = h(x, t) + g(x, t)u(t)$$

درجه نسبی سیستم  $r$  در نظر گرفته می‌شود

$$\dot{x}(t) = a(x, t) + b(x, t)u(t)$$

$$y(t) = f(x(t))$$

سیستم‌های غیرخطی نامعین **SISO** پیوسته  
زمان با ساختار خروجی مشخص

$$\sigma \triangleq [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \dots \quad \sigma_r]'$$

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= \psi(\sigma(t), \zeta(t)) \\ \lim_{t \rightarrow t_e} \|\zeta(t)\| &= \infty \\ t_0 &< t_e < \infty \end{aligned}$$

قانون کنترلی به عنوان یک تابع ناپیوسته از متغیرهای سامانه تعریف می‌شود

دینامیک داخلی سیستم پدیده زمان فرار محدود را نشان نمی‌دهد

$$y^{(0)}(t) = y^{(1)}(t) = \dots = y^{(r-1)}(t) = 0$$

هدف قانون کنترلی مود لغزشی مرتبه بالاتر رسیدن به خمینه مشخص شده در زمان محدود

$$\sigma_{i+1}(t) \triangleq y^{(i)}(t) \rightarrow \begin{cases} \dot{\sigma}_1(t) &= \sigma_2(t) \\ \vdots & \\ \dot{\sigma}_{r-1}(t) &= \sigma_r(t) \\ \dot{\sigma}_r(t) &= h(x, t) + g(x, t)u(t) \end{cases}$$

## چارچوب کلی

$$\begin{aligned}\sigma \in \mathbb{R}^1 &\Rightarrow s(\sigma) = \sigma_1 \\ \sigma \in \mathbb{R}^2 &\Rightarrow s(\sigma) = \sigma_1 + \frac{\sigma_2 |\sigma_2|}{2\epsilon} \\ \sigma \in \mathbb{R}^3 &\Rightarrow s(\sigma) = \sigma_1 + \frac{\sigma_3^3}{3\epsilon^2} + \operatorname{sgn}\left(\sigma_2 + \frac{\sigma_3^2 \operatorname{sgn}(\sigma_3)}{2\epsilon}\right) \times \\ &\times \left[ \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \left( \operatorname{sgn}\left(\sigma_2 + \frac{\sigma_3^2 \operatorname{sgn}(\sigma_3)}{2\epsilon}\right) \sigma_2 + \frac{\sigma_3^2}{2\epsilon} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{\sigma_2 \sigma_3}{\epsilon} \right].\end{aligned}$$

بررسی سطوح لغزش متناسب با درجه نسبی

$$u(t) = -U(x, t) \cdot \operatorname{sgn}(s(\sigma))$$

قانون کنترلی کلی

$$K_m(x, t)U(x, t) - C(x, t) \geq \epsilon,$$

$$U(x, t) \leq \bar{U},$$

$$\bar{U} \in \mathbb{R}_{>0} \quad \epsilon \in \mathbb{R}_{>0}$$

شرط روی کران‌ها

$$\dot{\sigma}_r(t) = \bar{h}(x, t) + h(x, t) + g(x, t)u(t)$$

در صورت اضافه شدن تابع مشخص دیگر،

معادلات صادق هستند

## توسعه رویکردهای تغییر وضعیت و بهره متغیر برای کنترل کننده‌های مود لغزشی مرتبه اول و دوم

کنترل مود لغزشی  
مرتبه بالاتر  
با بهره متغیر

$$U(x, t) \triangleq \frac{C(x, t)}{K_m(x, t)} + \delta$$

کنترل مود لغزشی  
مرتبه بالاتر  
با تغییر وضعیت

فرض می‌کنیم که فضای حالت سیستم به  $k$  زیر مجموعه ناهمپوشان تقسیم شده است. همچنین فرض می‌کنیم که در هر یک از این زیرمجموعه‌ها می‌توان کران‌های بالا و پایین متفاوتی برای عدم قطعیت‌ها تعریف کرد.

$$\bigcup_{i=1, \dots, k} \mathcal{S}_i = \mathcal{S}$$



## مثال عددی و شبیه سازی

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 + e^{2x_2}(u + d) \\ \dot{x}_2 &= 2x_1x_2 + \sin x_2 + \frac{1}{2}(u + d) \\ \dot{x}_3 &= x_2\end{aligned}$$

اغتشاش

$$a(x, t) = \begin{bmatrix} -x_1 + e^{2x_2}d \\ 2x_1x_2 + \sin(x_2) + \frac{1}{2}d \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad b(x, t) = \begin{bmatrix} e^{2x_2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$y = \sigma_1 = x_3, \quad \begin{aligned} \dot{\sigma}_1 &= \sigma_2 = 2x_2 \\ \dot{\sigma}_2 &= \bar{h} + h + gu = 2(2x_1x_2 + \sin(x_2)) + d + u \end{aligned} \rightarrow \text{درجه نسبی ۲}$$

$$\mathcal{S} = \{(\sigma_1, \sigma_2) : |\sigma_1| \leq 1, |\sigma_2| \leq 1\}$$

## مثال عددی و شبیه‌سازی

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} x_3 \\ 2x_2 \\ 1 + x_1 - e^{2x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \zeta \end{pmatrix}$$

$$\dot{\zeta} = \psi(\sigma, \zeta) = (1 - \zeta - e^{\sigma_2})(1 + 2\sigma_2 e^{\sigma_2}) - 2 \sin\left(\frac{\sigma_2}{2}\right) e^{\sigma_2}$$

$$\dot{\zeta} = \psi(0, \zeta) = -\zeta$$

## کنترل مود لغزشی مرتبه بالاتر با بهره متغیر

$$d = \nu(1 + \sin(t) + |x_3 + 4x_2^2|) \quad \nu \subseteq [-1, 1]$$

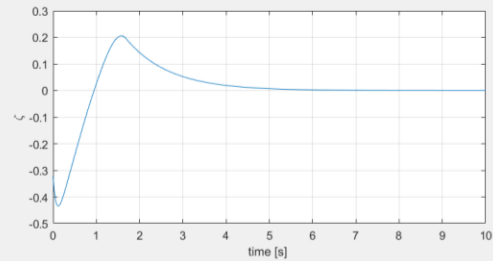
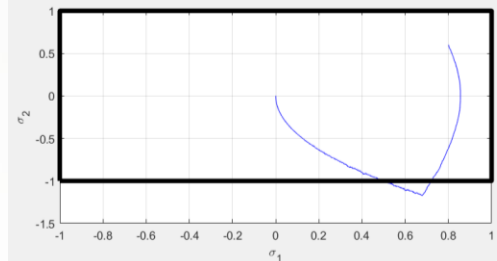
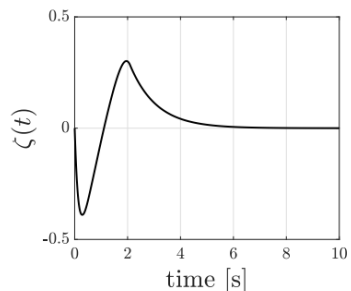
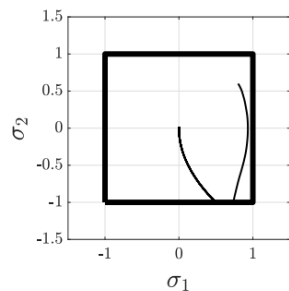
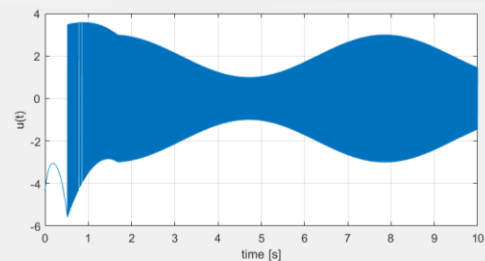
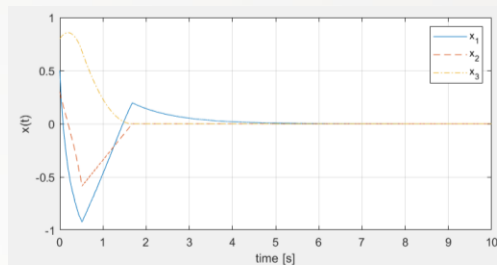
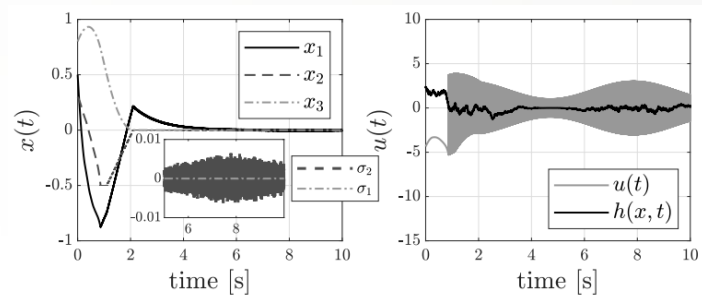
$$|h(x, t)| \leq 1 + \sin(t) + |x_3 + 4x_2^2| = C(x, t) \leq \bar{C} = 4,$$

$$g(x, t) = 1 = K_m$$

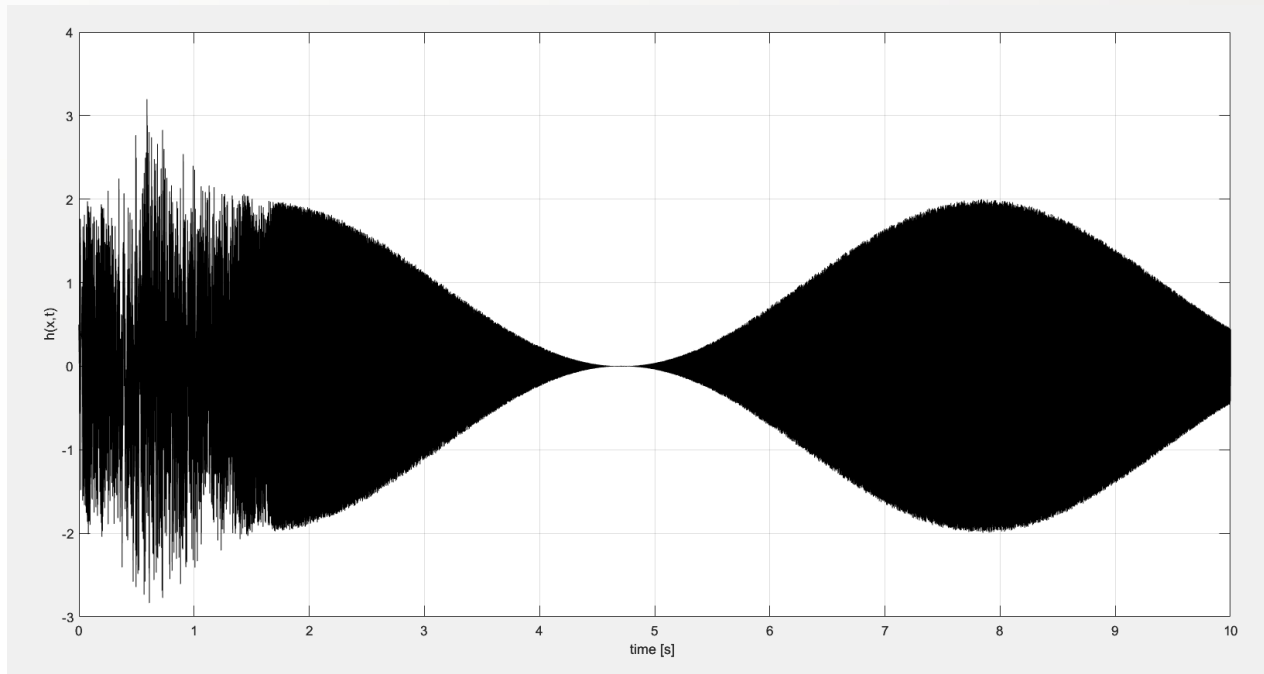
$$U(x, t) = 1 + \sin(t) + |x_3 + 4x_2^2| + 1$$

$$u = -2(2x_1x_2 + \sin(x_2)) - U(x, t) \operatorname{sgn} \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2 |\sigma_2|}{2\epsilon} \right)$$

# کنترل مود لغزشی مرتبه بالاتر با بهره متغیر



## کنترل مود لغزشی مرتبه بالاتر با بهره متغیر



## کنترل مود لغزشی مرتبه بالاتر با تغییر وضعیت

$$\mathcal{S}_1 \triangleq \{(\sigma_1, \sigma_2) : 0.3 \leq \sigma' M \sigma \leq 0.7\}$$

$$\mathcal{S}_2 \triangleq \{(\sigma_1, \sigma_2) : \sigma' M \sigma \leq 0.3\} ,$$

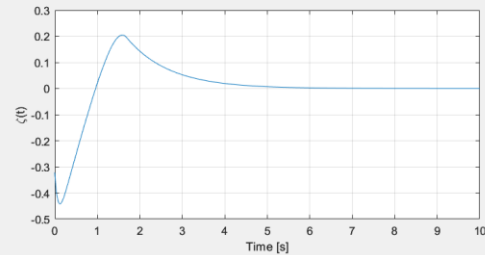
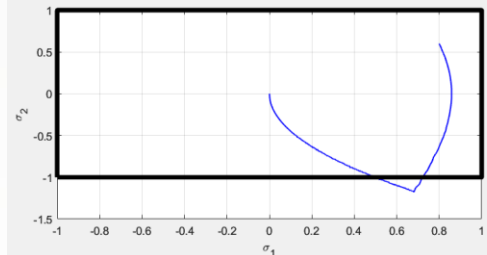
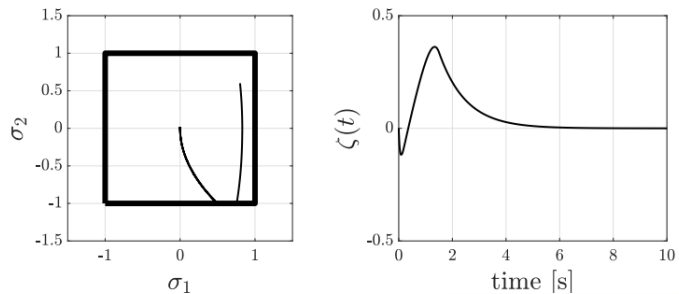
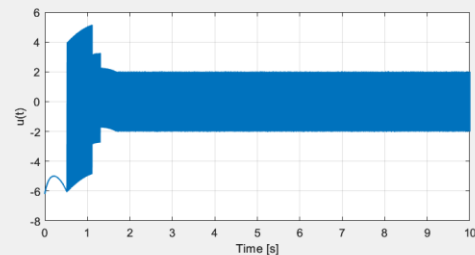
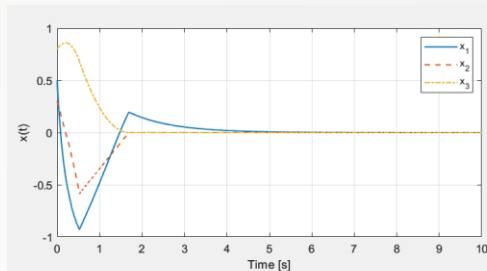
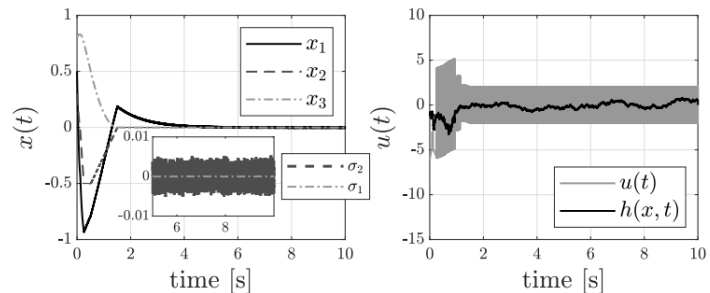
$$M = \text{diag}\{1, 2\}$$

$$|h(x, t)| \leq \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma \in \mathcal{S}_2 \\ 2 & \text{if } \sigma \in \mathcal{S}_1 \\ 4 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\delta = 1$$

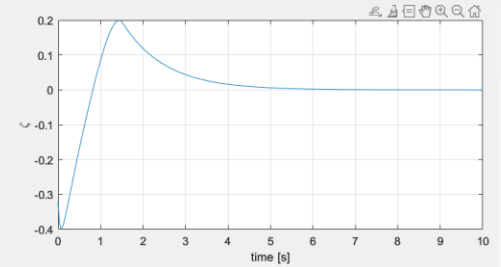
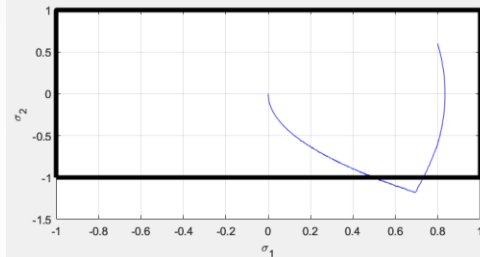
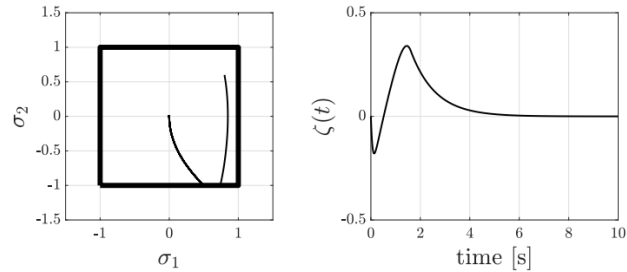
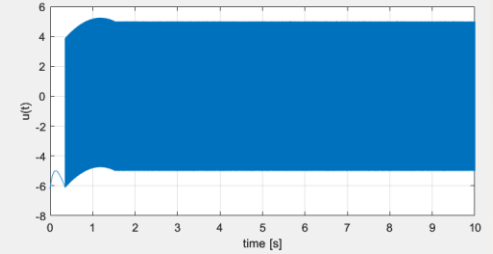
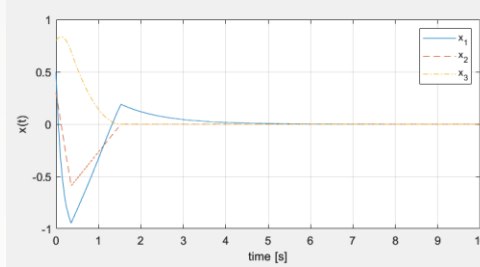
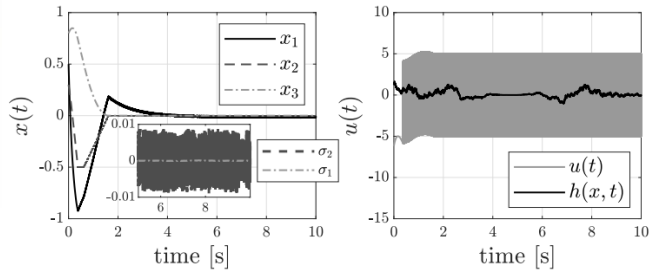
$$U(x, t) = \begin{cases} 2 & \text{if } \sigma \in \mathcal{S}_2 \\ 3 & \text{if } \sigma \in \mathcal{S}_1 \\ 5 & \text{otherwise} \end{cases}$$

# کنترل مود لغزشی مرتبه بالاتر با تغییر وضعیت



# کنترل مود لغزشی مرتبه بالاتر با بهره ثابت


$$\bar{U} = 5$$





G. P. Incremona, M. Rubagotti, M. Tanelli and A. Ferrara, "A General Framework for Switched and Variable Gain Higher Order Sliding Mode Control," in IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 66, no. 4, pp. 1718–1724, April 2021, doi: 10.1109/TAC.2020.2996423.

keywords: {Switches;Uncertainty;Manifolds;Convergence;Sliding mode control;Aerospace electronics;Higher order sliding mode (HOSM);sliding mode (SM) control;switched control},



با تشکر از توجه شما