FYS-MEK1110

Obligatorisk oppgave 4

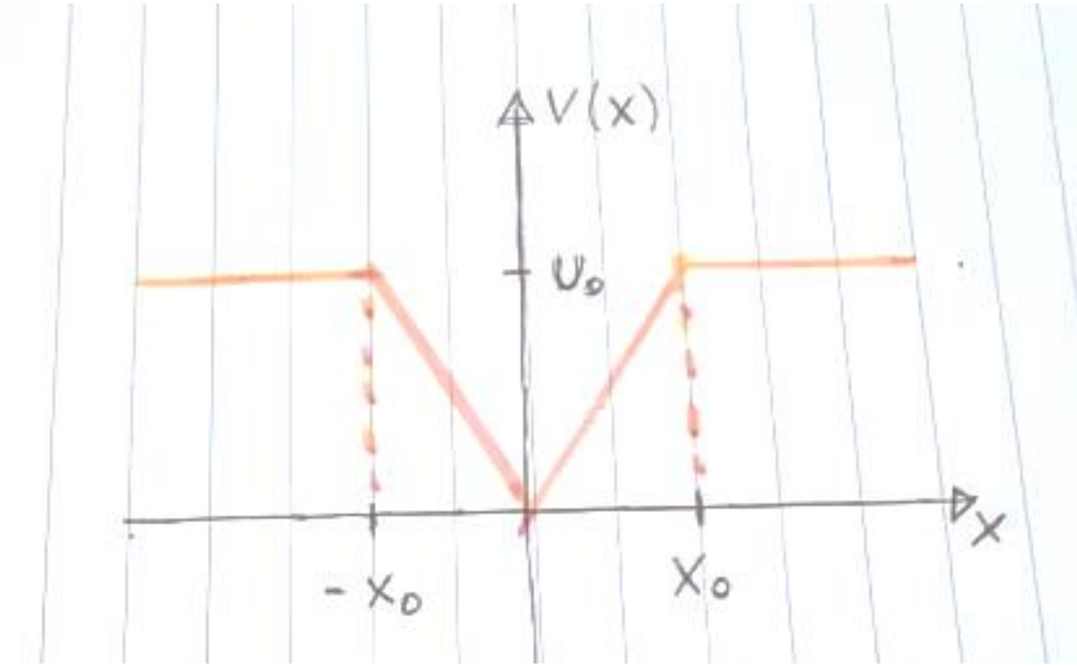
Klaudia Małgorzata Pawlak

klaudiap@student.matnat.uio.no

04.04.2019

Oppgave1

a)



Og vi får at likevektspunktet (minimumspunkt) blir $x = 0$, og da vett vi også at den er stabil.

b) For å finne kraften $F(x)$ bruker vi:

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} = \begin{cases} 0, & |x| \geq x_0 \\ -U_0 \frac{x}{|x|} * \frac{1}{x_0}, & |x| < x_0 \end{cases}$$

<u>Der vi har at $|x| < x_0 = -\nabla U$. Siden $F(x) = -\nabla U$, så blir denne kraften konservativ.</u>

c) Vi har oppgitt at $v_0 = \sqrt{4U_0/m}$ for $x = 0$, vi bruker energi bevaringsloven og får:

$$E_{mek-start} = E_{mek-slutt}$$

$$K_{start} + U_{start} = K_{slutt} + U_{slutt}$$

Vi finner først hastigheten ved $x = \frac{x_0}{2}$:

$$K_{start} + U_{start} = K_{slutt} + U_{slutt}$$

$$\frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{4U_0}{m}}\right)^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + U_0\frac{x}{|x|} * \frac{1}{x_0}$$

Som omformes til:

$$v = \sqrt{\frac{2\left(2U_0 - U_0\frac{|x|}{x_0}\right)}{m}}$$

Og vi får:

$$v = \sqrt{\frac{3U_0}{m}}$$

Vi finner først hastigheten ved $x = 2x_0$:

$$K_{start} + U_{start} = K_{slutt} + U_{slutt}$$

$$\frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{4U_0}{m}}\right)^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + U_0$$

Og vi får:

$$v = \sqrt{\frac{2U_0}{m}}$$

d) Vi bruker samme framgangsmåte som i oppg 1c), og vi finner først hastigheten ved $x = -\frac{x_0}{2}$:

$$K_{start} + U_{start} = K_{slutt} + U_{slutt}$$

$$\frac{1}{2}m\left(-\sqrt{\frac{4U_0}{m}}\right)^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + U_0\frac{x}{|x|} * \frac{1}{x_0}$$

Som omformes til:

$$v = \sqrt{\frac{2\left(2U_0 - U_0\frac{|x|}{x_0}\right)}{m}}$$

Og vi får:

$$v = \sqrt{\frac{3U_0}{m}}$$

Vi finner først hastigheten ved $x = -2x_0$:

$$K_{start} + U_{start} = K_{slutt} + U_{slutt}$$

$$\frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{4U_0}{m}}\right)^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + U_0$$

Og vi får:

$$v = \sqrt{\frac{2U_0}{m}}$$

e) For $K = 0$ når $x = 0$ får vi:

$$W = \int_0^{x_2} F_0\, dx = U(x_2) - U(x_0)$$

$$F_0 x_2 = U_0\frac{|x_2|}{x_0}$$

$$F_0 = U_0\frac{|x_2|}{x_0 x_2}$$

Og for $K = \frac{U_0}{2}$ når $x = 0$ får vi:

$$W = \int_0^{x_2} F_0\, dx = U(x_2) - U(x_0)$$

$$F_0 x_2 = U_0\frac{|x_2|}{x_0}$$

$$F_0 = U_0\frac{|x_2|}{x_0 x_2} = 2K\frac{|x_2|}{x_0 x_2}$$

f) Vi har kreften:

$$F = -\alpha v$$

Dette kreften vil kun bli avhengig av hastigheten og vil derfor ikke være konservativ.

g) Vi far at:

$$F_1(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq x_0 \\ -U_0 \frac{x}{|x|} * \frac{1}{x_0}, & |x| < x_0 \end{cases}$$

Og:

$$F_2(x) = -\alpha v, \qquad x = 0$$

Og vi får:

$$F = -U_0 \frac{x}{|x|} * \frac{1}{x_0} - \alpha v$$

Bruker vi Newtons andrelov, så får vi:

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{U_0 \frac{x}{|x|} * \frac{1}{x_0} - \alpha v}{m}$$

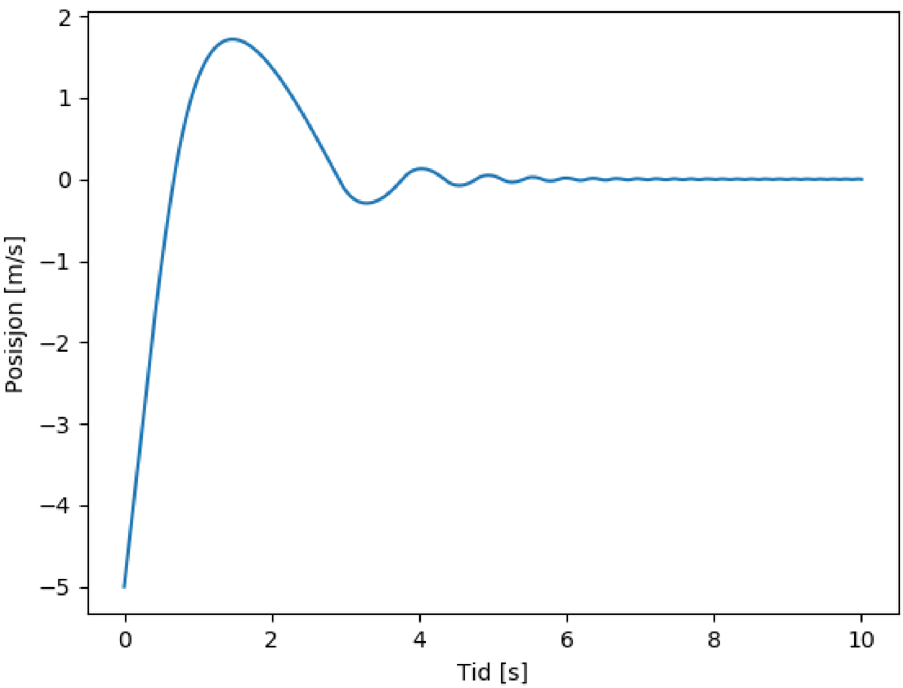
h) Vi skriver følgende kode i Python:

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

U0 = 150
m = 23
x0 = 2
alpha = 39.48

n = 10000
T = 10
dt = T/n

v = np.zeros(n)
x = np.zeros(n)
a = np.zeros(n)
t = np.linspace(0, T, n)

for i in range(n-1):
    if abs(x[i])<x0:
        a[i]= (-U0*(x[i]/(abs(x[i])))*(1/x0)-alpha*v[i])/m
    else:
        a[i]= 0
    v[i+1]=v[i]+dt*a[i]
    x[i+1]=x[i]+dt*v[i]

plt.plot(t, x)
plt.xlabel("Tid [s]")
plt.ylabel("Posisjon [m/s]")
plt.show()
```

i) Vi forandrer vi koden fra oppg1h) litt, vi legger en ny linje der vi setter *v[0]= 8* og *x[0]= -5*, altså:

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

U0 = 150
m = 23
x0 = 2
alpha = 39.48

n = 10000
T = 10
dt = T/n

v = np.zeros(n)
x = np.zeros(n)
a = np.zeros(n)
t = np.linspace(0, T, n)

x[0]= -5
v[0]= 8

for i in range(n-1):
    if abs(x[i])<x0:
        a[i]= (-U0*(x[i]/(abs(x[i])))*(1/x0)-alpha*v[i])/m
    else:
        a[i]= 0
    v[i+1]=v[i]+dt*a[i]
    x[i+1]=x[i]+dt*v[i]

plt.plot(t, x)
plt.xlabel("Tid [s]")
plt.ylabel("Posisjon [m/s]")
plt.show()
```

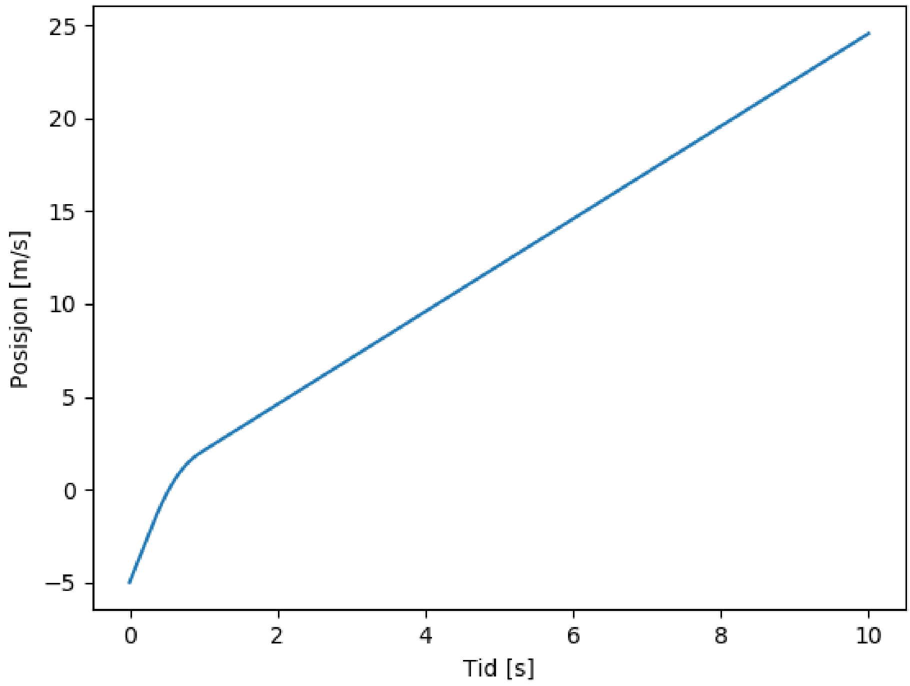
Kjøreeksempel gir:



Vi ser at atomet er i en atom felle, og at atomet ikke kommer seg ut av den.

j) Vi forandrer koden på tilsvarende måten som i oppgave i) og vi setter

v[0]=10 og *x[0]=-5* og kjøreeksempel gir nå:



Vi ser at atomet har klart å komme seg ut av en atom felle.

k) Vi har testet programmet flere ganger for å finne maksimalt v_0 til atomet, slik at den fortsatt er i atom felle. Vi fant at v_0 må være $8.7\frac{m}{s}$.