Gregoryjeve krpe

Klara Kersnik in Meta Trdin

Fakulteta za matematiko in fiziko

Vsebina

Uvod

- Naloga: Zlepiti krpe oziroma ploskve tako, da bo imel zlepek geometrijsko zveznost reda 1.
- Podano: robne krivulje. Dobiti želimo notranje kontrolne točke.
- Ponovimo definicijo G^1 zveznosti

Definicija

g1zve

- Vemo: $G^1 \rightarrow$ zveznost enotskih tangent
- Ko združujemo dve krpi tukaj nastane problem - twist compatibility problem

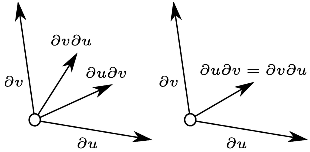
Uvod

- Naloga: Zlepiti krpe oziroma ploskve tako, da bo imel zlepek geometrijsko zveznost reda 1.
- Podano: robne krivulje. Dobiti želimo notranje kontrolne točke.
- Ponovimo definicijo G^1 zveznosti

Definicija

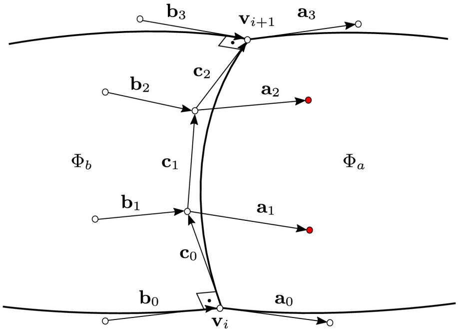
g1zve

- Vemo: $G^1 \rightarrow$ zveznost enotskih tangent
- Ko združujemo dve krpi tukaj nastane problem - twist compatibility problem



- Rešitev: Uporabimo racionalne funkcije, ki mešane odvode primerno zrdužijo. To nas pripelje do metode Chiyokura in Kimura

Metoda Chiyokura in Kimura



Slika: Metoda Chiyokura in Kimura

Kvadratne Gregoryjeve krpe

Konstrukcija

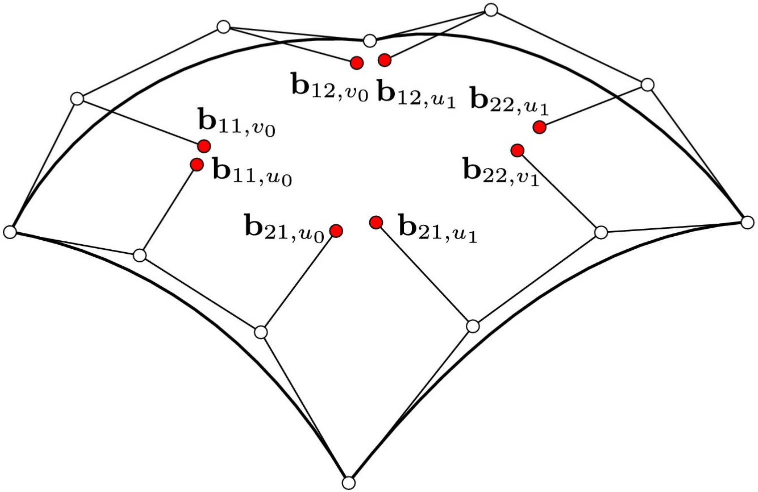
- Želimo parametrizirati ploskev v prostoru, da bo imela G^1 zveznost, ko jo bomo zlepili.
- Domena $[0,1] \times [0,1]$
- Podane imamo 4 robne krivulje: Bezierjeve krivulje reda 3
- Na vsakem robu uporabimo metodo Chiyokura in Kimura (dobimo $2 \cdot 4 = 8$ točk)
- Nastopi twist compatibility problem. Tukaj si pomagamo z racionalnii funkcijami:

$$\mathbf{b}_{11} = \frac{v\mathbf{b}_{11,u_0} + u\mathbf{b}_{11,v_0}}{u+v}$$

$$\mathbf{b}_{21} = \frac{(1-v)\mathbf{b}_{21,u_0} + u\mathbf{b}_{21,v_1}}{(1-v)+u}$$

$$\mathbf{b}_{12} = \frac{v\mathbf{b}_{12,u_1} + (1-u)\mathbf{b}_{12,v_0}}{v+(1-u)}$$

$$\mathbf{b}_{22} = \frac{(1-v)\mathbf{b}_{22,u_1} + (1-u)\mathbf{b}_{22,v_1}}{(1-u)+(1-v)}$$



Slika: Kvadratna Gregoryjeva krpa

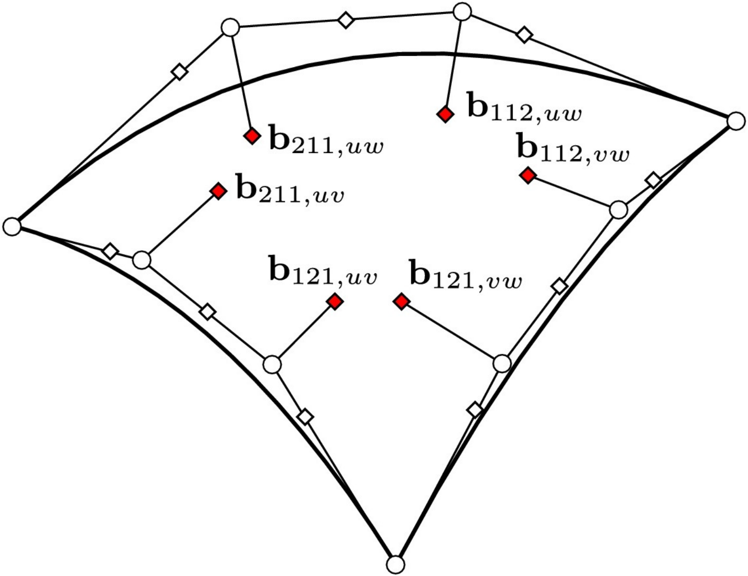
Trikotne Gregoryjeve krpe

- Trikotna domena
- 3 kubične bezierjeve krivulje na robu
- Uporabimo metodo Chiyokura in Kimura (dobimo $2 \cdot 3 = 6$ točk).
- Na posameznem paru uporabimo racionalno funkcijo, da dobimo 3 notranje točke.
- Kubična bezierjeva krpa ima le eno kontrolno točko, ki ni robna, kvadratna pa ima 3, kar nam v tem primeru bolj ustreza. Zato moramo še robnim krivuljam zvišati stopnjo.
- Posamezen par združimo v eno točko:

$$\mathbf{b}_{211} = \frac{(1-w)v\mathbf{b}_{211,uv} + (1-v)w\mathbf{b}_{211,v_1}}{(1-w)v + (1-v)w}$$

$$\mathbf{b}_{121} = \frac{(1-w)u\mathbf{b}_{121,uv} + (1-u)v\mathbf{b}_{121,vw}}{(1-w)u + (1-u)w}$$

$$\mathbf{b}_{112} = \frac{(1-u)v\mathbf{b}_{112,vw} + (1-v)u\mathbf{b}_{112,uw}}{(1-u)v + (1-v)u}$$



Slika: Trikotna Gregoryjeva krpa