FYS2130 regneoppgaver uke 03

Klaudia Pawlak

klaudiap@student.matnat.uio.no

09. Februar 2021

Oppgave 1. Radio

Vi skal se på hvordan vi kan skille en radiostasjon fra en annen. I denne oppgaven skal vi finne ut hvilken Q-faktor måtte radiomottakerens resonanskrets ha for at dette skulle var mulig. Vi får oppgitt at:

- To radiostasjoner kunne ligge så tett som 9kHz
- Mottakeren måtte ha en unik variabel resonanskrets
- Frekvensen på Stavanger-senderen var 1313 kHz

Definisjon på en Q-faktor er

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$$

Der f_0 er resonansfrekvensen, og Δf er halvverdibredden. For å «plukke opp» den signal som vi ønsker, må resonansfrekvensen bli lik frekvensen til senderen, i dette tilfelle lik 1313 kHz, altså

$$f_0 = 1313\ kHz$$

Siden to radiostasjoner kunne ligge så tett som 9kHz, så setter vi at

$$\Delta f = 9\ kHz$$

Dermed får vi at

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{1313}{9} = 145.9\ kHz$$

Svar:

Q-faktor som radiomottakerens resonanskrets måtte ha er

$$Q = 145.9\ kHz$$

Oppgave 2. Basilarmembranen

a) Basilarmembranen kan vibrere og vi kan derfor høre og skille mellom forskjellige tonehøyder. Dette forklares ved at det er ulike delene i basilarmembranen som vil vibrere avhengig av hvilken tone vi hører. Dersom vi hører en mørk tone (lav frekvens) vil bare den indre delen av membranen vibrere, og dersom vi hører en lys tone (høy frekvens) vil bare den ytre delen vibrere.

b) Vi har at massetettheten er

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Volumet er gitt som

$$V(l) = w(l)h(l)dl$$

Der w er bredden, h er høyden og dl er plasseringen til nerven. Vi får derfor at

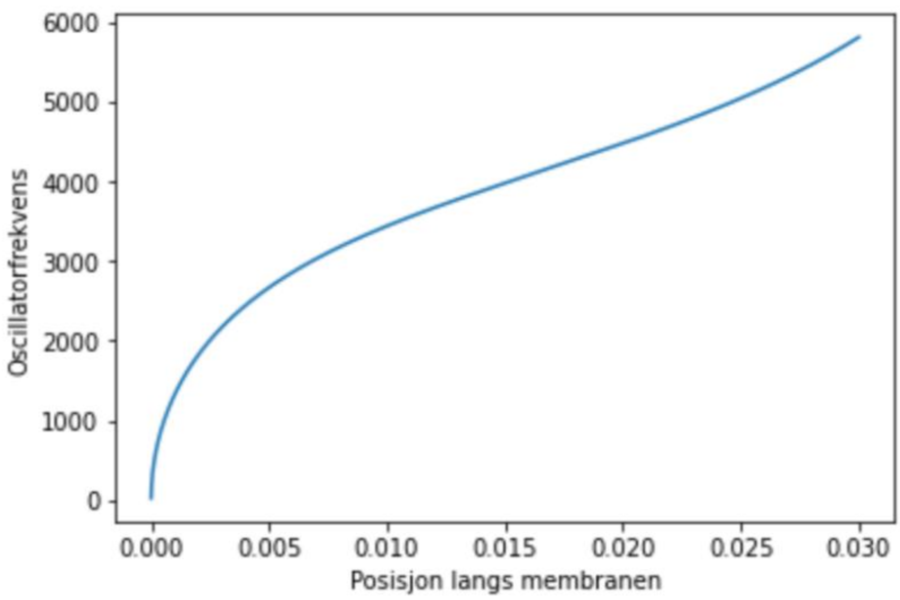
$$m(l) = w(l)h(l)\rho(l)dl$$

c) Vi løser oppgaven i Python, og får

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#Oppgave c)

#Variablene

w0 = 0.1e-3
w1 = 0.3e-3

rho0 = 1500
rho1 = 2500

h0 = 0.3e-3
h1 = 0.1e-3

L = 30e-3
n = 3000
dl = L/n

k0 = 10e-6
k1 = 10e-1

b = 1e-9
f0 = 261.63*2*np.pi
```

```
f1 = 277.18*2*np.pi

#Utrykk for masse

h = np.linspace(h0, h1, n)
w = np.linspace(w0, w1, n)
rho = np.linspace(rho0, rho1, n)
M = h*w*rho*dl

#Oscillatorfrekvens

l = np.linspace(0, L, n)

k = np.linspace(k0, k1, n)
o = np.sqrt(k/M)

plt.plot(l, o/(2*np.pi))
plt.xlabel("Posisjon langs membranen")
plt.ylabel("Oscillatorfrekvens")
plt.show()
```

Kjøreeksempel gir



d) Ikke besvart
e) Vi skriver videre på programmet fra oppgave c), og får

```
#Q-faktor

d_f = f0-f1
q = f0/d_f
print(q)
```

Kjøreeksempel gir

```
-16.82508038585209
```

Svar:

Q-faktor er -16.825

f) Ikke besvart

Oppgave 3. RLC-krets

a) Vi har at likningen

$$L\frac{d^2Q}{dt}+R\frac{dQ}{dt}+\frac{1}{C}Q=V_0\cos(\omega_F t)$$

Er analog med likningen

$$\ddot{z}+\frac{b}{m}\dot{z}+w_0^2z=\frac{F}{m}\cos(\omega_F t)$$

Som er likningen for en harmonisk drevet lineær fjærpendel. Vi ser på forholdet mellom variablene

$$\frac{b}{m}=\frac{R}{L}$$

$$\omega_0^2=\frac{1}{LC}$$

$$\frac{F}{m}=\frac{V_0}{L}$$

Og bruker disse videre i utregning. Vi finner først faseskiftet

$$cot\phi=\frac{cos\phi}{sin\phi}=\frac{\omega_0^2-\omega_F^2}{\frac{\omega_F b}{m}}=\frac{\frac{1}{LC}-\omega_F^2}{\frac{\omega_F R}{L}}$$

Vi finner nå amplituden

$$A=\frac{\frac{F}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_F^2)^2+\left(\frac{\omega_F b}{m}\right)^2}}=\frac{\frac{V_0}{L}}{\sqrt{(\frac{1}{LC}-\omega_F^2)^2+\left(\frac{\omega_F R}{L}\right)^2}}$$

Og Q-faktor

$$Q=\sqrt{\frac{mk}{b^2}}=\sqrt{\frac{L}{R^2C}}$$

Faseresonansen er

$$f_{fase,res} = \frac{1}{2\pi}\omega_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Amplituderesonansen er

$$f_{amp,res} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{2m^2}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}$$

b) Vi har at

$$L = 25\mu H$$
$$R = 1\Omega$$
$$C = 100nF$$

Dermed får vi at

$$Q = \sqrt{\frac{L}{R^2C}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 10^{-6}}{1^2 \cdot 100 \cdot 10^{-9}}} = 5\sqrt{10} = 15.8$$

c) Vi har at

$$\omega_F = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} = \omega_0 + \frac{\omega}{2Q}$$

Derfor

$$cot\phi = \frac{\frac{1}{LC} - \left(\omega_0 + \frac{\omega}{2Q}\right)^2}{\left(\omega_0 + \frac{\omega}{2Q}\right)\frac{R}{L}}$$

Og faseforskjell blir derfor

$$\phi = \mathrm{arccot}\left(\frac{\frac{1}{LC} - \left(\omega_0 + \frac{\omega}{2Q}\right)^2}{\left(\omega_0 + \frac{\omega}{2Q}\right)\frac{R}{L}}\right) + \pi n$$