ØV2 — DISKRET-TID- SIGNALER OG SYSTEMER

Klaudia M. Pawlak (KLAUDIAP)

27.08.2020

Oppgave 1

Vi har sekvensene

$$x_1(n) = \{3, -1, \underset{\uparrow}{-2}, 5,0,4, -1\}$$

Og

$$x_2(n) = \{2, -1, -3, \underset{\uparrow}{-2}, 0\}$$

a.

$$\begin{aligned} y_1(n) &= x_1(n) + x_2(n) \\ &= \{3 + 5, -1 + (-1), -2 + (-3), 5 - 2,0 + 0,4, -1\} \\ &= \{8, -2, -5,3,0,4, -1\} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} y_2(n) &= \frac{1}{3}x_1(n) - \frac{2}{3}x_2(n) \\ &= \left\{1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 0, \frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right\} - \{\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, -2, -\frac{4}{3}, 0\} \\ &= \{1 - \frac{4}{3}, -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}, -\frac{2}{3} + 2, \frac{5}{3} + \frac{4}{3}, 0 - 0, \frac{4}{3} - 0, -\frac{1}{3} - 0\} \\ &= \left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}, 0, \frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right\} \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} y_1(n) &= x_1(n)\, x_2(n) \\ &= \{3 \cdot 5, -1(-1), -2(-3), 5 \cdot 2,0,0,0\} \\ &= \{15,1,6,10,0,0,0\} \end{aligned}$$

Oppgave 2 - Oppgave 3.2 fra Ambardar: Systemklassifikasjon

a. Gitt system $y[n] - y[n-1] = x[n]$:

$$y[n] = x[n] + y[n-1]$$

Videre skriver vi $y[n]$som en lineær kombinasjon. Vi får

$$y_1[n] = y_1[n-1] + x_1[n] \leftrightarrow a_1y_1[n] = a_1y_1[n-1] + a_1x_1[n]$$

$$y_2[n] = y_2[n-1] + x_2[n] \leftrightarrow a_2y_2[n] = a_2y_2[n-1] + a_2x_2[n]$$

$$y_3[n] = y_3[n-1] + a_1x_1[n] + a_2x_2[n]$$

Videre adderer vi sammen $a_1y_1[n]$ og $a_2y_2[n]$

$$\begin{aligned} a_1y_1[n] + a_2y_2[n] &= \\ &= a_1y_1[n-1] + a_1x_1[n] + a_2y_2[n-1] + a_2x_2[n] \\ &= a_1y_1[n-1] + a_2y_2[n-1] + a_1x_1[n] + a_2x_2[n] \end{aligned}$$

Som er det samme som $y_3[n]$ og derfor **lineær**.

Systemet er **tidsinvariant** siden ligningen mellom $y[n]$ og $x[n]$ ikke avhenger av tidsindeksen n.

Systemer er **kausalt og dynamisk** siden output avhenger av nåværende verdien og tidligere verdien til input.

b. Gitt system $y[n] + y[n+1] = nx[n]$:

$$y[n] = nx[n] - y[n+1]$$

Videre skriver vi $y[n]$ som en lineær kombinasjon. Vi får

$$y_1[n] = nx_1[n] - y_1[n+1] \leftrightarrow a_1y_1[n] = na_1x_1[n] - a_1y_1[n+1]$$

$$y_2[n] = nx_2[n] - y_2[n+1] \leftrightarrow a_2y_2[n] = na_2x_2[n] - a_2y_2[n+1]$$

$$y_3[n] = -y_3[n+1] + na_1x_1[n] + na_2x_2[n]$$

Videre adderer vi sammen $a_1y_1[n]$ og $a_2y_2[n]$

$$\begin{aligned} a_1y_1[n] + a_2y_2[n] &= \\ &= na_1x_1[n] - a_1y_1[n+1] + na_2x_2[n] - a_2y_2[n+1] \\ &= -a_1y_1[n+1] - a_2y_2[n+1] + na_1x_1[n] + na_2x_2[n] \end{aligned}$$

Som er det samme som $y_3[n]$ og derfor **lineær**.

Systemet er **ikke tidsinvariant** siden ligningen mellom $y[n]$ og $x[n]$ avhenger av tidsindeksen n.

Systemer er **kausalt og dynamisk** siden output avhenger av nåværende verdien og fremtidige verdien til input.

c. Gitt system $y[n] + y[n-3] = x^2[n] + x[n+6]$:

$$y[n] = x^2[n] + x[n+6] - y[n-3]$$

Videre skriver vi $y[n]$som en lineær kombinasjon. Vi får

$$\begin{aligned} y_1[n] = x_1^2[n] + x_1[n+6] - y_1[n-3] \leftrightarrow a_1y_1[n] \\ = a_1x_1^2[n] + a_1x_1[n+6] - a_1y_1[n-3] \end{aligned}$$

$$y_2[n] = x_2^2[n] + x_2[n+6] - y_2[n-3] \leftrightarrow a_2 y_2[n]$$
$$= a_2 x_2^2[n] + a_2 x_2[n+6] - a_2 y_2[n-3]$$

$$y_3[n] = -y_3[n-3] + a_1^2 x_1^2[n] + a_1 x_1[n+6] + a_2^2 x_2^2[n] + a_2 x_2[n+6]$$

Videre adderer vi sammen $a_1 y_1[n]$ og $a_2 y_2[n]$

$$a_1 y_1[n] + a_2 y_2[n] =$$
$$= -a_1 y_1[n-3] - a_2 y_2[n-3] + a_1 x_1^2[n] + a_1 x_1[n+6] + a_2 x_2^2[n] + a_2 x_2[n+6]$$

Som er ikke det samme som $y_3[n]$ og derfor **ikke lineær**.

Systemet er **tidsinvariant** siden ligningen mellom $y[n]$ og $x[n]$ ikke avhenger av tidsindeksen n.

Systemer er **ikke kausalt og dynamisk** siden output avhenger av tidligere, nåværende og fremtidige verdien til input.

d. Gitt system $y[n] - 2^n y[n] = x[n]$:

$$y[n] = x[n] + 2^n y[n]$$

Videre skriver vi $y[n]$som en lineær kombinasjon. Vi får

$$y_1[n] = x_1[n] + 2^n y_1[n] \leftrightarrow a_1 x_1[n] + a_1 2^n y_1[n]$$

$$y_2[n] = x_2[n] + 2^n y_2[n] \leftrightarrow a_2 x_2[n] + a_2 2^n y_2[n]$$

$$y_3[n] = 2^n y_3[n] + a_1 x_1[n] + a_1 2^n y_1[n] + a_2 x_2[n] + a_2 2^n y_2[n]$$

Videre adderer vi sammen $a_1 y_1[n]$ og $a_2 y_2[n]$

$$a_1 y_1[n] + a_2 y_2[n] =$$
$$= a_1 x_1[n] + a_1 2^n y_1[n] + a_2 x_2[n] + a_2 2^n y_2[n]$$

Som er det samme som $y_3[n]$ og derfor **lineær**.

Systemet er **tidsinvariant** siden ligningen mellom $y[n]$ og $x[n]$ ikke avhenger av tidsindeksen n.

Systemer er **kausalt og ikke dynamisk** siden output avhenger kun av nåværende verdier til input.