ØV 11

Oppgave 1

a) Avskjæringsfrekvens blir

$$\omega_c = \frac{\omega_p + \omega_s}{2} = \frac{0.3\pi + 0.5\pi}{2} = 0.4\pi$$
$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 0.2Hz$$

Overgangsbåndbredde blir

$$\Delta\omega = \omega_s - \omega_p = 0.5\pi - 0.3\pi = 0.2\pi$$

Samplingfrekvens blir

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = 0.25Hz$$

Normaliserte frekvenser er

$$\omega_{p_n} = \frac{\omega_p}{f_s} = \frac{0.3\pi}{0.25} = 1.2\pi$$
$$\omega_{s_n} = \frac{\omega_s}{f_s} = \frac{0.5\pi}{0.25} = 2\pi$$
$$\omega_{c_n} = \frac{\omega_c}{f_s} = \frac{0.4\pi}{0.25} = 1.6\pi$$

Normalisert overgangsbåndbredde blir

$$\Delta\omega_n = \frac{\Delta\omega}{f_s} = \frac{0.2\pi}{0.25} = 0.8\pi$$

For $A = 21$ (rektangulær vindu), $\beta = 0$

$$m = \frac{A-8}{2.285\Delta\omega_n} = 1.59$$

Impulsrespons blir:

$$h(n) = \frac{sin\pi\left(n - \frac{m}{2}\right)}{\pi\left(n - \frac{m}{2}\right)} - \frac{sin\omega_{c_n}\left(n - \frac{m}{2}\right)}{\pi\left(n - \frac{m}{2}\right)}$$
$$h(n) = \frac{sin\pi(n-0.8)}{\pi(n-0.8)} - \frac{sin1.6\pi(n-0.8)}{\pi(n-0.8)}$$

Oppgave 4

I denne oppgaven skal vi designe et enkelt reelt diskret filter som slipper igjennom frekvensen $w = \frac{\pi}{4}$ uten demping og stopper frekvensen $w = \frac{\pi}{2}$

a) Krav til filterets frekvensrespons, $H(w)$:

$$\left|H\left(\frac{\pi}{4}\right)\right| = 1$$
$$\left|H\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| = 0$$

b) Vi skal nå bestemme filterets systemfunksjon, $H(z)$. Filteret skal være reelt, og skal tilfredsstille kravene fra deloppgaven a), derfor gjelder

$$z_1 \pm e^{\frac{j\pi}{2}} = 0$$

Og

$$z_2 \pm e^{\frac{j\pi}{2}} = 0$$

Der z_1 og z_2 er filterets symmetriske null-punkter. Videre kan $H(z)$ velges på følgende form

$$H(z) = A\frac{(z+z_1)(z-z_1)}{z^2} = A\frac{z^2+1}{z^2} = A(1+z^{-2})$$

$\left|H\left(\frac{\pi}{4}\right)\right| = 1$ gir

$$H\left(\frac{\pi}{4}\right) = H(z)\Big|_{z=e^{\frac{j\pi}{4}}} = A\left(1+e^{-\frac{2j\pi}{4}}\right) = A\left(1+e^{-\frac{j\pi}{2}}\right) = A\left(1+\frac{1}{j}\right) = A(1-j)$$

$$\left|H\left(\frac{\pi}{4}\right)\right| = A\sqrt{1^2+(-1)^2} = A\sqrt{2} = 1$$

Vi løser ligningen for A og får

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vi setter A i utrykket for $H(z)$ og får

$$H(z) = A(1+z^{-2}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+z^{-2})$$

c) Ut fra resultatene fra deloppgave b) får vi følgende filterets impulsrespons, $h[n]$

$$h[n] = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,1)$$