Gregoryjeve krpe

Klara Kersnik in Meta Trdin

Fakulteta za matematiko in fiziko

Vsebina

1. Uvod
2. Metoda Chiyokura in Kimura
3. Gregoryjeve krpe
    1. Kvadratne Gregoryjeve krpe
    2. Trikotne Gregoryjeve krpe

Uvod

- Naloga: Zlepiti krpe oziroma ploskve tako, da bo imel zlepek geometrijsko zveznost reda 1.
- Podano: robne krivulje. Dobiti želimo notranje kontrolne točke.
- Ponovimo definicijo G^1 zveznosti

Definicija

g1zve

- Vemo: $G^1 \rightarrow$ zveznost enotskih tangent
- Ko združujemo dve krpi tukaj nastane problem - twist compatibility problem

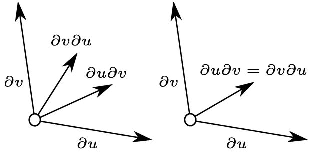
Uvod

- Naloga: Zlepiti krpe oziroma ploskve tako, da bo imel zlepek geometrijsko zveznost reda 1.
- Podano: robne krivulje. Dobiti želimo notranje kontrolne točke.
- Ponovimo definicijo G^1 zveznosti

Definicija

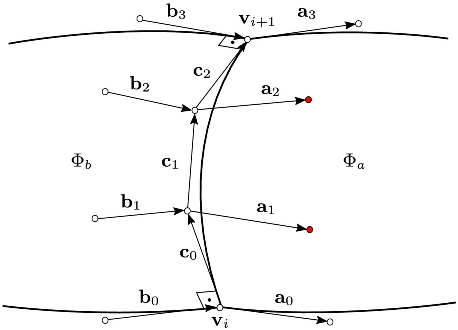
g1zve

- Vemo: $G^1 \rightarrow$ zveznost enotskih tangent
- Ko združujemo dve krpi tukaj nastane problem - twist compatibility problem



- Rešitev: Uporabimo racionalne funkcije, ki mešane odvode primerno zrdužijo. To nas pripelje do metode Chiyokura in Kimura

Metoda Chyokura in Kimura



Slika: Metoda Chiyokura in Kimura

Kvadratne Gregoryjeve krpe

Konstrukcija

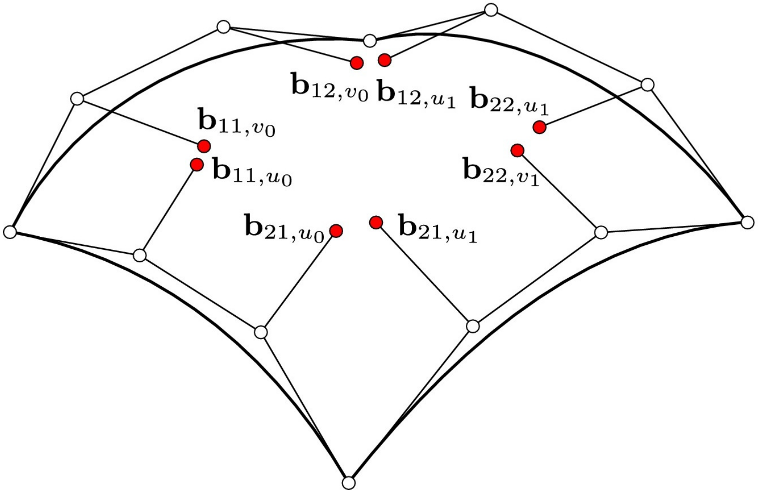
- Želimo parametrizirati ploskev v prostoru, da bo imela $G1$ zveznost, ko jo bomo zlepili
- domena $[0,1] \times [0,1]$
- Podane imamo 4 robne krivulje: bezierjeve krivulje reda 3
- Na vsakem robu uporabimo metodo Chyyokura in Kimura (dobimo $2 \cdot 4 = 8$ točk)
- Nastopi twist compatibility problem. Tukaj si pomagamo z racionalnii funkcijami:

$$\mathbf{b}_{11} = \frac{v\mathbf{b}_{11,u_0} + u\mathbf{b}_{11,v_0}}{u+v}$$

$$\mathbf{b}_{21} = \frac{(1-v)\mathbf{b}_{21,u_0} + u\mathbf{b}_{21,v_1}}{(1-v)+u}$$

$$\mathbf{b}_{12} = \frac{v\mathbf{b}_{12,u_1} + (1-u)\mathbf{b}_{12,v_0}}{v+(1-u)}$$

$$\mathbf{b}_{22} = \frac{(1-v)\mathbf{b}_{22,u_1} + (1-u)\mathbf{b}_{22,v_1}}{(1-u)+(1-v)}$$



Slika: Kvadratna Gregoryjeva krpa

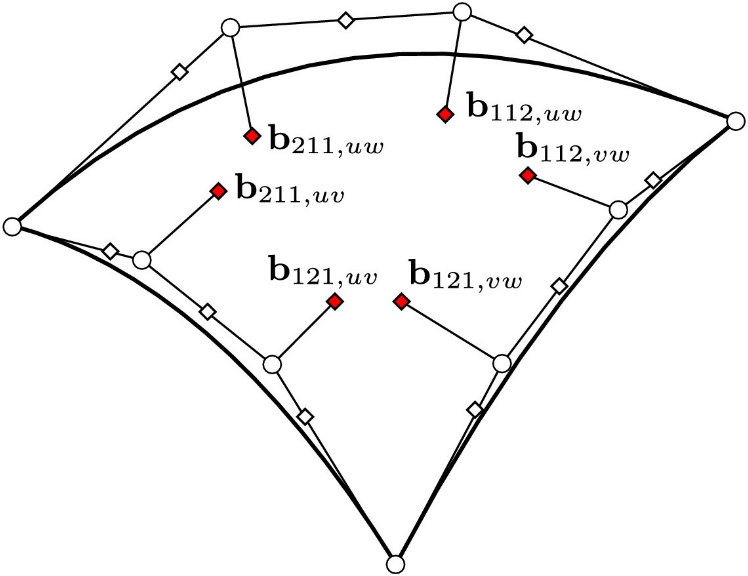
Trikotne Gregoryjeve krpe

- trikotna domena
- 3 kubične bezierjeve krivulje na robu
- Uporabimo metodo Chyyokura in Kimura (dobimo $2 \cdot 3 = 6$ točk)
- na posameznem paru uporabim racionalno funkcijo da dobimo 3 notranje točke
- kubična bezierjeva krpa ima le eno kontrolno točko ki ni robna, kvadratna pa ima 3 kar nam v tem primeru bolj ustreza. Zato moramo še robnim krivuljam zvišati stopnjo.
- Posamezen par združimo v eno točko:

$$\mathbf{b}_{211} = \frac{(1-w)v\mathbf{b}_{211,uv} + (1-v)w\mathbf{b}_{211,v_1}}{(1-w)v + (1-v)w}$$

$$\mathbf{b}_{121} = \frac{(1-w)u\mathbf{b}_{121,uv} + (1-u)v\mathbf{b}_{121,vw}}{(1-w)u + (1-u)w}$$

$$\mathbf{b}_{112} = \frac{(1-u)v\mathbf{b}_{112,vw} + (1-v)u\mathbf{b}_{112,uw}}{(1-u)v + (1-v)u}$$



Slika: Trikotna Gregoryjeva krpa