ØV9 — DFT 2

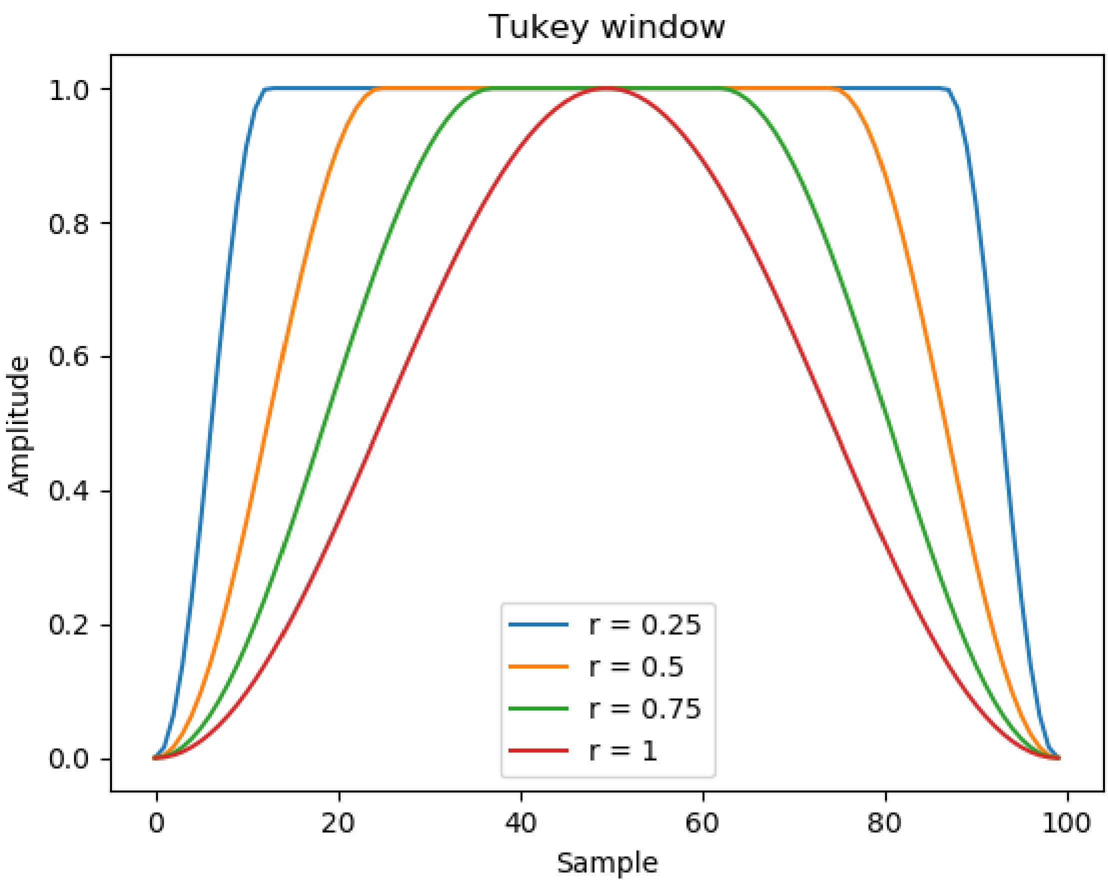
Oppgave 1 —Windowing

a) Vi bruker Python og vi skriver følgende kode:

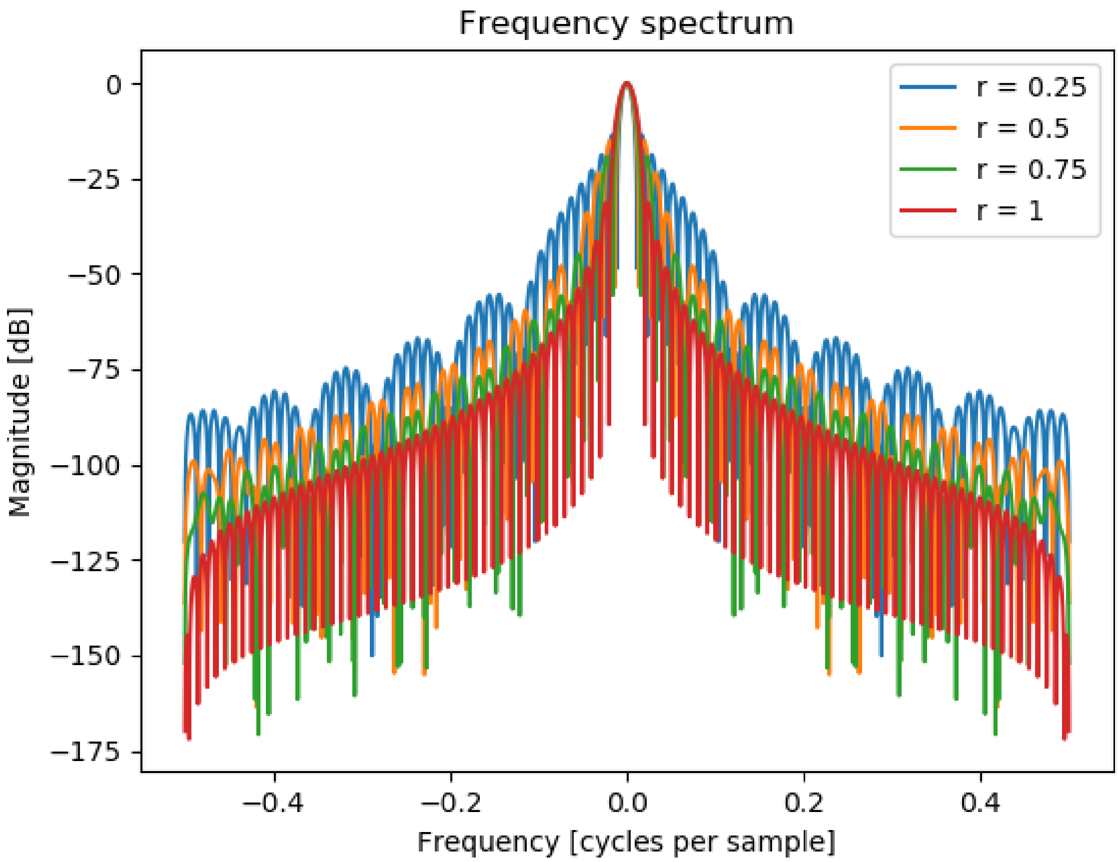
```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import signal
from scipy.fftpack import fft, fftshift

r = [0.25, 0.5, 0.75, 1]

def tukey(n, r, T):
    t = np.linspace(-0.5,0.5, n)
    b = (-T/2+T*r/2)
    t1, t2, t3 = [], [], []
    for i in t:
        if i < b:
            t1.append(i)
    for j in t:
        if j >= b and j <= -b:
            t2.append(j)
    for k in t:
        if k > -b:
            t3.append(k)
    t1, t2, t3 = np.array(t1), np.array(t2), np.array(t3)
    w1 = 0.5*(1-np.cos((t1+T/2)*2*np.pi/(r*T)))
    w2 = np.ones(t2.shape)
    w3 = 0.5*(1-np.cos((t3-T/2)*2*np.pi/(r*T)))
    w = np.concatenate((w1, w2, w3))
    return w

for i in r:
    plt.plot(tukey(100,i,1), label="r = {}".format(i))
plt.legend()
plt.title("Tukey window")
plt.ylabel("Amplitude")
plt.xlabel("Sample")
plt.show()

"""
#Test
for j in r:
    plt.plot(signal.tukey(100,alpha=j), label="r = {}".format(j))
plt.legend()
plt.title("Buildin Tukey window function")
plt.ylabel("Amplitude")
plt.xlabel("Sample")
```

```
plt.show()
"""

for k in r:
    fourier = fft(tukey(100,k,1), 10000)/(len(tukey(100,k,1))/2)
    f= np.linspace(-0.5, 0.5, len(fourier))
    r = 20*np.log10(np.abs(fftshift(fourier/abs(fourier).max())))
    plt.plot(f, r, label="r = {}".format(k))
plt.legend()
plt.title("Frequency spectrum")
plt.ylabel("Magnitude [dB]")
plt.xlabel("Frequency [cycles per sample]")
plt.show()
```

Kjøreeksempel gir:

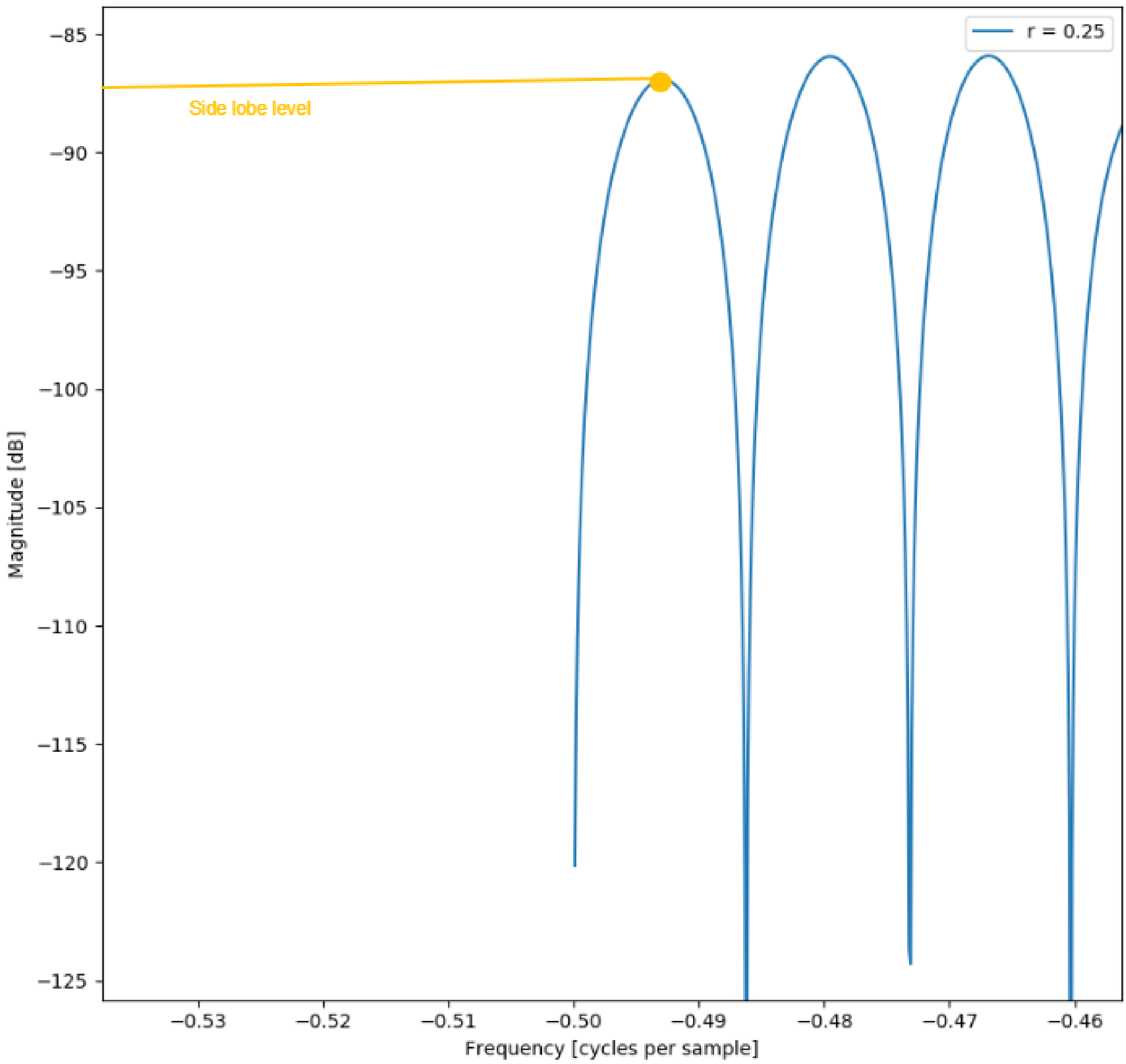


Figur 1: Tukey window

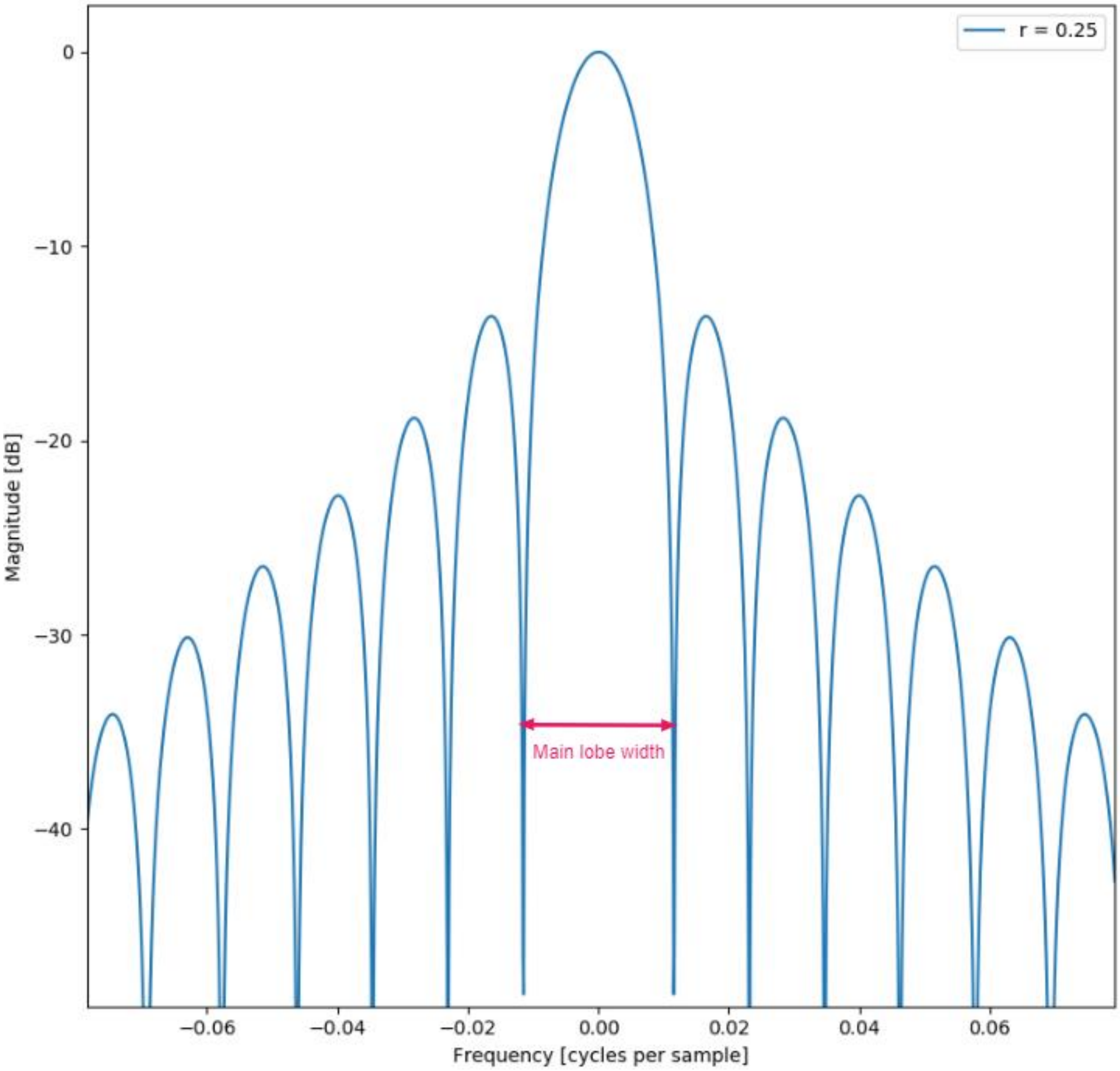


Figur 2: Frequency spectrum

b) Vi skriver ned observasjoner fra frekvens spektrum:

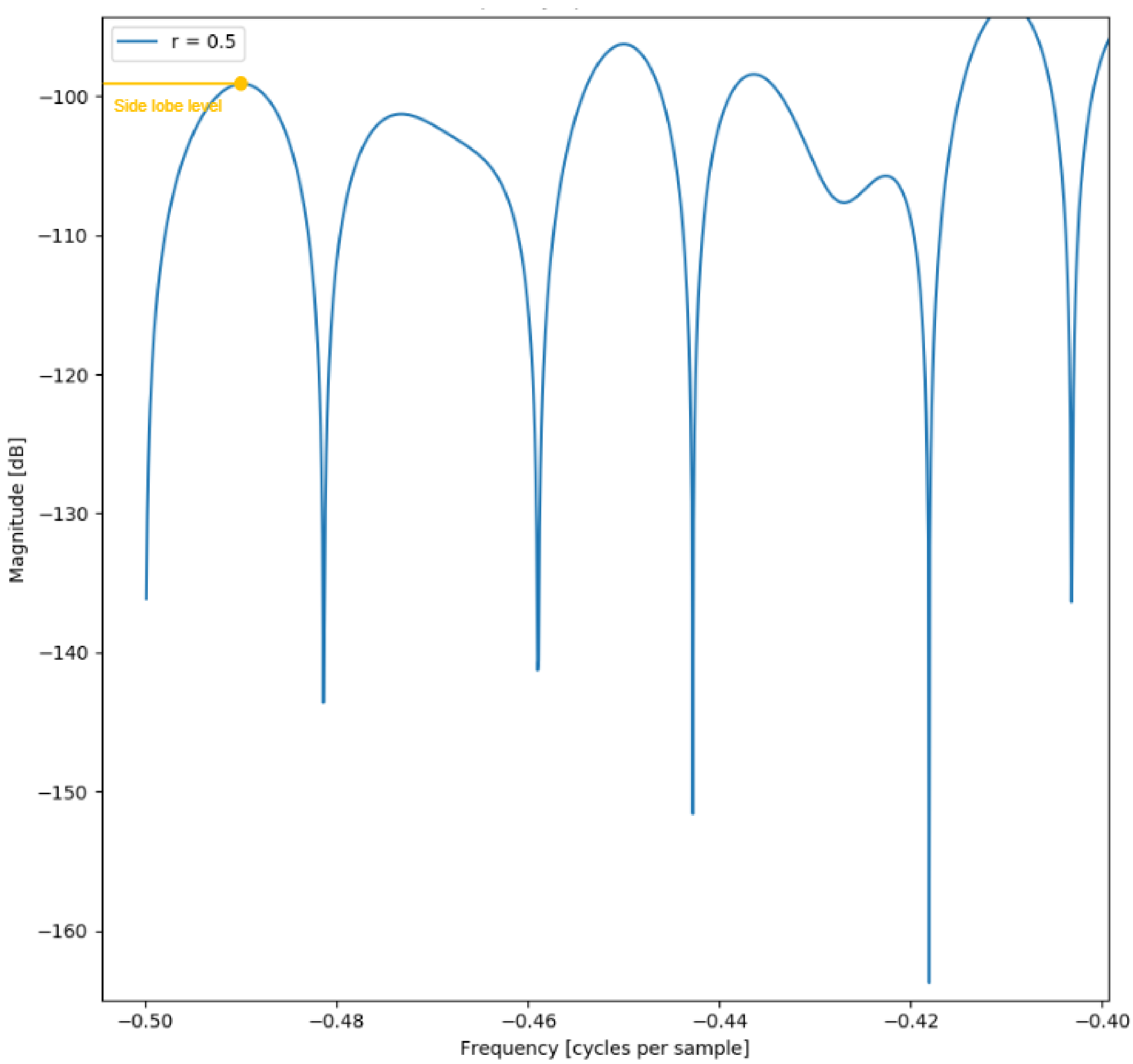


Figur 3: Side lobe nivå for $r = 0.25$

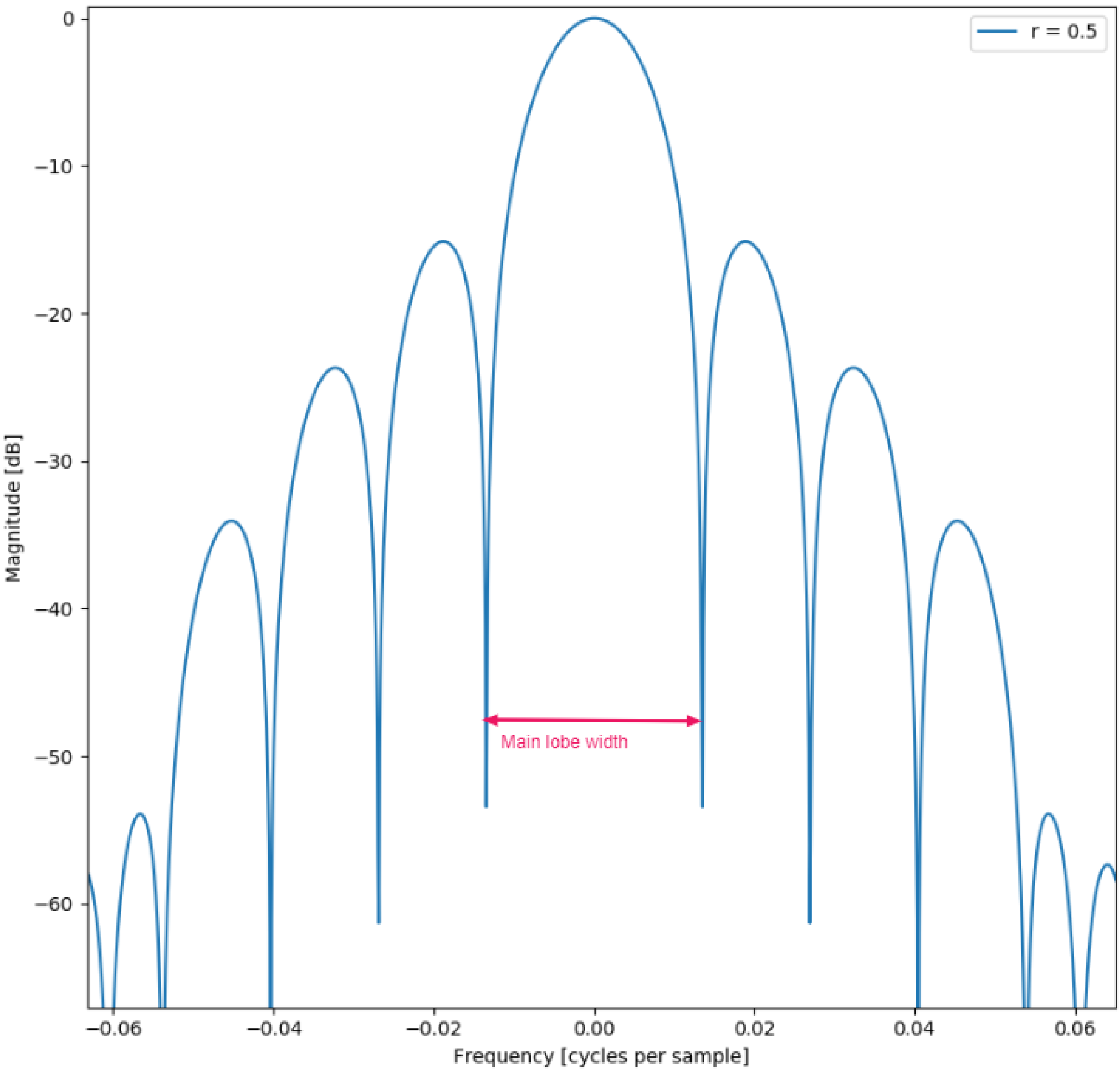


Figur 4: Main lobe bredden for $r = 0.25$

For $r = 0.25$ er «main lobe»-bredden lik 0.022 bins og «side lobe» nivå er $-87.0DB$.

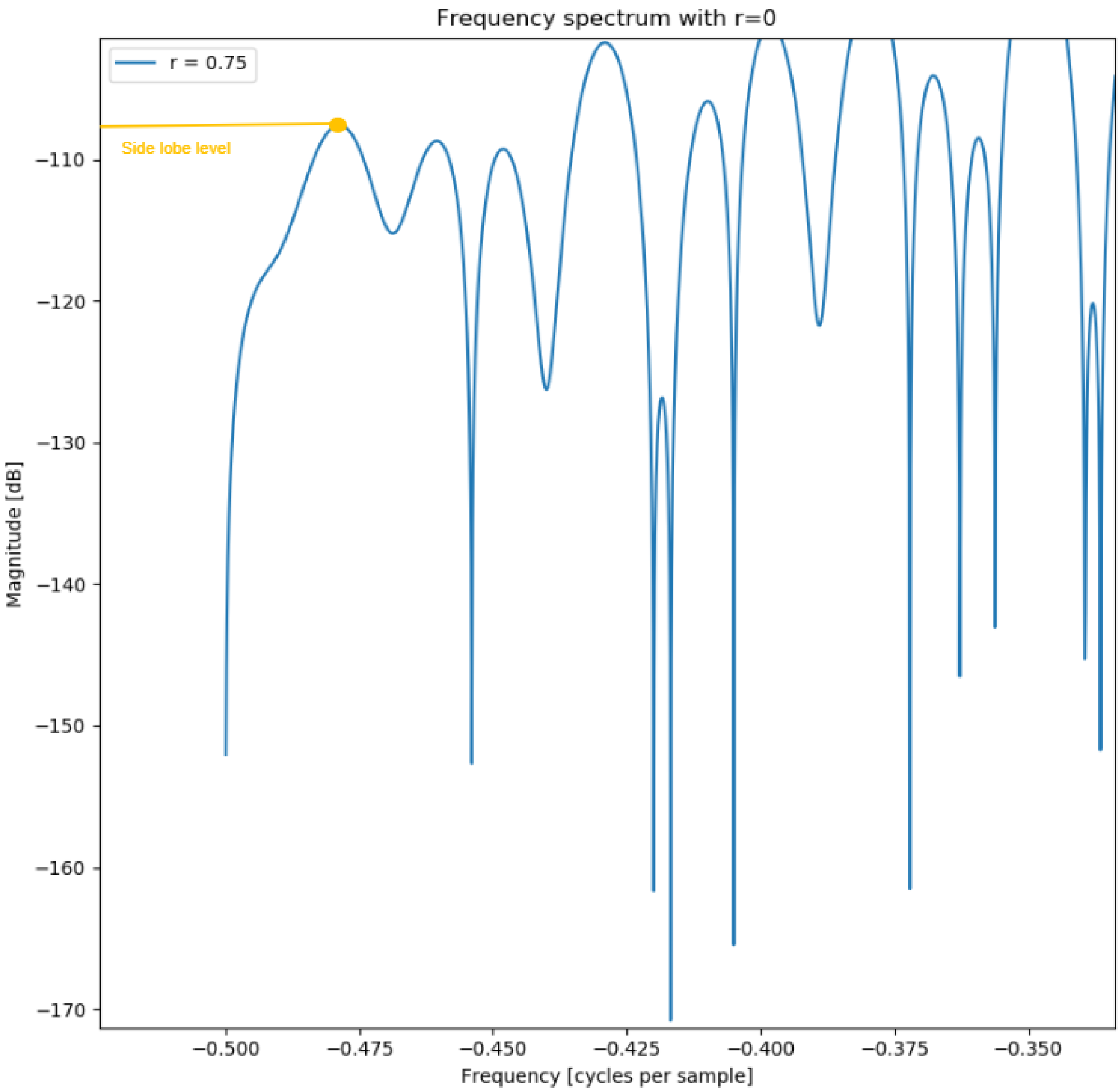


Figur 5: Side lobe nivå for $r = 0.5$

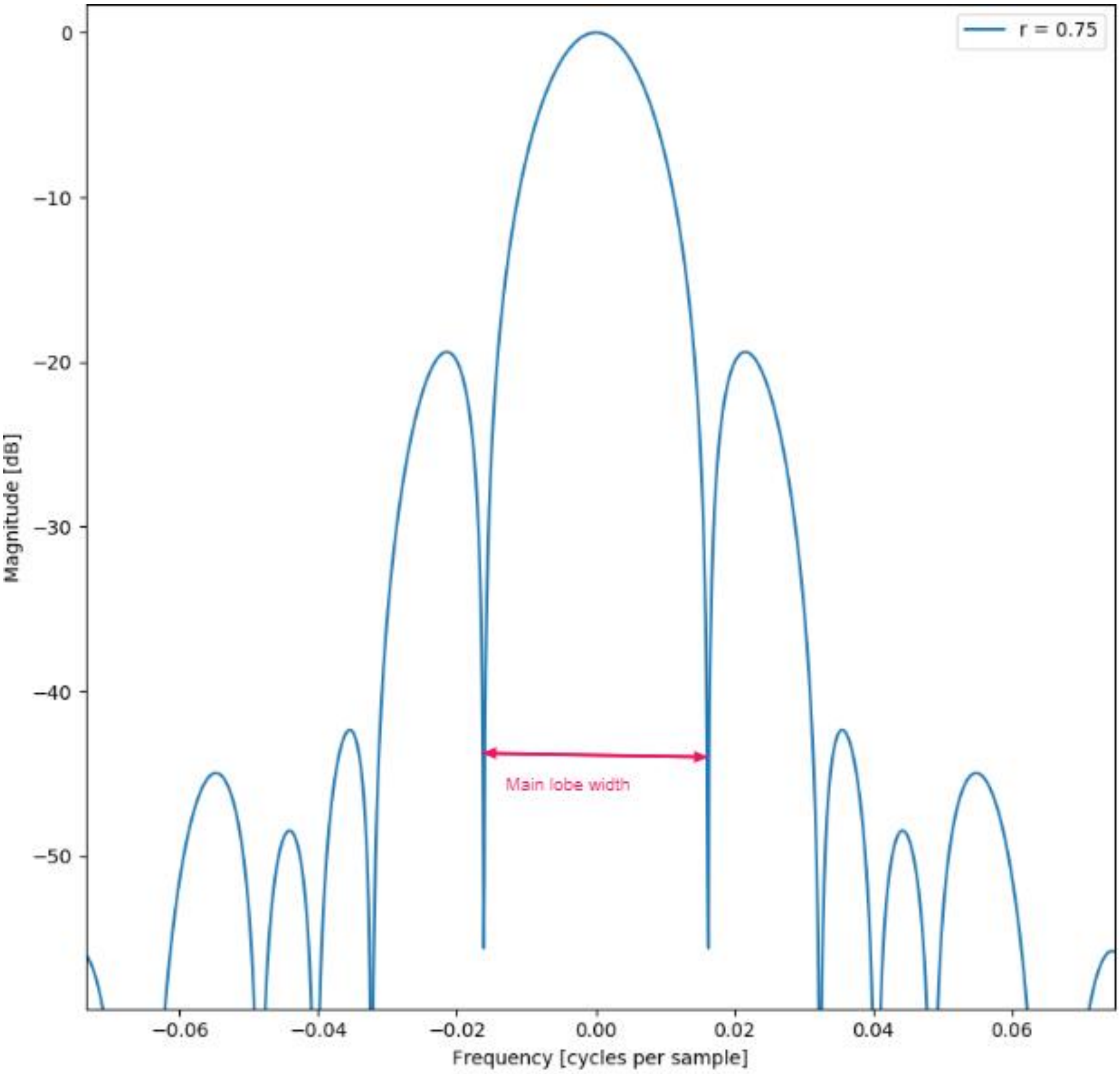


Figur 6: Main lobe bredden for $r = 0.5$

For $r = 0.5$ er «main lobe»-bredden lik 0.026 bins og «side lobe» nivå er $-99.1DB$.

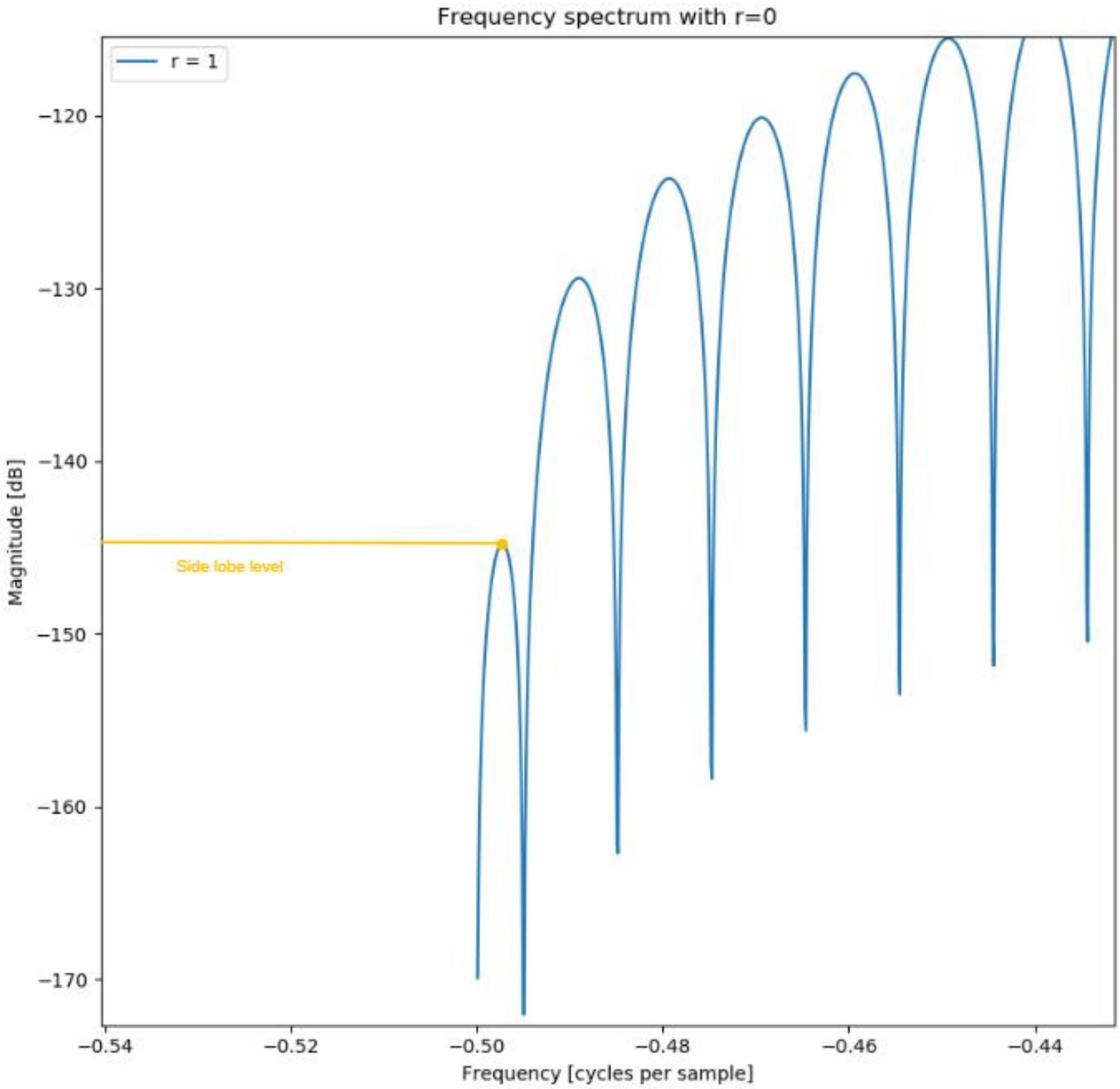


Figur 7: Side lobe nivå for $r = 0.75$

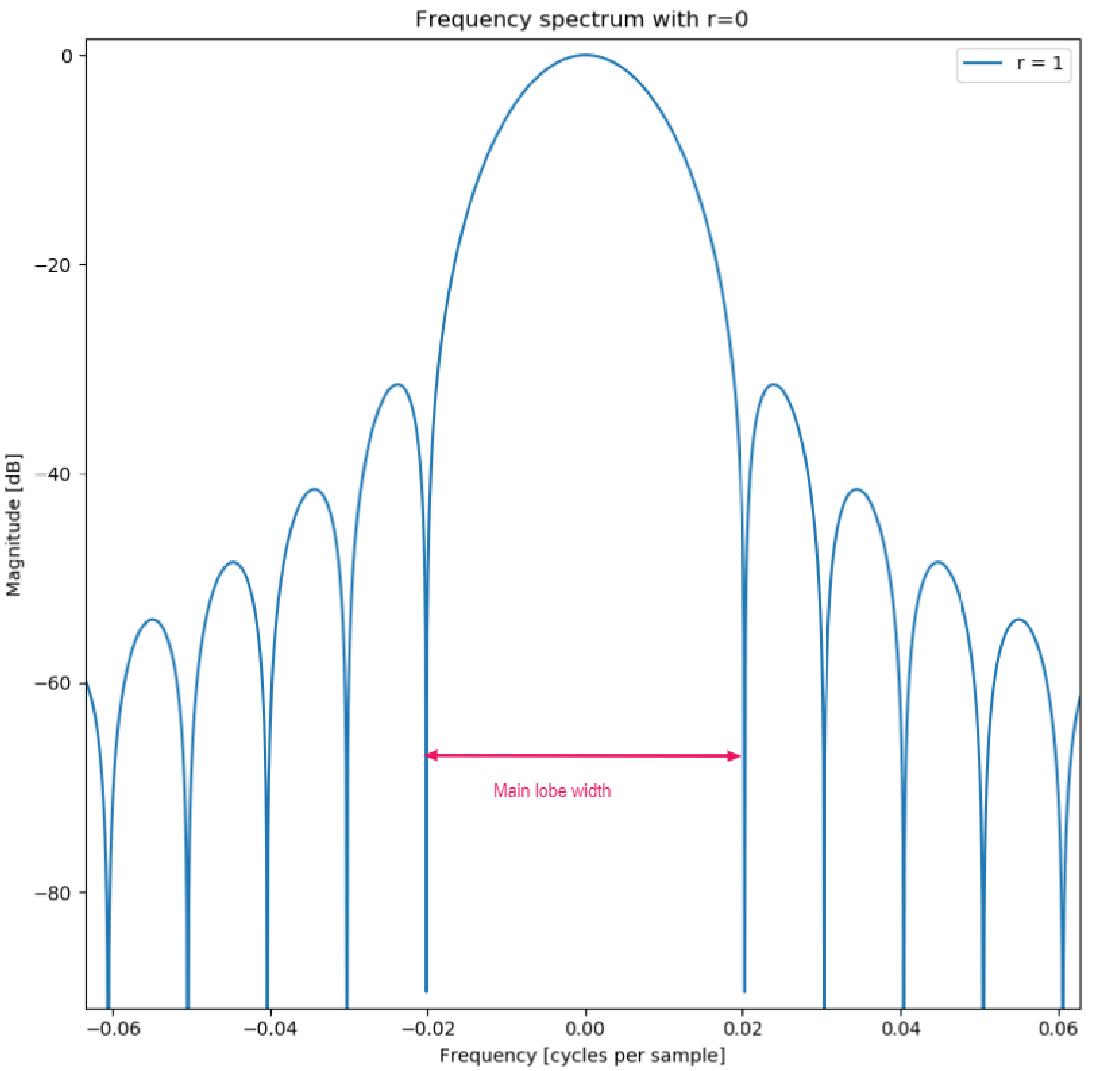


Figur 8: Main lobe bredden for $r = 0.75$

For $r = 0.75$ er «main lobe»-bredden lik 0.032 bins og «side lobe» nivå er $-107.7DB$.



Figur 9: Side lobe nivå for $r = 1$



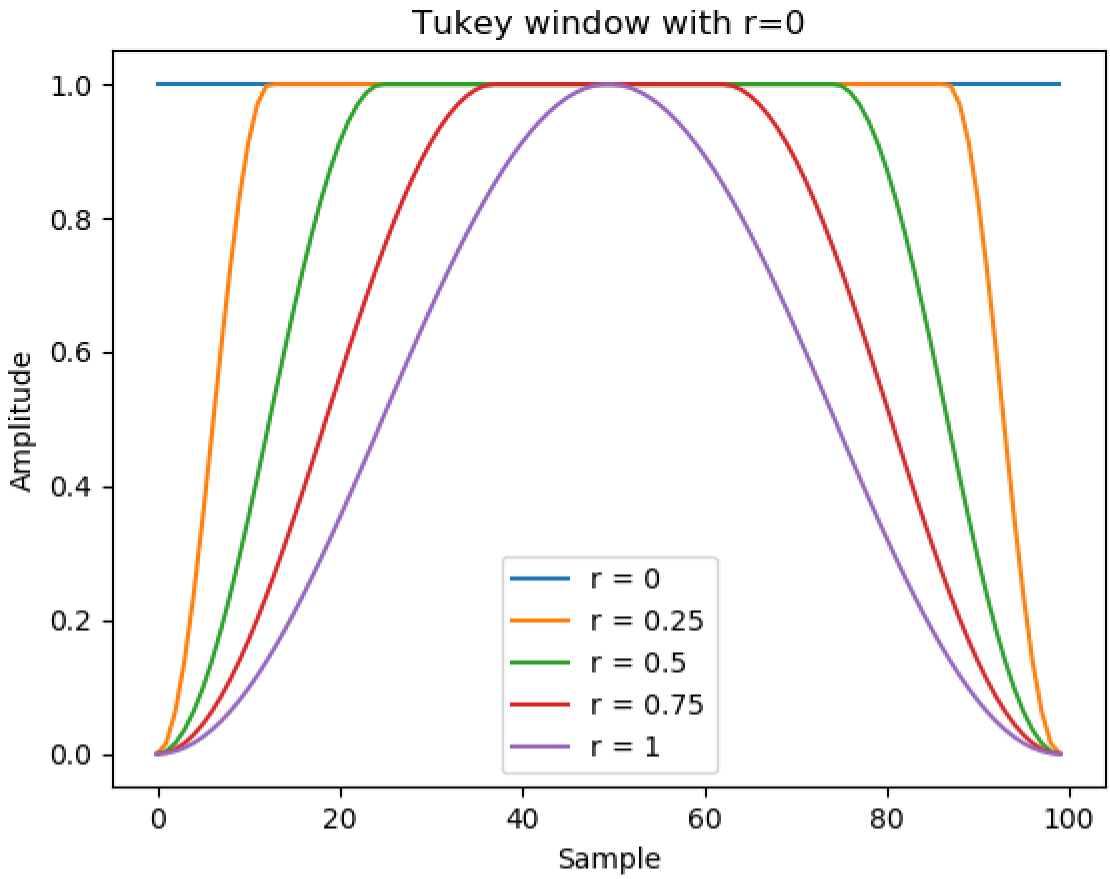
Figur 10: Main lobe bredden for $r = 1$

For $r = 1$ er «main lobe»-bredden lik 0.04 bins og «side lobe» nivå er $-144.8DB$.

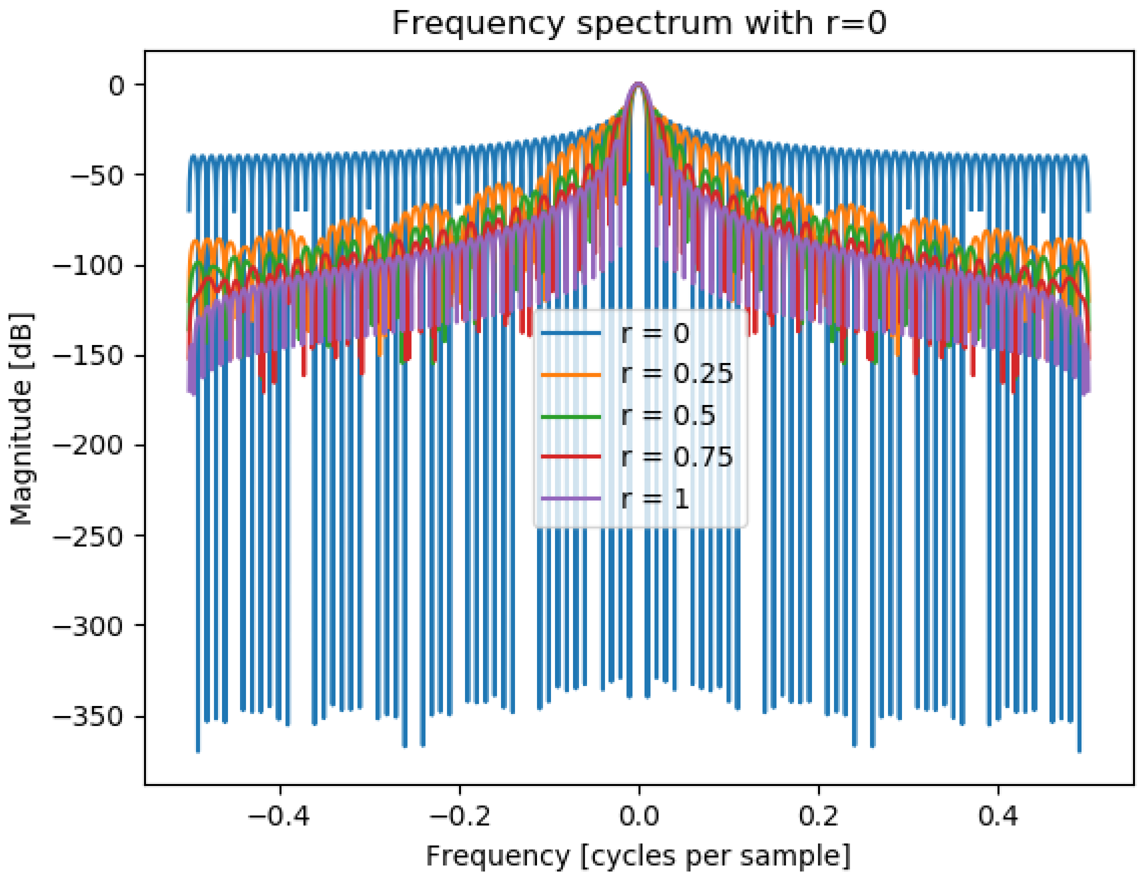
Vi ser at for større verdi av r øker «main lobe»-bredden, samtidig som «side lobe» nivå blir mindre. Dersom vi ser på Tukey window, så for større verdi av r blir Tukey window mindre rektangulær og toppen blir mer tydelig (den blir mer avrundet).

Dersom vi sammenligner resultatene fra det vi hadde forventet (MATLAB dokumentasjon), så ser ikke de helt lik ut. Det ser ut at «side lobe» nivå og «main lobe»-bredden er riktig (de har brukt en større N-antall sampler), men de får også positive verdier av magnituden, det vi ikke får her.

c) I tilfelle der $r = 1$ tilsvare det en Hann window, og for $r = 0$ en Rectangular window. Vi bruker programmet fra 1.a) for å se på resultatene også ved $r = 0$:



Figur 11: Tukey window with $r = 0$



Figur 12: Frequency spectrum with $r = 0$

Oppgave 2

a) $x_e[n]$ blir

$$x_e[n] = \{1, -1,0,0\}$$

Og $x_o[n]$ blir

$$x_o[n] = \{\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\}$$

b)