Klaudia Korczak – 6 zadanie numeryczne

Problematyka

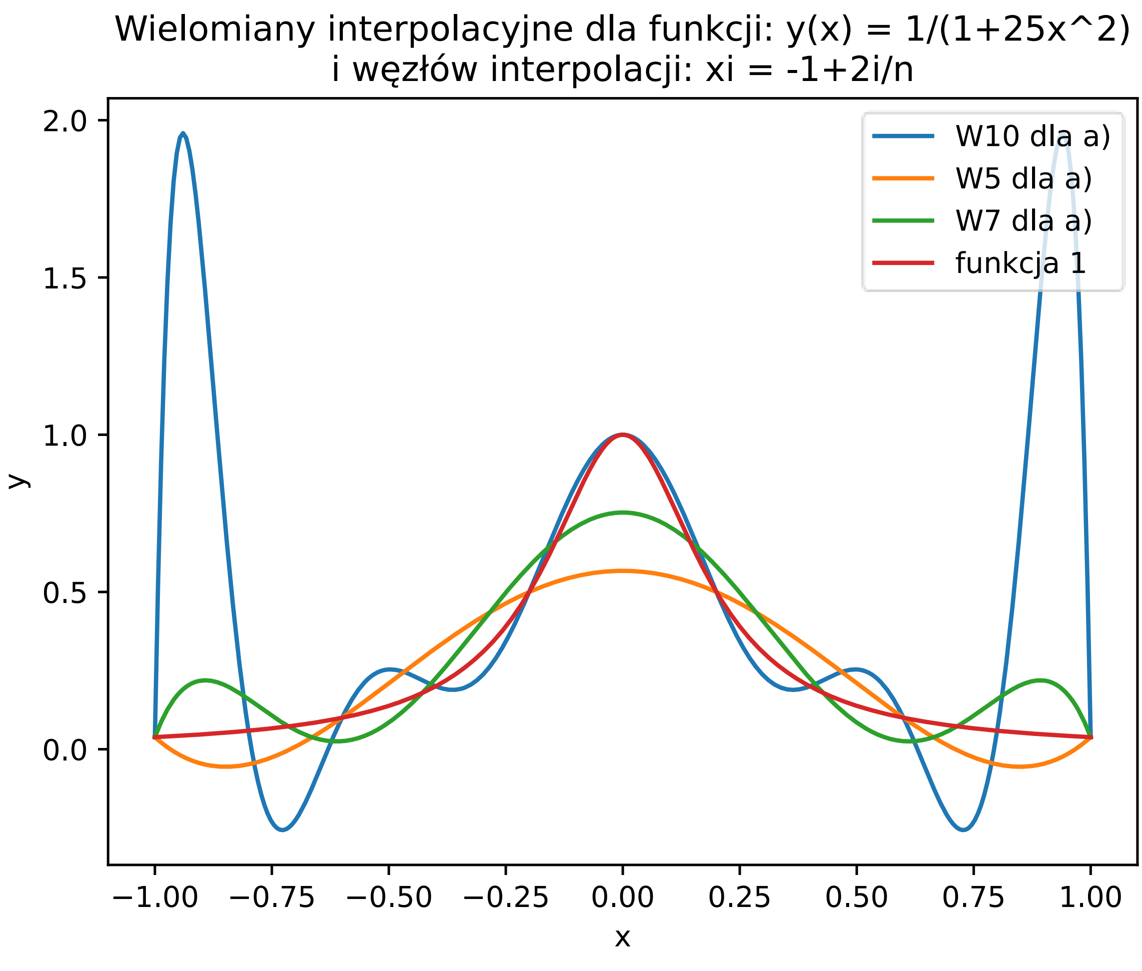
Celem zadania jest znalezienie oraz wykreślenie wielomianów interpolacyjnych stopnia $n, W_n(x)$, na przedziale $x \in [-1{,}1]$ dla funkcji $f_1(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ oraz $f_2(x) = \frac{1}{1+x^2}$ dla

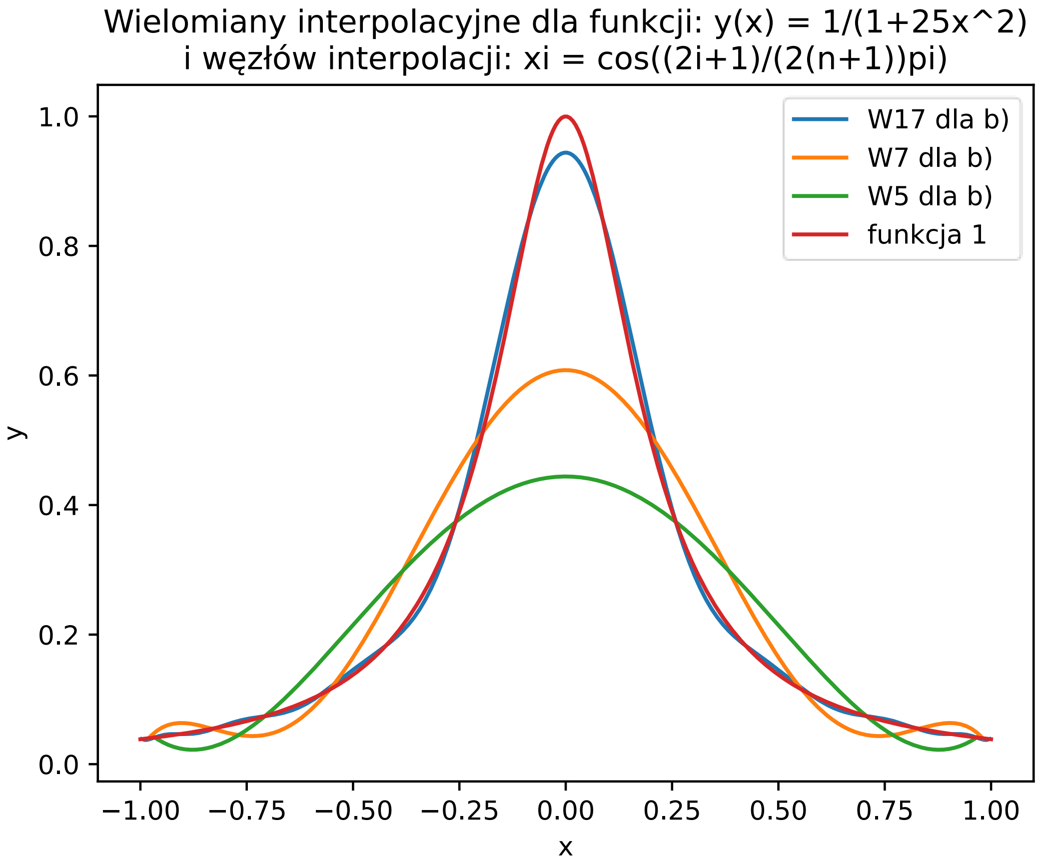
a) Jednorodnych węzłów interpolacji: $x_i = -1 + 2\frac{i}{n}$
b) $x_i = cos\left(\frac{2i+1}{2(n+1)}\pi\right)$

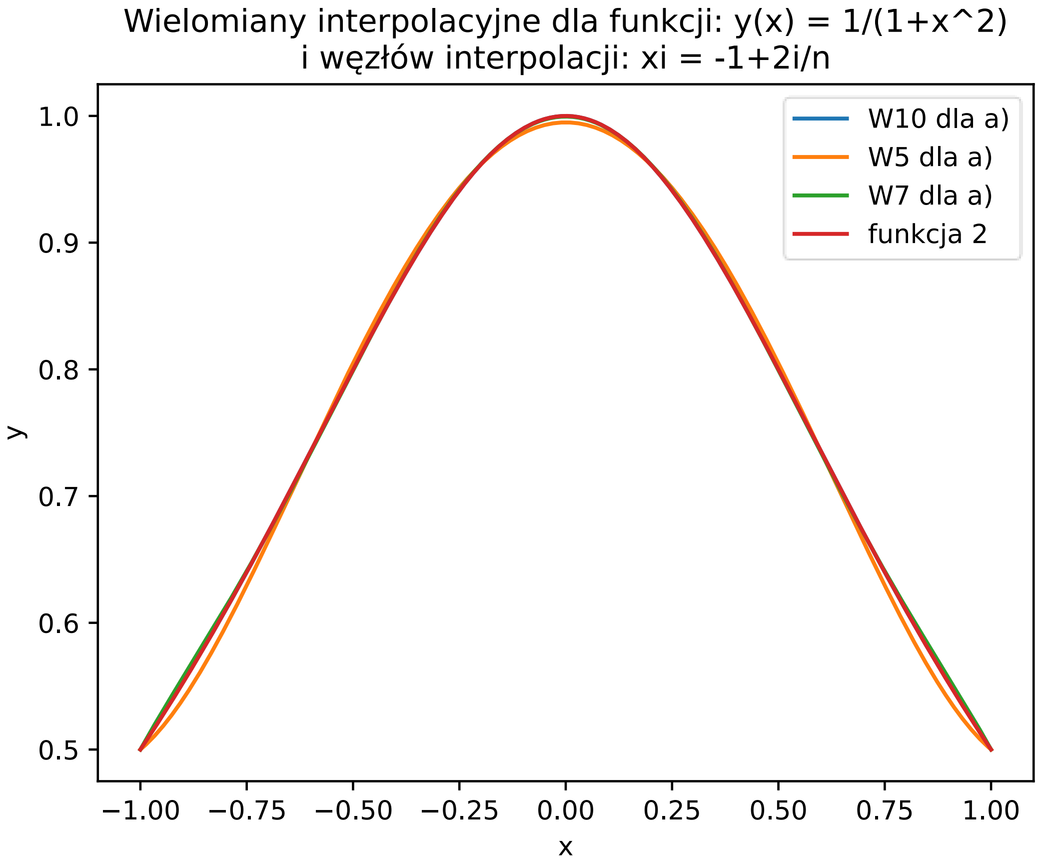
Sposób rozwiązania

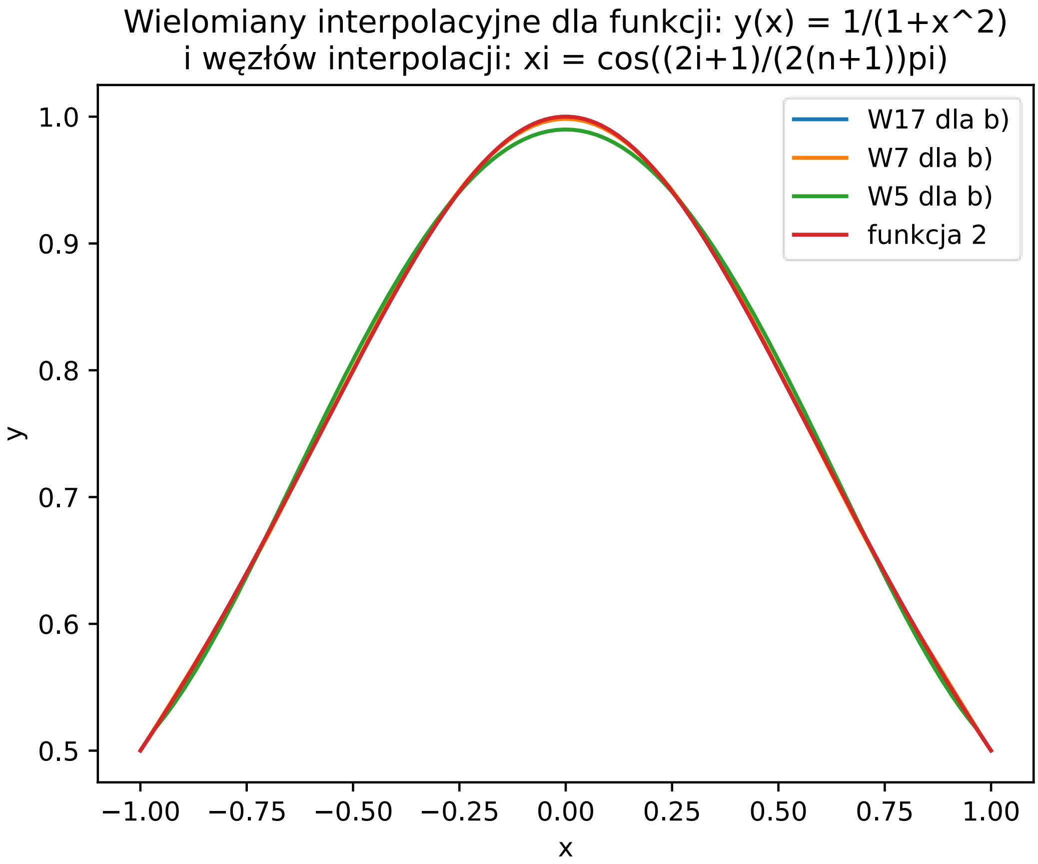
Do rozwiązania wykorzystuję wzór interpolacyjny Lagrange'a: $f(X) = \sum_{j=1}^{n} l_j(x) f_j$, gdzie $l_j(x) = \frac{(x-x_1)\dots(x-x_{j-1})(x-x_{j+1})\dots(x-x_n)}{(x_j-x_1)\dots(x_j-x_{j-1})(x_j-x_{j+1})\dots(x_j-x_n)}$

Wyniki




Wielomiany interpolacyjne dla funkcji: y(x) = 1/(1+25x^2)
i węzłów interpolacji: xi = cos((2i+1)/(2(n+1))pi)
W17 dla b)
W7 dla b)
W5 dla b)
funkcja 1
y
x
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00


Wielomiany interpolacyjne dla funkcji: y(x) = 1/(1+x^2)
i węzłów interpolacji: xi = -1+2i/n
W10 dla a)
W5 dla a)
W7 dla a)
funkcja 2
y
x
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00



Wnioski

Na pierwszym wykresie możemy zauważyć, że przy zwiększaniu n w pewnym momencie nie dostaniemy lepszego przybliżenia ponieważ na krańcach przedziału powstaną oscylacje Rungego. Ponieważ siatka dla podpunktu b) jest gęstsza na końcach, minimalizujemy problem oscylacji.

Dla $f_2(x)$ dostajemy dużo lepsze przybliżenia niż dla $f_1(x)$ nawet dla mniejszych wartości n. Ponieważ ta funkcja dla przedziału $[-1,1]$ jest raczej wklęsła, dlatego łatwiej jest dopasować odpowiedni wielomian.